GAZİ ÜNİVERSİTESİ

Gazi

1926

GÜÇ SİSTEMLERİNDE OPTİMİZASYON ALGORİTMALARI İLE GELİŞTİRİLEN YENİ BİR HARMONİK VE ARAHARMONİK KESTİRİM YÖNTEMİ VE GENLİK KESTİRİM ALGORİTMALARI İÇİN GENEL BİR BAŞARIM KRİTERİ ÖNERİSİ

Çağrı ALTINTAŞI

DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAZİRAN 2020

Çağrı ALTINTAŞI tarafından hazırlanan “GÜÇ SİSTEMLERİNDE OPTİMİZASYON ALGORİTMALARI İLE GELİŞTİRİLEN YENİ BİR HARMONİK VE ARAHARMONİK KESTİRİM YÖNTEMİ VE GENLİK KESTİRİM ALGORİTMALARI İÇİN GENEL BİR BAŞARIM KRİTERİ ÖNERİSİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Özgül SALOR-DURNA

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. ……………..……..

İkinci Danışman: Prof. Dr. Umut ORGUNER

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. ……………..……..

Başkan: Prof. Dr. Işık ÇADIRCI

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. ……………..……..

Üye: Prof. Dr. M. Cengiz TAPLAMACIOĞLU

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. ……………..……..

Üye: Prof. Dr. Ramazan BAYINDIR

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. ……………..……..

Üye: Prof. Dr. M. Timur AYDEMİR

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. ……………..……..

Üye: Doç. Dr. Murat GÖL

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. ……………..……..

Tez Savunma Tarihi: 09/06/2020

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Doktora Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

…………………….………

Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Çağrı ALTINTAŞI

09/06/2020

GÜÇ SİSTEMLERİNDE OPTİMİZASYON ALGORİTMALARI İLE GELİŞTİRİLEN YENİ BİR HARMONİK VE ARAHARMONİK KESTİRİM YÖNTEMİ VE GENLİK KESTİRİM ALGORİTMALARI İÇİN GENEL BİR BAŞARIM KRİTERİ ÖNERİSİ

(Doktora Tezi)

Çağrı ALTINTAŞI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Haziran 2020

ÖZET

Bu tez çalışması iki ana kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda güç sistemlerinde zamanla değişen harmonikleri ve ara-harmonikleri tahmin edebilmek için tasarlanan girdap algoritması üzerinde çalışılmıştır. Güç sistemlerinde zamanla değişen harmonikler ve araharmonikler elektrik ark ocakları (EAO) gibi doğrusal olmayan ve rastgele davranışlı yüklerden kaynaklanmaktadır ve bu da elektrik sistemlerindeki güç kalitesi sorunlarının nedenlerinden biridir. Önerilen algoritma, hem sentetik sinyaller hem de EAO tesislerini besleyen iletim sistemi transformatör merkezlerinden toplanan akım ve gerilim sinyalleri üzerinde test edilmiştir. Sonuçlar literatürde bildirilen diğer arama algoritması tabanlı yöntemlerle karşılaştırılmış ve girdap arama algoritmasının daha iyi tahmin performansı gösterdiği ve daha az hesaplama karmaşıklığına sahip olduğu ortaya konmuştur. Tez çalışmasının ikinci kısımda ise, harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik kestirimindeki performans limitlerinin üzerinde durulmuştur. Harmonik ve araharmonik analizde kullanılan algoritmalardan bağımsız olarak doğru genlik kestirimi için gereken analiz penceresinin boyutu araştırılmıştır. Doğru kestirim konusundaki performans sınırları için Cramer-Rao alt sınırını (CRLB) kullanımı önerilmiştir. Genellikle sınırların asimptotik ifadeleri üzerinde yoğunlaşan mevcut literatürden farklı olarak, CRLB'lerin küçük pencere boyutları ve yakın frekans bileşenleri için davranışları özellikle incelenmiştir. CRLB analizinden elde edilen bilgilere göre uygun pencere boyutu ve genlik tahmininin yakınsama süresisin alt sınırı belirlenmiştir. Ortaya konan fikirler hem sentetik sinyaller hem de elektrik şebekesinden toplanan alan verileri üzerinde doğrulanmıştır.

Bilim Kodu	:	90524
Anahtar Kelimeler	:	Harmonik kestirimi, Araharmonik, Girdap arama algoritması, CRLB
Sayfa Adedi	:	88
Danışman	:	Prof. Dr. Özgül SALOR-DURNA
İkinci Danışman	:	Prof. Dr. Umut ORGUNER

A NEW POWER SYSTEM HARMONICS AND INTERHARMONICS ESTIMATION METHOD BASED ON OPTIMIZATION ALGORITHMS AND A GENERAL PERFORMANCE CRITERIA PROPOSAL FOR AMPLITUDE ESTIMATION ALGORITHMS

(Ph. D. Thesis)

Çağrı ALTINTAŞI

GAZİ UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

June 2020

ABSTRACT

This thesis study consists of two parts. First part consists of design of a vortex search algorithm to estimate the time-varying harmonics and interharmonics of the power system. Time-varying harmonics and interharmonics in the power system are caused by non-linear and stochastic loads such as electric arc furnaces (EAF), which are known as one of the main causes of power quality problems. The proposed algorithm is tested on both synthetic signals and field data obtained from transformer substations supplying EAF plants. The results are compared with other search algorithm based methods reported in the literature and it is shown that the vortex search algorithm showed better estimation performance and less computational complexity. In the second part, the performance limits of the amplitude estimation of harmonics and interharmonics are considered. Size of the analysis window required for accurate amplitude estimation, which is independent of the analysis method used, is investigated. The use of the Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) is proposed for performance limits for accurate estimation. Unlike the existing literature, which generally concentrates on asymptotic expression of boundaries, particular attention is paid to the behavior of CRLBs for small window sizes and close frequency components. According to the information obtained from the CRLB analysis, the required window size and convergence time is determined. The accuracy of the ideas is demonstrated using both synthetic signals and field data collected from the electric grid.

Science Code : 90524
Key Words : Harmonic estimation, Interharmonic, Vortex Search Algorithm, CRLB
Page Number : 88
Supervisor : Prof. Dr. Özgül SALOR-DURNA
Co-Supervisor : Prof. Dr. Umut ORGUNER

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca yardımlarını esirgemeyen ve değerli bilgileriyle katkıda bulunan kıymetli hocalarım Prof. Dr. Özgül SALOR-DURNA'ya ve Prof. Dr. Umut ORGUNER'e teşekkür ederim. Ayrıca yine çalışmalarımda katkısı bulunan değerli arkadaşım Arş. Gör. Ömer AYDIN'a teşekkür ederim. Manevi desteklerini üzerimden hiç çekmeyen başta eşim Ayşegül ALTINTAŞI olmak üzere tüm aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Sayfa

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil **Sayfa**

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
db	Desibel
Hz	Hertz
p.u.	Birim başına
sn	Saniye

Kısaltmalar	Açıklamalar
ABC-LS	En Küçük Kareler tabanlı Yapay Arı Kolonisi
BBO-RLS	Biyocoğrafya Tabanlı Optimizasyon ve Özyineli En Küçük Kareler
CRLB	Cramer-Rao Alt Sınırı – Cramer-Rao Lower Bound
DFT	Ayrık Fourier Dönüşüm
EAF	Elektrik Ark Ocağı
EnKF	Ensemble Kalman Filtre
FA-RLS	Özyineli En Küçük kareli tabanlı Ateşböceği
FBFO-LS	En Küçük Kareleri Toplayan Bulanık Bakteriler
FFT	Hızlı Fourier Dönüşümü
GA-LS	Genetik Algoritma tabanlı En Küçük Kare
GAA	Girdap Arama Algoritması
GSA-RLS	Yerçekimi Arama Algoritması ve Özyinelemeli En Küçük Kareler
IEC	Uluslararası Elektroteknik Komitesi
KF	Kalman Filtre
LET-KF	Kalman Filtre Tabanlı Yerel Topluluk Dönüştürücü
MABC	Değiştirilmiş Yapay Arı Kolonisi
MSE	Ortalama Kare Hatası

Kısaltmalar	Açıklamalar
MSRF	Çoklu Senkronize Referans Çerçevesi
PSOPC-LS	Parçacık Sürüsü Optimizasyonu ve en Küçük Kare
PV	Fotovoltaik Sistemler
RLMS	Özyinelemeli En Küçük Kareler
RLS-IEKF	Tekrarlayan En Küçük Kareler ve Yenilenmiş Genişletilmiş Kalman Filtresi
RMSE	Ortalama Karekök Hatası
STFT	Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü

1. GİRİŞ

Güç sistemlerinde, temel frekansın tamsayı katlarındaki frekans bileşenlerine harmonik; tamsayı olmayan katlarındaki frekans bileşenlerine ise araharmonik adı verilir. Güç elektroniği aygıtları ve elektrik ark ocakları (EAO) gibi güç sisteminde doğrusal olmayan yüklerin yoğun kullanımı, yük akımındaki harmoniklerin ve araharmoniklerin artmasına neden olur, bu da ortak bağlantı noktası geriliminde oluşan harmonik ve araharmonik ile sonuçlanır. Ek olarak, son yıllarda fotovoltaik sistemlerin (PV) yaygın kullanımı güç kalitesinin önemli ölçüde bozulmasına sebep olmaktadır. Çünkü bu sistemler dağıtım şebekesine bağlıdır ve bu durum PV'de bulunan harmonik ve araharmonik akımların varlığından kaynaklanmaktadır [1-3]. Harmoniklerin ve araharmoniklerin varlığı, gerilim veya akımın saf sinüzoidal dalga biçiminin bozulmasına neden olur; bu da güç kalitesinin bozulması anlamına gelir. Elektrik güç sistemini ve dağıtım şebekesini korumak ve güç kalitesini artırmak için harmoniklerin ve araharmoniklerin frekanslarının, genliklerinin ve fazlarının standartlara uygun bir şekilde, hızlı ve doğru olarak tahmin edilmesi gerekir [4].

Güç sistemlerindeki harmoniklerin ve araharmoniklerin tespiti ve tahmini için, Uluslararası Elektroteknik Komitesi (IEC) geniş çapta atıfta bulunulan bir standart IEC-61000-4-7 yayınlamıştır [4]. Bu standartda, harmonik ve araharmonik genliklerin nasıl hesaplanacağı ayrıntılı olarak açıklanmıştır ve Sınıf-1 ve Sınıf-2 tipi cihazlar için izin verilen maksimum hata sınırının hem gerilim hem de akım ölçümleri için ölçülen değerin %5'i olması gerektiği belirtilmiştir. Bu izin verilen sınırın yalnızca tahmin algoritmasının hatalarını değil aynı zamanda gerilim ve akım trafoları, gerilim bölücüler ve ölçüm gürültüsü gibi ölçüm donanımı nedeniyle oluşan hataları da içerdiğini hatırlamamız gerekir. Bu nedenle, tahmin algoritmasının izin verilen hatası, IEC harmonik ve araharmonik ölçüm standardını karşılamak için %5'ten çok daha düşük olmalıdır. IEC standardında, ayrık Fourier Dönüşümü (DFT) analizi için frekans alanında 5Hz çözünürlük elde etmek için 0.2-s'lik bir analiz penceresi önerilmektedir.

Güç kalitesini koruyabilmek ve geliştirebilmek için harmoniklerin ve araharmoniklerin doğru ve hızlı şekilde kestirilmesi gerekmektedir. Bu sebepten dolayı literatürde harmoniklerin ve araharmoniklerin genliklerinin ve fazlarının doğru ve hızlı şekilde kestirilmesi için birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu tezin literatüre ilk katkısı, harmoniklerin ve araharmoniklerin genliklerini ve fazlarını hızlı ve doğru bir şekilde analiz edebilmek için optimizasyon tabanlı Girdap Arama Algoritması(GAA) kullanılmıştır. Elde edilen veriler literatürdeki mevcut diğer optimizasyon tabanlı yöntemlerle karşılaştırılmıştır ve daha iyi kestirim performansına sahip olduğu gösterilmiştir.

Literatürde yakınsama süresinin analitik ifadelere dayalı harmonik ve araharmoniklerin sayısına ve yakınlığına bağımlılığını araştıran daha önce yapılmış bir çalışma yoktur. Genel olarak yakınsama zamanı genlik tahmini algoritmasının *makul doğruluk* seviyesine ulaşması için gereken yaklaşık zaman (analiz penceresi boyutu) olarak kabul edilmektedir. Makul doğruluk teriminin anlamı, farklı çalışmalardaki farklı yazarlara göre farklı olabileceğinden, sonuçtaki yakınsama süresi değerleri çalışmadan çalışmaya önemli ölçüde farklılık göstermektedir ve ortaya konan sayısal sonuçlar birbiriyle bile çelişmektedir. Çünkü literatürdeki çalışmalarda sinyal modelinin içerisindeki tahmin edilen harmonik veya harmonik sayısı, ölçüm gürültüsünün miktarı ve sinyalin içerisindeki harmoniklerin veya araharmoniklerin birbirlerine olan uzaklığı farklılık göstermektedir. Bundan dolayı, literatürdeki çalışmalara bakarak, harmoniklerin doğru kestirilmesi için gereken yakınsama zamanının var olan harmoniklerin sayısına ve bu harmoniklerin birbirlerine olan yakınlığına bağımlılığı hakkında net bir bilgi söylemek zordur. Böyle belirsiz bir tanım kullanarak, herhangi bir genlik tahmin algoritması için bazı sayısal yakınsama zamanı değerleri belirlemek mümkün değildir. Bu tezin konuyla ilgili önceki çalışmalara kıyasla ikinci katkısı, yakınsama zamanı kavramı ciddi bir şekilde tanımlanmıştır. Daha sonra, harmonik veya harmonik kestiriminin doğruluğunun ve yakınsama zamanının var olan harmoniklerin sayısına ve bu harmoniklerin birbirlerine olan yakınlığına bağımlılığı hakkında literatüre katkı sağlanmıştır. Bunun için de yansız genlik kestirim algoritmalarından elde edilebilecek mümkün olan en iyi performansı ve alt sınırı karakterize edebilmek için tahmin teorisine bağlı olarak Cramer Rao alt sınır (CRLB) ifadeleri oluşturulmuştur [5] ve CRLB ifadelerinin küçük pencere boyutlarında ve yakın frekans bileşenleri durumundaki davranışları incelenmiştir.

Bu tezin literatüre katkıları aşağıdaki gibi özetlenebilir;

- GAA ile harmonik ve araharmonik kestirimi yapılmıştır.
- Yakınsama zamanı kavramı tanımlanmıştır.
- Yakınsama zamanının sinyalin içerisindeki harmoniklerin birbirlerine olan uzaklığı ile bağımlılığı hakkında bilgi verilmiştir.

- CRLB ifadelerinin örnek sayısının küçük olduğu ve sinyalin içerisindeki yakın frekans bileşenleri durumundaki davranışları incelenmiştir.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölüm, genlik kestirimi ve yakınsama süresi üzerinde durularak harmonik ve araharmonik analiz hakkındaki geniş literatüre genel bir bakış sunmaktadır.

Literatürde yakınsama zamanı kavramı ile alakalı iyi tanımlanmış bir tanımının olmadığı görülmektedir. Bu nedenle, bu bölümde bu kavram hakkında yapılan açıklamalar, bir genlik kestirimi algoritmasının, genlik kestirimlerinde makul bir doğruluk elde etmesi için gereken yaklaşık zaman miktarı (ya da analiz penceresi boyutu) olarak ifade edilecektir. *Yakınsama zamanı* kavramı ayrıntılı olarak ilerleyen bölümlerde ele alınmıştır.

Literatürde harmonik ve araharmonik analizi için birçok parametrik ve parametrik olmayan yöntemler geliştirilmiştir [6]. Parametrik olmayan yöntemlerde genlikler, fazlar ve frekanslar doğrudan gerçek sinyalden elde edilirken parametrik yöntemlerde uygun bir sinyal modeli seçilmekte ve modelin parametreleri sinyalin örneklerinden hesaplanmaktadır [6].

Harmonik analizinde en popüler parametrik olmayan yöntem Ayrık Fourier Dönüşümü'dür (DFT). DFT kullanılarak doğru harmonik analizi için, sinyal durağan olmalıdır, yani frekans bileşenleri ve onlara ait genlik ve fazlar analiz penceresinin içinde sabit olmalıdır. DFT, belirli uzunluktaki pencerelerin içinde kullanılır. Sinyal bu pencere uzunluğunda yaklaşık olarak durağan kabul edilir ve bu yöntem Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü (STFT) olarak adlandırılır. Pencerenin boyutu seçildiğinde, genlik ve faz analizlerinin frekans çözünürlüğü sabittir. Örneğin, DFT ve STFT'de, 5Hz çözünürlükte spektral analiz yapmak için 0.2s'lik bir analiz penceresi uzunluğu gerekmektedir ki bu da IEC standardında [4] önerilen analiz analiz pencere uzunluğudur. Bununla birlikte, güç sistemlerinde, üretim-tüketim dengesine bağlı olarak temel frekans her zaman tam olarak nominal değerinde (50.0Hz veya 60.0Hz) olmayabilir. Seçilen analiz penceresi içinde yalnızca temel frekans değil, harmonik ve araharmoniklerin de frekansları değişir. Bu gibi durumlarda, DFT veya STFT tarafından elde edilen analizler, temel frekans kaymasının miktarına bağlı olarak hatalı sonuçlar verir. Bu, IEC standardının alt grup ve grup analizi önermesinin de bir nedenidir. Bu etkilerin üstesinden gelmek için, literatürde parametrik olmayan diğer çeşitli yöntemler önerilmiştir. Dalgacık (Wavelet Transform) ve Hilbert-

Huang dönüşümü bu yöntemlerden bazılarıdır [6-9]. Dalgacık dönüşümü, frekans analizi ile birlikte zaman lokalizasyonu elde etmeyi mümkün kılan frekans analizi yaklaşımı yöntemidir. Bununla birlikte, hesaplama karmaşıklığı daha yüksektir ve dalgacık dönüşümündeki filtre tepkileri ideal değildir ayrıca dalgacık dönüşümü düzgün dağılmış frekans analizi bantları ile yapılmamaktadır. Bu nedenlerden dolayı, gerçek zamanlı spektral analiz uygulamalarda dalgacık dönüşümlerinde performans kaybı meydana gelir [9]. Hilbert-Huang dönüşümü (HHT) ise, bir sinyali içsel mod işlevlerine (IMF) ayırmanın ve anlık frekans verilerini elde etmenin bir yoludur [6]. Durağan olmayan ve doğrusal olmayan veriler için iyi çalışacak şekilde tasarlanmıştır. Fourier dönüşümü gibi diğer ortak dönüşümlerin aksine, HHT teorik bir araçtan ziyade bir veri kümesine uygulanabilecek bir algoritmaya (deneysel bir yaklaşıma) benzer. Her ne kadar HHT doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyalleri işlemede yaygın bir uygulama için umut vaat etse de, bu tür etkiler ve mod karıştırma sorunları harmonik tahminin doğruluğunu olumsuz yönde etkiler [6-9]. [6-9] 'da önerilen yöntemlerin tümünde harmonik ve araharmonik analizi için 0.2s pencereleri kullanılmıştır ki bu da IEC Standardında [4] önerilen pencere uzunluğunun aynısıdır. Elde edilen sonuçlarda, DFT tabanlı yöntemlerden daha az hatayla gerçek harmonik ve araharmonik değerlere yakınsamıştır. Fakat bu çalışmalarda yakınsama zamanı ya da değişik pencere uzunluğunda yapılmış harmonik analizleri ile ilgili bir bilgi yoktur. Son yıllarda harmoniklerin ve araharmoniklerin genliklerini ve fazlarını saptamak için önerilen bir başka parametrik olmayan yöntem, çoklu senkronize referans çerçevesi (MSRF) analizidir [10, 11]. Bu yöntemde, bulunmak istenen harmonik veya araharmonik frekans referans bileşen olarak atanır ve bu referans frekans bileşeni etrafında, d-q dönüşümü kullanılarak sinyal pozitif ve negatif dizi bileşenlerine ayrılır. Ardından, DC bileşenini elde etmek için pozitif ve negatif dizi bileşenleri alçak geçiren filtre ile süzülür. Son olarak, referans olarak seçilen harmoniğin veya araharmoniğin pozitif ve negatif bileşenlerini elde etmek için de geri dönüşüm uygulanır [10, 11]. [12-13]'da yazarlar harmoniklerin ve araharmoniklerin daha hızlı ve daha doğru tahmini için hareketli ortalama ve uyarlamalı çentik filtrelerini kullanmışlardır. Fakat yakınsama süresi FFT'de olduğu gibi 5Hz çözünürlükte 0.2s olmuştur [12, 13]. Kalman Filtresi (KF), [10]'daki MSRF yönteminde alçak geçiren filtre olarak kullanılmıştır ve genlik kestiriminin yakınsama süresinin 5 Hz çözünürlükte 20ms'ye düşürüldüğü iddia edilmiştir. Ama bu yakınsama süresi, DFT sonuçlarının ve saha verilerine uygulanan MSRF tabanlı algoritmanın karşılaştırılmasına dayanarak belirlenmiş ve sentetik verileri kullanarak önerilen yöntemin bir basamak yanıtı çalışmada bildirilmemiştir. MSRF tabanlı başka bir çalışmada harmonik analiz için üstel yumuşatma filtresi kullanılmış ve KF'ye göre daha az hesaplama süresine sahip olduğu ve daha doğru sonuç verdiği bildirilmiştir [14].

Prony, ESPRIT ve MUSIC yöntemleri ve bunların geliştirilmiş formları, güç sinyallerinde harmoniklerin ve araharmoniklerin genliklerini ve frekanslarını doğru bir şekilde tahmin etmek için literatürde önerilmiş parametrik yöntemler arasında yer almaktadır [6]. Prony yönteminde, karmaşık veya sinüzoidal bir sinyal modeli oluşturulur ve daha az veri uzunluğuyla genliklerin, fazların ve frekansların kestirimleri elde edilir. Bununla birlikte, [15] 'de yazarlar, Prony yönteminin performansının, özellikle sinyal birden fazla harmonik veya araharmonik içeriyorsa, doğru genlik değerlerini bulmak için pencere uzunluğuna bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Bu durumda, doğru bir yakınsama yapmak için gereken pencere uzunluğu, DFT'de kullanılan pencere uzunluğundan daha büyük olabileceği vurgulanmıştır. Aslında, MUSIC, ESPRIT ve Prony tabanlı algoritmaların, genlik analizinden ziyade doğru yüksek çözünürlüklü frekans tanımlama için daha uygun olduğu bildirilmiştir [6,16]. Kök-MUSIC (Root-MUSIC) algoritması, MUSIC algoritmasının gürültülü ortamlardaki performansını iyileştirmek için geliştirilmiştir [17]. Literatürde, bu parametrik yöntemlerin yakın zamanda çeşitli yaklaşımları, güç sisteminde harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik ve frekans kestirimindeki performansını arttırmak amacıyla geliştirilmiştir [6, 18–22]. [18–22] 'da, bu yöntemler daha az veri örneği kullanılarak yüksek çözünürlükte frekans kestirimi için geliştirilmesine rağmen, genlik kestirimi için 10-döngü (veya 50Hz güç sistem frekansı için 0.2s) veri analizi penceresinin kullanıldığı gözlemlenmiştir ki bu da IEC standardında DFT'de genlik analizi için gerekli pencere uzunluğuna eşittir [4]. Harmonik analizinde kullanılan diğer bir parametrik yöntem ise doğrusal Kalman Filtresidir (KF) [6, 16]. KF minimum hata kovaryansı ile optimum tahmin sağlar. Carlos, çalışmalarında Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) ile KF'nin performansını karşılaştırmış ve KF'nin durağan olmayan sinyaller için daha avantajlı olduğunu göstermiştir, ancak her iki yöntem de aynı yakınsama süresine sahiptir [23,24]. Harmoniklerin genliklerini ve fazlarını tahmin etmek doğrusal olmayan bir sorundur ve özellikle gürültünün yüksek olduğu durumlarda, doğrusal KF'nin performansında ciddi düşüş gözlemlenmiştir. Bu dezavantajın üstesinden gelebilmek için de, doğrusal KF'de kullanılan parametrelerin modifikasyonu ile adaptif doğrusal Kalman filtre geliştirilmiştir [25, 26]. Yazarlar, adaptif KF'nin, genlik kestirimi için doğrusal KF'ye kıyasla daha hızlı bir yakınlaşma süresine (10ms) sahip olduğunu iddia etmiştir [25]. Doğrusal olmayan diğer bir yöntem de Kalman Filtre Topluluğudur (EnKF). Doğrusal KF'nin kovaryans matrisini belirlemek için durum vektörünün topluluklarını kullanır. [27] 'de yazarlar, genlik tahmini için EnKF'nin yakınsama süresinin KF'den önemli ölçüde düşük olduğunu iddia etmişlerdir. Yazarlar çalışmalarında EnKF'yi doğrusal KF, özyinelemeli en küçük kareler (RLS) ve özyinelemeli en küçük kareler (RLMS) yöntemleri ile karşılaştırmışlardır [28]. EnKF'nin genlik kestirimi için diğerlerinden daha hızlı yakınsama süresine sahip olduğunu ve harmoniklerin genliklerindeki ani değişikliği 1ms'de yakaladığını ileri sürmüşlerdir. EnKF'nin hesaplama süresini iyileştirmek için Kalman Filtre Tabanlı Yerel Topluluk Dönüştürücü (LET-KF) filtre geliştirilmiştir [29]. LET-KF, EnKF ve KF ile karşılaştırıldığında LET-KF'nin diğer yöntemlerden daha hızlı bir şekilde genlikteki ani değişimi 10ms'de yakaladığını iddia etmişlerdir [29].

Son yıllarda, harmonik ve araharmonik analizi için birçok hibrit optimizasyon algoritması geliştirilmiştir [6,16]. Bunlar: Genetik Algoritma tabanlı En Küçük Kare (GA-LS) [30], Parçacık Sürüsü Optimizasyonu ve en Küçük Kare (PSOPC-LS) [31], En Küçük Kareleri Toplayan Bulanık Bakteriler (FBFO-LS) [32], En Küçük Kareler tabanlı Yapay Arı Kolonisi (ABC-LS) [33], Yerçekimi Arama Algoritması ve Özyinelemeli En Küçük Kare (GSA-RLS) [34], Özyineli En Küçük kare tabanlı Ateşböceği (FA-RLS) [35], Biyocoğrafya Tabanlı Optimizasyon ve Özyinelemeli En Küçük Kareler algoritmaları (BBO-RLS) [36], Tekrarlayan En Küçük Kareler ve Yenilenmiş Genişletilmiş Kalman Filtresi (RLS-IEKF) [37], ve değişken en az ortalama sızdıran kare [38]. [30-38] ‘deki yöntemlerde harmoniklerin fazları farklı optimizasyon yöntemleriyle bulunurken, harmonik genliklerin tahmini LS, RLS ve KF ile elde edilmiştir. Bu makalelerin yazarları, LS yönteminin yakınsama süresinin KF ve FFT'den daha hızlı olduğunu belirtirken, RLS metodun da LS'den daha az yakınsama süresine sahip olduğunu söylemişlerdir. Yukarıda bahsedilen optimizasyon yöntemleri ile yapılan harmonik veya araharmonik analizlerde yazarlar önerdikleri algoritmaları sentetik sinyaller üzerinde denemişlerdir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde harmoniklerin ve araharmoniklerin gerçek değerlerine %5'den daha büyük hatayla yakınsadıkları görülmektedir. Bu da IEC standardında belirlenen [4] maksimum hata miktarından büyüktür. [34-38] 'de yazarlar, elektrik şebekesi veya güneş enerjisi panelleri üzerinden alınan gerilim verileri üzerinde harmonik analizleri yaparak önerdikleri yöntemlerin gerçek bir sistemdeki performansını incelemişlerdir. Ancak analizlerinde görülmektedir ki aldıkları bu gerilim verileri durağandır. Bu nedenle bu yöntemlerin zamanla değişkenken sinyaller için performansı hakkında bilgi yoktur. Ayrıca, bu yöntemler hesaplama süresi nedeniyle gerçek zamanlı uygulamalar için uygun olmaktan oldukça uzaktır. Harmonik ve araharmonik analizi için uygulanan diğer bir sezgisel yöntem de değiştirilmiş yapay arı kolonisidir (MABC) [39]. Bu algoritmanın temel farkı, [30-38] 'deki diğer hibrit sezgisel yöntemlerle karşılaştırıldığında, MABC algoritmasının, harmoniklerin ve araharmoniklerin fazlarını ve genliklerini tahmin etmek için doğrudan uygulandığı. Ayrıca, [30-38] 'deki diğer sezgisel yöntemlerden daha az hesaplama süresine sahip olduğu ve daha doğru bir tahmin elde edildiği rapor edilmiştir. Fakat yazarlar MABC algoritmasının performansını sadece sentetik sinyaller kullanarak test etmişler ve gerçek zamanlı uygulamalarda algoritmanın performansı hakkında bilgi yoktur. Ayrıca, MABC algoritmasının hızı gerçek zamanlı olmaktan uzaktır çünkü 50 ms’lik veri analizinin yaklaşık 1,5 sn. sürdüğü bildirilmektedir [39].

Yukarıdaki paragraflarda açıklandığı gibi, harmonik ve araharmonik analizinde çok farklı yöntemler mevcuttur. Her bir yöntem farklı doğrulukla ve farklı yakınsama süresiyle gerçek genlik ve faz değerlerine ulaştığı iddia edilmektedir. Fakat bu çalışmalarda kullanılan sinyal modelleri, tahmin edilen harmonik ve araharmonik sayısı, harmoniklerin ve araharmoniklerin birbirlerine olan yakınlığı, ölçüm gürültüsü miktarı ve diğer test koşulları farklıdır. Bundan dolayı yakınsama süresi ve doğru kestirim hakkında genel bir kanıya varmak oldukça zordur.

Bu tezde öncelikle optimizasyon tabanlı Girdap Arama Algoritması (GAA) kullanılarak, zamanla değişen voltaj ve akım sinyalleri için harmonik ve araharmoniklerin genlikleri ve fazları tahmin eden bir yöntem önerilmiştir. GAA, Ölmez ve Doğan tarafından 2014 yılında sıvılarda gözlenen girdaplardan esinlenerek geliştirilmiştir [40]. Algoritma, rastgele oluşturulmuş parçacıkların çözüm uzayındaki en iyi parametreleri elde etme yöntemine dayanmaktadır [41]. Bu yazıda önerilen algoritmada, sinyal modeli kare ve faz bileşenlerine (quadrature and in-phase components) ayrıştırıldığında, farklı sinyal-gürültü oranı (SNR) durumları için en iyi model parametrelerini aramak için GAA uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar, BBO-RLS, GSA-RLS ve MABC gibi 40dB, 20db,10dB SNR’da daha önceden en iyi doğruluk oranlarına sahip olan sezgisel yöntemlerle karşılaştırılmıştır [34,36,39]. Sonuçlar, GAA algoritmasının, diğer karma sezgisel yöntemlere kıyasla daha az hesaplama karmaşıklığına ve daha doğru tahmin performansına sahip olduğu gösterilmiştir. Önerilen algoritmanın saha verileri üzerinde de geçerliliğini göstermek için, EAO tesislerini besleyen elektrik iletim sisteminden elde edilen saha verileri kullanılarak harmonik ve araharmonik analiz de yapılmış olup, elde edilen sonuçların doğruluğu literatürde popüler yöntem olan KF yöntemi ile doğrulanmıştır. Ayrıca GAA'nın kestirim performansı KF yöntemi ile de karşılaştırılmış olup önerilen algoritmanın KF'ye kıyasla daha az hesaplama karmaşıklığına ile daha iyi yakınsama performansına sahip olduğu gösterilmiştir.

Ayrıca, bu tezin ikinci kısmında, harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik kestirimi ile ilgili cevapları birbirleriyle yakından ilgili olan iki soruyu cevaplamakla ilgilenilmiştir;

1. Bir genlik kestirimi algoritmasının verdiği sonuçların doğruluğu, belirli bir analiz penceresi uzunluğuyla ne kadar ilgilidir?

2. Genlik kestirimi algoritması, genlik kestirimlerinde önceden tanımlanmış bir doğruluğa (yukarıda açıklanan IEC standardında belirtildiği gibi) ne kadar hızla ulaşabilir?

İlk sorunun cevabını araştırmak için, yansız kestirim algoritmalarında, genlik kestiriminden elde edilebilecek en iyi performansı karakterize etmek üzere tahmin teorisine bağlı olarak Cramer-Rao alt sınırı (CRLB) kullanılmıştır [5].

İkinci sorunun yanıtı için ise, herhangi bir yansız genlik kestirim algoritmasının yakınsama zamanı kavramı tanımlanmış ve kullanılmıştır. Genlik tahmini doğruluğu için en iyi tanımlanmış, evrensel doğruluk ölçümü, karekök ortalama hatasıdır (RMSE). Bundan dolayı, yakınsama zamanı, önceden tanımlanmış istenen doğruluğa ulaşmak için tahmin algoritmasının gerektirdiği minimum analiz penceresi büyüklüğüdür. Tez kapsamında bu büyüklük tanımlanmış ve elde edilen bulgular düzenlenerek harmonik ve araharmoniklerin genlik kestirimi için performans sınırları belirlenmiştir.

3. GİRDAP ARAMA ALGORİTMASI İLE SPEKTRAL KESTİRİM

Bu bölüm, tezin ilk kısmında çalışılmış olan Girdap Arama Algoritması ile güç sinyallerindeki harmoniklerin ve araharmoniklerin kestirimleri konusunu ele almaktadır. Bu bölümde, öncelikle, bir güç sinyalinin matematiksel modeli anlatılmıştır. Daha sonra, GAA yönteminin spektral kestirim için kullanılışı ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Sentetik ve sahadan alınan gerçek güç sinyallerinin harmonik ve araharmonik kestirim performansı, önerilen GAA yöntemi ile elde edilmiş ve performansı literatürdeki diğer optimizasyon tabanlı algoritmalarla karşılaştırılmıştır.

3.1. Güç Sinyalinin Matematiksel Modeli

Harmonik kestirim için, ayrık zamanlı herhangi bir sinyalin modeli (y_{tahmin}) (3.1)'de gösterildiği gibi tahmin edilebilir. (3.1)'deki eşitlikte, a_m[k] ve θ_m[k] katsayıları, harmoniklerin zamanla değişen genliklerini ve fazlarını; $B_{dc} exp(-b_{dc} kT_s)$ zamanla zayıflayan terimi, Ts örnekleme periyodunu, f_m frekansı ve v[k], v[k] ~ N (0, R) olarak tanımlanan Gauss dağılımlı tek boyutlu beyaz ölçüm gürültüsünü temsil etmektedirler. [k] zaman indeksidir ve N gerçek sinyaldeki frekans bileşenlerinin sayısıdır.

$$y_{tahmin}[k] = \sum_{m=1}^{M} a_m[k]\, sin(2\pi f_m k T_s + \theta_m[k]) + B_{dc} exp(-b_{dc} k T_s) + v[k] \tag{3.1}$$

Eşitlik (3.1)’deki azalan terim için Taylor serisinin ilk iki terimi; *sin*üs’lü terim için de sinus toplama formülü kullanılarak eşitlik (3.2) oluşturulur.

$$y_{tahmin}[k] = \sum_{m=1}^{M} a_m[k]\, sin(2\pi f_m k T_s)\, cos(\theta_m[k]) + a_m[k]\, cos(2\pi f_m k T_s)\, sin(\theta_m[k]) + B_{dc} - B_{dc} b_{dc} k T_s + v[k] \tag{3.2}$$

Bu tezdeki amaç eşitlik (3.2)’de verilen ayrık zamanlı modeldeki a_m[k], θ_m[k] ve B_{dc} parametrelerini GAA ile tahmin etmektir. Eşitlik (3.2)'nin parametrik formu gürültü ihmal edilerek eşitlik (3.3)'te, $H[k]$ ve $C[k]$ parametreleri ise eşitlik (3.4-3.6) ‘da verilmiştir.

$$y_{est}[k] = H[k]C[k] \tag{3.3}$$

$$H[k] = [sin(2\pi f_1 kT_s)\; cos(2\pi f_1 kT_s) \cdots sin(2\pi f_M kT_s)\; cos(2\pi f_M kT_s)\; 1 - kT_s\,]. \tag{3.4}$$

$$C[k] = [C_1(k) \quad C_2(k) \quad \cdots \quad C_{2N+2}(k)]^T \tag{3.5}$$

$$C = [a_1 \cos\theta_1 \quad a_1 \sin\theta_1 \quad \dots \quad a_N \cos\theta_N \quad a_N \sin\theta_N \quad B_{dc} \quad B_{dc}b_{dc}]^T \tag{3.6}$$

Son olarak, bilinmeyen parametreleri optimize etmek için eşitlik (3.7) de görüldüğü üzere amaç fonksiyonu tanımlanmıştır. Amaç fonksiyonu gerçek ve tahmini sinyal arasındaki farktır. Bu çalışma kapsamında GAA kullanılarak amaç fonksiyonu minimize edilecektir.

$$J = \sum_{k=1}^{N} e_k^2(k) \; = \left(\sum_{k=1}^{N} (y_k - y_{kest})^2 \right) \tag{3.7}$$

3.2. Girdap Arama Algoritması

Girdap arama algoritması, 2015 yılında Doğan ve Ölmez tarafından geliştirilmiş sezgisel optimizasyon algoritmasıdır [40]. Algoritmanın geliştiricileri doğadaki girdapların yapısından esinlenerek problemleri optimize etmeye çalışmıştır. Diğer tüm sezgisel algoritmalar da olduğu gibi çözüm uzayındaki aday çözümleri kullanarak iteratif şekilde en iyi çözümü bulmaya çalışır.

Sezgisel algoritmalar kullanılarak çözüm aranırken iki önemli olgu karşımıza çıkmaktadır. Bunlar; yerel ve global çözüme ulaşma yetenekleridir. Aday çözümlerin etrafındaki parçacıkların uygunluğu çözümün başarıya ulaşmasında büyük rol oynamaktadır. Kullanılan algoritma girdaba benzeyen bir yapı kullanılarak çözüm arandığı için başlangıçta zayıf yerellik elde edilir. Bu sayede çözüm uzayının tümü göz önünde bulundurularak en uygun çözüme ulaşma olasılığı artırılır. Yeterince yakınsama sağlandığında yani ilerleyen iterasyonlarda ise çözüm uzayı küçültülerek yüksek yerellik devreye girer. Bunun sonucunda en iyi sonuç için küçük ama önemli bir ayarlama yapılmış olur. Çözüm uzayının her bir iterasyonda küçültülerek en iyi yakınsama noktasını bulması yani yüksek yerelliğe gitmesi diğer sezgisel algoritmalardan en büyük farkı ve avantajıdır [40]. Çünkü diğer sezgisel yöntemlerde her bir iterasyonda oluşturulan çözüm uzayı sabittir [40].

Algoritma çalıştırıldığında öncelikle aday çözümlerin bulunacağı uzay oluşturulur. Bunun için varsa problem kısıtları kullanılır. Parçacık boyutu çözüm uzayında kaç tane aday çözüm olduğunu belirtir. Bu uzayda çözüm aramak için girdap olarak kullanılacak Şekil 3.1'deki gibi çemberler kullanılır. Bu çemberleri oluşturmak için başlangıç merkez noktası (μ_0) ve başlangıç yarıçapları (σ_0) belirlenmelidir. Başlangıç merkez noktası belirlenirken eşitlik-(3.8)'deki formülasyon kullanılır ve çember, çözüm uzayının ortasına yerleştirilmiş olur.

$$\mu_0 = \frac{upper\ limit + lower\ limit}{2} \tag{3.8}$$

Burada, upper limit ve lower limit problemin üst ve alt limitleridir.

Aday çözümler, n-boyutlu uzayda başlangıç merkezi için eşitlik (3.9)'da gösterildiği gibi Gauss dağılımı kullanılarak üretilir.

$$p(y|\mu,\Sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|\Sigma|}} exp\left\{-\frac{1}{2}(y-\mu)^T\Sigma^{-1}(y-\mu)\right\}, \tag{3.9}$$

Eşitlik (3.9)'da *n* alanın boyutu, *y*, nx1 olan rastgele değişken vektörü, μ, nx1 olan dairenin merkezini, T transpozisyon göstergesini ve $\sum$ kovaryans matrisi temsil etmektedirler. Kovaryans matrisnin ($\sum$) köşegen varyanslarının tümü eşit olduğunda ve kovaryansın eşitlik (3.10) 'da tanımlandığı gibi korelasyonsuz olması durumunda dağılımın şekli girdap şeklinde olacaktır.

$$\Sigma = \sigma^2 . I_{nxn} \tag{3.10}$$

Eşitlik (3.10) 'da σ^2 küresel dağılımın varyansıdır ve I_{nxn} *nxn* birim matrisidir.

Eşitlik (3.11) başlangıç çemberinin çapını belirlemek için kullanılır. Bu aynı zamanda başlangıçtaki standart sapmadır.

$$\sigma_0 = \frac{max(upper\ limit) + min(lower\ limit)}{2} \tag{3.11}$$

Burada, yarıçap bulunurken üst ve alt limit vektörlerindeki minimum ve maksimum değerler kullanılır. Başlangıçta zayıf yerellik istendiği için başlangıç yarıçapı, sigma (σ_0), büyük seçilmektedir. En iyi çözüm başlangıçta sonsuz kabul edilir [40-41].

Optimizasyon problemlerinin çoğunda kısıtlamalar vardır ve üretilen çözümlerin bazıları bu kısıtlamaları karşılamayabilir. Bu ortak soruna bir çözüm üretmek için sınırları aşmış çözümler eşitlik (3.12) kullanılarak sınırlara kaydırılır.

$$Sol_i^k = rand.\left((upper\ limit)^i - (lower\ limit)^i\right) + (lower\ limit)^i \tag{3.12}$$

Eşitlik (3.12) 'de k olası çözümlerin sayısı, i iterasyon sayısı, Sol_i^k i'ninci iterasyondaki k'nıncı çözüm ve *rand* aday çözümler için rasgele dağılım sağlamak için rastgele değişkendir.

Her itarasyonda en iyi çözüm kümesi bulunarak önceki çözüm ile karşılaştırılır. Eşitlik (3.13) kullanılarak optimal kabul edilen çözüm kaydedilirken kötü çözümler kaydedilmez.

$$If\ Error(i) < Error(Sbest)\ \text{ise} \qquad S_{best} = S_i \tag{3.13}$$

Şekil 3.1 'de görüldüğü üzere, her iterasyon geçişinde çemberin merkez noktası en iyi çözümün olduğu noktaya kaydırılır. Aynı zamanda iterasyon ilerledikçe yüksek yerellik gerekli olduğu için çember yarıçapı küçültülür. Bu sayede sadece en iyi çözümlerin olabileceği bölgede arama yapılır. Bu da programın vakit kaybetmesini engeller. Yarıçapın küçültülmesi (r_t) işlemi eşitlik (3.14)'de verildiği gibi gamma fonksiyonun tersi kullanılarak gerçekleştirilir.

$$r_t = \sigma_0 \left(\frac{1}{x}\right) gammaincv(x, a_t), \qquad a_t = a_0 - \frac{t}{MaxItr} \tag{3.14}$$

Eşitlik (3.14)'de gammaincinv MATLAB'da gamma fonksiyonunun tersini almamızı sağlayan komut, σ_0, başlangıç yarıçapını, a_t ise aramanın çözünürlüğünü(x) ayarlamamızı sağlayan katsayı ve t iterasyon sayısını belirtir. *MaxItr* ayarlanan maksimum iterasyon numarasını, a_0 ise başlangıç katsayısını belirtmektedir. a_0 ilk iterasyonda 1 olarak alınır. Böylece çözüm uzayının tamamının işlem içerisine alındığından emin olunur. Harmonik ve araharmoniklerin genlik ve faz tahmini için önerilen GAA yönteminin blok şeması Şekil 3.2'de gösterilmiştir.

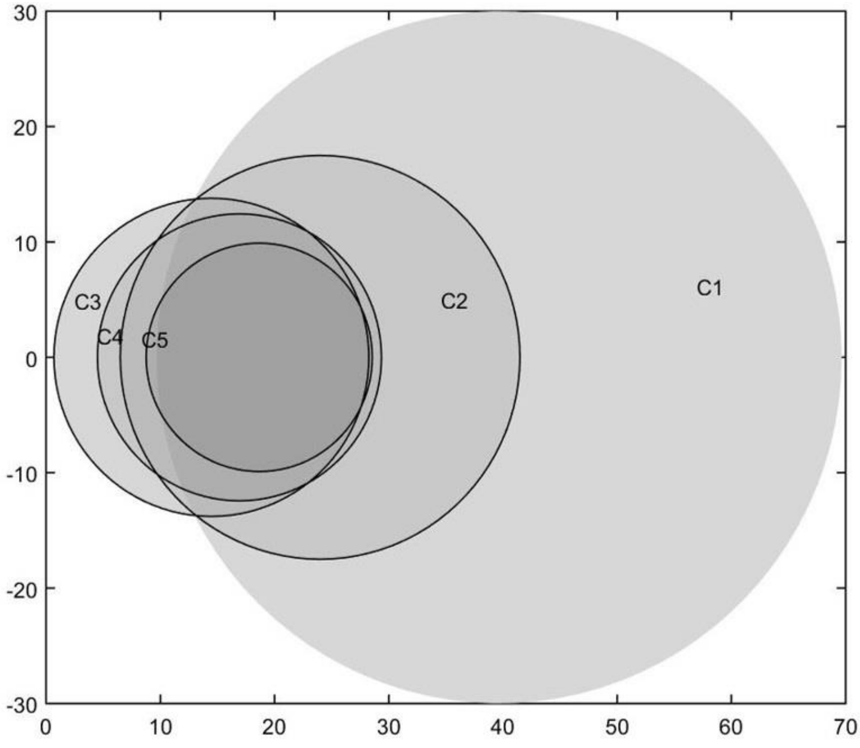
Son olarak, eşitlik (3.6) 'daki tüm bilinmeyen parametreler GAA kullanılarak bulunduktan sonra, tüm harmoniklerin ve araharmoniklerin genlikleri (a_N), fazları (θ_N) ve dc bileşenler (B_{dc} ve b_{dc}) eşitlik (3.15 - 3.18)’de verilen şekilde hesaplanır.

$$a_N = \sqrt{\theta_{2N}^2 + \theta_{2N-1}^2} \tag{3.15}$$

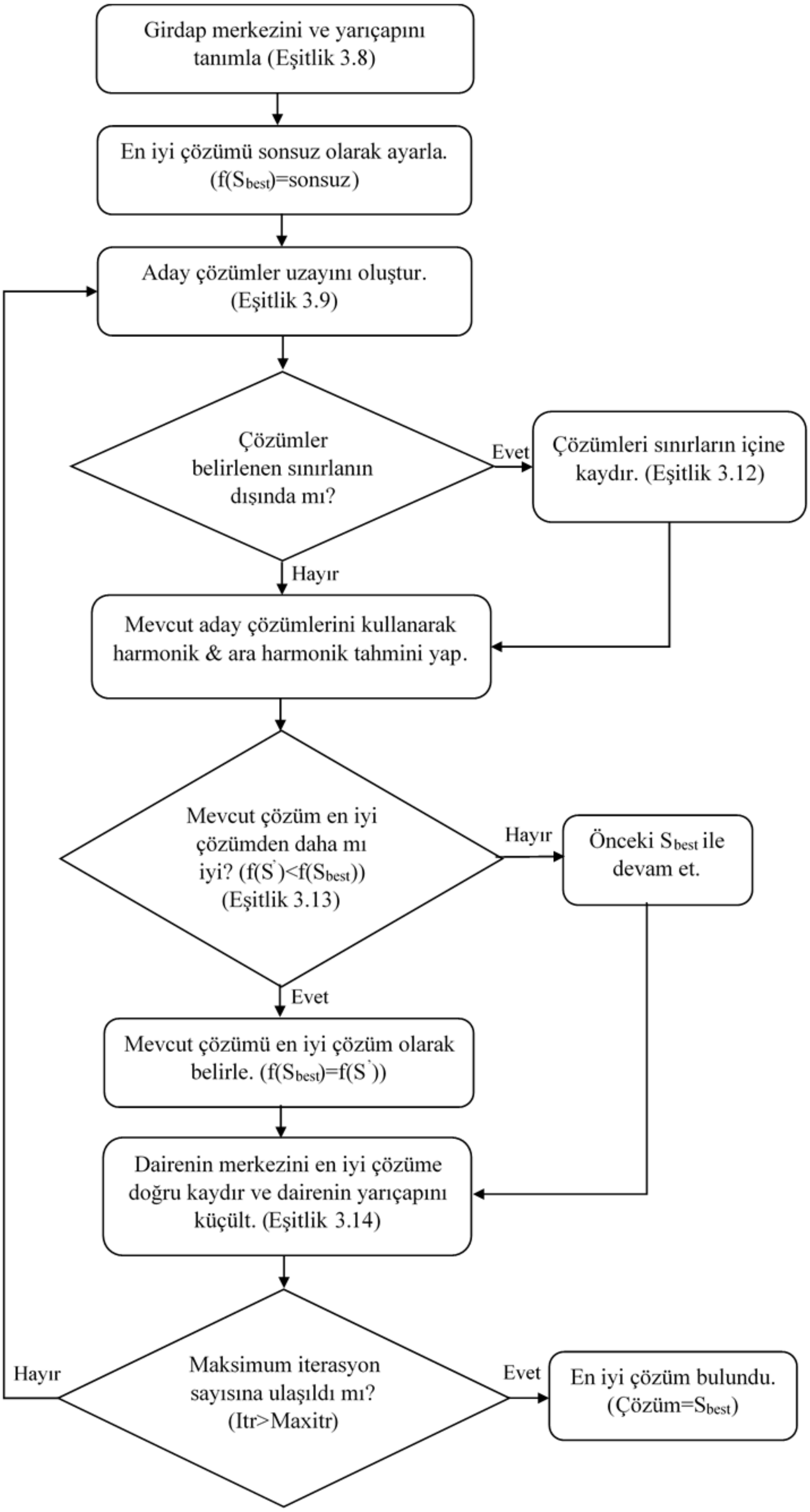
$$\theta_N \ = tan^{-1}\left(\frac{\theta_{2N}}{\theta_{2N-1}}\right) \tag{3.16}$$

$$B_{dc} = \theta_{2N+1} \tag{3.17}$$

$$b_{dc} = \left(\frac{\theta_{2N+2}}{\theta_{2N+1}}\right) \tag{3.18}$$



Şekil 3.1. Çözüm uzayı içerisinde girdap oluşturan çemberlerin yerleşimleri [40]



Şekil 3.2. Güç sistemlerinde harmonik tahmini için GAA'nın akış şeması

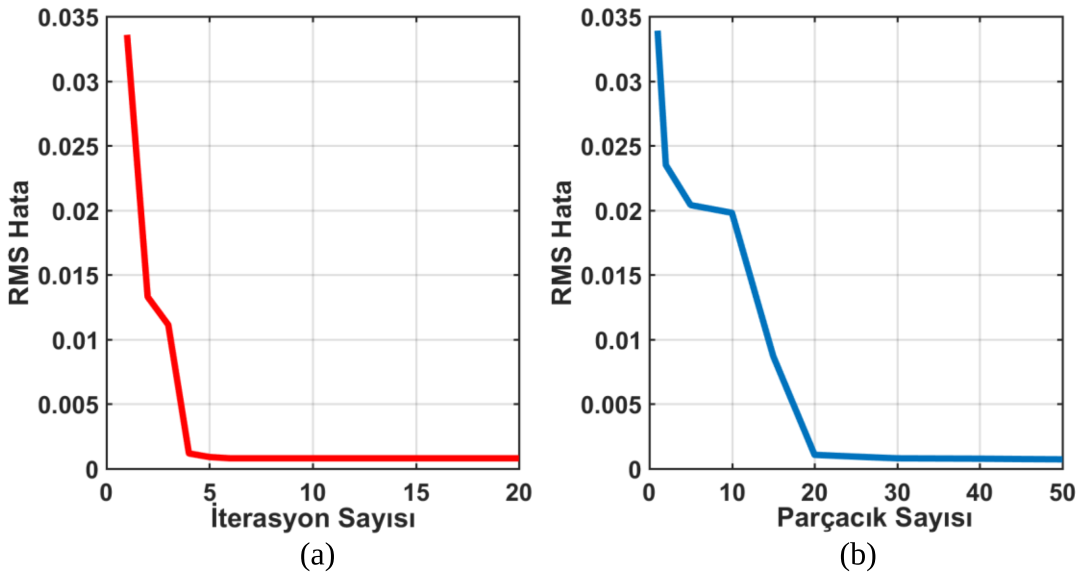
3.3. Simulasyon Sonuçları

GAA algoritmasının harmonik analizdeki performansını test etmek ve literatürde listelenen diğer algoritmalar ile karşılaştırmak için, literatürde bildirilen EAO akımlarını temsil eden doğrusal olmayan harmonikler ve araharmonikler içeren bir sentetik sinyal oluşturulmuştur [6, 19-22]. Karşılaştırmanın tam yapılabilmesi için [6, 19-22] referanslarında verilen sinyalin aynısı kullanılmıştır. Sinyal modeli, literatürde kullanılan model ile aynıdır ve eşitlik (3.19)'da gösterilmiştir. Bu sinyal modelinde, tüm genliklerin birimleri (p.u.) değerlerindedir, temel frekans 50Hz'dir ve örnekleme frekansı da 2kHz seçilmiştir. (3.19)'da $\mu(t)$=0.01$rand(t)$ olan, varyansı bir olan ve sıfır ortalaması ile normal dağılıma sahip % 1'lik rastgele bir gürültüdür (ilave beyaz Gauss Gürültüsü – AWGN). (3.19)'daki üstel terim, sinyalin zamandaki değişimini temsil eder.

$$y[t] = 1{,}5\,sin(2\pi f_1 t + 80^0) + 0{,}5\,sin(2\pi f_3 t + 60^0) + 0{,}2\,sin(2\pi f_5 t + 45^0) + 0{,}15\,sin(2\pi f_7 t + 36^0) + 0{,}1\,sin(2\pi f_{11} t + 30^0) + 0{,}5\,exp(-5t) + \mu[k] \quad (3.19)$$

Önerilen GAA'nın verimliliğini göstermek için, algoritma MATLAB benzetim ortamında 50 kez Monte Carlo benzetim ortamında çalıştırılmış ve frekans bileşenlerinin tahmininde genliklerin ve fazların ortalama değerleri kaydedilmiştir. Bu hesaplamalar için kullanılan bilgisayar Windows 10 işletim sistemine, 2.40 GHz Intel CPU ve 8 GB RAM'e sahiptir. Harmonik yakınsama performansının sonuçlarını diğer çalışmalarla karşılaştırmak için analizlerde (3.19)'daki sentetik sinyal kullanılmıştır.

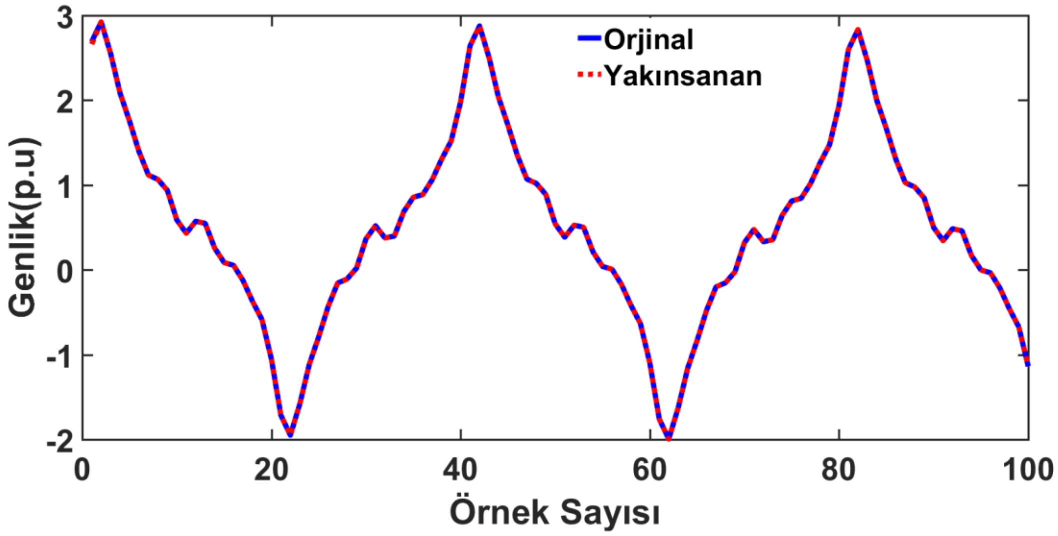
Algoritma, parçacık boyutu seçiminin ve sonuçtaki iterasyon sayısının etkisini incelemek için AWGN olmadan birçok kez çalıştırılmıştır. Şekil 3.3(a) 'da görülebileceği gibi, iterasyon sayısı (Eşitlik 3.14'deki t parametresi) 20'ye kadar arttırılmıştır. Ancak, gerçek ve tahmini sinyal arasındaki RMS hatasının, 5. iterasyondan önce önemli ölçüde azaldığı ve bu noktadan sonra az bir değişikliğin olduğu görülmektedir. Bu nedenle, bu çalışmada iterasyon sayısı 5 seçilmiştir. Optimum parçacık sayısını elde etmek için de benzer analiz yapılmıştır. Şekil 3.3(b) 'de görülebileceği gibi parçacıkların sayısı 5 ile 50 arasında değişirken, gerçek ve tahmini sinyal arasındaki RMS hatasının parçacıkların sayısı 25'e ulaşana kadar azaldığı ve bu noktadan itibaren önemsiz olduğu görülmektedir. Bu nedenle, bu çalışmada, parçacık sayısı 25 olarak seçilmiştir, çünkü yüksek parçacık sayısı zaman ve kaynak israfına sebep olacaktır. Ayrıca GAA'nın çözüm uzayında etkili aday çözümler oluşturabilmesi için başlangıçta problem kısıtları girilmiştir. Problem kısıtları olarak her bir harmonik veya araharmonik genliklerinin minimum ve maximum değerleri sırasıyla 0 ve 2 olarak seçilmiştir. Bu durumda eşitlik (3.8)'deki upperlimit değeri 2'ye; lowerlimit değeri ise 0'a eşittir.



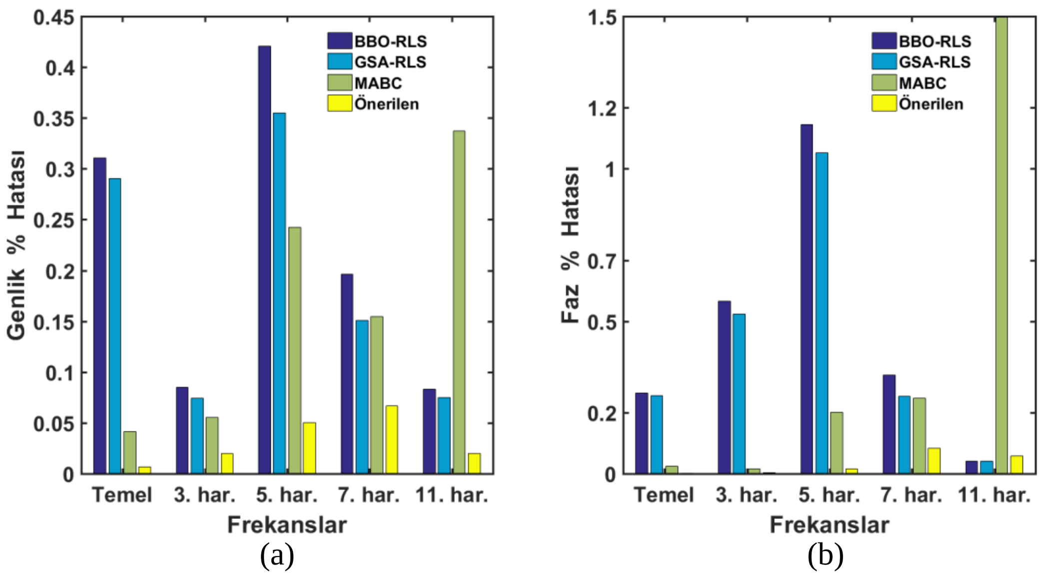
Şekil 3.3. AWGN olmayan şartlarda (3.19) 'da kullanılan gerçek ve tahmini sinyal arasında RMS hatası, (a) iterasyon sayısı, (b) parçacık sayısı

3.3.1. Deney 1

Önerilen tahmin algoritması başlangıçta (3.19)'da verilen sinyalin üzerinde AWGN olmayan durumda test edilmiş ve gerçek sinyal ile yakınsanan sinyal sonucu Şekil 3.4'te gösterilmiştir. Bu şekle göre, yakınsanan sinyal gerçek sinyal ile birebir örtüşmektedir. Önerilen algoritmanın genlik ve faz tahmin sonuçları literatürde bildirilen en iyi sonuçlara sahip yöntemlerle karşılaştırılmıştır ve bunlar Şekil 3.5'te ve Çizelge 3.1'de listelenmiştir. Çizelge 3.1'de F, A, P ve E, sırasıyla frekans, genlik, faz ve gerçek değer ve tahmini değer arasındaki yüzde hatayı temsil etmektedir. Çizelge 3.1'de rapor edilen hesaplama zamanları incelendiğinde, önerilen algoritmanın hesaplama süresi literatürdeki diğer yöntemlerden çok daha düşüktür (0,3118 saniye) olduğu görülmüştür ve diğer algoritmalardan daha az yüzde hata değerine sahiptir.



Şekil 3.4. AWGN olmayan durumda önerilen yöntemle gerçek ve tahmini çıkış sinyalleri

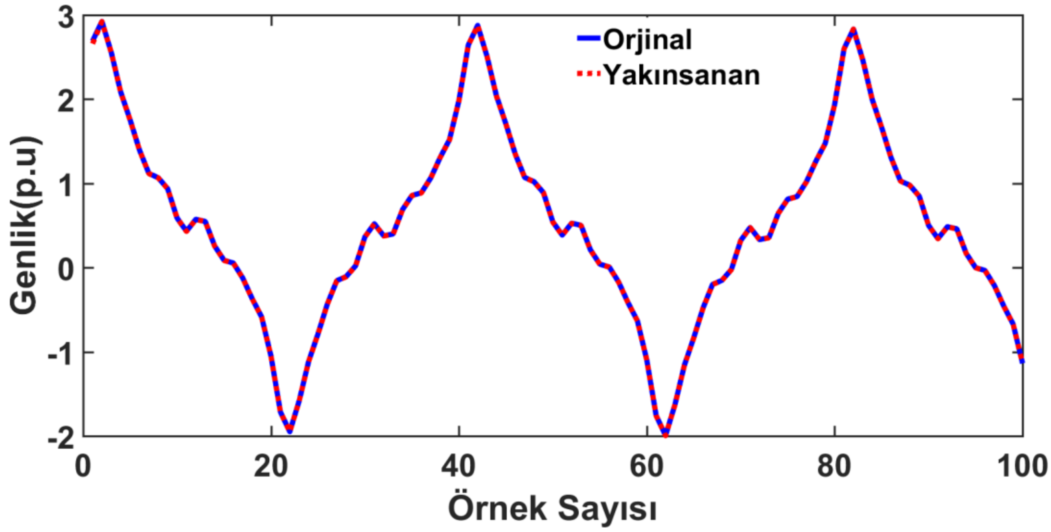


Şekil 3.5. AWGN'siz durumda, (3.19)'daki sentetik sinyal için önerilen yöntem ile ve literatürdeki diğer yöntemlerin [19, 21, 22] hata sonuçlarının çubuk grafiği ile gösterilmesi, (a) genlikler, (b) fazlar

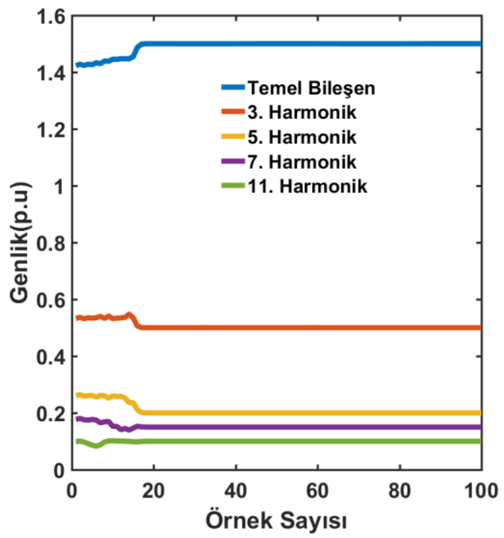
Çizelge 3.1. AWGN’nin olmadığı durumda (3.19)’daki sentetik sinyal için önerilen yöntemin sonuçlarının literatürdeki diğer yöntemlerin [19, 21, 22] sonuçları ile karşılaştırılması

Algoritmalar	Parametreler	Temel	3.	5.	7.	11.	Zaman(s)
Gerçek Değerler	F (Hz) A (V) P (°)	50 1,5 80	150 0,5 60	250 0,2 45	350 0,15 36	550 0,1 30	-
BBO-RLS [19]	A (V) E (%) P (°) E (%)	1,4953 0,3104 79,7888 0,2640	0,5004 0,0850 59,41 0,5661	0,2008 0,4203 45,153 1,1452	0,1490 0,1960 36,116 0,3238	0,0999 0,0830 30,012 0,0415	5,852
GSA-RLS [21]	A (V) E (%) P (°) E (%)	1,4956 0,2905 79,7960 0,2550	0,5003 0,0745 59,686 0,5225	0,2007 0,3550 45,473 1,0525	0,1497 0,1505 36,091 0,2535	0,0999 0,0750 30,012 0,0405	5,6545
MABC [22]	A (V) E (%) P (°) E (%)	1,5006 0,0412 80,0187 0,0234	0,4997 0,0553 60,009 0,0164	0,1995 0,2421 45,090 0,2010	0,1498 0,1548 36,089 0,2485	0,1003 0,3370 29,551 1,4965	1,0110
Önerilen	A (V) E (%) P (°) E (%)	1,4999 0,0066 80,001 0,00063	0,4999 0,02 60,002 0,003	0,1999 0,05 44,993 0,0157	0,1499 0,0666 35,9701 0,0830	0,1000 0,02 29,9827 0,0576	0,3118

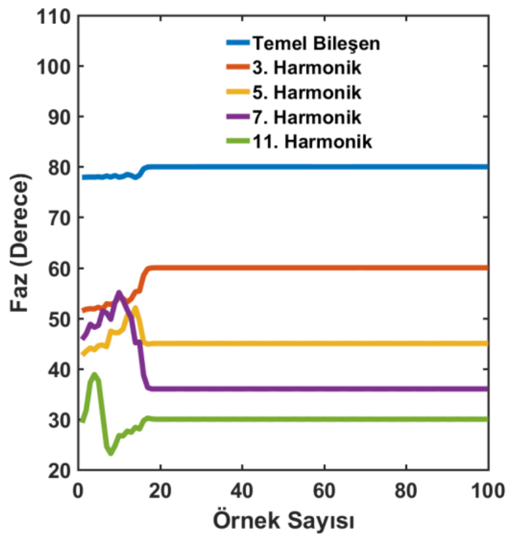
GAA'nın gürültülü koşullardaki performansını test etmek için (3.19)’daki sentetik sinyale sırasıyla 40 dB, 20 dB ve 10 dB SNR'lik gürültü eklenmiştir. SNR’lik gürültüler matlabda awgn($\mu(t)$,SNRdeğeri, ‘measured’) fonksiyonu ile eklenir. Sinyale 40 dB SNR’lik gürültü eklendiğinde, Şekil 3.6(a)’da gösterildiği gibi yakınsanan sinyal gerçek sinyalle tam olarak örtüşmektedir. 20 dB ve 10 dB SNR'de ise Şekil 3.7(a) ve 3.8(a)’da görüldüğü üzere küçük bozulmalar meydana gelmektedir. Genlik tahminleri incelendiğinde de Şekil 3.6(b), 3.7(b) ve 3.8(b)’de görüldüğü gibi 40 dB, 20 dB ve 10 dB SNR gürültüden sonuçların neredeyse etkilenmediği izlenmiştir. Faz tahmini için, Şekil 3.6(c), 3.7(c) ve 3.8(c), 10 dB SNR'de gerçek değer etrafında küçük dalgalanmalar olmasına rağmen, 40 dB ve 20 dB SNR değerlerinde doğru değerler yakalanmıştır. Sonuçlar, gürültüdeki artışın sistemin performansını olumsuz yönde etkilemesine rağmen, önerilen algoritmanın, harmoniklerin gerçek genlik ve faz değerlerini yaklaşık 20 örnekte yakaladığı görülmektedir. Bu da örnekleme frekansının (f_s) 2kHz seçilmesinden dolayı 0,01sn’ye denk gelmektedir.



(a)

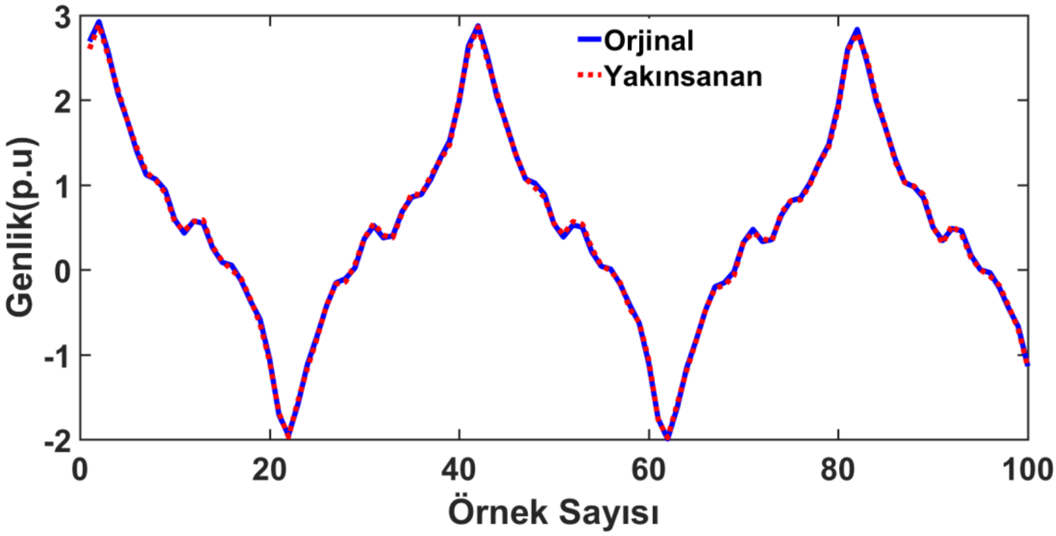


(b)

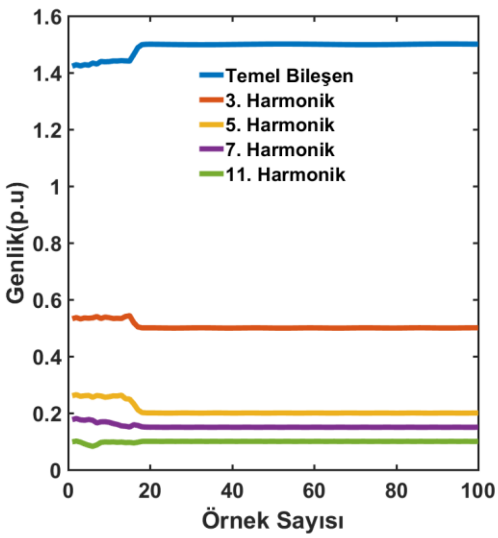


(c)

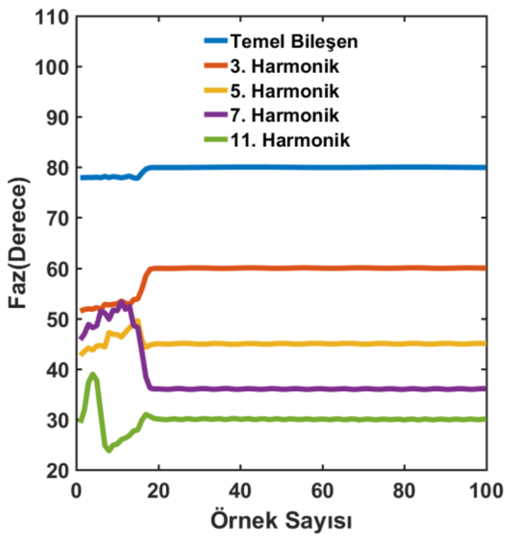
Şekil 3.6. 40dB SNR'de (a) 2kHz örnekleme frekansına sahip gerçek ve tahmini sinyaller, (b) tüm harmoniklerin tahmin edilen genlikleri, (c) tüm harmoniklerin tahmin edilen fazları



(a)

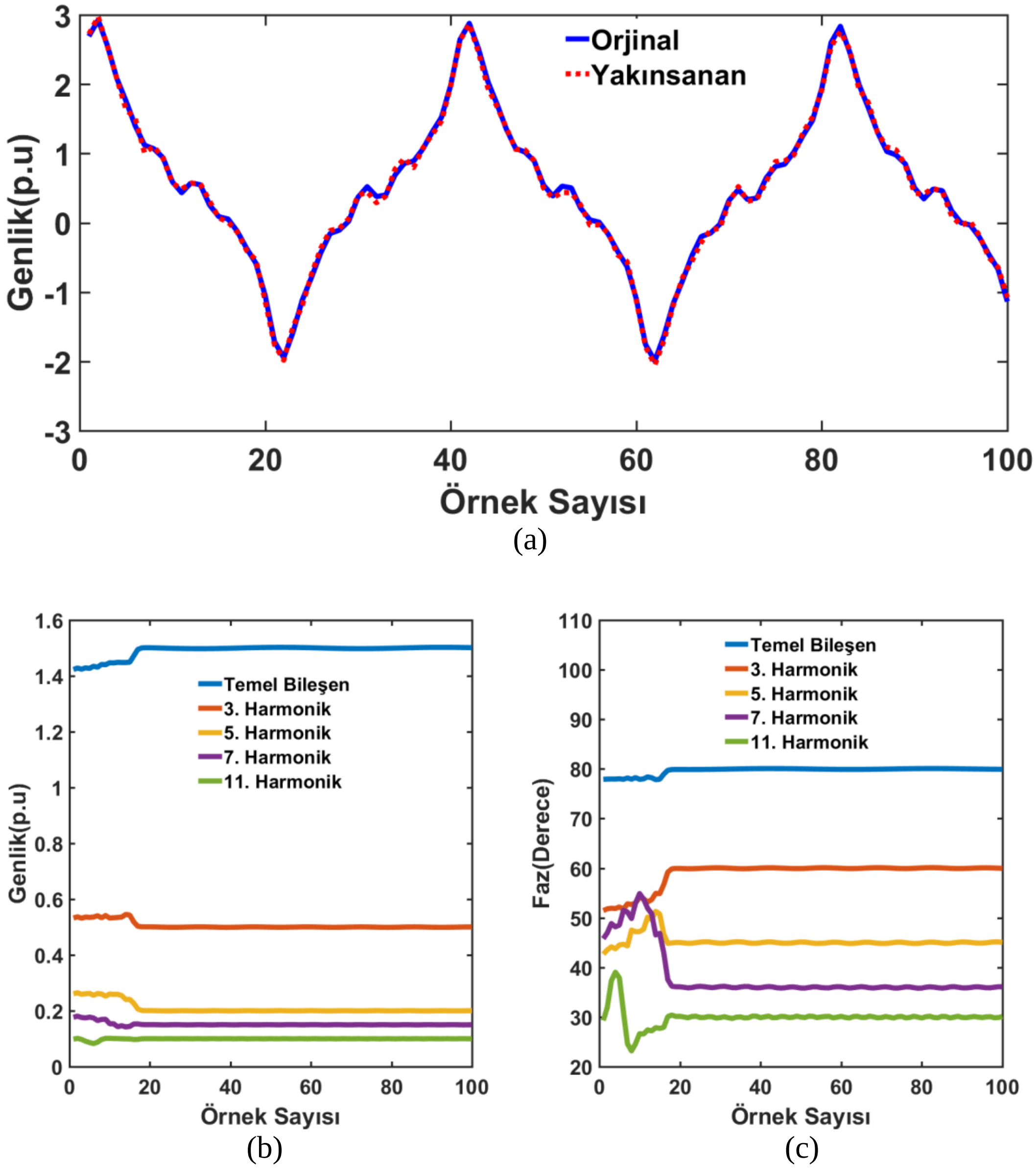


(b)



(c)

Şekil 3.7. 20dB SNR'de (a) 2kHz örnekleme frekansına sahip gerçek ve tahmini sinyaller, (b) tüm harmoniklerin tahmin edilen genlikleri, (c) tüm harmoniklerin tahmin edilen fazları



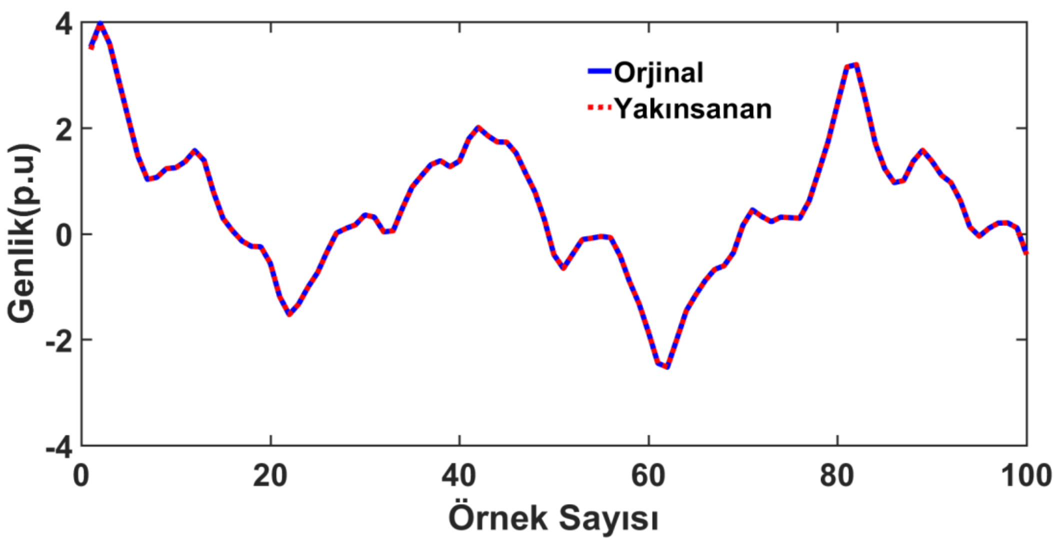
Şekil 3.8. 10dB SNR'de (a) 2kHz örnekleme frekansına sahip gerçek ve tahmini sinyaller, (b) tüm harmoniklerin tahmin edilen genlikleri, (c) tüm harmoniklerin tahmin edilen fazları

3.3.2. Deney 2

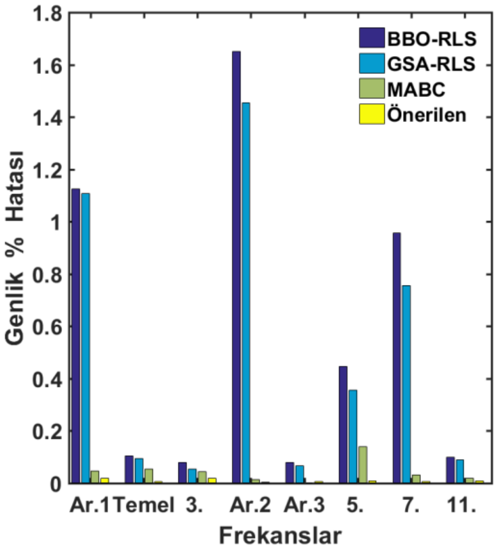
Önerilen algoritmanın performansını araharmoniklerin var olduğu sinyallerde test etmek için, (3.19)'daki eşitliğe 20Hz'de 180Hz'de ve 230Hz'de genlikleri sırasıyla 0,505, 0,25 ve 0,35 p.u; fazları sırasıyla 75^0, 65^0 ve 20^0olan araharmonikler eklenmiş ve (3.20)'deki sentetik sinyal oluşturulmuştur.

$$y[t] = 0{,}505\,sin(2\pi f_{sub}t + 75^0) + 1{,}5\,sin(2\pi f_1 t + 80^0) + 0{,}5\,sin(2\pi f_3 t + 60^0) + 0{,}25\,sin(2\pi f_{inter1}t + 65^0) + 0{,}35\,sin(2\pi f_{inter2}t + 20^0) + 0{,}2\,sin(2\pi f_5 t + 45^0) + 0{,}15\,sin(2\pi f_7 t + 36^0) + 0{,}1\,sin(2\pi f_{11} t + 30^0) + 0{,}5\,exp(-5t) + \mu[k] \qquad (3.20)$$

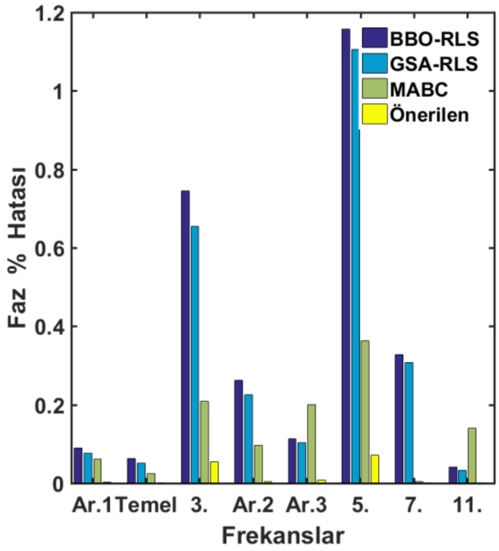
Önceki bölümde olduğu gibi, önerilen yöntemi literatürdeki yöntemler ile karşılaştırabilmek için GAA başlangıçta gürültünün olmadığı durumda çalıştırılmıştır. Orijinal sinyal ile yakınsanan sinyal Şekil 3.9'da gösterilmiştir. Şekil 3.9'a göre, tahmin edilen sinyalin AWGN'nin olmadığı durumda gerçek sinyali tam olarak oluşturulabildiği gözlemlenmektedir. Her bir harmonik ve araharmonik için genlik ve faz tahmin değerleri ve yüzde hatası önerilen yöntem ve literatürde listelenen en yeni yöntemlerle karşılaştırılmış olup Şekil 3.10 ve Çizelge 3.2'de gösterilmiştir. Şekil 3.10 ve Çizelge 3.2'deki sonuçlara göre önerilen algoritmanın daha az işlem süresine (0,4395 saniye) ve harmoniklerin ve ara-harmonik genlik ve faz tahmininde daha az hata oranına sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 3.9. AWGN olmayan durumda (3.20)'de verilen harmonik ve araharmonikleri içeren gerçek ve tahmini sinyal



(a)



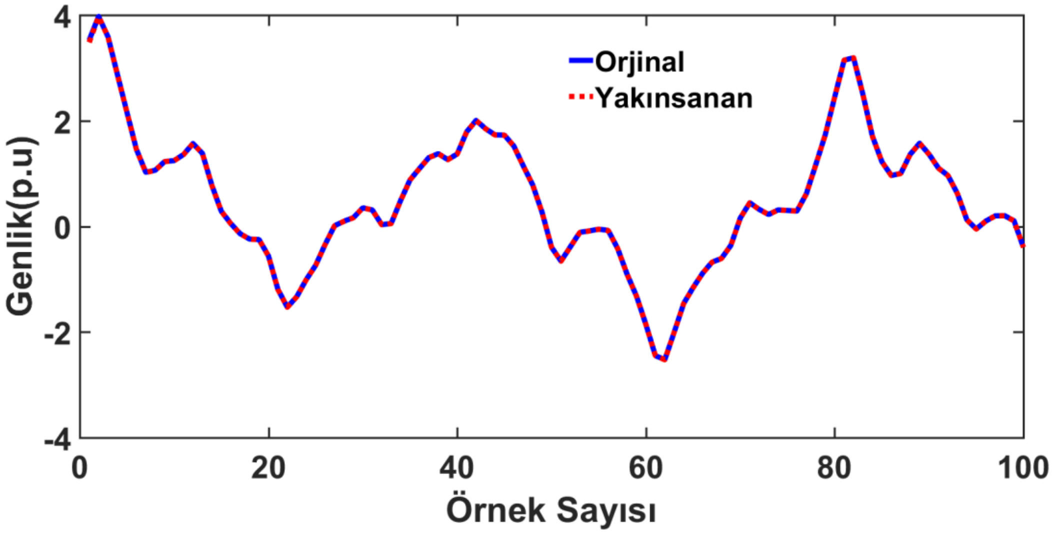
(b)

Şekil 3.10. AWGN'siz durumda, (3.20)'deki sentetik sinyal için önerilen yöntemle ve literatürdeki diğer yöntemlerin [19, 21, 22] hata sonuçlarının çubuk grafiği ile gösterilmesi, (a) genlikler, (b) fazlar

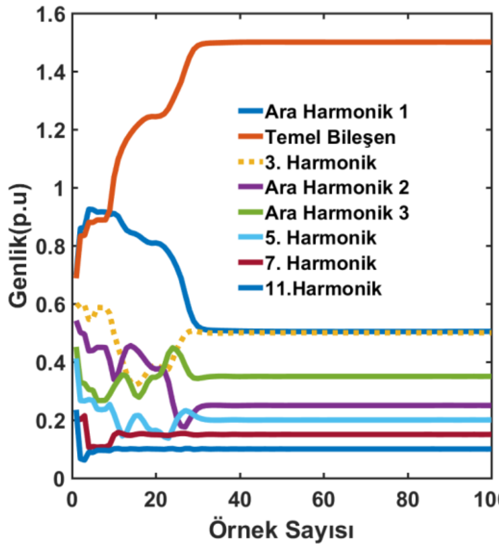
Daha sonra, (3.20)'deki eşitliğe sırasıyla 40dB, 20dB ve 10dB SNR'lik gürültü eklenerek frekans analizi devam ettirilmiştir. 40dB SNR'lik gürültünün var olduğu durumda Şekil 3.11(a)'da gösterildiği gibi yakınsanan sinyal gerçek sinyal ile çakışmaktadır. SNR değeri 20 dB veya 10 dB'e düşürüldüğünde Şekil 3.12(a) ve 3.13(a)'daki gibi tahmin edilen sinyal gerçek sinyali nispeten düşük bir hata oranıyla başarılı bir şekilde yakalayabilmiştir. Harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik kestirimi incelendiğinde, Şekil 3.11(b) ve 3.12 (b)'de görüldüğü üzere 40 dB ve 20 dB SNR gürültüdeki genlik tahminleri gerçek değerlerle eşleşirken; 10dB SNR'da genliklerin yakınsamasında Şekil 3.13(b)'de görüldüğü gibi hafif bozulmalar veya salınımlar oluşmuştur. Benzer bir durum fazların yakınsamasında da gözlenmektedir. 40 dB SNR durumunda, tahmin edilen fazlar, Şekil 3.11(c)'de görüldüğü gibi gerçek değerlerine karşılık gelirken, Şekil 3.12(c) ve 3.13(c)'de olduğu gibi, SNR değeri sırasıyla 20 dB ve 10dB'ye düşürüldüğünde yakınsamalarda bozulmalar izlenmiştir. Ortaya çıkan sonuçlar göstermektedir ki değişen gürültü seviyeleri sistemin performansını etkilemesine rağmen, önerilen algoritmanın harmoniklerin ve araharmoniklerin gerçek genlik ve faz değerlerine hızla yaklaştığı görülmektedir. Genlik ve faz değerleri gerçek değerlerine yaklaşık 35 örnekte (örnekleme frekansının 2kHz olduğu durumda), yani 0,0175 saniyede ulaşmıştır.

Çizelge 3.2. AWGN'nin olmadığı durumda (3.20)'deki harmonik ve araharmonik içeren sentetik sinyal için önerilen yöntem sonuçlarının literatürdeki diğer yöntemlerin [19, 21, 22] sonuçlarıyla karşılaştırılması

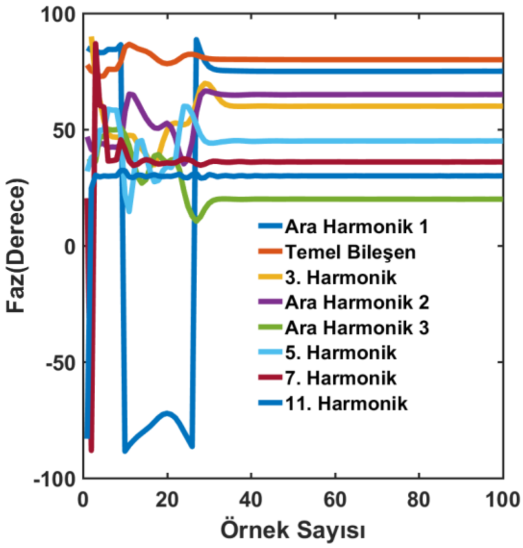
Algoritmalar	Parametreler	Inter-1	Temel	3.	Inter-2	Inter-3	5.	7.	11.	Zaman (s)
Gerçek Değerler	F (Hz) A (V) P (°)	20 0,505 75	50 1,5 80	150 0,5 60	180 0,25 65	230 0,35 20	250 0,2 45	350 0,15 36	550 0,1 30	-
BBO-RLS [19]	A (V) E (%) P (°) E (%)	0,493 1,125 74,92 0,090	1,4984 0,1045 79,950 0,0625	0,500 0,079 59,23 0,745	0,245 1,655 65,17 0,262	0,349 0,079 19,98 0,113	0,201 0,445 45,52 1,157	0,149 0,956 36,12 0,328	0,099 0,100 30,01 0,041	6,7525
GSA-RLS [21]	A (V) E (%) P (°) E (%)	0,494 1,107 74,94 0,076	1,4985 0,0945 79,959 0,0515	0,500 0,055 59,61 0,655	0,203 1,454 65,02 0,226	0,350 0,066 19,98 0,104	0,201 0,355 45,50 1,106	0,150 0,756 36,12 0,308	0,099 0,090 30,01 0,033	6,1575
MABC [22]	A (V) E (%) P (°) E (%)	0,505 0,047 74,95 0,062	1,5008 0,0530 79,980 0,0250	0,499 0,044 60,13 0,209	0,250 0,013 64,94 0,096	0,350 0,001 20,04 0,200	0,120 0,138 45,16 0,364	0,150 0,031 36,00 0,004	0,100 0,018 29,96 0,140	1,4860
Önerilen	A (V) E (%) P (°) E (%)	0,505 0,002 75,01 0,0018	1,4999 0,0066 80,001 0,0016	0,499 0,02 60,03 0,055	0,249 0,004 65,01 0,005	0,35 0,005 19,99 0,007	0,201 0,01 44,996 0,072	0,149 0,007 35,996 0,001	0,099 0,01 29,997 0,001	0,4395



(a)

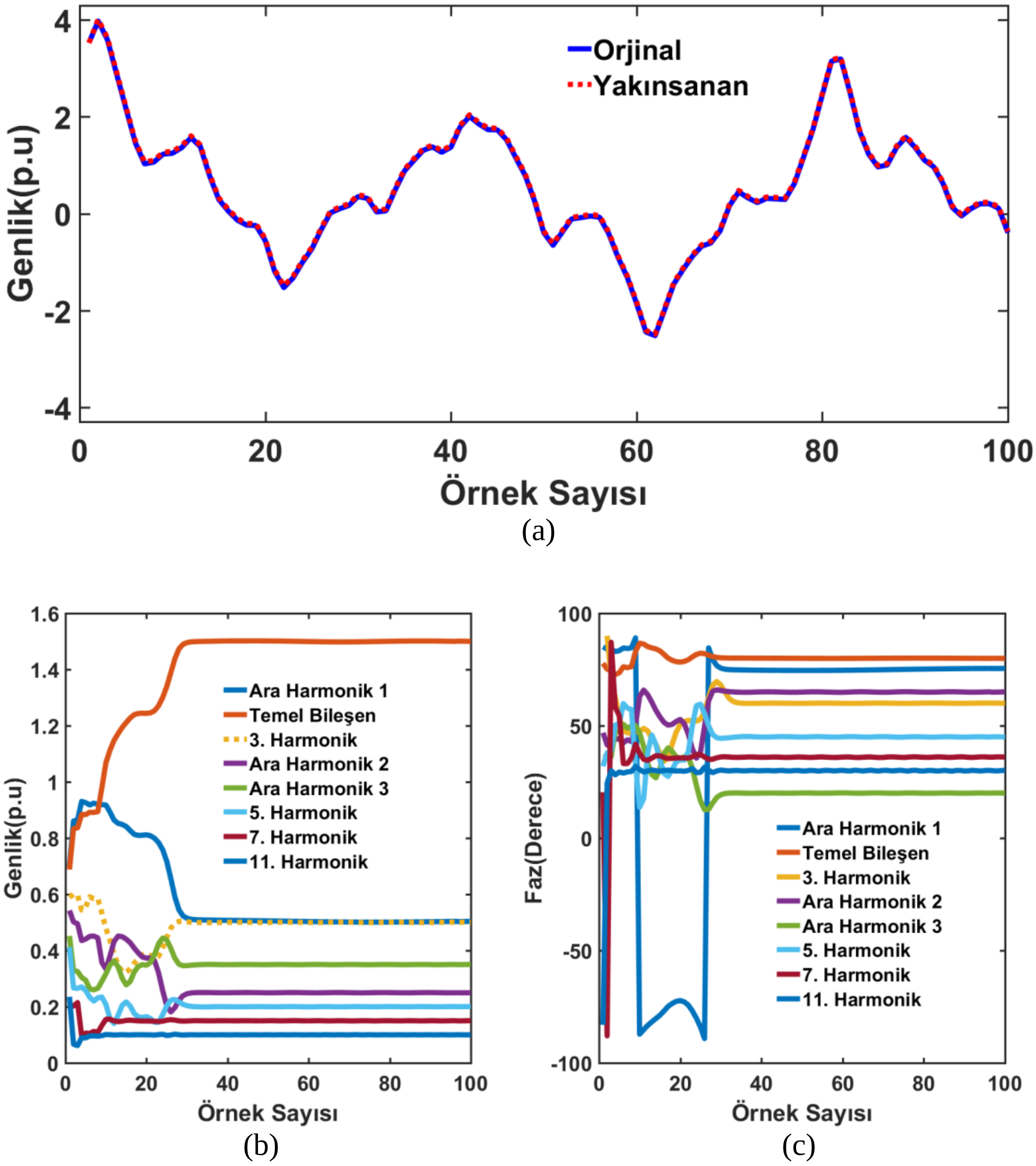


(b)

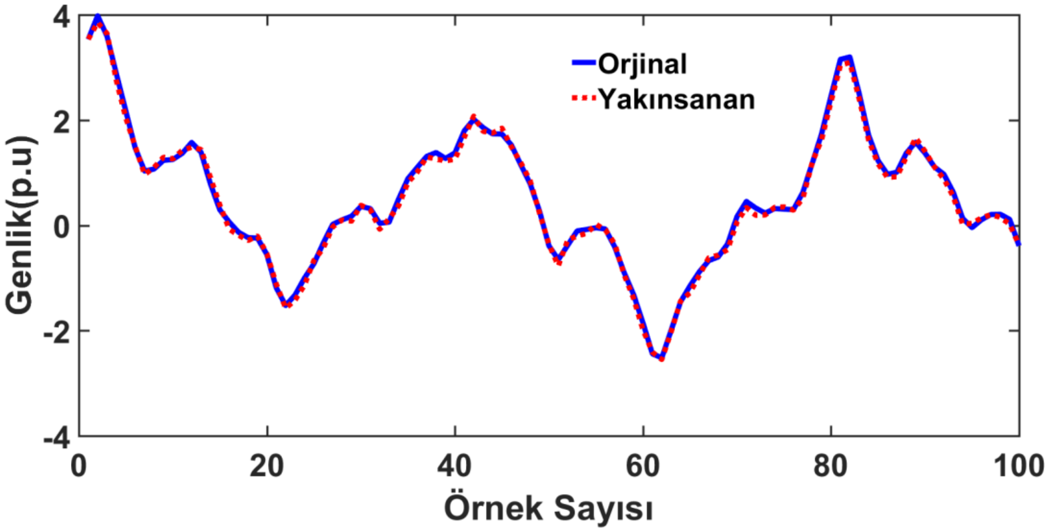


(c)

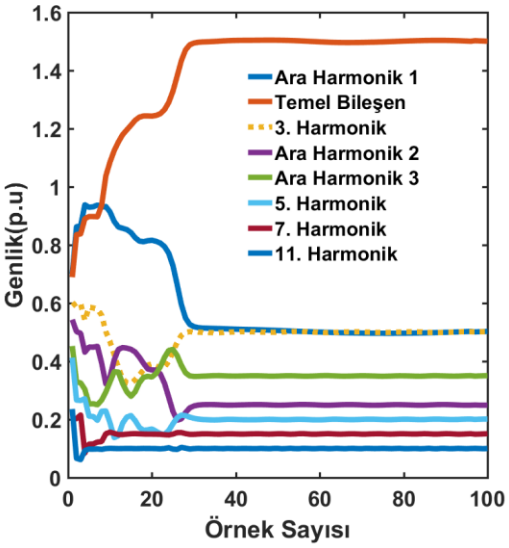
Şekil 3.11. 40 dB SNR ile (3.20) 'de verilen (a) 2kHz örnekleme frekansına sahip gerçek sinyal ve tahmini çıkış sinyali, (b) harmoniklerin ve araharmoniklerin tahmin edilen genlikleri, (c) harmoniklerin ve araharmoniklerin tahmin edilen fazları



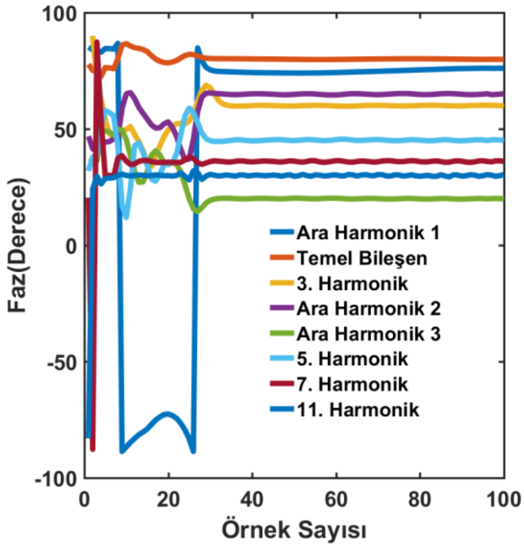
Şekil 3.12. 20 dB SNR ile (3.20) 'de verilen (a) 2kHz örnekleme frekansına sahip gerçek sinyal ve tahmini çıkış sinyali, (b) harmoniklerin ve araharmoniklerin tahmin edilen genlikleri, (c) harmoniklerin ve araharmoniklerin tahmin edilen fazları



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.13. 10 dB SNR ile (3.20) 'de verilen (a) 2kHz örnekleme frekansına sahip gerçek sinyal ve tahmini çıkış sinyali, (b) harmoniklerin ve araharmoniklerin tahmin edilen genlikleri, (c) harmoniklerin ve araharmoniklerin tahmin edilen fazları

3.4. GAA'nın Spektral Kestirimindeki Performans Analizi

(3.21)'de tanımlanan performans indeksi (ζ), önerilen algoritmanın performansını literatürde verilen diğer yöntemlerle karşılaştırmak için kullanılmıştır.

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^{N}(y[k] - y_{tahmin}[k])^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2[k]} \times 100 \qquad (3.21)$$

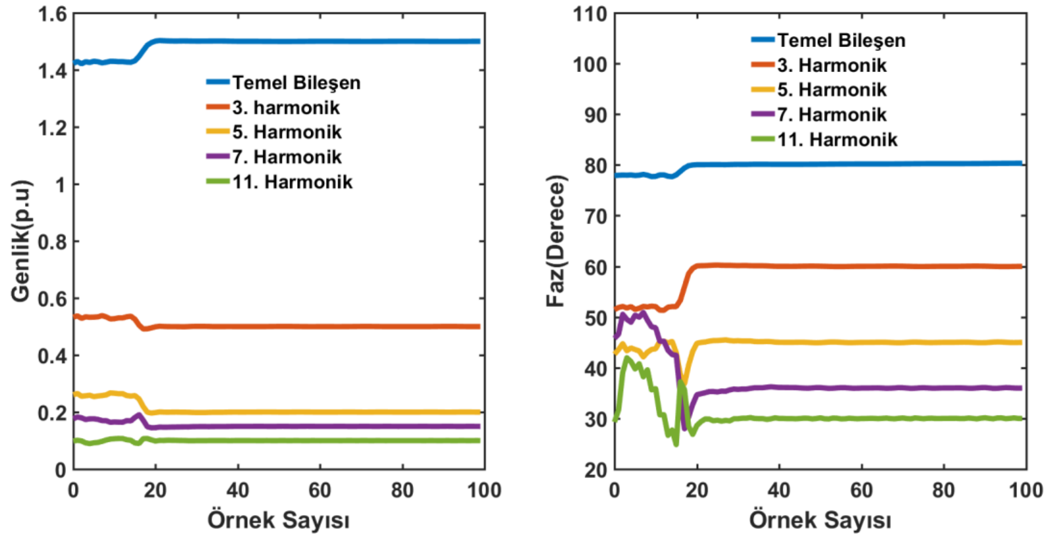
(3.21)'de, $y[k]$ orijinal sinyal, $y_{tahmin}[k]$ tahmin edilen çıkış sinyali ve N örnek sayısıdır. Çizelge 3.3'de önerilen yöntemin performans indeksinin literatürdeki diğer son yöntemlerle karşılaştırılmasını göstermektedir. Sonuçlara göre, GAA özellikle gürültü seviyesi arttırıldığında, diğer yöntemlerden daha iyi bir performans indeksine sahiptir.

Çizelge 3.3. GAA'nın performans endeksinin literatürdeki diğer son yöntemlerle karşılaştırılması

Algoritmalar	Performans Endeksi, ζ (%)		
	10dB SNR	20dB SNR	40dB SNR
BBO-RLS [19]	3,8555	0,5735	0,0750
GSA-RLS [21]	3,6525	0,5475	0,0652
MABC [22]	0,9536	0,0954	9,5353e-04
Önerilen	0,3266	0,0462	9,28e-4

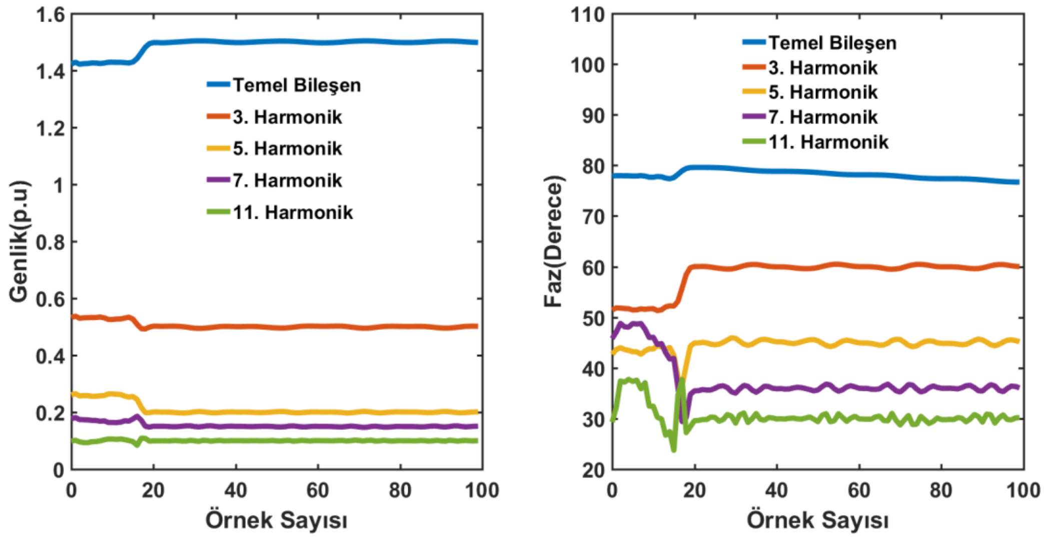
3.5. GAA'nın Frekans Değişimindeki Performansı

Güç sistemlerinde temel frekans her zaman nominal değerinde(50Hz veya 60Hz) değildir. GAA'nın temel frekansın tam olarak 50Hz'de olmadığı durumlardaki performansı test etmek için eşitlik (3.19)'daki sentetik sinyalin temel frekans bileşeni sırasıyla 50.02 ve 49.8 seçilerek harmonikler için genlik ve faz kestirimi yapılmıştır. Şekil 3.14 ve 3.15'de görüldüğü üzere seçilen frekansın nominal değerinden uzaklaştıkça beklenen bir durum olarak GAA'nın genlik ve faz kestirimindeki performansı azalmaktadır. Fakat Şekil 3.14 ve 3.15'deki sonuçlar incelendiğinde GAA faz kestiriminde genlik kestirimine göre daha az başarılıdır. Ortaya çıkan bu durum GAA'nın dezavantajı olarak değerlendirilebilir.



(a) (b)

Şekil 3.14. AWGN olmayan ve temel bileşenin 50,02Hz olduğu durumda GAA ile harmoniklerin (a) genliklerinin kestirimi, (b) fazlarının kestirimi

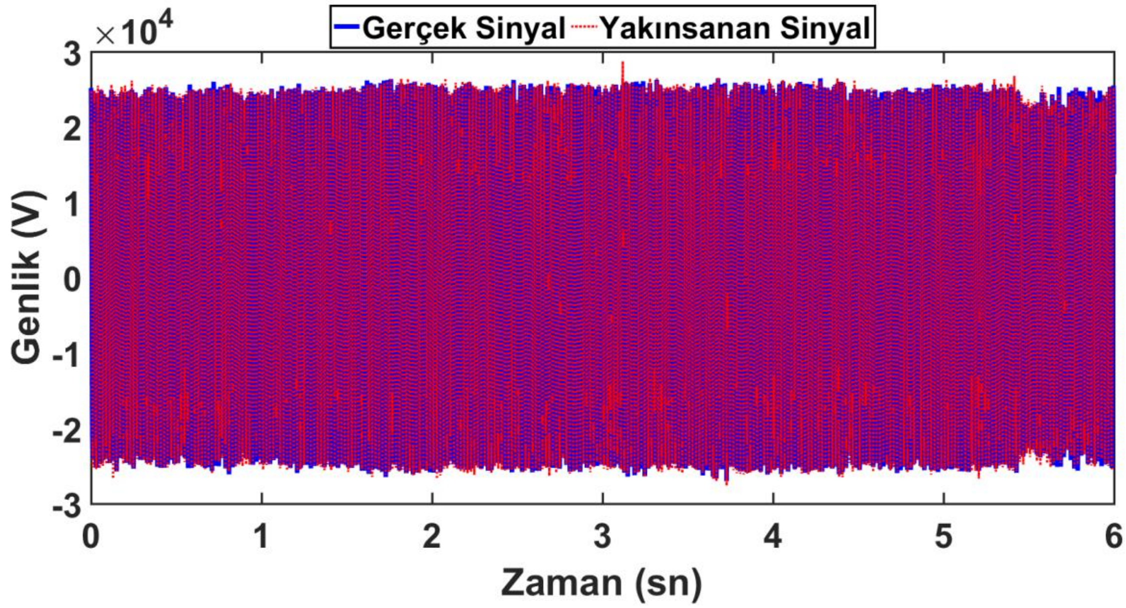


(a) (b)

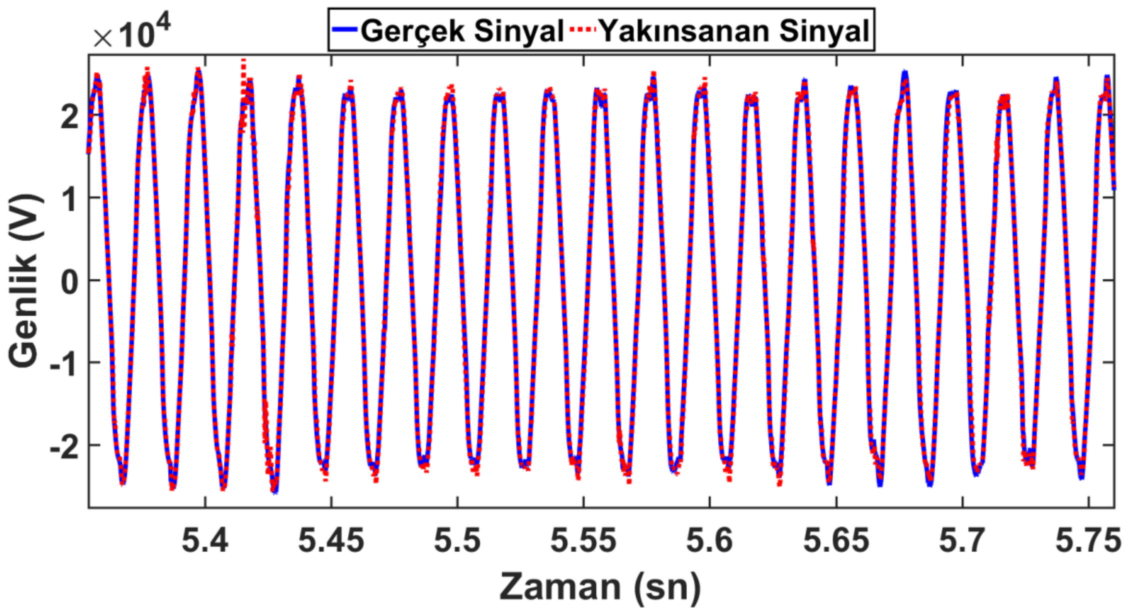
Şekil 3.15. AWGN olmayan ve temel bileşenin 49,8Hz olduğu durumda GAA ile harmoniklerin (a) genliklerinin kestirimi, (b) fazlarının kestirimi

3.6. Saha Verileri Kullanılarak Yapılan Analizler

GAA'nın sahadaki güç sisteminden toplanan gerçek sinyaller üzerindeki performansını test etmek için, elektrik ark ocaklarından (EAO) toplanan akımlar üzerinde önerilen algoritma ile 5Hz çözünürlükte harmonik ve araharmonik analizleri gerçekleştirilmiştir. EAO'lerin, zamanla oldukça değişen harmonik ve araharmonik yükler içerdiği bilinmektedir. Analiz, Milli Güç Kalitesi Projesi'nde geliştirilen güç kalitesi çözümleyicileri kullanılarak, EAO bulunan bir fabrikayı besleyen bir trafo merkezinden elde edilen gerilim verisi üzerinde yapılmıştır [42]. Örnekleme frekansı (f_s) 3,2KHz olan 6 saniyelik ark ocağı gerilim örnekleri kullanılarak önerilen yöntem test edilmiştir. Gerilim seviyesi, Şekil 3.16'te gösterildiği gibi yaklaşık 25 kV AC'dir. Analiz sonuçların geçerliliğini kanıtlamak ve literatüde geçen sık kullanılan bir yöntemle karşılaştırmak amacıyla aynı analizler KF tahmin yöntemi ile de yapılmıştır. Önerilen algoritmanın güçlü olduğunu ve gerçek sistemlerde kullanılabileceğini göstermek için, iterasyonların sayısı ve parçacık büyüklüğü bir seçilmiştir. KF ve GAA'nın harmonik analizinde, başlangıç değerleri 200 ms - DFT alınarak belirlenmiştir. Gerçek sinyal ve önerilen algoritma ile yakınsanan sinyal karşılaştırılıp Şekil 3.16’te gösterilmiştir. Şekil 3.16 incelendiğinde yakınsanan sinyal gerçek sinyali düzgün bir şekilde takip edebilmektedir. Şekil 3.17 (a) ve 3.17 (b) de önerilen yöntemle ve KF yöntemiyle temel frekansın, 2. harmoniğin, 3. harmoniğin, 3. harmoniğin alt grupları (145Hz, 150Hz, 155Hz), 5. harmoniğin ve 11. harmoniğin genlik tahminlerini göstermektedir. Şekil 17'ten GAA ile tahmin edilen genlik değerlerin daha yumuşak (smooth) olduğu açıkça görülmektedir. Önerilen algoritmanın ve KF’nin performans indeksi sırasıyla 0,1276 ve 0,1851 çıkmıştır. Şekil 3.18’da GAA ile KF yöntemi ile kestirilen EAO sinyalinin her bir örnek için gerçek değeri arasındaki mutlak hata gösterilmiştir. Şekil 3.18’da görüldüğü üzere GAA KF’ye göre daha az mutlak hata oranına sahiptir. 6-sn’lik frekans analizi için KF’de hesaplama süresi 15,42sn iken, önerilen algoritmada 11,06sn çıkmıştır. Elde edilen sonuçlara dayanarak, GAA'nın frekans analizinde KF'ye kıyasla daha iyi tahmin performansına sahip olduğunu söylemek mümkündür.

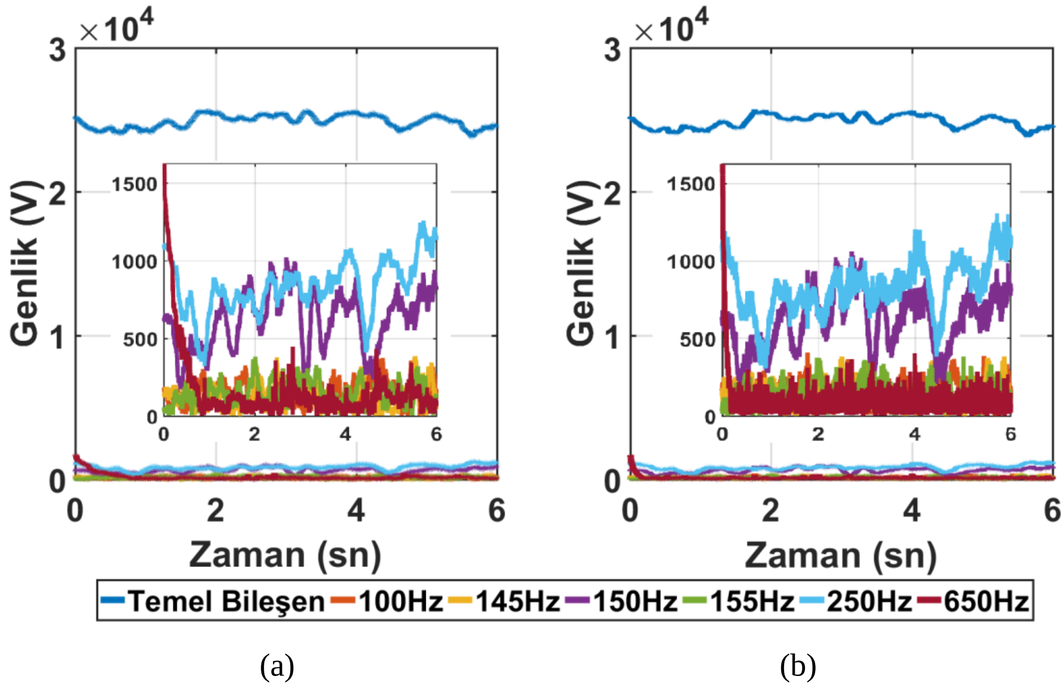


(a)

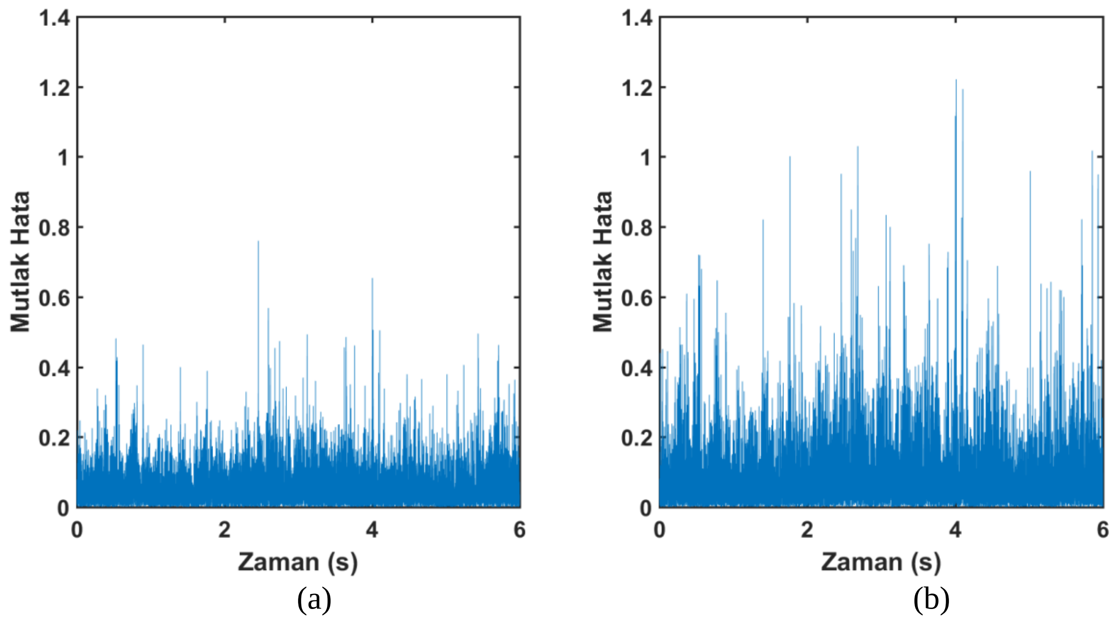


(b)

Şekil 3.16. (a) Orijinal EAO sinyali ve VSA tarafından tahmin edilen çıkış sinyali, (b) yakınlaştırılmış versiyon



Şekil 3.17. Temel bileşenin, 2. harmoniğin, 3. harmoniğin, 3. harmoniğin alt grupları (145Hz, 150Hz, 155Hz), 5. harmoniğin 11. harmoniğin (a) GAA ile yakınsaması, (b) KF metodu ile yakınsaması



Şekil 3.18. Orijinal EAO sinyalinin gerçek değeri ile kestirim yapılan sinyal arasındaki her bir örnek için mutlak hata (a) GAA ile (b) KF metodu

4. GÜÇ SİSTEMLERİNDEKİ HARMONİKLERİN VE ARAHARMONİKLERİN GENLİK KESTİRİMİ İÇİN PERFORMANS SINIRLARI

Bu bölüm tezin ikinci kısımda yapılan çalışmaları anlatmaktadır. Bu kısımda, harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik kestiriminin performans sınırlarının belirlenmesi problemi üzerinde durulmuştur. Ayrıca, herhangi bir kestirim algoritmasının genlik tahmin performansına göre yakınsama süresi tanımlanmıştır ve gösterilmiştir.

Bu bölümde kullanılan matematiksel gösterimler şu şekildedir: Standart harfler skaler büyüklükleri, kalın küçük harfler vektörleri, kalın büyük harfler ise matrisleri temsil etmektedir.

4.1. Problemin Tanımlanması

Bu çalışmada Eşitlik (4.1)'deki sinyal modeli dikkate alınmıştır.

$$y_n = \sum_{m=1}^{M} a_m e^{j(\omega_m n + \phi_m)} + v_n, \quad n = 0, \dots, N-1, \tag{4.1}$$

(4.1)'deki eşitlikte:

- m, karmaşık üslerin indeksini belirtir. Bu çalışmada m. karmaşık üstel aslında m. harmoniği veya araharmoniği temsil etmektedir.
- N örnek sayısıdır. Başka bir ifadeyle harmonik analizde kullanılan pencere uzunluğudur ve $N \in \mathbb{Z}_{>0}$.
- M harmonik ve araharmonik sayısıdır ve $M \in \mathbb{Z}_{>0}, \quad N \geq M$.
- y_n gürültülü ölçümlerdir ve $y_n \in \mathbb{C}, \quad n = 0, \dots, N-1$.
- a_m, değerleri bilinmeyen tahmin edilmesi gereken genliklerdir ve $a_m \in \mathbb{R}_{\geq 0}, m = 1, \dots, M$.
- ω_m değerleri bilinen frekanslar (radian), $\omega_m = \frac{2\pi T_s}{T_m} = \frac{2\pi f_m}{f_s} \in (-\pi, \pi), m = 1, \dots, M$. T_s ve f_s örnekleme periyodunu ve frekansını (Hz); T_m ve f_m m. harmoniğin veya araharmoniğin periyodunu ve frekansını temsil etmektedir.
- $\emptyset_m$ bilinen fazlardır ve $\phi_m \in (-\pi, \pi], m = 1, \dots, M.$,

- v_n bağımsız olarak aynı şekilde dağıtılmış ölçüm gürültüsü örnekleridir. Sıfır ortalama ve bilinen bir varyans (σ_v^2) ile dairesel simetrik karmaşık normal dağılım ile dağıtılmıştır. $v_n \sim \mathbb{C}N(v_n; 0, \sigma_v^2),\ n = 0, \dots, N-1$.

Genlik kestirim algoritmalarındaki amaç, gürültülü ölçümlerden, $\{y_n\}_{n=0}^{N-1}$, genlikleri, $\{a_m\}_{m=1}^{M}$, tahmin etmektir. Monte Carlo benzetim yöntemiyle farklı gürültüler, $\left\{v_n^{(k)}\right\}_{n=0}^{N-1}$ oluşturularak, farklı gürültülü ölçüm sinyalleri, $\{y_n\}_{n=0}^{N-1}$ elde edilebilir. Üst simge (k), ölçüm gürültüsü gerçekleşme indeksidir ve k=*1*,…,*K*. *K* ise Monte Carlo tekrar sayısıdır.

Örneğin, *k*. gürültülü ölçümlerini $\left\{y_n^{(k)}\right\}_{n=0}^{N-1}$ tanımlarsak, bu ölçüm gürültüsüne göre genlik kestirimi de $\left\{\tilde{a}_m^{(k)}\right\}_{m=1}^{M}$'dir. Genlik kestirim algoritmaları ile tahmin edilen *m*. harmoniğin veya araharmoniğin ortalama kare hatası (MSE) eşitlik (4.2)'de gösterilmiştir.

$$MSE_m(N) \triangleq \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\hat{a}_m^{(k)}(N) - a_n\right)^2 \tag{4.2}$$

Genellikle bir tahmin algoritmasının MSE'sinin *N* sayısı arttıkça azalması beklenir. Fakat aşağıda anlatılacağı gibi, herhangi bir genlik tahmini algoritması için bu durum geçerli olmayabilir. Özellikle, MSE'lerin genel eğilimi azalma yönünde olsa bile, *N* arttıkça MSE'lerda zaman zaman küçük artışlar gözlemlenebilir.

Bu çalışmada, bir harmonikler ve araharmonikler için genlik kestirim algoritmasının yakınsama süresi, N_m^c, şöyle tanımlanmıştır:

Tanım 1. m. harmonik veya araharmonik için bir genlik kestirim algoritmasının yakınsama süresi(N_m^c), m. harmoniğin veya araharmoniğin genlik kestirim algoritmasındaki MSE'lerin istenilen MSE'den (σ_d^2) daha az veya ona eşit yapan örnek sayılarının ($\overline{N}$) minimum değeridir.

Matematiksel olarak N_m^c'yi aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz. Öncelikle, $\mathcal{L}_m$ kümesi tanımlayalım. Bu küme, kestirilen harmonik genliğinin MSE'sinin ($MSE_m(N)$), istenen MSE'dan (σ_d^2) daha az veya ona eşit yapan örnek sayılarını ($\overline{N}$) içersin. Bu tanımın matematiksel gösterimi eşitlik (4.3)'de gösterilmiştir.

$$\mathcal{L}_m \triangleq \{\overline{N} \in \mathbb{Z} > 0 \mid MSE_m(N) \leq \sigma_d^2, \quad \forall N \geq \overline{N}\} \tag{4.3}$$

$\mathcal{L}_m$ kümesinin boş olmaması yakınsama süresinin varlığına işaret eder çünkü örnek sayısı 1'den küçük olamaz. Eğer $\mathcal{L}_m$ kümesinin boş olması da herhangi genlik kestirim algoritmasının hedeflenen hata değerinin altına düşmediği anlamına gelir ki bu durumda yakınsama süresi sonsuzdur. Bu tanıma göre yakınsama süresi (N_m^c) eşitlik (4.4)'deki gibi ifade edilebilir.

$$N_m^c \triangleq \begin{Bmatrix} min\, \mathcal{L}_m, & \mathcal{L}_m \neq \emptyset \\ \infty, & \mathcal{L}_m = \emptyset \end{Bmatrix} \tag{4.4}$$

Yukarıda tanımlanan yakınsama süresinin önemli bir özelliği, istenilen MSE'nin (σ_d^2) azalmasıyla, yani daha iyi doğruluklar istendiğinde monoton olarak azalmamasıdır. Bu durum istenilen MSE azıldıkça $\mathcal{L}_m$ kümesinin küçüldüğü veya aynı kaldığı fark edilerek görülebilir. Dolayısıyla istenilen MSE azıldıkça LM kümesinin minimum değeri yani yakınsama süresi artmakta ya da sabit kalmaktadır.

Saniye birimden yakınsama süresi (τ_m^c), N_m^c değerinin sinyalin örnekleme periyodu ile çarpımı olarak ifade edilebilir.

Yakınsama zamanı tanımını göstermek için, aşağıdaki iki harmonikli bir sinyalde genlik kestirim örneği ele alınmıştır.

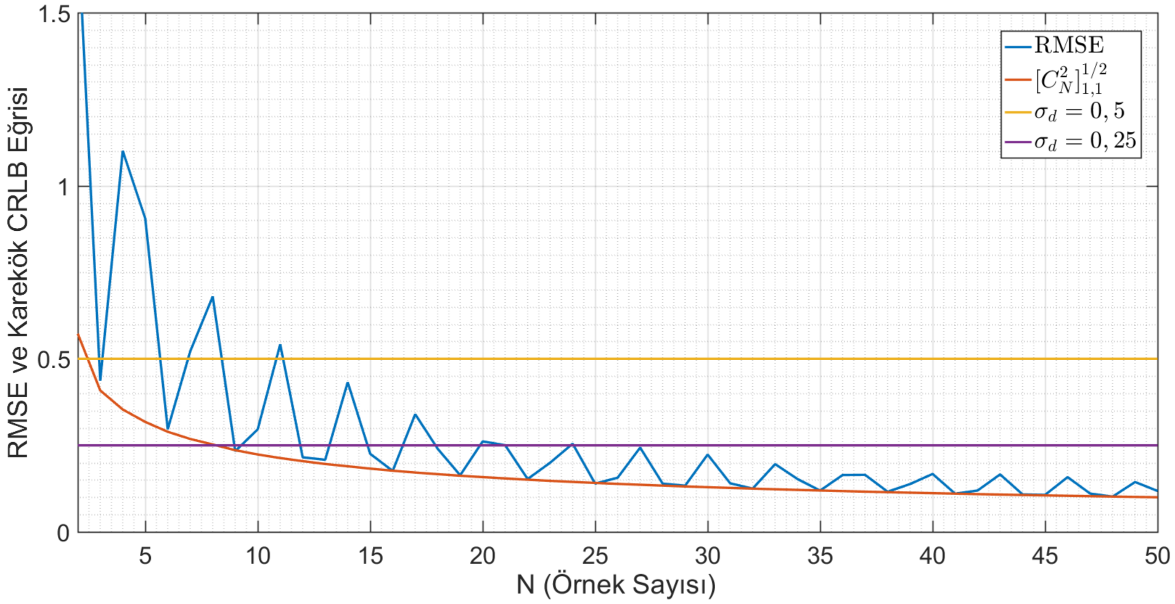
Örnek 4.1. Eşitlik (4.5)'teki sinyal oluşturulmuş olsun.

$$y_n = 20e^{j\frac{2\pi}{16}n} + 5e^{-j\frac{\pi}{2}n} + v_n, \qquad n = 0, \dots, N-1. \tag{4.5}$$

Eşitlik (4.1)'deki model göz önünde bulundurularak eşitlik (4.5)'deki sinyalin iki harmonik bileşenden oluştuğu görülmektedir. Bu durumda M = 2 olur. Harmonik bileşenlerin genlikleri ve frekansları sırasıyla; $a_1 = 20,\ a_2 = 10,\ \omega_1 = \frac{2\pi}{16},\ \omega_2 = -\frac{\pi}{2}$, faz farkları ise $\phi_1 = \phi_2 = 0.$ Gürültü varyansı (σ_v^2) de '1' olarak seçilmiştir. Elde edilen gürültülü ölçümlerden $(\{y_n\}_{n=0}^{N-1})$ DFT yöntemi kullanılarak (4.5)'deki sinyal için genlik kestirimi yapılmıştır. DFT yöntemiyle iki harmonik bileşen için genlik kestirim formülasyonu eşitlik (4.6)'da gösterilmiştir.

$$\hat{a}_m(N) \triangleq \frac{1}{N}\left|\sum_{n=0}^{N-1} y_n e^{-j\omega_m n}\right| for\ m = 1,2. \qquad (4.6)$$

Monte Carlo benzetim ortamında 10^4 farklı gürültü dizisi oluşturularak gürültülü ölçümlerden genlik kestirimi yapılmıştır. Birinci harmonik bileşenin genlik kestirim ortalama karekök hatası (RMSE) farklı örnek sayısına (N) göre çizdirilmiştir ve Şekil 4.1 de gösterilmiştir. Şekil 4.1'de görüldüğü gibi RMSE eğrisi yüksek oranda çok modludur ve kesinlikle N'ye göre monotonik azalma göstermemektedir. Öncelikle birinci harmonik bileşenin genlik kestiriminde istenilen RMSE doğruluk değerinin (σ_d) 0,5 olduğu varsayılsın. Bu RMSE doğruluk değeri (σ_d) aslında gerçek genlik değerinin %2,5'ine denk gelmektedir. Genlik kestiriminde istenilen RMSE doğruluk değerini (σ_d) yakalayabilmek için gereken yakınsama süresini (N_1^c) bulabilmek için $MSE_1(N) \leq \sigma_d^2$ şartını sağlayan minimum örnek sayısının $(\bar{N})$ belirlenmesi gerekmektedir. Bu değer RMSE eğrisi ile $\sigma_d = 0{,}5$ çizgisinin en sağ kesişim noktası ile belirlenir ki bu nokta da Şekil 4.1 'de görüldüğü üzere örnek sayısının 11 ve 12 olduğu yerin arasında kalmaktadır. Elde edilen sonuca göre birinci harmoniğin genlik kestiriminde istenilen RMSE doğruluk değerini $(\sigma_d = 0{,}5)$ yakalayabilmek için gereken yakınsama süresi: $N_1^c = 12$ örnektir. Eğer birinci harmonik bileşenin genlik kestiriminde istenilen RMSE doğruluk değerinin (σ_d) 0,25 olduğu varsayılırsa, Şekil 4.1' de görüldüğü gibi yakınsama süresi: $N_1^c = 25$ örnektir. İstenilen RMSE doğruluk değeri azaldıkça yakınsama süresi artmaktadır.



Şekil 4.1. $a_1 = 20,\ a_2 = 10,\ \omega_1 = \frac{2\pi}{16},\ \omega_2 = -\frac{\pi}{2},\ \phi_1 =\ \phi_2 = 0$ için DFT tabanlı tahmincinin RMSE eğrisi. $\sigma_v^2 = 1$ için çift harmonik veya araharmonik durumu için CRLB eğrisi ve istenen iki RMSE çizgileri ($\sigma_v^2 = 0{,}5$ ve $\sigma_v^2 = 0{,}25$)

Bu çalışmanın ilerleyen bölümlerinde genlik kestirimi için MSE üzerinden performans sınırları ve genlik tahmin algoritmalarının yakınsama süresinin en alt limitleri incelenmiştir. Sistem modelinde görüldüğü gibi, analizlerde, harmoniklerin ve araharmoniklerin frekans ve fazlarının bilindiğini varsayılmıştır. Benzer şekilde, aynı analizler bilinmeyen frekanslar ve fazlar durumu için de yapılabilir. Bu tür analizlerin aşağıda sunulanlardan daha kötü sonuçlar vermesi beklenmektedir, bu çalışmada ortaya konan sonuçlar en iyi vaka sonuçlarını temsil etmektedir. Bu bağlamda yapılabilecek diğer şey, MSE performans sınırları ile bu çalışmada önerilen yakınsama süresi arasındaki ilişki bilindikten sonra, sunulan fikirlerin bilinmeyen frekanslar ve fazlar gibi daha karmaşık senaryolar için doğrudan uygulanabilir olmasıdır.

Literatürde, harmonik analiz için performans sınırlarının incelenmesi 1974 yılına uzanmaktadır [43,44]. Bununla birlikte, konuyla ilgili çalışmanın çoğu (hepsi değilse de), [45, Bölüm 1.8] ve [2, Örnek 3.14] ile örneklendiği gibi performans sınırlarının asimptotik ifadelerine ($N \rightarrow \infty$) odaklanmaktadır. Konuyla ilgili kapsamlı literatürün aksine, bu çalışmada, düşük N değerleri için sınırların davranışları incelenmiş ve sınırların yakınsama zamanı kavramıyla ilişkisi ortaya konmuştur.

Bu çalışmada, gerçek sinüzoid modellere kıyasla basitliği nedeniyle analizler öncellikle karmaşık üstel modeller üzerinde yapılmıştır. Gerçek sinüzoidlerin sonuçları ve bunların karmaşık üstel durumla ilişkisi Bölüm 4.3'te verilmiştir.

4.2. Harmoniklerin ve Araharmoniklerin Genlik Tahmini İçin Performans Sınırları

Bu bölümde, harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik kestirimi için performans sınırları ve yakınsama zamanı ile olan ilişkileri ele alınmıştır. (4.1)'deki sinyal modeli vektörel ifade ile eşitlik (4.7)'deki gibi yeniden yazılabilir.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{S}_N \mathbf{a} + \boldsymbol{v} \tag{4.7}$$

$$\mathbf{a} \triangleq [a_1 \;\; a_2 \;\; \dots \;\; a_M]^T \tag{4.8a}$$

$$\mathbf{y} \triangleq [y_0 \;\; y_1 \;\; \dots \;\; y_{N-1}]^T \tag{4.8b}$$

$$\mathbf{v} \triangleq [v_0 \;\; v_1 \;\; \dots \;\; v_{N-1}]^T \tag{4.8c}$$

$$\boldsymbol{S}_N \triangleq \begin{bmatrix} e^{j(w_1 0+\phi_1)} & e^{j(w_1 1+\phi_1)} & \cdots & e^{j(w_1 (N-1)+\phi_1)} \\ e^{j(w_2 0+\phi_1)} & e^{j(w_2 1+\phi_2)} & \cdots & e^{j(w_2 (N-1)+\phi_2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j(w_M 0+\phi_M)} & e^{j(w_M 1+\phi_M)} & \cdots & e^{j(w_M (N-1)+\phi_M)} \end{bmatrix}^T \tag{4.8d}$$

Eşitlik (4.7)'deki gürültü vektörü, $\boldsymbol{v}$, $\mathcal{CN}(\boldsymbol{v}; 0, \sigma_v^2 \boldsymbol{I}_N)$ ile normal dağıtılmıştır. Burada $\boldsymbol{I}_{\mathrm{N}}$, $N \times N$ boyutunda birim matrisi temsil etmektedir. Bu modelde, bilinmeyen parametre vektörü olan **a** için olabilirlik fonksiyonu (p ($\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{a}$)) eşitlik (4.9)'da gösterildiği gibidir.

$$p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{a}) = \mathcal{CN}(\boldsymbol{y}; \boldsymbol{S}_N \mathbf{a}, \sigma_v^2 \boldsymbol{I}_N) \triangleq \frac{1}{\pi^N \sigma_v^{2N}} e^{-\frac{\|y - S_N \mathrm{a}\|^2}{\sigma_v^2}} \tag{4.9}$$

Harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik kestirimindeki performans sınırlarını tespit etmek için tahmin teorisinde yaygın olarak kullanılan CRLB ile belirlenmiştir [2]. CRLB kestirimlerin varyansı için alt sınır belirlemede kullanılan bir metottur. Parametre kestiriminde varyansı en düşük olan kestirim metotları seçilmelidir. Çünkü varyansı düşük olan metotlar ile kestirilen parametreler gerçek değerlerine yakındır. Yansız kestirimler için kullanılır. Kestirimin yansız olması kestirim yapılan parametrenin ortalama olarak gerçek değere eşit olması demektir. Yansız kestirimlerde MSE kestirimin varyansına bağlı olduğundan dolayı CRLB MSE için de bir alt sınır sağlar. CRLB, olabilirlik fonksiyonu (p

($\boldsymbol{y}$ | $\boldsymbol{a}$)) tarafından sağlanan tahmin probleminin olasılıksal tanımını kullanır. Eğer M tane parametre tahmin edilmek isteniyorsa, bu M tane parametrenin CRLB'si $\boldsymbol{C}_N^M$ şeklinde gösterilir. $\boldsymbol{C}_N^M$ vektörü $M \times M$matristir ve $\boldsymbol{C}_N^M \in \mathbb{R}^{M \times M}$. $\boldsymbol{C}_N^M$ 'in matematiksel gösterimi eşitlik (4.10)'da gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{C}_N^M = (\boldsymbol{F}_N^M)^{-1} \tag{4.10}$$

$$\boldsymbol{F}_N^M \triangleq E\left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{a}} l\,n\,p(\boldsymbol{y}|\mathbf{a}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}^T} \ln p(\boldsymbol{y}|\mathbf{a})\right] \tag{4.11}$$

C ve ***F*** matrislerindeki alt ve üst simge, sırasıyla örnek sayısını ve harmoniklerin veya araharmoniklerin sayısını (yani, bilinmeyen genliklerin sayısını) temsil eder. (4.10) 'daki $\boldsymbol{F}_N^M$ vektörüne Fisher bilgi matrisi (FBM) denir ve CRLB matrisi ($\boldsymbol{C}_N^M$) FBM'nin tersidir. Eşitlik (4.11)'deki E[.] notasyonu beklenen değer operasyonudur. Genlik kestirim problemi için (4.9) 'daki olabilirlik fonksiyonunun FBM'si eşitlik (4.12)'deki gibi hesaplanır.

$$\boldsymbol{F}_N^M = \frac{2}{\sigma_v^2} \Re\{\boldsymbol{S}_N^H \boldsymbol{S}_N\} \tag{4.12}$$

Eşitlik (4.12)'deki H üst simge Hermitian operatörünü (yani, karmaşık eşlenik transpozisyonu) ve $\Re\{.\}$ notasyonu gerçek operatörü belirtir. (4.8d) 'deki $\boldsymbol{S}_{\mathrm{N}}$ matrisinin tanımını kullanarak (4.12)' deki FBM'nin öğelerini aşağıdaki gibi hesaplayabiliriz.

$$[\boldsymbol{F}_N^M]_{i,j} = \frac{2}{\sigma_v^2} \Re\left\{\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(\omega_i n + \phi_i)} e^{j(\omega_j n + \phi_j)}\right\} \tag{4.13a}$$

$$[\boldsymbol{F}_N^M]_{i,j} = \frac{2}{\sigma_v^2} \Re\left\{\sum_{n=0}^{N-1} e^{j\left((\omega_j - \omega_i)n + (\phi_j - \phi_i)\right)}\right\} \tag{4.13b}$$

$$[\boldsymbol{F}_N^M]_{i,j} = \frac{2}{\sigma_v^2} \Re\left\{\sum_{n=0}^{N-1} e^{j\widetilde{\omega}_{i,j} n + \tilde{\phi}_{i,j}}\right\} \tag{4.13c}$$

$$[\boldsymbol{F}_N^M]_{i,j} = \frac{2}{\sigma_v^2} \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\widetilde{\omega}_{i,j} n + \tilde{\phi}_{i,j}\right)$$

$$[\boldsymbol{F}_N^M]_{i,j} = \frac{2}{\sigma_v^2}\cos\left(\frac{N-1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j} + \tilde{\phi}_{i,j}\right)\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)} \tag{4.13e}$$

Eğer $i \neq j$ ise $[.]_{i,j}$ notasyonu argüman matrisinin i, j. elemanını belirtir ve

$$\widetilde{\omega}_{i,j} \triangleq \omega_j - \omega_i, \qquad \tilde{\phi}_{i,j} \triangleq \phi_j - \phi_i$$

[40, Bölüm 1.341]'deki formülasyon eşitlik (4.15)'de gösterilmiştir. (4.15)'deki eşitlik kullanılarak FBM eşitlik (4.16)'daki gibi ifade edilebilir.

$$\sum_{n=0}^{N-1}\cos(\omega n + \phi) = \cos\left(\frac{N-1}{2}\omega + \phi\right)\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\omega\right)} \tag{4.15}$$

$$[\boldsymbol{F}_N^M]_{i,j} = \begin{cases} \dfrac{2N}{\sigma_v^2}, & i = j \\ \dfrac{2N}{\sigma_v^2}\rho_{i,j}(N) & i \neq j \end{cases} \tag{4.16}$$

$$\rho_{i,j}(N) \triangleq cos\left(\frac{N-1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j} + \tilde{\phi}_{i,j}\right)\frac{sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}{Nsin\left(\frac{1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)} \tag{4.17}$$

CRLB matrisi ($\boldsymbol{C}_N^M$) hesaplandıktan sonra, *m*. diyagonal eleman *m*. genlik için tüm yansız tahmin edicilerin MSE'si için bir alt sınır sağlar, yani, tüm yansız tahmin ediciler için:

$$MSE_m(N) \geq [C_N^M]_{m,m} \tag{4.18}$$

Tek, çift ve *M* harmonik veya araharmonik durumları için CRLB matrisi ($\boldsymbol{C}_N^M$) aşağıdaki bölümlerde ayrı ayrı incelenmiştir.

4.2.1. Tek bir harmoniğin genlik kestirimi için CRLB ve yakınsama süresi

Tek bir harmonikten veya araharmonikten oluşan bir sinyal modelinin CRLB'sini incelerken öncellikle FBM matrisinin elde edilmesi gerekmektedir. Sinyal tek bir harmonik veya araharmonik bileşenden oluştuğu için *M* değeri 1'e eşittir. Tek harmonik bileşen için FBM, (4.16) kullanılarak eşitlik (4.19)'da gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{F}_N^1 = \frac{2N}{\sigma_v^2} \tag{4.19}$$

CRLB, FBM'nin tersi olduğundan dolayı $\boldsymbol{C}_N^1$'in değeri eşitlik (4.20)'de gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{C}_N^1 = \frac{\sigma_v^2}{2N} \tag{4.20}$$

Eşitlik (4.20) dikkatli bir şekilde incelendiğinde, tek harmonik durum için CRLB harmoniğin frekansından ve fazından bağımsız olduğu görülebilir.

Yukarıda verilen CRLB, herhangi bir yansız tahmin edicinin MSE'ı için bir alt sınır verir. Dolayısıyla, hiçbir nötr tahmin edicinin (tahmin ettiği genlikler için) MSE değeri (4.20)'de verilen değerden daha düşük olamaz. Bu gerçek matematiksel olarak eşitlik (4.21)'deki gibi ifade edilebilir.

$$MSE_1(N) \geq C_N^1 = \frac{\sigma_v^2}{2N} \tag{4.21}$$

Beklendiği gibi, ölçüm gürültüsünün varyansı arttıkça CRLB artar; N (örnek sayısı) arttıkça CRLB azalır.

Eşitsizlik (4.21), tek bir harmoniğin genlik kestirimi için elde edilebilecek yakınsama süresinin (C_N^1) alt sınırı belirlemek için aşağıdaki gibi kullanılabilir. Eşitlik (4.22)'de belirtildiği gibi N_0, N'nin spesifik bir değeri olduğu; N_0'ın CRLB değeri (C_{N0}^1) istenilen MSE değerinden(σ_d^2) kesinlikle daha büyük veya eşit olduğu varsayılsın.

$$C_{N0}^1 = \frac{\sigma_v^2}{2N_0} > \sigma_d^2 \tag{4.22}$$

N arttıkça CRLB'nin (C_N^1) kesinlikle azaldığını göz ününde bulundurarak (4.23)'deki eşitlik oluşturulur.

$$C_N^1 = \frac{\sigma_v^2}{2N} \geq \frac{\sigma_v^2}{2N_0} = C_{N0}^1 > \sigma_d^2, \quad N \leq N_0 \tag{4.23}$$

Eşitlik (4.23)'den $N \leq N_0$ durumu için $C_N^1 > \sigma_d^2$ olduğu görünmektedir. (4.21)'deki eşitsizliği kullanarak da eşitlik (4.24) elde edilir.

$$MSE_1(N) > \sigma_d^2, \quad N \leq N_0 \tag{4.24}$$

Sonuç olarak $N \leq N_0$ durumu için $C_N^1 > \sigma_d^2$ olduğundan dolayı C_N^1 yansız bir tahmincinin yakınsama zamanı olamaz. Bu nedenle, eşitlik (4.25)'de gösterildiği gibi herhangi bir yansız tahmin edicinin yakınsama süresinin (N_1^c) CRLB'si ($C_{N_1^c}$), istenilen MSE değerinden (σ_d^2) eşit veya küçük olmalıdır, yani $C_{N_1^c} \leq \sigma_d^2$.

$$C_{N_1^c} = \frac{\sigma_v^2}{2N_1^c} \leq \sigma_d^2 \tag{4.25}$$

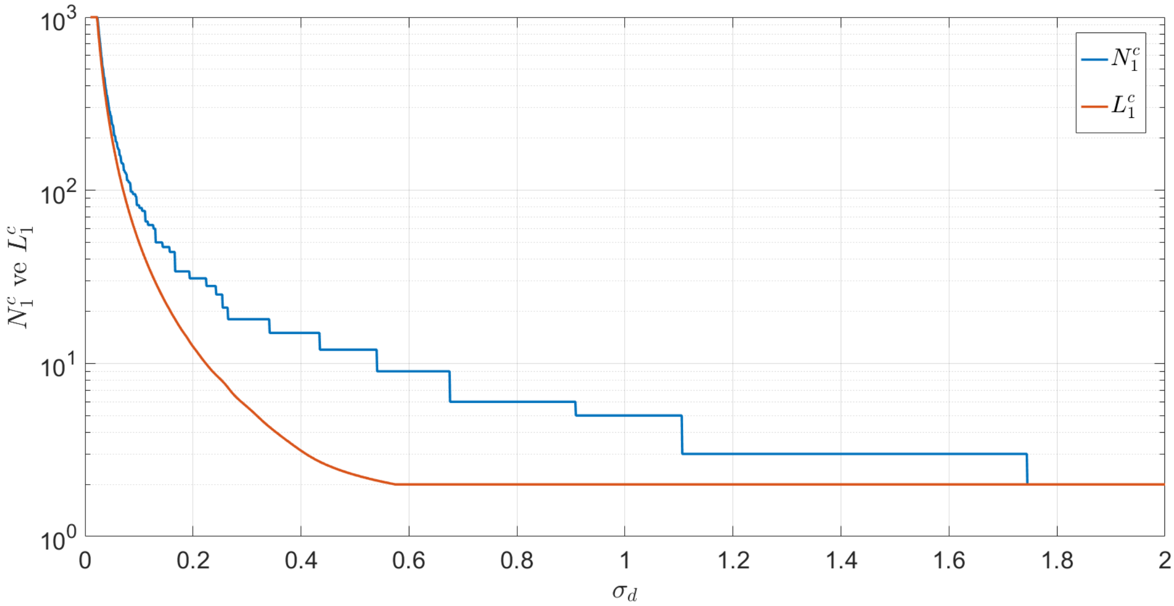
Eşitlik (4.25) yeniden düzenlenerek eşitlik (4.26) oluşturulmuştur.

$$N_1^c \geq \frac{\sigma_v^2}{2\sigma_d^2} \triangleq L_1^c \tag{4.26}$$

Bu nedenle L_1^c'nin değeri, herhangi bir yansız tahmin edicinin yakınsama süresinin alt sınırdır ve $N < L_1^c$ olduğu durumda herhangi bir yansız tahmin edicinin MSE değeri istenen MSE değerinden (σ_d^2) daha büyük olacaktır.

Yorum 1. Yakınsama süresinin (N_1^c) alt sınırı (L_1^c), CRLB eğrisinin($C_N^1 = \frac{\sigma_v^2}{2N}$) σ_d^2 değeriyle kesiştiği *N* değerine karşılık gelir. Genel olarak, *M* tane harmonik veya araharmonik durumunda, yakınsama süresinin (N_m^c) alt sınırlar, CRLB eğrisinin($[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m}$) σ_d^2değeri ile kesiştiği *N* değerleri belirlenerek bulunabilir. Bu basit fikir, eşitlik (4.5)'de verilen çift harmonik içeren sentetik sinyalin, birinci harmoniğin (temel frekansın) Şekil 4.1 de çizdirilen CRLB eğrisi ($[\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1}$) üzerinden gösterilebilir. Örnek 4.1'de, 0,5 ve 0,25 RMSE doğruluk değerleri (σ_d) için (4.6)'daki eşitlikte kullanılan genlik kestirim algoritmasının yakınsama süreleri, sırasıyla 12 ve 25 örnek olduğu bulunmuştur. Yakınsama süresinin alt sınırı (L_1^c), Şekil 4.1'de gösterildiği gibi, istenilen RMSE doğruluğu (σ_d) ile $\sqrt{[C_N^2]_{1,1}}$ eğrisinin kesişimi olarak bulunabilir. $\sigma_d = 0{,}5$ iken $L_1^c \approx 2{,}5$ örnek; $\sigma_d = 0{,}25$ iken

$L_1^c \approx 8$ örnek olduğu Şekil 4.1' den görülebilir. Yakınsama zamanlarının gerçek değerleri ile alt sınırları arasındaki anlamlı farkın, eşitlik (4.6)'daki kestirim algoritmasından daha iyi genlik kestirim algoritması kullanılarak düşürülebileceği unutulmamalıdır. DFT tabanlı kestirici için yakınsama süresinin (N_1^c) ve CRLB eğrisine göre yakınsama süresinin alt sınırının (L_1^c), istenen doğruluğun(σ_d) farklı değerlerine göre değişimleri Şekil 4.2'de gösterilmiştir. Şekil 4.2 incelendiğinde burada σ_d azaldıkça, yani daha iyi doğruluk istendiğinde, N_1^c'nin ve L_1^c'nin arttığı açıkça görülmektedir. σ_d değeri arttıkça CRLB ile kesişim olmadığı için L_1^c N'nin alabileceği en küçük değer olan 2'ye eşittir.



Şekil 4.2. Örnek 4.1'deki DFT tabanlı kestirici için farklı istenen doğruluk (σ_d) değerine göre yakınsama zamanı (N_1^c) ve çift harmonik veya araharmonik CRLB'sine dayalı olarak hesaplanan yakınsama zamanının alt sınır (L_1^c)

4.2.2. İki tane harmoniğin veya araharmoniğin genlik kestirimi için CRLB ve yakınsama süresi

İki harmonik veya araharmonik durumunda FBM matrisi (4.16) kullanılarak eşitlik (4.27)'de gösterildiği gibidir.

$$\boldsymbol{F}_N^2 = \frac{2N}{\sigma_v^2}\begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2}(N) \\ \rho_{1,2}(N) & 1 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

Yukarıdaki FBM'nin tersi CRLB matrisini ($\boldsymbol{C}_N^2$) verir. Aşağıda verilen eşitlik (4.28)'de birinci ve ikinci diyagonal elemanlar, sırasıyla a_1 ve a_2 genliklerine karşılık gelen CRLB değerleridir.

$$[\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1} = [\boldsymbol{C}_N^2]_{2,2} = \frac{\sigma_v^2}{2N}\frac{1}{1-\rho_{1,2}^2} \tag{4.28}$$

İki karmaşık üstel harmoniklerin genliklerinin CRLB'leri birbirine eşit olduğu gözden kaçırılmamalıdır. Ayrıca, eşitlik (4.28) ve (4.17)'deki CRLB'nin iki harmoniğin frekans ve faz farkına bağlı olduğu görülmektedir.

Dirichlet çekirdeği (kernel) adı verilen $\frac{\sin(Nx)}{\sin(x)}$ eşitsizliği sağladığından eşitlik (4.29) oluşturulabilir.

$$-N < \frac{\sin(Nx)}{\sin(x)} \le N, \quad x \in \mathbb{R} \tag{4.29}$$

$|\rho_{1,2}| \le 1$ olduğundan dolayı:

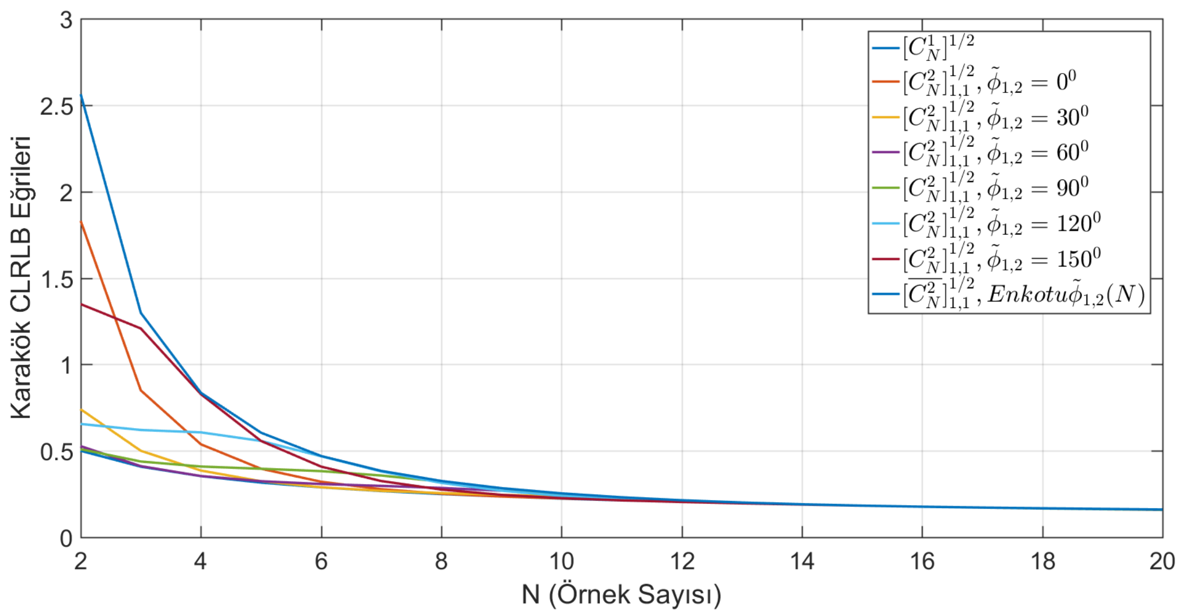
$$[\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1} = [\boldsymbol{C}_N^2]_{2,2} \ge C_N^1 = \frac{\sigma_v^2}{2N} \tag{4.30}$$

Sonuç olarak, iki harmoniğin genlik tahmini için CRLB değeri ($\boldsymbol{C}_N^2$), tek bir harmoniğin genlik tahmini CRLB değerinden (C_N^1) daha büyük veya ona eşittir ki iki harmonik genlik tahmin problemi, tek harmonik genlik tahmin probleminden daha zordur.

$\rho_{1,2}(N)$'deki *N*'ye bağımlı sinüs ve kosinüs terimlerinin büyüklükleri bir ile sınırlı olduğundan, eşitlik (4.31)'deki eşitsizliğin de geçerli olduğu görülebilir.

$$|\rho_{1,2}(N)| \le \frac{1}{N\left|\sin\left(\frac{\widetilde{\omega}_{1,2}}{2}\right)\right|} \tag{4.31}$$

Bu nedenle, frekans farkı ($|\tilde{\omega}_{1,2}|$) büyük olduğunda tüm $N \geq M = 2$ durumu için $\rho_{1,2} \approx 0$'dır. Sonuç olarak, $|\tilde{\omega}_{1,2}|$ büyük olduğunda, çift harmoniklerin veya araharmoniklerin genlik tahmini problemi etkili bir şekilde tek bir harmoniğin genlik tahmini problemine dönüşür. Şekil 4. 3, farklı faz farkı ($\tilde{\phi}_{1,2}$) değerlerine sahip, σ_v^2 = 1 ve $\tilde{\omega}_{1,2}$= $^{2\pi}/_{16}$ için çift harmoniklerin veya araharmoniklerin CRLB'sini ($[\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1}$) göstermektedir. Şekil 4.3 incelendiğinde, tüm CRLB'lerin ($[\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1}$) monoton olarak azaldığı ve *N* değeri artıkça tek harmonik durumu için geçerli olan CRLB (C_N^1) değerine yakınlaştığı görülmektedir. *N* değeri $\frac{2\pi}{\tilde{\omega}_{1,2}} = 16$ değerine eşit veya daha büyükse, çift harmoniklerin CRLB'lerinin ($[\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1}$) tümü faz farkından bağımsız olarak tek harmonik CRLB'lerden ayırt edilemez hale gelir. Bu değerin, yani $N = \frac{2\pi}{\tilde{\omega}_{1,2}} = 16$ olduğunda $\rho_{1,2}(N)$'in içerisindeki Dirichlet çekirdeği ($\frac{\sin(Nx)}{\sin(x)}$) ilk defa sıfır değerine sahiptir. *N*, bu değerin altında olduğunda, çift harmonikler veya araharmoniklerin CRLB'leri tek harmonik CRLB'den önemli ölçüde farklı olabilir. $\rho_{1,2}(1) = \cos(\tilde{\phi}_{1,2})$ olduğuna dikkat edilirse, $^{\pi}/_{2}$'in tek katları etrafındaki faz farklarının ($\tilde{\phi}_{1,2}$), küçük *N* değerlerinde $^{\pi}/_{2}$'in çift katları etrafındaki faz farklarından daha yüksek CRLB'lere neden olması beklenir.



Şekil 4.3. $\tilde{\omega}_{1,2} = {}^{2\pi}/_{16}$ ve farklı $\tilde{\phi}_{1,2}$ değerlerinde σ_v^2 = 1 durumu için tek ve çift harmoniklerin veya araharmoniklerin CRLB eğrileri

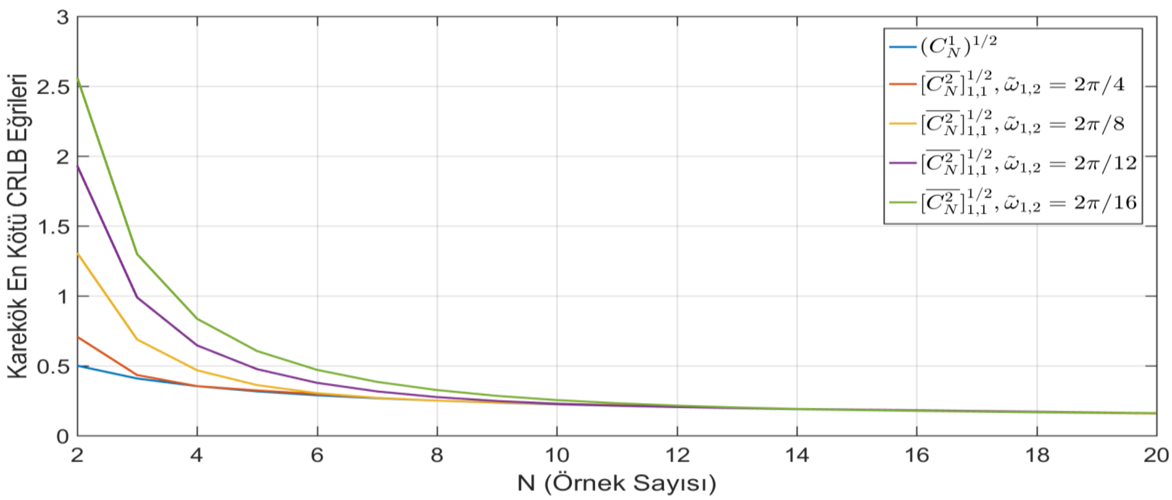
Şekil 4.3'deki çift harmoniklerin CRLB'lerinin, iki harmonik arasındaki faz farkına $(\tilde{\phi}_{1,2})$ bağlı olarak tek harmoniğin CRLB sonuçlardan önemli ölçüde farklı olabileceği görülmektedir. Tek ve çift harmoniklerin veya araharmoniklerin CRLB'sinin birbirlerinden ne kadar farklı olabildiği, her N değeri için, tek ve çift harmoniklerin CRLB'leri arasındaki farkın en fazla olduğu farklı faz farkları $(\tilde{\phi}_{1,2})$ denenerek analiz edilebilir. Bu aslında, her N değeri için eşitlik (4.28)'deki CRLB'nin $([\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1})$ içerisinde yer alan $\rho_{1,2}^2(N)$ parametresinin eşitlik (4.32)'de gösterildiği gibi faz farkına $(\tilde{\phi}_{1,2})$ göre maximize edilmesi anlamına gelmektedir ki bu da en kötü CRLB $([\overline{\boldsymbol{C}}_N^2]_{1,1})$ değerine eşittir.

$$\bar{\rho}_{1,2}^2(N) \triangleq max_{\tilde{\emptyset}_{1,2}} \rho_{1,2}^2(N) \tag{4.32}$$

Burada, optimal $\rho_{1,2}^2(N)$, $\bar{\rho}_{1,2}^2(N)$ olarak adlandırılmıştır. Optimal fonksiyonun $(\bar{\rho}_{1,2}^2(N))$ eşitlik (4.33)'deki gibi olacaktır:

$$\bar{\rho}_{1,2}(N) \triangleq \frac{sin\left(\frac{N}{2}\tilde{\omega}_{1,2}\right)}{Nsin\left(\frac{1}{2}\tilde{\omega}_{1,2}\right)} \tag{4.33}$$

Eşitlik (4.28)'de $\rho_{1,2}^2(N)$ yerine $\bar{\rho}_{1,2}(N)$ kullanılarak çift harmoniklerin CRLB'si $([\boldsymbol{C}_N^2]_{1,1})$ Şekil 4.3'de "$[\overline{\boldsymbol{C}}_N^2]_{1,1}$) en kötü" etiketi altında gösterilmiştir. $\rho_{1,2}^2(N)$ yerine $\bar{\rho}_{1,2}(N)$ kullanılması en kötü çift harmonik veya araharmonik CRLB'si $([\overline{\boldsymbol{C}}_N^2]_{1,1})$ elde edilir.



Şekil 4.4. Farklı $\tilde{\omega}_{1,2}$ değerlerinde $\sigma_v^2 = 1$ durumu için tek ve en kötü çift harmonik CRLB eğrileri

Şekil 4.4, farklı frekans farkı ($\widetilde{\omega}_{1,2}$) değerleri için en kötü çift harmonik CRLB'lerini ($[\overline{\boldsymbol{C}}_N^2]_{1,1}$)) göstermektedir. Şekil 4.4'te, frekans farkı ($\widetilde{\omega}_{1,2}$) $^{2\pi}/_{4} = {}^{\pi}/_{2}$ olduğunda, en kötü çift harmonik CRLB'sinin ($[\overline{\boldsymbol{C}}_N^2]_{1,1}$)), tek harmonik durumundaki CRLB (C_N^1) ile hemen hemen aynı olduğu görülmektedir ki bu da, frekans farkı büyüdükçe, ikinci harmoniğin birinci harmoniğin genliğini kestirme üzerindeki etkisinin kaybolduğu anlamına gelir. Şekil 4.4'de ayrıca $N \geq \frac{2\pi}{\widetilde{\omega}_{1,2}}$ olduğu durumda, farklı frekans farklarına göre çizdirilen CRLB'lerin tek harmonik durumundaki CRLB (C_N^1) ile aynı olduğu gözlemlenmiştir.

En kötü çift harmonik veya araharmonik CRLB'sinin nitelsel davranışı hakkında daha fazla bilgi edinmek için, eşitlik (4.33)'deki $\bar{\rho}_{1,2}(N)$ parametresine N'in ve $\widetilde{\omega}_{1,2}$'nin küçük değerleri için eşitlik (4.34)'deki gibi yaklaşabiliriz.

$$\bar{\rho}_{1,2}(N) \approx \frac{sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{1,2}\right)}{\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{1,2}} \approx 1 - \frac{1}{3!}\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{1,2}\right)^2 \tag{4.34}$$

Eşitlik (4.34)'de küçük x değerleri için $\sin(x) \approx x$ kabul edilmiştir. Ayrıca $sinc(x) \triangleq \frac{\sin(x)}{x}$ fonksiyonunun kesik Taylor serisi yaklaşımı (başlangıç noktası etrafına göre) da; $sinc(x) \approx 1 - \frac{x^2}{3!}$'dir. Bu yaklaşımı (4.28)'deki çift harmonik CRLB formülünde kullanabilmek için, (4.34)'deki eşitliğin her iki tarafının da karesinin alınması gerekmektedir. $\bar{\rho}_{1,2}^2(N)$ teriminin son hali eşitlik (4.35)'de verilmiştir.

$$\bar{\rho}_{1,2}^2(N) \approx 1 - \frac{2}{3!}\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{1,2}\right)^2 + \left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{1,2}\right)^4 \tag{4.35a}$$

$$\approx 1 - \frac{2}{3!}\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{1,2}\right)^2 \triangleq \tilde{\rho}_{1,2}^2(N) \tag{4.35b}$$

Burada $\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{1,2}$ küçük olduğunu varsayarak yüksek üstler terimler ihmal edilebilir. Eşitlik (4.35b)'de tanımlanan $\tilde{\rho}_{1,2}^2(N)$ parametresini (4.28)'deki eşitlikte yerine koyulursa, yaklaşık en kötü çift harmonik veya araharmonik CRLB'si ($\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^2$) elde edilir. $\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^2$ matrisinin birinci ve ikinci diyagonal elemanları eşitlik (4.36)'da gösterilmiştir, bunlar, sırasıyla a_1 ve a_2 genliklerine karşılık gelen CRLB değerleridir.

$$[\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^2]_{1,1} = [\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^2]_{2,2} \approx \frac{6\sigma_v^2}{N^3 \widetilde{\omega}_{1,2}^2} \tag{4.36}$$

Bu analiz, en kötü CRLB'nin frekans farkının ($\widetilde{\omega}_{1,2}$) karesinin tersi ile büyüyeceğini göstermektedir. Hem tek harmonik hem de asimtotik (yani, $N \to \infty$) çift harmonik CRLB'si *N* ile azalmasına rağmen, çift harmonik CRLB'si küçük *N* değerleri için N^3 değeri ile azaldığına dikkat edilmelidir. Bu şu anlama gelmektedir; *N* değeri küçüldükçe, en kötü çift harmonik CRLB'si tek harmonik CRLB'sine kıyasla çok hızlı büyüyeceği anlamına gelir. Sonuç olarak, genlik tahminlerinin doğruluğu, çift harmonik durumunda küçük *N* ve $\widetilde{\omega}_{1,2}$ için tek harmonik durumundan çok daha kötü olacaktır. Aslında bu durum frekans kestiriminde çözünürlük problemine benzemektedir. Yani, sinyalin içerdiği frekans bileşenleri birbirlerine yakınsa algoritmaların frekansların genliklerini doğru tahmin etmesi gittikçe zorlaşır. Eşitlik (4.36)'ya bakılarak, sinyali oluşturan frekanslar ve fazlar mükemmel bir şekilde bilinse bile, genlik tahmini probleminin frekanslar birbirine yaklaştıkça gittikçe daha zorlu hale geldiği anlaşılmaktadır.

4.2.3. *M* Tane harmoniğin veya araharmoniğin genlik kestirimi için CRLB ve yakınsama süresi

Bu bölümde son olarak *M* tane harmoniğin veya araharmoniğin genliklerinin CRLB'si ve yakınsama süresi incelenerek en genel durumu ele alınmıştır. FBM matrisinin ($\boldsymbol{F}_N^M$) genel durumu, hangi terimlerden oluştuğu eşitlik (4.16)'da verilmiştir. CRLB matrisinin ($\boldsymbol{C}_N^M$) diyagonal elemanları ($[\boldsymbol{C}_N^M]_{1,1}, \dots, [\boldsymbol{C}_N^M]_{M,M}$) sırasıyla $a_1, \dots, a_M$ genliklerinin CRLB değerlerini vermektedir. M = 2 olduğu durumda a_1 ve a_2 genliklerinin CRLB değerleri ($[\boldsymbol{C}_N^M]_{1,1}$ ve $[\boldsymbol{C}_N^M]_{2,2}$) birbirine eşit olmasına rağmen, $M > 2$ ise genliklerin CRLB değerleri birbirlerinden farklıdır. Dolayısıyla, her bir genlik için yansız tahmin edicilerin MSE'nin alt sınırı farklı olabilir, bu da genel durumun ($M > 2$) çift harmonik durumundan daha zorlayıcı olduğu ortaya çıkmaktadır.

Genel durum analizlerine aşağıdaki önerme ile başlanmıştır.

Önerme 1. Öncelikle, CRLB ($\boldsymbol{C}_N^M$) matrisine karşılık gelen M tane farklı frekans dizisi (Ω_M) oluşturulsun öyle ki $\Omega_M \triangleq \{\omega_m\}_{m=1}^M$. Bu frekans dizisine yeni bir frekans eklendiği varsayılsın, ω_{M+1} olarak adlandırılsın ve $\omega_{M+1} \neq \{\omega_m\}_{m=1}^M$. Bu durumda yeni frekans dizimiz ; $\Omega_{M+1} \triangleq \{\omega_m\}_{m=1}^{M+1}$ ve buna karşılık gelen yeni CRLB matrisimiz ise $\boldsymbol{C}_N^{M+1}$'dir. O zaman:

$$[C_N^{M+1}]_{m,m} \geq [C_N^M]_{m,m}, \quad m = 1, \dots, M \; ve \; N \geq M + 1. \tag{4.37}$$

İspat 1. $M \geq 1$ olduğundan dolayı $M + 1 \geq 2$'dir. FBM matrisi ($\boldsymbol{F}_N^{M+1}$) eşitlik (4.38)'deki gibi bölümlere ayrılabilir.

$$\boldsymbol{F}_N^{M+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_N^M & \boldsymbol{f}_{12} \\ \boldsymbol{f}_{12}{}^T & f_{22} \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

$\boldsymbol{f}_{12}$ ve f_{22} parametreleri $1 \leq i \leq M$ durumu için eşitlik (4.39)'da verilmiştir.

$$[\boldsymbol{f}_{12}]_{i,1} \triangleq \frac{2N}{\sigma_v^2} \rho_{i,M+1}, \qquad f_{22} \triangleq \frac{2N}{\sigma_v^2} \tag{4.39}$$

CRLB matrisi olan $\boldsymbol{C}_N^{M+1}$, $\boldsymbol{F}_N^{M+1}$ matrisinin tersidir. Benzer şekilde $\boldsymbol{C}_N^{M+1}$ matrisi eşitlik (4.40)'da gösterildiği gibi bölümlere ayrılabilir.

$$\boldsymbol{C}_N^{M+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{11} & \boldsymbol{C}_{12} \\ \boldsymbol{C}_{12}^T & c_{22} \end{bmatrix} \tag{4.40}$$

$\boldsymbol{C}_{11} \in \mathbb{R}^{M \times M}$. Eşitlik (4.38)'deki blok formdaki olan matrisin tersi alınarak, $\boldsymbol{C}_{11}$ eşitlik (4.41)'deki gibi hesaplanabilir.

$$\boldsymbol{C}_{11} = \left(\boldsymbol{F}_N^M - \frac{\boldsymbol{f}_{12} \boldsymbol{f}_{12}^T}{f_{22}} \right)^{-1} \tag{4.41a}$$

$$= (\boldsymbol{F}_N^M)^{-1} + \frac{(\boldsymbol{F}_N^M)^{-1} \boldsymbol{f}_{1,2} \boldsymbol{f}_{1,2}^T (\boldsymbol{F}_N^M)^{-1}}{f_{22} - \boldsymbol{f}_{12}^T (\boldsymbol{F}_N^M)^{-1} \boldsymbol{f}_{12}} \tag{4.41b}$$

$$= \boldsymbol{C}_N^M + \frac{\boldsymbol{C}_N^M \boldsymbol{f}_{1,2} \boldsymbol{f}_{1,2}^T \boldsymbol{C}_N^M}{f_{22} - \boldsymbol{f}_{12}^T \boldsymbol{C}_N^M \boldsymbol{f}_{12}} \tag{4.41c}$$

(4.41b)'deki eşitlik, (4.42)'de verilen Woodbury matris özdeşi kullanılarak elde edilmiştir. Burada $\boldsymbol{A} \triangleq \boldsymbol{F}_N^M$, $\boldsymbol{B} \triangleq \boldsymbol{D}^T = \boldsymbol{f}_{12}$ ve $\boldsymbol{C} = {}^{-\boldsymbol{1}}/_{f_{22}}$.

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BCD})^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{C}^{-1}+\boldsymbol{DA}^{-1}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{DA}^{-1}. \tag{4.42}$$

(4.41c)'deki eşitsizliğin her iki tarafın m. diyagonal elemanları hesaplanarak, eşitlik (4.43)'deki eşitsizlik elde edilir.

$$[\boldsymbol{C}_{11}]_{m,m}=[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m}+\frac{\left[\boldsymbol{C}_N^M\boldsymbol{f}_{1,2}\boldsymbol{f}_{1,2}^T\boldsymbol{C}_N^M\right]_{m,m}}{f_{22}-\boldsymbol{f}_{12}^T\boldsymbol{C}_N^M\boldsymbol{f}_{12}} \tag{4.43}$$

$N\geq M+1$ durumu için $\boldsymbol{F}_N^{M+1}$ matrisi pozitif tanımlı olduğundan, $\boldsymbol{F}_N^M$'in Schur tamamlayıcısı $f_{22}-\boldsymbol{f}_{12}^T\boldsymbol{C}_N^M\boldsymbol{f}_{12}$'dir ve pozitif olmalıdır. $\boldsymbol{C}_N^M\boldsymbol{f}_{1,2}\boldsymbol{f}_{1,2}^T\boldsymbol{C}_N^M$ matrisi yarı kesin pozitif olduğundan (positive semi - definite), $\left[\boldsymbol{C}_N^M\boldsymbol{f}_{1,2}\boldsymbol{f}_{1,2}^T\boldsymbol{C}_N^M\right]_{m,m}$ matrisinin diyagonal elemanları da negatif değildir. Sonuç olarak (4.44)'deki eşitsizlik elde edilir.

$$[\boldsymbol{C}_{11}]_{m,m}\geq[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m} \tag{4.44}$$

$[\boldsymbol{C}_{11}]_{m,m}=[\boldsymbol{C}_N^{M+1}]_{m,m}$ olduğundan dolayı *Önerme 1*'deki eşitlik (4.37)'nin ispatı tamamlanmıştır.

Önerme 1, sezgisel olarak daha fazla frekans eklendiğinde, genlik tahmini problemini çözmenin gittikçe daha zor olacağı (veya aynı kalacağı) anlamına gelmektedir.

Önerme 1'den elde edilen sonucu kullanarak, (4.30)'daki eşitsizlik genelleştirilebilir.

Sonuç 1. $[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m}$'nin CRLB değerleri tek harmoniğin CRLB'si ($\boldsymbol{C}_N^M$) tarafından alt sınırlıdır, yani:

$$[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m}\geq C_N^1=\frac{\sigma_v^2}{2N},\quad m=1,\dots,M \tag{4.45}$$

Bölüm 4.2.2'de, N değeri arttıkça CRLB'lerin monoton olarak azaldığı gözlemlenmişti. Aşağıdaki önermede de bu durumun genel olarak M tane harmonik veya araharmonik olduğunda da geçerliliği gösterilmektedir.

Önerme 2. N değeri arttıkça CRLB değerleri ($[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m}$) monoton olarak azalmaktadır, yani

$$[\boldsymbol{C}_{N+1}^{M}]_{m,m} < [\boldsymbol{C}_{N}^{M}]_{m,m}, \quad m = 1, \dots, M \ \ ve \ \ N \geq M \tag{4.46}$$

İspat 2. (4.47)'deki eşitsizlikte gösterildiği gibi $\boldsymbol{S}_N^{\mathrm{H}}$ matrisini ardışık zaman örneklerine karşılık gelen sütunlarına ($\boldsymbol{s}_n, \ n = 0, \dots, N$) ayrılsın.

$$\boldsymbol{S}_N^{\mathrm{H}} = [s_1 \quad s_2 \quad \cdots \quad s_{N-1}] \tag{4.47}$$

$\boldsymbol{s}_n$ vektörünün açılımı eşitlik (4.48)'de gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{s}_n \triangleq [e^{j(\omega_1 n + \emptyset_1)} \quad e^{j(\omega_2 n + \emptyset_2)} \quad \dots \quad e^{j(\omega_M n + \emptyset_M)}]^{\mathrm{H}}, \qquad n = 0, \dots, N \tag{4.48}$$

(4.12)'deki FBM matrisi (4.49)'daki gibi yeniden yazılabilir.

$$\boldsymbol{F}_N^M = \frac{2N}{\sigma_v^2}\Re\left\{\sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{s}_n \boldsymbol{s}_n^{\mathrm{H}}\right\} \tag{4.49a}$$

$$= \frac{2N}{\sigma_v^2}\Re\left\{\sum_{n=0}^{N-2} \boldsymbol{s}_n \boldsymbol{s}_n^{\mathrm{H}}\right\} + \frac{2N}{\sigma_v^2}\Re\{\boldsymbol{s}_{N-1}\boldsymbol{s}_{N-1}^{\mathrm{H}}\} \tag{4.49b}$$

$$= \boldsymbol{F}_{N-1}^M + \frac{N}{\sigma_v^2}(\boldsymbol{s}_{N-1}\boldsymbol{s}_{N-1}^{\mathrm{H}} + \bar{\boldsymbol{s}}_{N-1}\bar{\boldsymbol{s}}_{N-1}^{\mathrm{H}}) \tag{4.49c}$$

$$= \boldsymbol{F}_{N-1}^M + \underbrace{[\boldsymbol{s}_{N-1} \quad \bar{\boldsymbol{s}}_{N-1}]}_{\triangleq \boldsymbol{E}} \frac{N}{\sigma_v^2} \boldsymbol{I}_2 \underbrace{[\boldsymbol{s}_{N-1} \quad \bar{\boldsymbol{s}}_{N-1}]^{\mathrm{H}}}_{=\mathbf{E}^{\mathrm{H}}} \tag{4.49d}$$

Burada $\bar{\boldsymbol{s}}_N$, $\boldsymbol{s}_N$ vektörünün karmaşık eşleniğini belirtir. Her iki tarafın tersini almak için (4.42)'deki Woodbury matris özdeşi (4.49d)'deki eşitsizliğin sağ tarafına uygulanarak (4.50) 'deki eşitsizlik elde edilir. Woodbury matris özdeşinde $\boldsymbol{A} \triangleq \boldsymbol{F}_{N-1}^M$, $\boldsymbol{C} \triangleq \frac{N}{\sigma_v^2}\boldsymbol{I}_2$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}} \triangleq \boldsymbol{E}$.

$$\boldsymbol{C}_N^M \triangleq (\boldsymbol{F}_N^M)^{-1} = (\boldsymbol{F}_{N-1}^M)^{-1} - (\boldsymbol{F}_{N-1}^M)^{-1}\boldsymbol{E}\boldsymbol{U}\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{F}_{N-1}^M)^{-1} \tag{4.50a}$$

$$= \boldsymbol{C}_{N-1}^M - \boldsymbol{C}_{N-1}^M \boldsymbol{E}\boldsymbol{U}\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_{N-1}^M \tag{4.50b}$$

(4.50)'deki $\boldsymbol{U}$ matrisi (4.51)'deki eşitsizlikte tanımlanmıştır.

$$\boldsymbol{U} \triangleq \left(\frac{\sigma_v^2}{N}\boldsymbol{I}_2 + \boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_{N-1}^M\boldsymbol{E}\right)^{-1} \tag{4.51}$$

$N-1 \geq M$ durumu için $\boldsymbol{C}_{N-1}^M$ matrisi pozitif tanımlı olduğundan, $\boldsymbol{U}$ matrisinin ve dolayısıyla $\boldsymbol{C}_{N-1}^M\boldsymbol{EUE}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_{N-1}^M$ matrisinin pozitif tanımlı olduğunu görülebilir, bu da onların diyagonal elemanlarının kesinlikle pozitif olduğunu gösterir. (4.50b) 'deki eşitsizliğin her iki tarafının köşegen elemanlarını alarak (4.52)'de gösterilen eşitsizlik elde edilir.

$$[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m} = [\boldsymbol{C}_{N-1}^M]_{m,m} - [\boldsymbol{C}_{N-1}^M\boldsymbol{EUE}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_{N-1}^M]_{m,m} \tag{4.52}$$

$[\boldsymbol{C}_{N-1}^M\boldsymbol{EUE}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_{N-1}^M]_{m,m}$ pozitif tanımlı olduğundan değeri 0'dan büyüktür. Dolayısıyla (4.52)'deki eşitsizlikten $N \geq M+1$ durumu için $[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m} < [\boldsymbol{C}_{N-1}^M]_{m,m}$; $N \geq M$ durumu için de $[\boldsymbol{C}_{N+1}^M]_{m,m} < [\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m}$. Böylelikle, *önerme 2*'deki (4.46) eşitsizliğinin doğruluğu ispatlanmıştır.

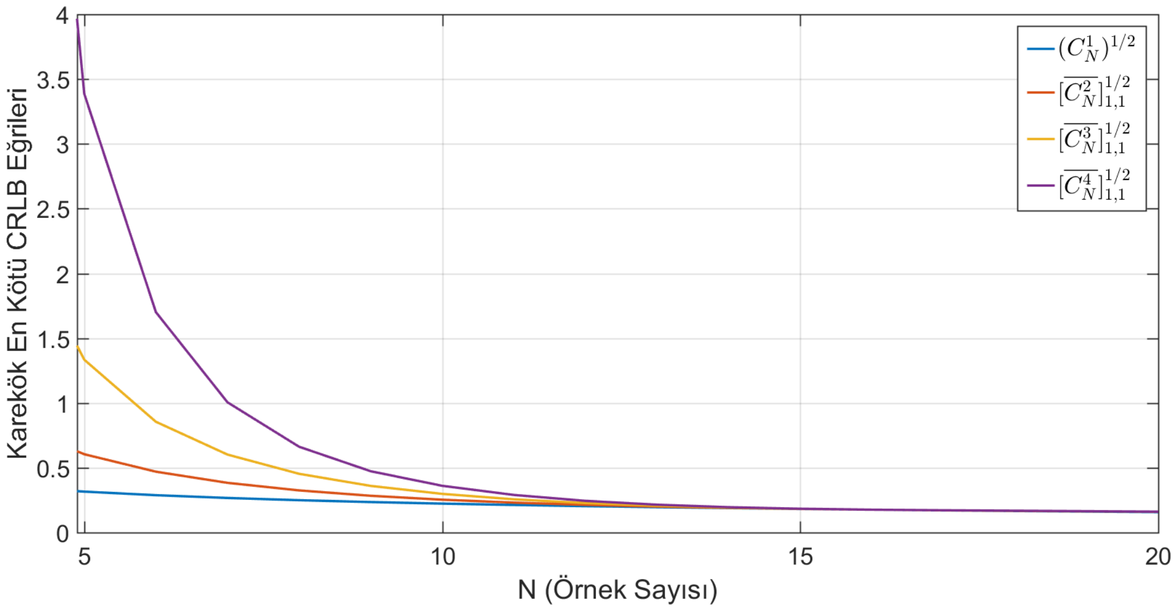
N değeri arttıkça monoton olarak azalan CRLB eğrisinin ($[\boldsymbol{C}_N^M]_{m,m}$) istenilen MSE değerleri (σ_d^2) ile kesişimi tek bir yerde olacağından dolayı önerme 2'de elde edilen sonuç ile her bir frekans bileşenin (ω_m) genliklerinin (a_m) yakınsama süresi için alt sınırlar belirlenebilir.

M tane harmonikler veya araharmonikler durumunda en kötü CRLB'yi belirlemek için (4.32) 'deki eşitsizlik kullanılarak (4.53)'deki eşitsizlik elde edilebilir.

$$\bar{\rho}_{i,j}(N) \triangleq \frac{sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}{Nsin\left(\frac{1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}, \qquad 1 \leq i \neq j \leq M \tag{4.53}$$

Şekil 4.5'de $M = 2{,}3{,}4$ ve $2 \leq j \leq M$ olduğu durumlarda, harmoniklerin veya araharmoniklerin frekans farkları $\widetilde{\omega}_{1,j} = (j-1)\frac{2\pi}{16}$ seçildiğinde, birinci frekans bileşenlerine ait en kötü CRLB eğrileri ($[\overline{\boldsymbol{C}}_N^M]_{1,1}$) ile tek harmonik durumundaki CRLB eğrisi ($\boldsymbol{C}_N^1$) gösterilmektedir. Frekans sayısı arttıkça CRLB'lerin düşük *N* değerleri için önemli ölçüde arttığı görülmektedir. Diğer yandan *M* = 3 ve *M* = 4 için yüksek CRLB değerleri, *M* = 2 durumu için geçerli CRLB değerine nispeten daha hızlı yakınsar. *M* = 3 ve

$M = 4$ durumlarındaki CRLB değerlerinin $M = 2$ için geçerli CRLB değerlerine yakınsaması, M = 2 durumundaki CRLB eğrisinin tek harmoniğin CRLB'sine yakınsadığı N değerinden ($N = \frac{2\pi}{\widetilde{\omega}_{1,2}} = 16$) çok daha önce gerçekleşir. Sonuç olarak, M tane harmoniklerin veya araharmoniklerin CRLB'lerinin tek harmonik CRLB'sine yaklaşacağı N değerini, kendisine en yakın harmoniğe veya araharmoniğe olan mesafeyle belirlendiği yani, en küçük frekans farkına bağlı olduğu ($\widetilde{\omega}_{1,2} = \frac{2\pi}{16}$) iddia edilebilir.



Şekil 4.5. $M = 2{,}3{,}4,\ \ 2 \leq j \leq M$ ve $\sigma_v^2 = 1$ olduğu durumlarda, harmoniklerin veya ara harmoniklerin frekans farkları $\widetilde{\omega}_{1,j} = (j-1)\frac{2\pi}{16}$ seçildiğinde, birinci frekans bileşenlerine ait en kötü CRLB eğrileri ($[\overline{\boldsymbol{C}}_N^M]_{1,1}$)

M tane harmonik veya araharmonik durumunda (4.36) 'daki formülün genelleştirilmesi için önceki alt bölümün sonunda verilenlere benzer analizler yapılabilir. Aynı analizler küçük N değerlerinde ve faz farkları ($\widetilde{\omega}_{1,j},\ 1 \leq j \leq 4$) durumlarında $M = 3{,}4$ için yapılmış ve formüller (4.54)'de gösterilmiştir.

$$[\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^3]_{1,1} \approx \frac{8\sigma_v^2}{45N^5\widetilde{w}_{1,2}^2\widetilde{w}_{1,3}^2}\ , \qquad [\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^4]_{1,1} \approx \frac{50400\sigma_v^2}{N^7\widetilde{w}_{1,2}^2\widetilde{w}_{1,3}^2\widetilde{w}_{1,4}^2} \tag{4.54}$$

Bu sonuçlardan yola çıkarak aşağıdaki varsayım önerilmektedir.

Varsayım 1. M tane harmonik veya araharmonik durumunda genel $[\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^M]_{m,m}$'nin formülü eşitlik (4.55)'de gösterildiği gibidir.

$$[\widetilde{\boldsymbol{C}}_N^M]_{m,m} \approx \frac{a_m^M \sigma_v^2}{N^{2M-1} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^{M} \widetilde{\omega}_{m,i}^2}, \quad m = 1, \cdots, M \tag{4.55}$$

(4.55)'deki eşitliğin geçerliliği küçük *N* değerlerinde ve $\widetilde{\omega}_{i,j},\ 1 \leq i \neq j \leq M$ durumlarında geçerlidir. $a_m^M \in \mathbb{R}_{>0}$ olduğu da unutulmamalıdır.

Eşitlik (4.55), Şekil 4.5'deki en küçük CRLB eğrilerinin küçük *N* ve $\widetilde{\omega}_{i,j}$ için eğilimlerini açıklar. Özellikle Şekil 4.5'de, var olan sinyale küçük $\widetilde{\omega}_{i,j}$ ile yakın yeni frekanslar eklendiğinde en kötü CRLB'nin küçük *N* değeri için büyüdüğü görülmektedir. Bu durum, (4.55)'deki $\frac{1}{N^2 \widetilde{\omega}^2}$ terimi ile açıklanabilir. Ayrıca, M arttıkça en kötü CRLB'nin azalım hızının arttığı görülmektedir. Bu durumda da (4.55)'deki $\frac{1}{N^{2M-1}}$ terimi ile açıklanır.

4.3. Gerçek Sinüzoidler için Harmoniklerin ve Araharmoniklerin Genlik Tahmini İçin Performans Sınırları

Bu bölümde, önceki bölümde karmaşık üslü model için elde edilen sonuçların gerçek sinüzoidler için elde edilen sonuçlarla ilişkisi gösterilmiştir. Eşitlik (4.56)'daki sinyal modeli düşünülsün.

$$y_n = \sum_{m=1}^{M} a_m \cos(\omega_m n + \phi_m) + v_n, \quad n = 0, \dots, N-1 \tag{4.56}$$

(4.56)'daki terimler, eşitlik (4.1)'de oluşturulan karmaşık modeldeki terimlerle aynı olmasına rağmen parametrelerin birkaç özelliği değişmektedir. Bunlar;

- Numune sayısı N, $N \geq 2M$ şartını sağlaması gerekir.
- $y_n \in \mathbb{R},\ n = 0, \cdots, N-1.$
- $\omega_m \in [0, \pi)$, negatif olmayan farklı frekanslar(radyan).

- $v_n \in \mathbb{R}$, bağımsız olarak aynı şekilde dağıtılmış ölçüm gürültüsü örnekleridir. Sıfır ortalama ve bilinen bir varyans (σ_v^2) normal dağılım ile dağıtılmıştır. $v_n \sim N(v_n; 0, \sigma_v^2)$, $n = 0, \ldots, N-1$.

Eşitlik (4.56) 'daki sinyal modeli vektörize edilerek (4.57)'deki biçimde yeniden yazılabilir.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{S}_N \mathbf{a} + \boldsymbol{v} \tag{4.57}$$

a, $\boldsymbol{y}$ ve $\boldsymbol{v}$ vektörleri, sırasıyla (4.8a), (4.8b) ve (4.8c)'de tanımlandığı gibidir. $\boldsymbol{S}_N$ matrisi eşitlik (4.58)'de gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{S}_N \triangleq \begin{bmatrix} \cos(\omega_1 0 + \phi_1) & \cdots & \cos(\omega_1(N-1) + \phi_1) \\ \cos(\omega_2 0 + \phi_2) & \vdots & \cos(\omega_2(N-1) + \phi_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\omega_m 0 + \phi_M) & \ldots & \cos(\omega_M(N-1) + \phi_M) \end{bmatrix} \tag{4.58}$$

Gürültü vektörü ($\boldsymbol{v}$) $\mathcal{N}(\boldsymbol{v}; 0; \sigma_v^2 \boldsymbol{I}_N)$ ile dağıtılmıştır. Bu modelde bilinmeyen parametre vektörü (**a**) için olasılık fonksiyonu p ($\boldsymbol{y}$ | **a**) eşitlik (4.59)'da verilmiştir.

$$p\big((\boldsymbol{y}|\mathbf{a})\big) = \mathcal{N}(\boldsymbol{y}; \boldsymbol{S}_N\mathbf{a}, \sigma_v^2 \boldsymbol{I}_N) \triangleq \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \sigma_v^{2N}}} e^{-\frac{\|y - S_N \mathbf{a}\|^2}{2\sigma_v^2}} \tag{4.59}$$

(4.59)'da verilen olasılık fonksiyonun CRLB matrisi ($\boldsymbol{C}_N^M \in \mathbb{R}^{M \times M}$) aşağıdaki gibi hesaplanabilir [2].

Öncelikle $\boldsymbol{C}_N^M$ matrisi (4.60)'daki formülde gösterildiği gibi FBM matrisinin ($\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M$) tersine eşittir. $\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M$ matrisinin formülü de (4.61)'de verilmiştir.

$$\boldsymbol{C}_N^M = (\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M)^{-1} \tag{4.60}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M = \frac{1}{\sigma_v^2} \boldsymbol{S}_N^T \boldsymbol{S}_N \tag{4.61}$$

Gerçek sinüzoidlerin FIM ve CRLB matrisinin simgelerini karmaşık üslü modeldekinden ayırmak için kalın büyük el yazısı harfler kullanılmıştır. Eşitlik (4.58)'deki $\boldsymbol{S}_N$ matrisini kullanarak $\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M$ matrisini eşitlik (4.62)'de gösterildiği gibi hesaplanabilir.

$$[\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M]_{i,j} = \frac{1}{\sigma_v^2}\sum_{n=0}^{N-1}\cos(\omega_i n + \phi_i)\cos(\omega_j n + \phi_j) \tag{4.62a}$$

$$= \frac{1}{2\sigma_v^2}\sum_{n=0}^{N-1}\left[\cos\left(\widetilde{\omega}_{i,j} n + \tilde{\phi}_{i,j}\right) + \cos\left(\overline{\omega}_{i,j} n + \bar{\phi}_{i,j}\right)\right] \tag{4.62b}$$

$$= \frac{1}{2\sigma_v^2}\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{N-1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j} + \tilde{\phi}_{i,j}\right)\frac{sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}{sin\left(\frac{1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)} \\ +\ \cos\left(\frac{N-1}{2}\overline{\omega}_{i,j} + \bar{\phi}_{i,j}\right)\frac{sin\left(\frac{N}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}{sin\left(\frac{1}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)} \end{pmatrix} \tag{4.62c}$$

$i \neq j$ durumunda; $\overline{\omega}_{i,j} \triangleq \omega_j + \omega_i, \quad \bar{\phi}_{i,j} = \phi_j + \phi_i.$

Sonuç olarak gerçek sinüzoidlerin $\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M$ matrisinin formülü eşitlik (4.63)'de verilmiştir.

$$[\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M]_{i,j} = \begin{cases} \dfrac{N}{2\sigma_v^2} + \cos\left(\frac{N-1}{2}\overline{\omega}_{i,j} + \bar{\phi}_{i,j}\right)\dfrac{sin\left(\frac{N}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}{sin\left(\frac{1}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}, & i = j \\ \dfrac{N}{2\sigma_v^2}\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{N-1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j} + \tilde{\phi}_{i,j}\right)\dfrac{sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}{N\,sin\left(\frac{1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)} \\ +\cos\left(\frac{N-1}{2}\overline{\omega}_{i,j} + \bar{\phi}_{i,j}\right)\dfrac{sin\left(\frac{N}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}{N\,sin\left(\frac{1}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)} \end{pmatrix}, & i \neq j \end{cases} \tag{4.63}$$

ω_m frekansları negatif olmadığından, $\left|\widetilde{\omega}_{i,j}\right| \leq \overline{\omega}_{i,j}$ olduğu görülebilir, bu da gerçek sinüzoid FBM ifadesindeki $\frac{sin\left(\frac{N}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}{sin\left(\frac{1}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}$ terimi N artıkça $\frac{sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}{sin\left(\frac{1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}$ teriminden daha hızlı azalacağı anlamına gelir. Bundan dolayı (4.64)'deki eşitlikte $\frac{sin\left(\frac{N}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}{sin\left(\frac{1}{2}\overline{\omega}_{i,j}\right)}$ terimini ihmal ederek $\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M$ matrisi eşitlik (4.64)'de gösterildiği gibi ifade edilebilir.

$$[\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M]_{i,j} \approx \begin{cases} \dfrac{N}{2\sigma_v^2}, & i = j \\ \dfrac{N}{2\sigma_v^2} \cos\left(\dfrac{N-1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j} + \widetilde{\phi}_{i,j}\right) \dfrac{sin\left(\frac{N}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}{sin\left(\frac{1}{2}\widetilde{\omega}_{i,j}\right)}, & i \neq j \end{cases} \quad (4.64a)$$

$$= \begin{cases} \dfrac{N}{2\sigma_v^2}, & i = j \\ \dfrac{N}{2\sigma_v^2}\rho_{i,j}, & i \neq j \end{cases} \quad (4.64b)$$

N değerinin büyük olduğu yerlerde, gerçek sinüzoidler için elde edilen (4.65)'deki FBM ($\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M$) formülünü, (4.16)'da verilen karmaşık üslü modeldeki FBM($\boldsymbol{F}_N^M$) ile karşılaştırdığımızda (4.65)'deki eşitlikler elde edilir.

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}_N^M \approx \frac{1}{4}\boldsymbol{F}_N^M, \quad \boldsymbol{\mathcal{C}}_N^M = 4\boldsymbol{C}_N^M \quad (4.65)$$

Bu sonuçlar sezgisel olarak şu şekilde açıklanabilir. Karmaşık üstel durumunda, y_n ölçümü karmaşık bir skalerdir. Dolayısıyla, hem gerçek hem de sanal kısımları, tahmin edilecek genlikler hakkında bilgi sağlayan ölçümler olarak düşünülebilir. Karmaşık üstel durumda, ölçüm gürültüsü (v_n) sıfır ortalama ve σ_v^2 varyansı ile dağıtılan karmaşık Gauss'tur. Bu, v_n'nin gerçek ve sanal kısımlarının (y_n'nin gerçek ve sanal kısımlarındaki ölçüm gürültüsü olan) Gaussian'ın sıfır ortalama ve ${\sigma_v^2}/{2}$ varyans ile dağıtılmış olduğu anlamına gelir. Öte yandan gerçek sinüzoid durumda y_n, sıfır ortalama ve σ_v^2 varyansı ile dağıtılmış Gauss gürültüsüne sahip olan gerçek bir skalerdir. Bu nedenle, karmaşık üstel durumda, gerçek sinüsoid durumundaki gürültü varyansının yarısı ile gerçek sinüsoid durumun iki katı kadar ölçüm vardır. Sonuç olarak, (4.65)'deki eşitliğe göre, karmaşık üstel durum gerçek sinüzoid duruma göre dört kat daha fazla bilgi içerir.

(4.65)'deki eşitlik sayesinde, önceki bölümde karmaşık sinüzoidler için yaptığımız analizi, ilgili formüllerde σ_v yerine $2\sigma_v$ yazılarak gerçek sinüzoidler için uygulanabilir hale getirilebilir. Bu yeni formüllerin yalnızca *N*'nin büyük değerli için geçerli olacağı unutulmamalıdır. Aslında, sinyalin tek frekanslı bir sinüzoidden oluştuğu yani M = 1 olduğu varsayılırsa, bu durumdaki CRLB, tek frekanslı karmaşık üstel durumdan farklı olarak küçük *N* değerleri için sinüzoidin frekansına ve fazına bağlı olacaktır. Bu durum, küçük N değerlerinde ihmal edilemez olan gerçek sinüzoidin negatif ve pozitif frekans bileşenlerinin birbirleri üzerindeki etkilerinden kaynaklanmaktadır.

Ayrıca (4.65)'deki eşitliğe göre, gerçek sinüzoidlerin CRLB matrisi ($\boldsymbol{C}_N^M$), karmaşık üstel CRLB matrisinin *önerme 1*, *sonuç 1* ve *önerme 2*'de var olan özelliklerin aynısına sahip olduğunu görülebilir.

4.4. Simülasyon ve Saha Verileri Sonuçları

Bu bölümde, önceki bölümlerde elde edilen sonuçların geçerliliği sentetik sinyaller ve sahadan elde edilen veriler kullanılarak gösterilmiştir.

4.4.1. Simülasyon sonuçları

Aşağıdaki eşitlik (4.66)'daki sürekli zaman sinyali dikkate alınmıştır.

$$y(t) = \sum_{m=1}^{6} a_m \cos(2\pi f_m t + \phi_m) + v(t) \tag{4.66}$$

Eşitlik (4.66)'daki parametrelerin değerleri eşitlik (4.67)'de verilmiştir.

$$\left\{\begin{array}{ccc} f_1 = 50 \text{ Hz}, & f_2 = 100 \text{ Hz}, & f_3 = 250 \text{ Hz}, \\ f_4 = 350 \text{ Hz}, & f_5 = 550 \text{ Hz}, & f_6 = 45 \text{ Hz}, \\ a_1 = 1, & a_2 = 0{,}25, & a_3 = 0{,}1, \\ a_4 = 0{,}1, & a_5 = 0{,}1, & a_6 = a, \\ \phi_1 = {}^{\pi}/_{3}, & \phi_2 = {}^{\pi}/_{4}, & \phi_3 = {}^{\pi}/_{5}, \\ \phi_4 = {}^{\pi}/_{6}, & \phi_5 = {}^{\pi}/_{7} & \phi_6 = {}^{\pi}/_{2}, \end{array}\right\} \tag{4.67}$$

Eşitlik (4.67)'deki genliklerim birimi per unit (p.u), temel frekans $f_1 = 50$ Hz. $y\,(\cdot)$ sinyali $f_s = 2\ k$Hz örnekleme frekansıyla örneklenmiştir. $v(t)$, Gauss ile dağıtılmış, sıfır ortalama ve $\sigma_v = 0{,}1\, p.u.$ varyansı olan gürültü ölçümleridir. Farklı tahmin algoritmaları ile 50 Hz'deki temel bileşenin $a_1 = 1$ p.u genliğinin tahmini ele alınmıştır. Simülasyon sonuçları iki farklı durum ele alınarak yapılmıştır:

Birinci durumda, Eşitlik (4.66)'daki sinyalin içerisindeki $f_6 = 45$ Hz'deki araharmoniğin genliği $a_6 = 0$ seçilerek, sinyalin sadece harmonik bileşenlerden oluştuğu varsayılmıştır. Bu durumda genliği bilinmeyen harmonik 5 olduğu için $M = 5$'dir.

İkinci durumda ise, sinyalin harmonik ve $f_6 = 45$ Hz'de, genliği $a_6 = 0{,}1$ p.u. olan bir araharmonik bileşenlerden oluştuğu düşünülmüştür. Bu durumda genliği bilinmeyen toplam harmonik ve araharmonik sayısı 6 olduğu için $M = 6$'dır.

Her iki durumda da 50 Hz'deki temel bileşenin genliğini (a_1) tahmin etmek için aşağıdaki algoritmalar kullanılmıştır.

- Pencereli DFT: Genlik analizi için (4.68)'deki eşitlik kullanılmıştır. (4.68)'deki $\bar{w}_n$ N uzunluğundaki standart Hamming penceresini temsil etmektedir ve $\bar{w}_n \triangleq \frac{N w_n}{\sum_{n=0}^{N-1} w_n}$, $n = 0, \dots, N-1$. Gerçek sinüzoitteki karmaşık üstelin genliği $\frac{a_m}{2}$ olduğundan dolayı DFT alınırken (4.68)'de görüldüğü üzere 2 ile çarpma gereklidir. Örnekleme frekansı (f_s) 2000Hz olarak belirlendiği için temel bileşenin genliğini tahmin edebilmek için $\omega_1 = 2\pi \frac{50}{2000}\ rad/s$ seçilmiştir.

$$\hat{a}_m(N) \triangleq \frac{2}{N}\left|\sum_{n=0}^{N-1} y_n \bar{w}_n e^{-jw_m n}\right| \tag{4.68}$$

- MUSIC Algoritması: MUSIC algoritması genel olarak, eigenspace yöntemi kullanarak bir sinyalin veya oto korelasyon matrisinin frekans içeriğini tahmin eder [46]. Bu yöntem, bir sinyalin $M \times M$ otokorelasyon matrisi kullanılarak, Gauss beyaz gürültüsü varlığında karmaşık üstellerden oluştuğu varsayılır. Reel sinyaller üzerinde ise $2M \times 2M$ oto korelasyon matrisi kullanılır. Bu bölümde, verilerden ilk önce $2(M+5) \times 2(M+5)$ boyutunda MATLAB ortamında corrmtx $(\cdot)$ komutu kullanılarak oto korelasyon matrisi elde edilmiştir. Bu oto korelasyon matrisi yine MATLAB ortamında rootmusic $(\cdot)$ komutu kullanılarak $2M$ tane frekans tahmini ve RMS güçleri (p_m) hesaplanmıştır. Daha sonra $a_m = \sqrt{2p_m}$ formülü kullanarak 50Hz 'e en yakın frekansın gücü 50Hz'in genliğine dönüştürülmüştür. (Gerçek sinüzoidin ($a_m \cos(\omega_m n + \phi_m)$) RMS gücünün $\frac{(a_m)^2}{2}$'ye eşit olduğu bilinmektedir.)

- Kalman Filtre (KF): Üçüncü genlik tahmin algoritması, ölçüm sinyalindeki harmoniklerin ve araharmoniklerin frekanslarının bilindiği varsayılan bir Kalman filtresidir. Kalman filtresinde ayrık zamanlı veriler, $yn = y\,(nTs)$, uzay modelinde $2M \times 1$ boyutunda x_n durum vektörü kullanılarak modellenir. x_n'nin (4.69)'daki rasgele yürüyüş durum eşitliğine göre geliştiği varsayılır.

$$\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{x}_{n-1} + \mathbf{w}_\mathrm{n} \tag{4.69}$$

(4.69)'daki işlem gürültüsü $\mathbf{w}_\mathrm{n} \in \mathbb{R}^{2M}$ bağımsız olarak sıfır ortalama ve $\sigma_W^2 \mathbf{I}_{2M}$, $\sigma_W = 0.001/3$ p.u. kovaryansı ile dağıtılmıştır. Kalman filtresi tarafından kullanılan ölçüm eşitliği (4.70)'de verilmiştir.

$$y_n = \boldsymbol{c}_n \mathbf{x}_n + v_n \tag{4.70}$$

Eşitlik (4.70)'de $\boldsymbol{c}_n \in \mathbb{R}^{1\times 2M}$ ve bu bileşene ait eşitlik $m = 1, \cdots, M$ durumu için (4.71)'de verilmiştir.

$$[\boldsymbol{c}_n]_{2m-1} = \cos(2\pi f_m n T_s) \qquad [\boldsymbol{c}_n]_{2m} = \sin(2\pi f_m n T_s) \tag{4.71}$$

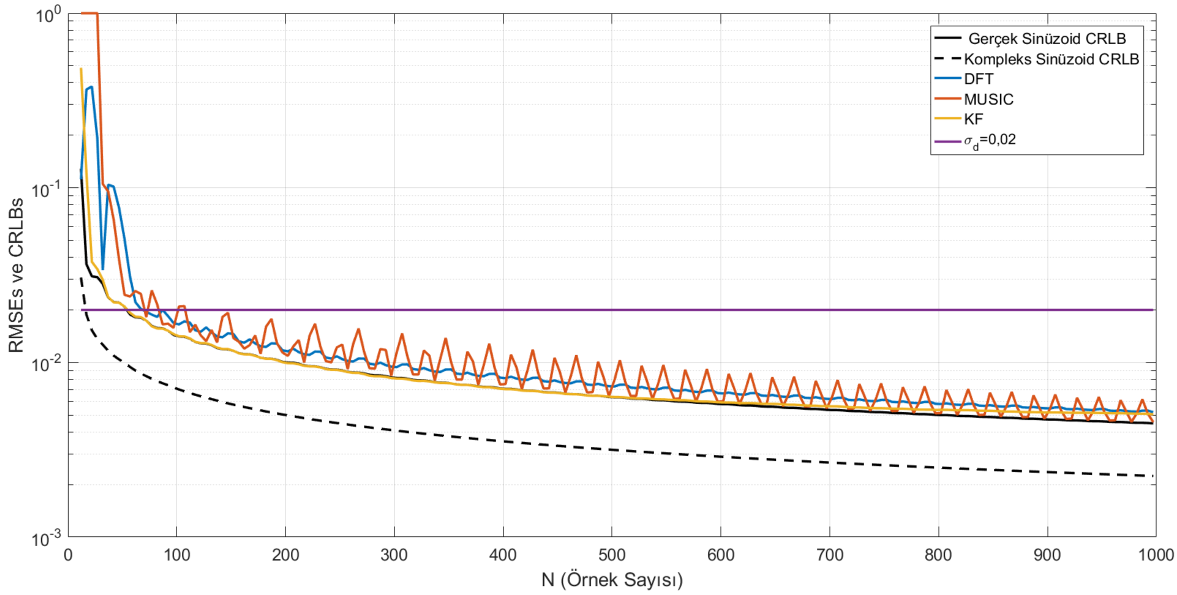
Kalman filtresinin başlangıç durum tahmini ($\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$) ve kovaryansı ($\mathbf{P}_{0:0}$) sırasıyla $\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbf{0}$, $\mathbf{P}_{0:0} = \mathbf{I}_{2M}$ seçilmiştir. KF ile durum vektörünün nihai tahmini hesapladıktan sonra, genlik tahmini ($\hat{a}_m$) ($\hat{\mathbf{x}}_{N|N}$) cinsinden eşitlik (4.72)'de gösterildiği gibi hesaplanır.

$$\hat{a}_m(N) = \sqrt{\left[\hat{\boldsymbol{x}}_{N|N}\right]_{2m-1}^2 + \left[\hat{\boldsymbol{x}}_{N|N}\right]_{2m}^2} \tag{4.72}$$

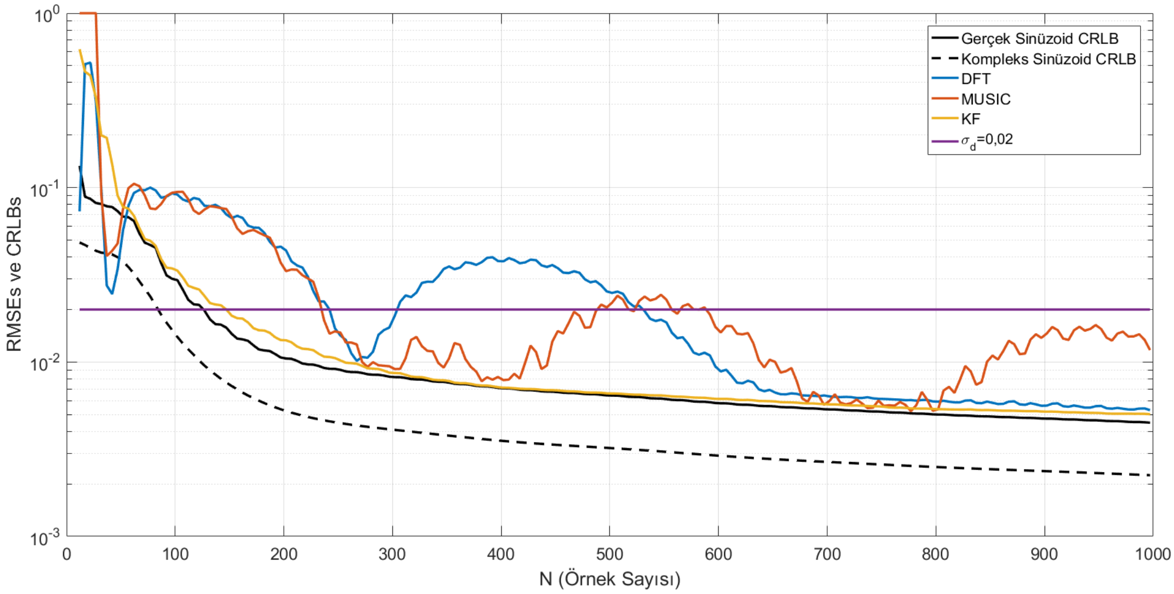
- Ensemble Kalman Filtre (EnKF): EnKF, geleneksel KF'nin Monte Carlo yaklaşımıdır. Doğrusal KF'nin kovaryans matrisini belirlemek için durum vektörünün topluluklarını kullanır [27].

- Çoklu Senkronize Referans Çerçevesi (MSRF): Bu yöntemde, bulunmak istenen harmonik veya araharmonik frekans referans bileşen olarak atanır ve bu referans frekans bileşeni etrafında, d-q dönüşümü kullanılarak sinyal pozitif ve negatif dizi bileşenlerine ayrılır. Ardından, DC bileşenini elde etmek için pozitif ve negatif dizi bileşenleri alçak geçiren filtre ile süzülür. Son olarak, referans olarak seçilen harmoniğin veya araharmoniğin pozitif ve negatif bileşenlerini elde etmek için de geri dönüşüm uygulanır [10, 11].

Veri örneklerinin N sayısı (analiz penceresi uzunluğu) 5'erlik artışlarla 12 ile 1000 arasında değiştirilmiştir ve her N değeri için 10000 Monte Carlo çalışması yapılmıştır. Müzik algoritmasında hesaplanan oto korelasyon matrisi tahminleri küçük N değerleri için koşulsuz olduğundan, genlik tahminleri sadece $N \geq 23$ durumu için hesaplanmıştır. Temel harmonik bileşenlerini içeren ve araharmonik içeren sinyalin DFT, Müzik ve KF yöntemleriyle temel harmoniğin genliğinin tahminindeki ortaya çıkan RMSE değerleri, sırasıyla Şekil 4.6 ve 4.7'de gösterilmiştir. Şekillerde, aynı genlik, frekans ve faz değerleri kullanılarak elde edilen karmaşık üstel için karekök CRLB eğrisinin yanı sıra gerçek sinüzoitler için karekök CRLB eğrisi de gösterilmiştir.



Şekil 4.6. Simüle edilmiş araharmonik olmayan verilerle temel bileşen için elde edilen RMS hata ve karekök CRLB eğrileri



Şekil 4.7. Simüle edilmiş araharmonik içeren verilerle temel bileşen için elde edilen RMS hata ve karekök CRLB eğrileri

Şekil 4.6 ve 4.7'deki şekillerden gözlemlenen ilk sonuç, karmaşık üstelin karekök CRLB değerleri neredeyse sabit bir oranla (logaritmik ölçekle) gerçek sinüzoidin karekök CRLB değerlerini takip etmesidir ve bu oran her N değeri için yaklaşık 2'dir. Ortaya çıkan bu durum, gerçek sinüzoidin ve karmaşık üstelin CRLB'lerin oranının 4 olması gerektiğini (dolayısıyla kareköklerinin oranının 2 olması gerektiğini) belirten analiz sonucunu (4.65) doğrulamaktadır.

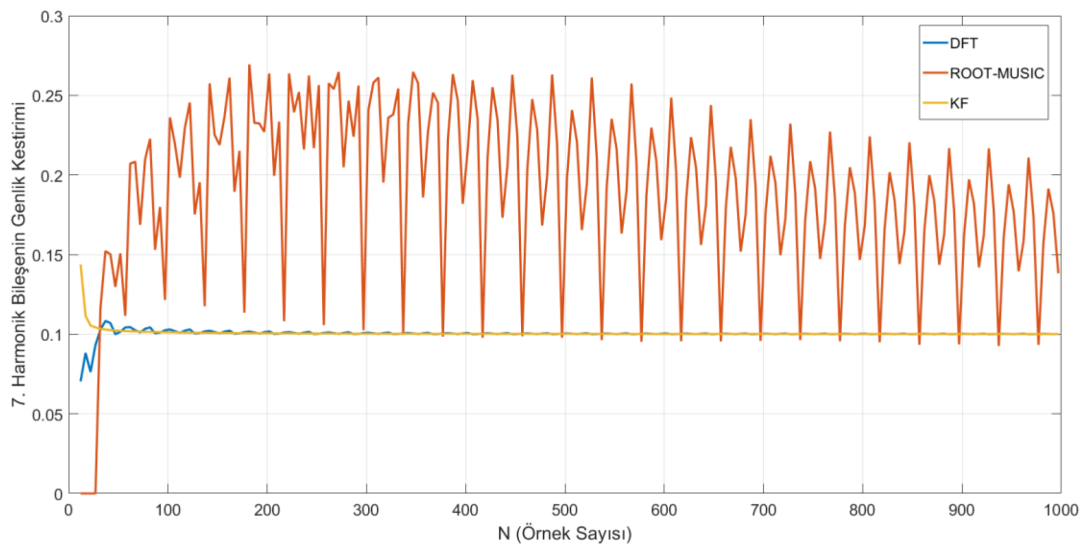
Şekil 4.6 ve 4.7'de gerçek sinüzoidin CLRB'sine en yakın performansa sahip olan algoritmanın KF olduğu görülmektedir. Bu şaşırtıcı değildir, çünkü KF gürültülü ölçüm sinyalinde var olan tüm frekansları önceden bilme avantajına sahip tek algoritmadır. Kullanılan algoritmalar arasında, MUSIC bu açıdan en büyük dezavantaja sahiptir, çünkü önce tüm frekansları tahmin etmek ve sonra bu frekanslara karşılık gelen genlikleri bulmak zorundadır. Pencereli DFT müzik algoritmasına göre daha avantajlıdır, çünkü 50 Hz'deki frekansın genliğini hesaplamasını bilir, ancak sinyaldeki diğer frekans bileşenlerinden habersizdir.

Şekil 4.7'da gözlemlenen ilginç durum, Pencereli DFT ve MUSIC algoritmalarının, bazı küçük N değerleri için gerçek sinüzoidin CRLB değerlerinden biraz daha düşük RMSE değerlerine sahip olmasıdır. Bu durum, bu algoritmaların düşük N değerlerinde yansız değillerdir. Bu sonuç kullanılan algoritmaların yakınsama süresi hakkındaki sonuçları etkilemese de, bu çalışmadaki analizlerdeki zayıflıklardan birini göstermektedir. Önceki bölümlerde yapılan tüm analizler yalnızca yansız kestirim algoritmaları için geçerli olduğundan, biased algoritmalarla elde edilen RMSE değerleri her zaman CRLB'lerden daha yüksek olmayabilir ve bu durumda, yakınsama zamanı için önerilen sınırlar geçerli olmayabilir. Bununla birlikte, aşağıdaki analizlerde ortaya konulan sınırların hala geçerli olduğu görülmektedir, çünkü bu biased durumu sadece birkaç küçük N değeri için gerçekleşir.

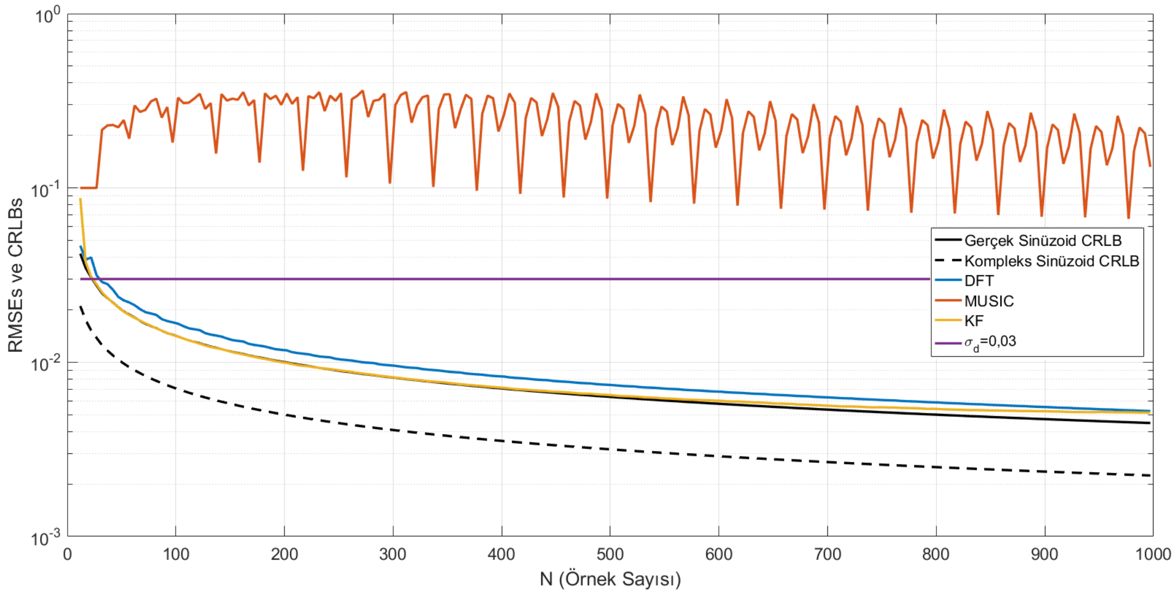
Analizleri yakınsama süresi açısından incelemek için, temel harmoniğin gerçek genlik değerinin ($a_1 = 1\ \mathrm{p.u.}$) % 2'sine karşılık gelen istenen doğruluk değeri ($\sigma_d = 0{,}02\ \mathrm{p.u.}$) dikkate alınmıştır. $\sigma_d = 0{,}02$ için yakınsama süresinin alt sınırı, gerçek sinüzoit CRLB eğrisinin $\sigma_d = 0{,}02$'ye karşılık gelen çizgiyle kesiştiği N değeri bulunarak elde edilebilir. Şekil 4.6'de, temel harmoniğin tahmin ediciden bağımsız olarak genlik kestirimindeki yakınsama süresinin alt sınırı (L_1^c) CRLB eğrisinin $\sigma_d = 0{,}02$'ye çizgisiyle kesiştiği N değeridir ve bu değer $L_1^c \approx 55$ örnektir. Bu örnek için teorik tek harmonik yakınsama zamanın alt sınırı şu şekilde hesaplanabilir:$\frac{(2\sigma_v)^2}{2\sigma_d^2} = 2\frac{\sigma_v^2}{\sigma_d^2} = 2\frac{0.1^2}{0.02^2} = 50\ \text{örnektir}.$ Burada gerçek sinüzoidlerle ilgilendiğimiz için eşitlik (4.26)'daki σ_v'yi Bölüm 4.3'de önerildiği gibi $2\sigma_v$ ile değiştirilmiştir. Dolayısıyla, araharmonik olmadığı durumda yakınsama süresinin alt sınırı ($L_1^c \approx 55$ örnek) teorik olarak tek harmonik alt sınırına (50 örnek) çok yakın olduğu gözlemlenmiştir, çünkü bu durumda en küçük frekans farkı ($\widetilde{\omega}_{i,j}$) 50 Hz'dir ve bu değer oldukça büyüktür. Şekil 4.6'de KF'nin RMSE değeri $N_1^c \approx 55$ örnekde gerçek sinüzoit CRLB'sine eşit olduğu görülmektedir, bu da KF'nin yakınsama süresinin alt sınırını ($L_1^c \approx 55$ örnek) başarılı şekilde yakaladığı görülmektedir. Pencereli DFT ve Müzik algoritmasının yakınsama süreleri sırasıyla $N_1^c \approx 90$ ve $N_1^c \approx 110$ örnektir bu da yakınsama süresinin alt sınırından ($L_1^c \approx 55$ örnek) oldukça fazladır.

Şekil 4.7'de araharmonikler ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde, temel harmoniğin tahmin ediciden bağımsız olarak genlik kestirimindeki yakınsama süresinin alt sınırı (L_1^c) CRLB eğrisinin $\sigma_d = 0{,}02$'deki çizgiyle kesiştiği N değeridir ve bu değer $L_1^c \approx 130$ örnektir. Bu değer teorik olarak tek harmonik yakınsama zamanı alt sınırından (50 örnek) çok daha yüksektir. Bunun sebebi de temel bileşene çok yakın 45Hz de bir araharmoniğin eklenmesidir. KF, Pencereli DFT ve Müzik'in yakınsama süreleri sırasıyla $N_1^c \approx 150$, $N_1^c \approx 530$, $N_1^c \approx 590$ örnektir. KF'nin yakınsama süresi ($N_1^c \approx 150$ örnek) yakınsama süresinin alt sınırı olan L_1^c'ye oldukça yakın olmasına rağmen, Pencereli DFT ve MÜZİK'in çok daha büyük olduğu görülmüştür. Bu, bilinen frekanslar ve fazlar varsayımı altında sinüzoidin CRLB değerleri kullanılarak hesaplanan alt sınırların, özellikle ölçüm sinyalinde yakın frekans bileşenleri ve araharmonikler olduğunda, bilinmeyen frekanslar ve fazların olduğu duruma göre çok iyimser olabileceğini gösterir.

Aşağıdaki Şekil 4.8 ve 4.9'da DFT, Kök-Müzik ve KF yöntemleri ile 7. harmonik bileşenin, yani 350Hz, genlik tahminini, RMSE ve CRLB eğrilerini göstermektedir. Bu analizlerde istenilen RMSE değeri, σ_d, 0,03 seçilmiştir. Şekil 4.9'de görüldüğü üzere, 7. Harmonik bileşenin tahmin ediciden bağımsız olarak genlik kestirimindeki yakınsama süresinin alt sınırı (L_1^c) CRLB eğrisinin σ_d = 0,03'deki çizgisiyle kesiştiği N değeridir ve bu değer $L_1^c \approx 20$ örnektir. Şekil 4.8 ve 4.9 incelendiğinde, KF ve DFT yöntemleri ile yapılan genlik kestirimi için yaklaşık 22 örnek gerekmektedir ki bu da yakınsama süresinin alt sınırına oldukça yakındır. Aslında bu örnek sayısı da bölüm 4.2.3'de bölümde ortaya konduğu gibi 350 Hz'deki genlik bileşenin kestiriminin yakınsama süresinin alt sınırı, 350 Hz'in komşusundaki frekans bileşenlerine olan uzaklığı ile açıklanır ve bu değerde 100Hz'dir. Fakat Şekil 4.8 ve 4.9'de görüldüğü üzere, Kök-Müzik algoritması ile etkili bir genlik kestirimi elde edilememiştir. Bunun sebebi de ortamdaki gürültü miktarı ile 7.harmonik bileşenin genlik değeri aynı olduğundan dolayı Kök-Müzik algoritması gürültülü ortamda 350 Hz'lik frekansı düzgün kestiremediğinden genliği de doğru tespit edememektedir.



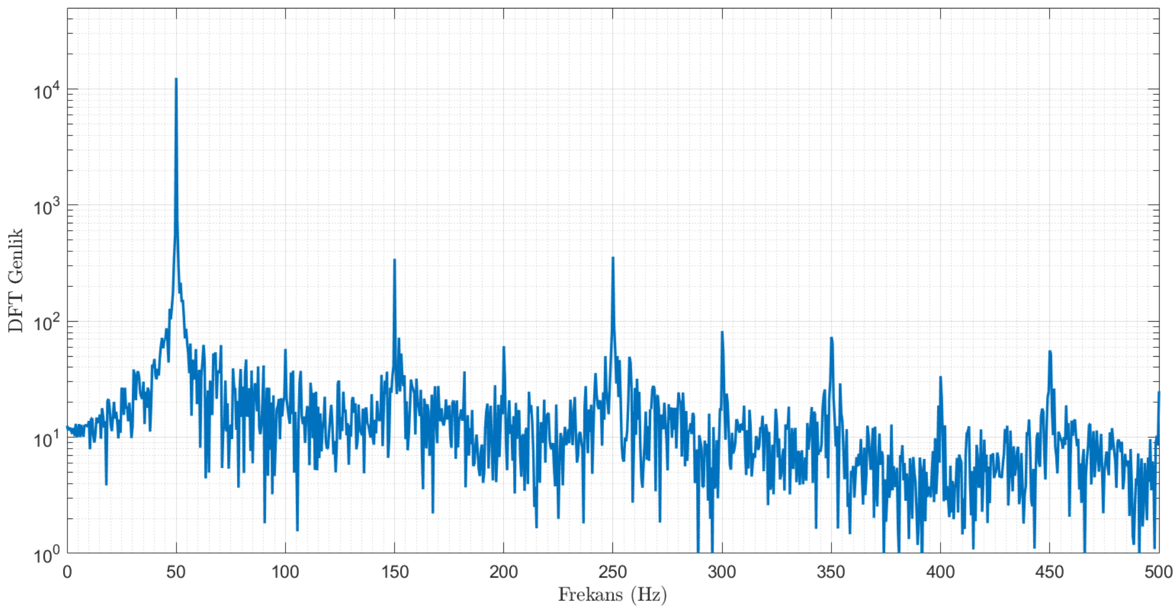
Şekil 4.8. Simüle edilmiş araharmonik olmayan durumda 7. harmonik bileşenin genliğinin DFT, Kök-Music ve KF yöntemleri ile kestirimi



Şekil 4.9. Simüle edilmiş araharmonik olmayan verilerle elde edilen RMS hata ve karekök CRLB eğrileri

4.4.2. Saha verileri sonuçları

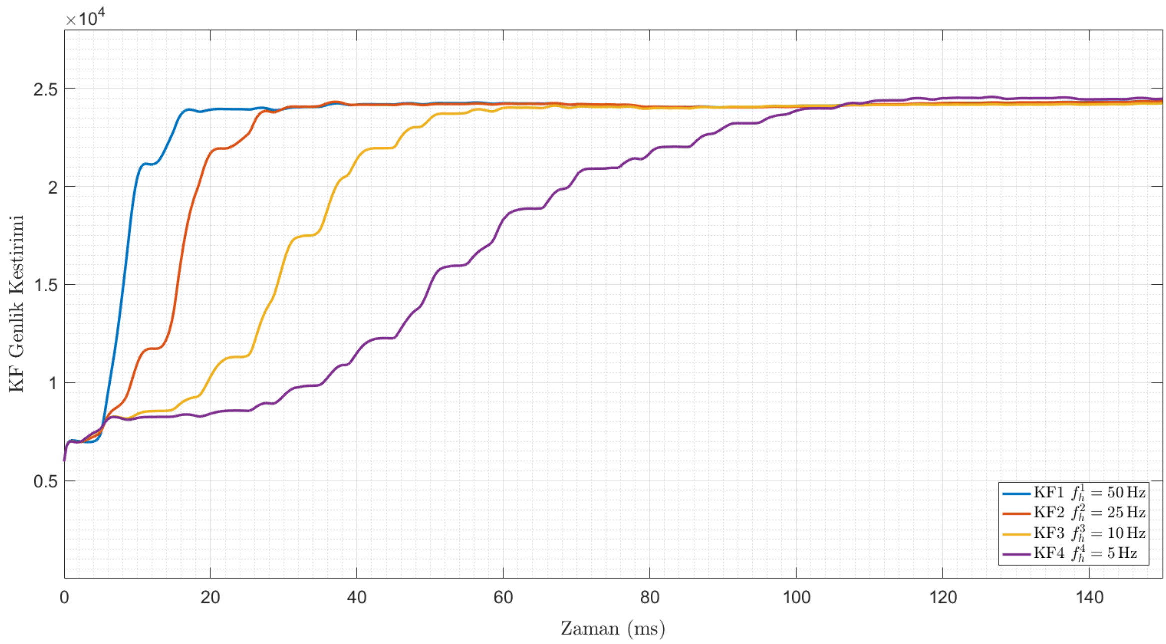
Bu bölümde EAO tesisini besleyen ortak bir bağlantı noktası olan bir elektrik iletim şebekesinin trafo merkezinden toplanan saha verileri üzerinde analiz yapılmıştır. Örnekleme frekansı f_s = 3,2 kHz'dir ve 2 saniyelik bir zaman aralığında toplanan örneklenmiş veriler analizde kullanılmıştır. 6400 örnekli EAO verisinin harmoniklerin ve araharmoniklerin genliklerinin kestirimi DFT ile Şekil 4.10'da gösterilmektedir. Bu bölümde, yine Bölüm 4.4.1'deki ile aynı durum-uzay modeline sahip KF tarafından tahmin edilecek olan f = 50 Hz'deki temel bileşenin genliği ile ilgilenilmiştir. Yalnızca KF ile genlik tahminin yapılmasının sebebi bölüm 4.4.1'de KF'nin CRLB performansının diğer genlik tahmin algoritmaların performansından daha iyi olduğu görülmüştür.



Şekil 4.10. EAO verilerinin DFT'si

Gerçek bir ölçüm sinyalinin içerisindeki frekansları bileşenleri bilinmediğinden ötürü, KF ile genlik kestiriminde belirli frekanslar içerdiği varsayılarak tasarlanmıştır. İlk olarak, her bir frekans artışı sırasıyla $f_h^1 = 50Hz$, $f_h^2 = 25Hz$, $f_h^3 = 10Hz$, $f_h^4 = 5Hz$ ve 50Hz'lik bileşeni ortaya(merkeze) alacak şekilde 3 frekanslı 4 farklı KF (KFi, *i*=1,..,4) alınmıştır. Bu nedenle KFi'lerde, sırasıyla [0 50 100], [25 50 75], [40 50 60] ve [45 50 55] frekans bileşenleri kullanılmıştır. Tüm durumlarda temel bileşenin frekans dizisinde ikinci frekans olduğu ve genliği (4.72)'deki eşitlik kullanarak her bir KFi'nin durum tahmin modelinden çıkarılmıştır. Şekil 4.11'de, verilerin ilk 150 ms'si için 4 KFi'nin genlik tahmin sonuçları gösterilmektedir.

Mevcut örnekte, verilerin saha verileri olduğu ve temel gerçek olmadığı unutulmamalıdır. Sonuç olarak RMS hataları ve titizlikle tanımlanmış yakınsama süreleri elde edilemez. Öte yandan, Şekil 4.11'de görüldüğü üzere farklı frekans dizileri kullanılarak temel harmoniğin KF ile genlik tahmini benzer değerlere yakınsadığı için, KFi'lerin yakınsama sürelerini karşılaştırmak için bazı sezgisel ölçümler kullanabilir. Örneğin, sezgisel ölçüm olarak tahminlerin belirlenen bir hedef değere ne zaman ulaştığına bakılabilir. Burada hedef değer $2{,}0\times 10^4$ olarak seçilmiştir. Şekil 4.11'de, KFi tahmincilerinin, belirlenen hedef değerine sezgisel olarak yakınsama süreleri sırasıyla $\tau_2^{c,1} = 10$ms, $\tau_2^{c,2} = 18$ms, $\tau_2^{c,3} = 37$ms, $\tau_2^{c,4} = 69$ms olarak kabul edilebilir. Farklı KFi'ler için bu yakınsama sürelerinin oranları Çizelge 4.1'in birinci satırında verilmektedir. Hedef değer olarak seçilen $2{,}0\times 10^4$ sadece grafik üzerinde rahatça okunabilecek rastgele seçilmiş bir değerdir. Farklı bir hedef değerin seçilmesi farklı yakınsama süreleri verecektir, ancak Çizelge 4.1’de verilen oranlar yaklaşık olarak aynı kalacaktır.



Şekil 4.11. f_c = 50 Hz merkezli, farklı frekans artışlarıyla 3 frekanslı bir ızgara kullanılarak temel bileşenin genliğinin KF'lerle tahminleri

Aslında bu noktada önemli olan soru, Bölüm 4.2.3’teki CRLB analizinin yukarıdaki örnekteki KiF'lerin yakınsama süreleri arasındaki ilişki hakkında ne söyleyeceği olacaktır. KFi'lerin 3 frekans bileşeninden oluştuğu varsayıldığından ve her bir KF'de ikinci frekans temel bileşen (50Hz) olduğundan, *Varsayım 1*'de (4.55)’deki ifadede M = 3 ve m = 2 olacaktır. Bu durumda:

$$[\overline{\boldsymbol{C}}_N^3]_{2,2} \approx \frac{4\alpha_3\sigma_v^2}{N^5\widetilde{\omega}_{2,1}^2\widetilde{\omega}_{2,3}^2}. \tag{4.73}$$

Burada gerçek sinüzoitlerle ilgilenildiğinden dolayı eşitlik (4.55)’deki σ_v, $2\sigma_v$ ile değiştirilmiştir. (4.73)’deki frekans farkları eşitlik (4.74)’de gösterilmiştir.

$$\widetilde{\omega}_{2,1} = -2\pi f_h^i \tag{4.74a}$$

$$\widetilde{\omega}_{2,1}^2 = (2\pi)^2(f_h^i)^2 \tag{4.74b}$$

$$\widetilde{\omega}_{2,3} = 2\pi f_h^i \tag{4.74c}$$

$$\widetilde{\omega}_{2,3}^2 = (2\pi)^2(f_h^i)^2 \tag{4.74d}$$

(4.74)'deki eşitlikler (4.73)'de yerine konularak her bir KFi için eşitlik (4.75) elde edilir.

$$[\bar{\boldsymbol{C}}_N^3]_{2,2}^i \approx \frac{4\alpha_3\sigma_v^2}{(2\pi)^4 N^5 \left(f_h^i\right)^4} \tag{4.75}$$

Eşitlik (4.75)'i kullanarak KFi'lerin yakınsama sürelerinin (örnek sayısı cinsinden) alt sınırını ($L_2^{c,i}$) bulmak için KFi'lerin CRLB eğrilerinin istenen doğruluktaki MSE değeri (σ_d^2) ile kesiştiği yani (4.75)'in eşitlik (4.76)'da gösterildiği gibi σ_d^2'ye eşit olduğu noktanın bulunması gerekir.

$$[\bar{C}_N^3]_{2,2}^i = \sigma_d^2 \tag{4.76}$$

Bu durumda istenilen MSE doğruluğunu yakalayabilmek için örnek sayısı cinsinden yakınsama süresinin alt sınırı eşitlik (4.77)'de gösterilmiştir.

$$L_2^{c,i} = \frac{(4\alpha_3)^{\frac{1}{5}}\sigma_v^{\frac{2}{5}}}{(2\pi)^{\frac{4}{5}}\sigma_d^{\frac{2}{5}}\left(f_h^i\right)^{\frac{4}{5}}} \tag{4.77}$$

Eğer yakınsama süresini saniye cinsinden bulunmak istenirse (4.77)'deki eşitlik örnekleme periyodu (T_s) ile eşitlik (4.78)'de gösterildiği gibi çarpılır.

$$\ell_2^{c,i} = \frac{(4\alpha_3)^{\frac{1}{5}}\sigma_v^{\frac{2}{5}}T_s}{(2\pi)^{\frac{4}{5}}\sigma_d^{\frac{2}{5}}\left(f_h^i\right)^{\frac{4}{5}}} \tag{4.78}$$

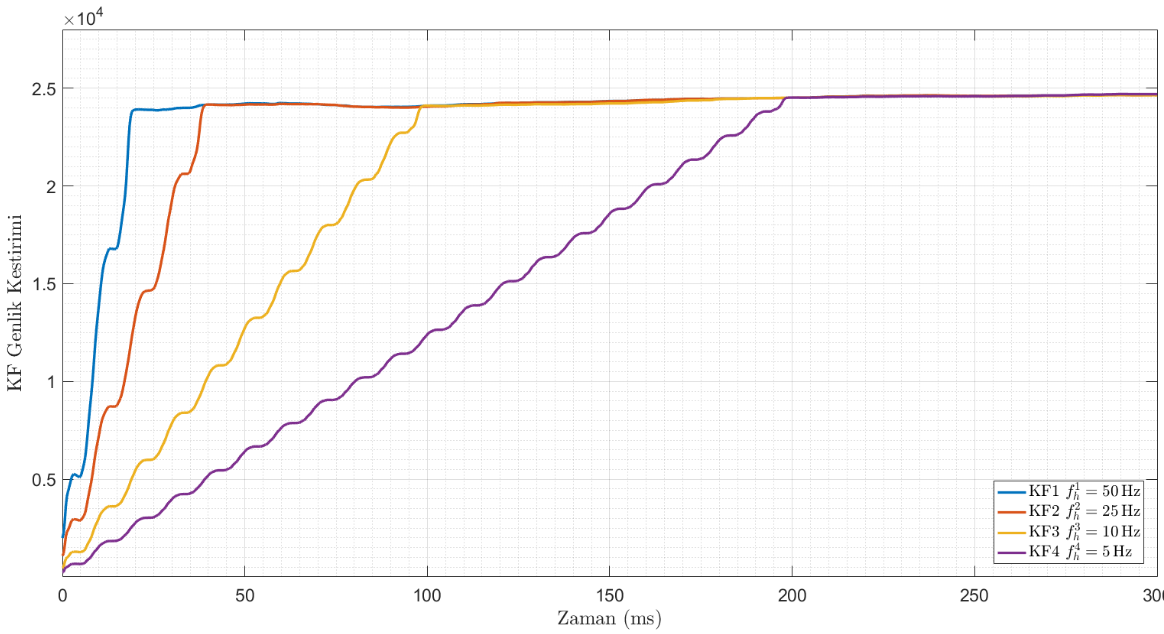
Yukarıdaki formülde, yakınsama süresinin alt sınırı, filtrede kullanılan frekans artışı f_h^i ile ters orantılı olduğu görülmektedir (4 / 5'inci kök tam olarak). Aslında yakınsama süresinin (4.78)'de de görüldüğü üzere ölçüm gürültü varyansına(σ_v) bağlıdır. Fakat EAO gibi gerçek veriler üzerinde harmonik ve araharmonik analizi yapıldığı durumlarda ölçüm gürültü miktarının bilinme ihtimali yoktur ve bu durumda yakınsama süresinin alt limitini hesaplamaya imkan yoktur. Bununla birlikte, sezgisel yakınsama zamanı ($\tau_2^{c,i}$) için yapılan benzer çalışma iki KF'nin eşitlik (4.79)'daki gibi alt sınırların yakınsama süreleri ($\ell_2^{c,i}$) oranına bakılarak da yapılabilir.

$$\frac{\ell_2^{c,i}}{\ell_2^{c,j}} = \left(\frac{f_h^j}{f_h^i}\right)^{\frac{4}{5}} \tag{4.79}$$

Eşitlik (4.79) incelendiğinde, yakınsama sürelerinin oranı *i.* ve *j.* KF'lerde kullanılan frekans artışları hariç herhangi bir şeye bağlı değildir. Çizelge 4.1'in ikinci satırında (4.79)'da verilen KF'lerin yakınsama sürelerinin alt sınırların oranları gösterilmiştir. Çizelge 4. 1'de, birinci ve ikinci satırlarda verilen oranların birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir, bu da bu çalışmada sunulan CRLB'lere dayalı yakınsama süresinin alt sınırlarının KF'lerin karşılaştırmalı yakınsama zamanı davranışını tahmin etmede oldukça güçlü olduğunu göstermektedir.

Çizelge 4.1. Farklı KF'ler ve $1 \leq i \neq j \leq 4$ için $\ell_2^{c,i} / \ell_2^{c,j}$ oranları

	i=1 *j*=2	*i*=1 *j*=3	*i*=1 *j*=4	*i*=2 *j*=3	*i*=2 *j*=4	*i*=3 *j*=4
$\tau_2^{c,i} / \tau_2^{c,j}$	0,55	0,27	0,14	0,49	0,26	0,54
$\ell_2^{c,i} / \ell_2^{c,j}$	0,57	0,28	0,16	0,48	0,28	0,57



Şekil 4.12. Farklı frekans artışlarıyla 0 Hz ve 500 Hz arasındaki tek tip bir frekans ızgarası kullanılarak KF'lerle temel bileşenin genlik tahminleri

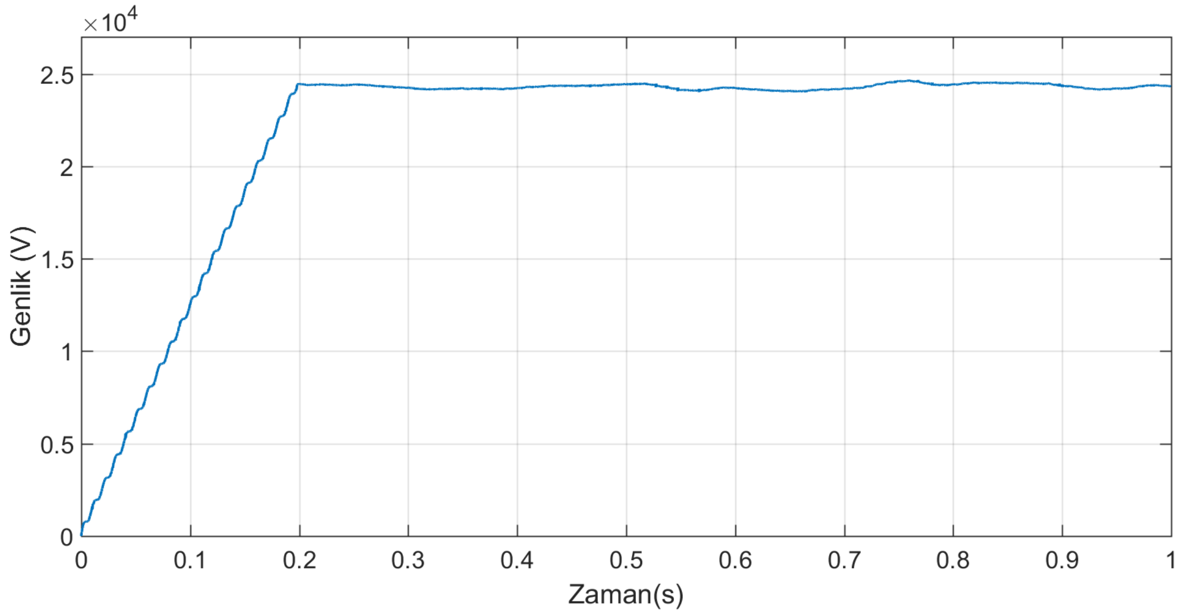
Nihai sonuç olarak, Şekil 4.12'de farklı frekans artışları ile 0 Hz ile 500 Hz arasında dört KF'nin temel bileşenin genlik tahminleri gösterilmiştir. Şekil 4.12'de, daha önceden de $2{,}0 \times 10^4$ olarak belirlenen hedef değere $\tau_2^{c,1} = 17\text{ms}$, $\tau_2^{c,2} = 30\text{ms}$, $\tau_2^{c,3} = 80\text{ms}$, $\tau_2^{c,4} = 160\text{ms}$ civarında ulaşıldığı görülmektedir. Hedef değer için yakınsama sürelerinde daha önce yapılan sezgisel yakınsama sürelerine göre ciddi bir artış görülmektedir. Bunun sebebi de mevcut analizdeki KF'lerin daha önceki analizlerdeki KF'lerden daha fazla harmonik veya araharmonik içermesidir. Aslında, bu yakınsama sürelerinin KF'lerde kullanılan frekans artışlarıyla neredeyse ters orantılı olduğu söylenebilir. Bu durum şu şekilde açıklanabilir. KF'ler belirli ve sabit frekans artışlarıyla (f_h^i) 0 Hz ile 500 Hz arasında frekans dizisinden oluştuğundan dolayı *Varsayım 1*'de eşitlik (4.55)'deki frekans farkı: $\widetilde{\omega}_{m,j} = 2\pi\beta_j f_h^i$, β_j tam sayıdır. Bu durumda $\widetilde{\omega}_{m,j}^2 = (2\pi\beta_j)^2 (f_h^i)^2$. Bu terimi *Varsayım 1*'deki eşitlik (4.55)'de yerine koyularak ve elde edilen eşitlik istenen MSE doğruluğuna (σ_d^2) eşitlenirse, örnek sayısı cinsinden yakınsama süresinin alt limiti eşitlik (4.80)'deki gibi elde edilir.

$$L_m^{c,i} \propto \frac{1}{\left(f_h^i\right)^{\frac{2M-2}{2M-1}}} \tag{4.80}$$

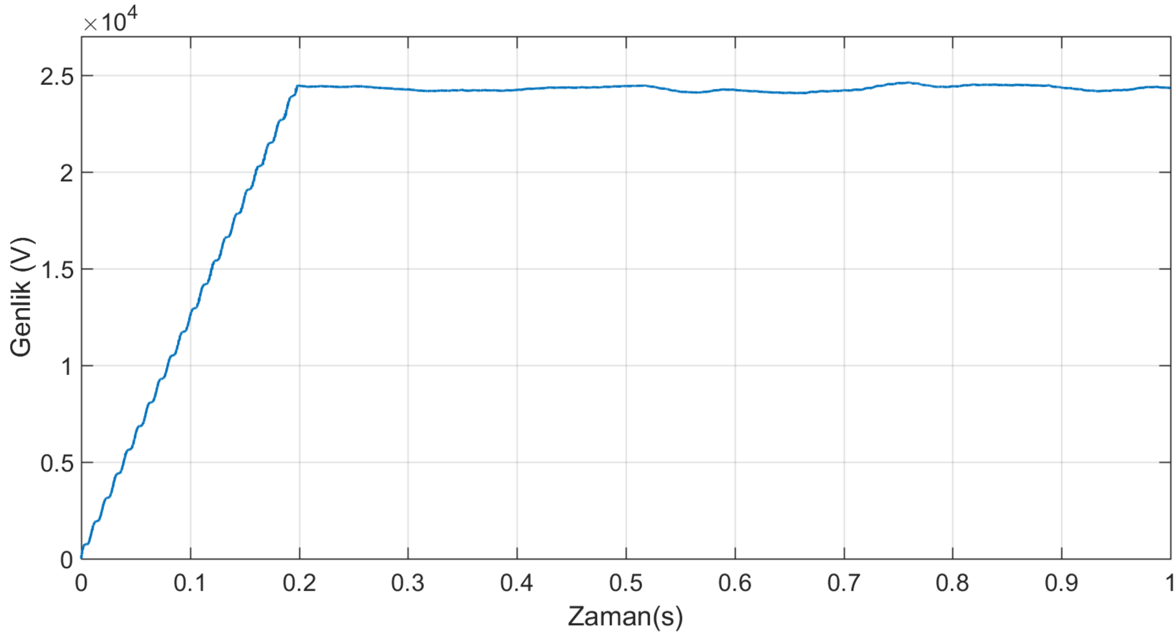
Eşitlik (4.80)'de M değeri çok büyükse yakınsama süresinin alt limiti ($L_m^{c,i}$) frekans artışı (f_h^i) ile yaklaşık olarak ters orantılıdır. Yani $M \to \infty$, $L_m^{c,i} = {}^{1}/_{f_h^i}$. Yukarıdaki örnekteki gibi KF'nin içeriğindeki frekans bileşeni artıkça $L_m^{c,i}$ gibi KF'nin de yakınsama süresi f_h^i ile ters orantılıdır.

Aslında ortaya çıkan bu sonuç göstermektedir ki yansız algoritmalar ile yapılan harmoniklerin veya araharmoniklerin genlik kestiriminde yakınsama süresi f_h^i ile ters orantılıdır. Nitekim DFT ile 5Hz çözünürlükte harmoniklerin ve araharmoniklerin genlik kestirimi için gereken 200ms '$L_m^{c,i} = {}^{1}/_{f_h^i} = {}^{1}/_{5} = 200ms$' ile açıklanabilir.

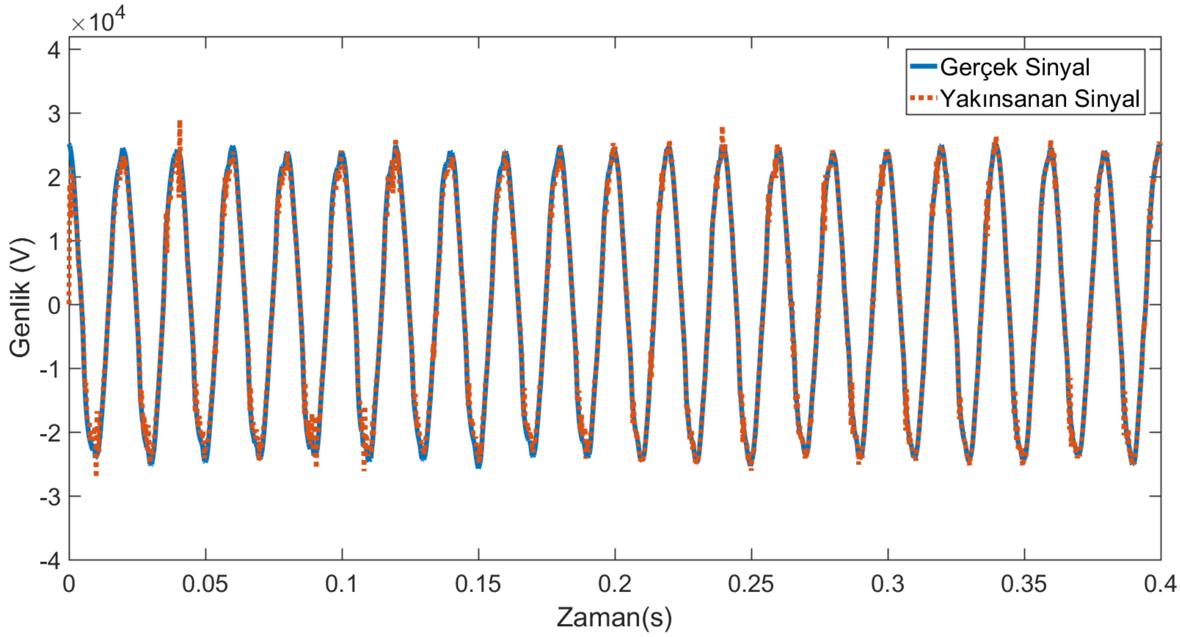
Şekil 4.13 ve 4.14'de yansız algoritmalardan olan EnKF ve MSRF yöntemleri ile 0 Hz ile 500 Hz arasındaki frekans dizisinden 5Hz'lik sabit frekans artışlarıyla (f_h^i) saha verilerindeki temel bileşenin zamana göre genlik tahmini gösterilmiştir. Her iki şekilde de, temel bileşenin gerçek genlik değerine yakınsamanın Şekil 4.12'deki KF gibi 0,2 saniye sonra olduğu gözlemlenmiştir. Aslında, bu analizlerle sadece temel bileşenin değil; 101 frekans bileşenin genlik yakınsamaları için de yapılabilir ve 5Hz'lik sabit frekans artışından dolayı 0,2s sonra gerçek değerlere yakınsamalar olacaktır.



Şekil 4.13. EAO verisindeki temel bileşeninin EnKF ile 5Hz'lik sabit frekans artışıyla genlik tahmininin analizi

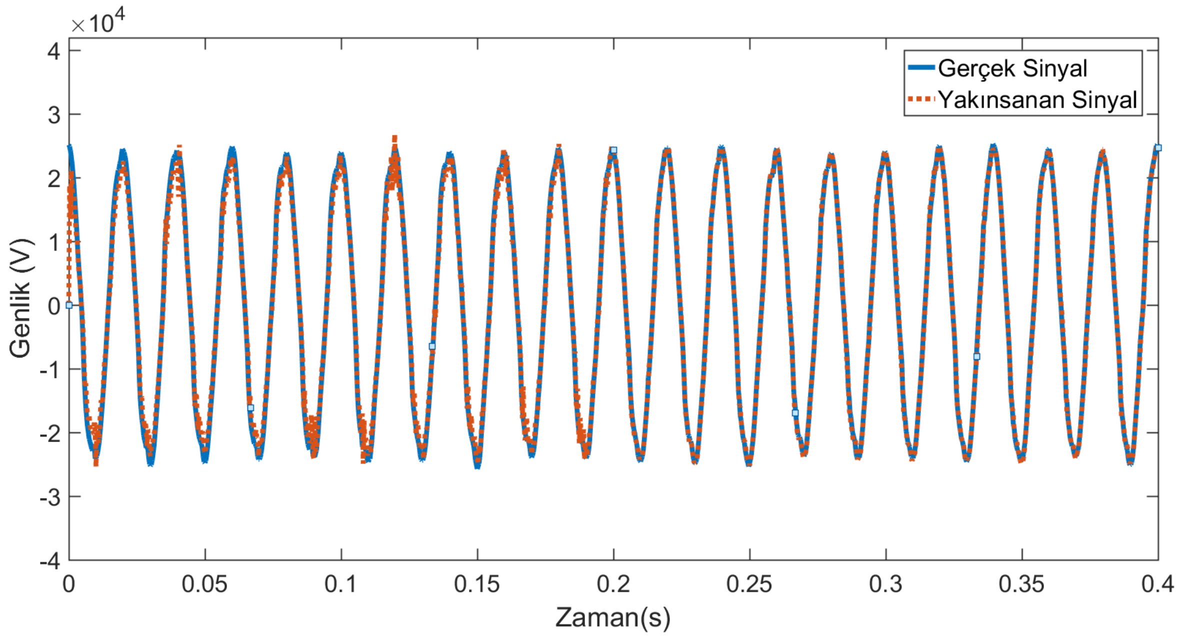


Şekil 4.14. EAO verisindeki temel bileşeninin MSRF ile 5Hz'lik sabit frekans artışıyla genlik tahmininin analizi



Şekil 4.15. EnkF tarafından tahmin edilen genlikler kullanılarak EAO tarafından elde edilen gerçek veri sinyali ve yeniden yapılandırılmış sinyal

Daha sonra 5Hz aralıklarla yerleştirilmiş 101 frekans bileşeninden elde edilen genlik tahminleri ile yeniden bir sinyal oluşturulmuştur. EnKF ve MSRF yöntemleri yeniden oluşturulan sinyal, sırasıyla Şekil 4.15 ve 4.16'da gerçek sinyal ile birlikte çizdirilmiştir. Şekil 4.15 ve 4.16 incelendiğinde, yeniden oluşturulan sinyal ile gerçek sinyal birbirleriyle örtüşmektedir ve bu da genlik tahminlerinin doğru olduğunu göstermektedir.



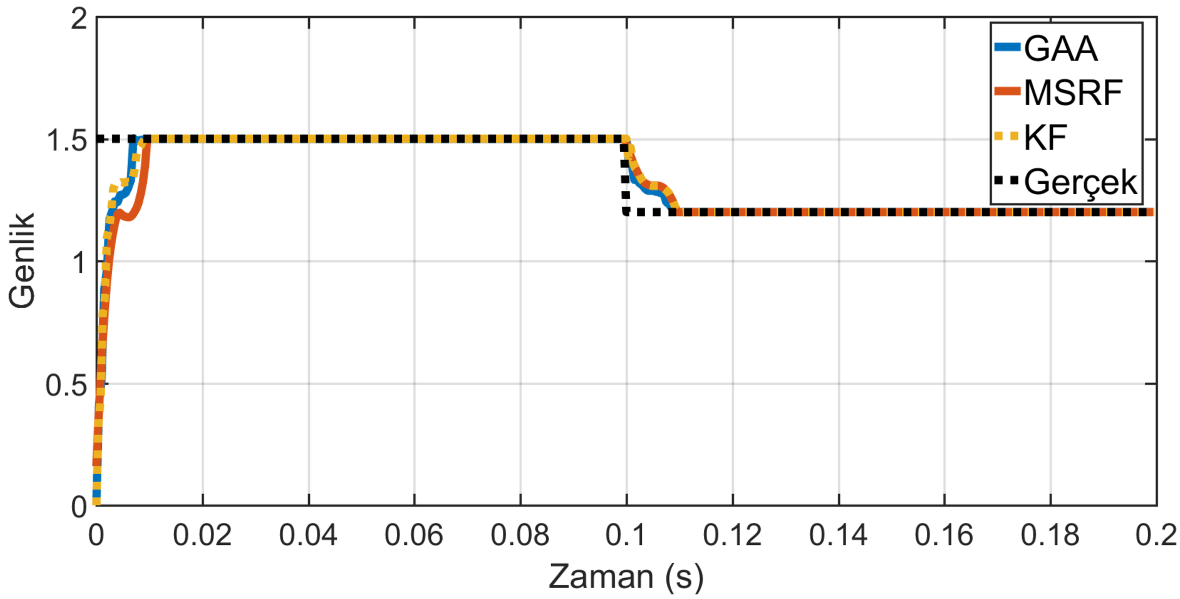
Şekil 4.16. MSRF tarafından tahmin edilen genlikler kullanılarak EAO tarafından elde edilen gerçek veri sinyali ve yeniden yapılandırılmış sinyal

Aşağıdaki bölümde, sabit frekans artışı ile KF, MSRF ve GAA yöntemleri kullanılarak sentetik sinyallerin genlikleri değiştirilerek genlik kestiriminin yakınsama süreleri incelenmiştir.

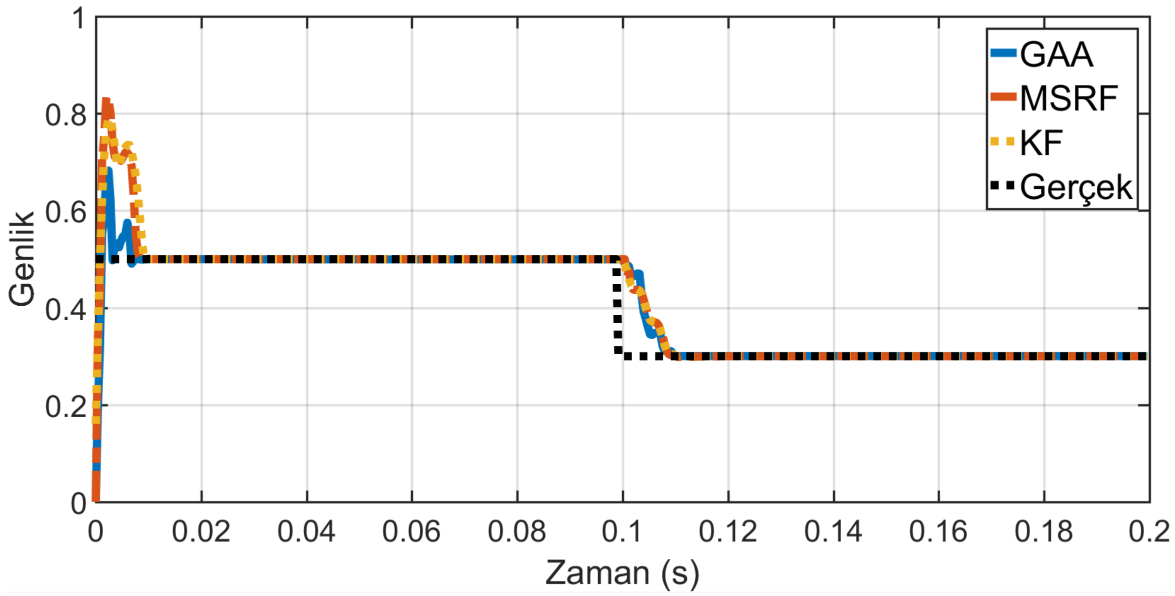
4.4.3. Yakınsama süresinin basamak yanıtı

$$y[k] = 1{,}5\,sin(\omega k + 80^0) + 0{,}5\,sin(3\omega k + 60^0) + 0{,}2\,sin(5\omega k + 45^0) + 0{,}15\,sin(7\omega k + 36^0) + 0{,}1\,sin(11\omega k + 30^0) + \mu[k] \qquad (4.81)$$

Bu bölümde, CRLB tarafından elde edilen eşitlik (4.80)'i doğrulamak için, (4.81)'deki sinyalin harmonik bileşenlerine basamak değişiklikler vererek harmoniklerin genliklerinin yakınsama süreleri GAA, MSRF ve KF yöntemleriyle incelenmiştir. Şekil 4.17 ve 4.18'de görüldüğü gibi harmoniklerin genlik analizleri temel frekansın ve üçüncü harmonik bileşenin genliğini 0,1s zamanında, sırasıyla 1,2 p.u.'ya ve 0,3 p.u'ya düşürülerek yapılmıştır. 100Hz'lik sabit frekans artışı (f_h^i) ile hem temel hem de üçüncü harmonik için yakınsama süresinin, Şekil 4.17 ve 4.18'de gözlemlendiği gibi tüm analiz yöntemleri için yaklaşık 10ms olduğu görülmüştür.

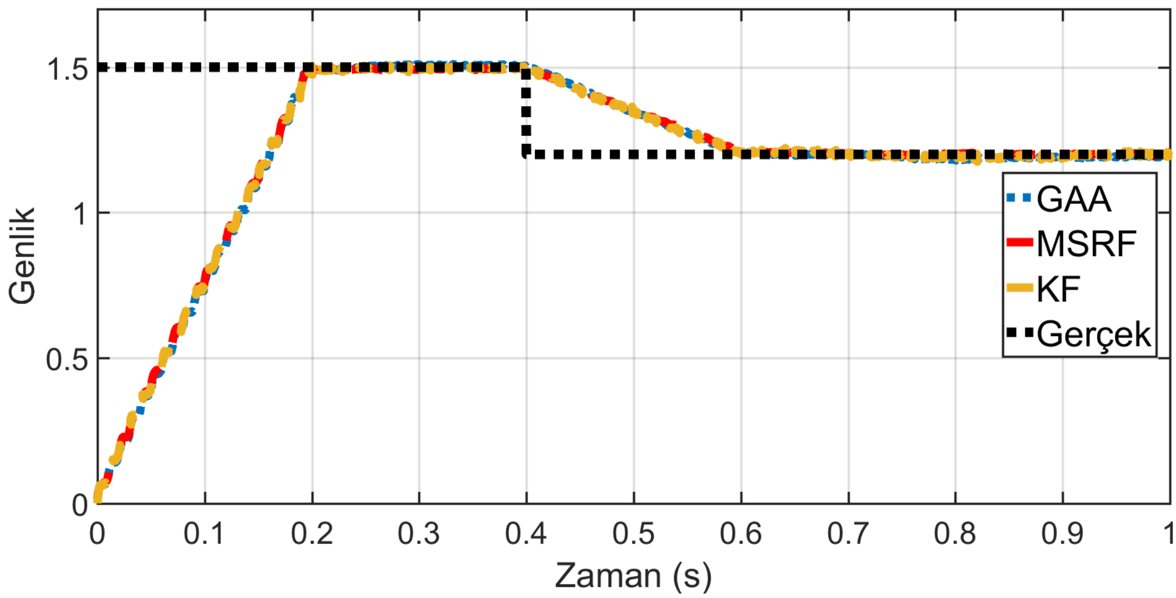


Şekil 4.17. GAA, MSRF ve KF yöntemleriyle eşitlik (4.81)’deki sinyalin temel bileşenin genlik tahmini



Şekil 4.18. GAA, MSRF ve KF yöntemleriyle eşitlik (4.81)’deki sinyalin 3. harmoniğinin genlik tahmini

Daha sonra, (4.81)’deki sinyale 20dB SNR’da 0,05 p.u'ya ölçeklendirilmiş, varyansı bir ve sıfır ortalama ile normal dağılıma sahip rasgele gürültü, μ [k], ve 55Hz'de genliği 0,1 p.u. ve fazı 75^0 olan bir tane araharmonik eklenerek temel bileşenin genlik kestirimi 5Hz’lik sabit frekans artışı (f_h^i) ile GAA, MSRF ve KF yöntemleriyle yapılmıştır. Şekil 4.19’da görüldüğü üzere tüm analiz yöntemlerinde yakınsama süresi yaklaşık 200ms’dir.



Şekil 4.19. Eşitlik (4.81)'deki sinyale 55Hz'de araharmonik eklenerek temel bileşenin genlik kestiriminin, 5Hz'lik frekans artışı ile GAA, MSRF, KF yöntemleri ile analizi

Elde edilen analizlere göre, yansız algoritmalar ile yapılan harmoniklerin veya araharmoniklerin genlik kestiriminde yakınsama süresi yaklaşık olarak $\frac{1}{f_h^i}$'dır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezde, öncelikle, güç sistemlerinde zamanla değişen akım veya gerilim durumlarında harmoniklerin ve araharmoniklerin genliklerini ve fazlarını kestirebilmek için bir tahmin algoritması sunulmuştur. Önerilen yöntem olan Girdap Arama Algoritması sinyal modelinin parametrelerini tahmin etmek ve böylece güç sistemindeki harmoniklerin, araharmoniklerin ve harmonikler arasındaki frekans bileşenlerinin genliklerini ve fazlarını kestirmek için kullanır. Önerilen yöntem, daha önce literatürde rapor edilen diğer sezgisel yöntemler de olduğu gibi hem harmonik ve araharmonik içeren sentetik sinyaller üzerinde test edilmiştir. Ayrıca, testler sentetik sinyallere farklı seviyelerde SNR gürültüsü eklenerek tekrarlanmıştır. Önerilen GAA tabanlı yönteminin diğer sezgisel yöntemlere kıyasla, hem gürültüsüz hem de gürültülü ortamlarda daha az hesaplama karmaşıklığına sahip olduğu gösterilmiştir. Tahmini genliklerin ve fazların gerçek değerlere yakınsama süresinin yaklaşık 10 ms olduğu görülmüştür, bu da 50Hz'lik temel frekansın yarım döngüsüne karşılık gelmektedir. Bu nedenle, önerilen yöntemin potansiyel gerçek zamanlı harmonik tahmin uygulamaları için uygun olduğu düşünülebilir.

Önerilen yöntemin gerçek saha verilerindeki doğruluğunu test etmek için, iletim sisteminin bir elektrik ark ocağı (EAO) tesisini besleyen bir transformatör alt istasyonundan toplanan voltaj verileri kullanılmıştır. EAO'ler, güç sistemindeki ciddi güç kalitesi sorunlarına neden olan doğrusal olmayan ve stokastik yük doğası ile bilinir ve bu nedenle böyle bir durumda algoritmanın doğruluğu, sistemin performansını en kötü koşullarda gösterecektir. Sonuçlar, Kalman Filtre (KF) tabanlı parametrik tahmin yönteminin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sahadan elde edilen voltaj sinyallerinin önerilen GAA tabanlı yöntem ile tahmin edilen frekans bileşenlerinin genlikleri ve fazları kullanarak yeniden yapılandırılmış sinyaller, KF yöntemine kıyasla daha az gürültülü sonuçlar verdiği, ayrıca, daha iyi performans endeksine ve daha az hesaplama süresine sahip olduğu görülmektedir. Önerilen algoritmanın literatürdeki diğer sezgisel algoritmalara göre en önemli farkı ve avantajı, önerilen yöntemin optimizasyon yöntemi olduğu düşünülse bile iterasyon sayısı ve parçacık sayısı bir seçilerek yapılan analizlerde KF gibi parametrik yöntemlerle göre daha iyi kestirim performansına sahiptir.

Önerilen yöntemin göze çarpan özellikleri aşağıdaki gibi özetlenebilir;

- Önerilen yöntem, model parametrelerini tahmin etmek için uygulanan diğer sezgisel yöntemlere kıyasla daha iyi bir doğruluğa sahiptir.
- Gürültülü ortamlarda önerilen yöntem daha doğru sonuçlar verir.
- Hesaplama karmaşıklığı azdır, böylece önerilen model gerçek zamanlı uygulamalar için de uygundur.
- İterasyon sayısı ve parçacık sayısı bir olsa bile iyi bir yakınsama performansına sahiptir.

GAA'da kestirim performansının iyi olabilmesi için başlangıçta problem kısıtlarının ve problem kısıtlarına göre de başlangıç çözüm uzayının mümkün mertebede büyük seçilmesi gerekir. Şayet çözüm uzayı küçük seçilip en iyi kestirimi sağlayacak olan aday çözüm noktası çözüm uzayının dışında kalırsa düzgün bir kestirim sonucu ortaya çıkmaz. GAA'da, her yineleme geçişinde bir Gauss dağılımı kullanılarak mevcut en iyi çözümün etrafında aday çözümler üretilir. Bu algoritmanın diğer optimizasyon yöntemlerinden en güçlü farkıdır, ancak aynı zamanda bazı sorunlara yol açar. Özellikle, bir dizi yerel minimum noktaya sahip olan fonksiyonlar için, aday çözümler üretmek için tek bir nokta seçmek, algoritmanın yerel bir minimum noktaya hapsolmasına yol açar ki sonraki iterasyonlarda minimum noktayı verecek olabilen aday çözüm, çözüm uzayının dışında kalmış olabilir.

Gelecek çalışmalarda GAA'nın güç sistemi trafo merkezlerinden elde edilen gerilim ya da akım verilerindeki harmoniklerin ve araharmoniklerin genliklerinin ve fazlarının kestirimindeki performansı incelenebilir. Ayrıca GAA'nın hesaplama süresini daha da aşağı çekerek gerçek sistemlerde çevrim içi harmonik ve araharmonik kestirimleri için kullanılabilmesi için FBG yada CPU tabanlı sistemlere birlikte kullanılabilir.

Bu tezde yapılan diğer çalışma ise, yansız genlik kestirim algoritmalarının doğruluk ve yakınsama sürelerinin performans sınırlarının araştırılmasıdır. Genlik tahmininin doğruluğu için evrensel olarak en iyi tanımlanmış ölçüm karekök ortalama hatasıdır. Bu evrensel ölçüt göz önünde bulundurarak yakınsama süresinin tanımı yapıldı. Sunulan analitik performanslar herhangi bir yansız kestirim algoritması için alt sınırdır. Herhangi bir yansız kestirim algoritması ortaya konan analitik performanslardan daha iyi bir performansa sahip olamaz. Bu tez çalışmasında şu sonuçlar teorik olarak göstermiştir ki, küçük örnek boyutları için elde edilen CRLB ifadeleri, sinyaldeki frekanslar birbirine yaklaştıkça, yansız genlik kestirim algoritmalarının CRLB'leri artmaktadır ve CRLB'lerdeki bu artış, yakın frekanslar arasındaki frekans farklarının karelerinin çarpımı ile ters orantılıdır. Ayrıca, sinyalde birden fazla yakın frekans olduğunda, küçük örnek sayıları için yakın frekanslarının sayısı arttıkça CRLB'nin performansı gittikçe kötüleşir. Fakat sinyalin içerisindeki frekans bileşeni arttıkça örnek sayısı arttıkça CRLB'lerin azalım hızının arttığı da gözlemlenmiştir. CRLB ile yakınsama süreleri için daha düşük sınırlar arasında doğrudan bir ilişki olduğu için, küçük örnek sayısında ve yakın frekanslar için yakınsama süreleri hakkında da benzer açıklamalar yapılabilir.

Simülasyon sonuçları, önerilen performans sınırlarının, ölçüm sinyalinde mevcut olan frekanslar hakkında önceden bilgisi olan KF'nin performansının çok daha iyi olduğu görülmektedir. Öte yandan, yakınsama sürelerinin alt sınırları, özellikle de ölçüm sinyalinin araharmonik içerdiği durumlarda Pencereli DFT ve MUSIC yöntemleri için için oldukça yüksek görünmektedir.

Son olarak, saha verileri kullanılarak elde edilen sayısal sonuçlar, sunulan CRLB analizinin farklı frekans ızgaraları ile KF'lerin performanslarının karşılaştırılmasında güçlü tahmin yeteneklerini göstermektedir. Ayrıca ortaya çıkan başka bir sonuç ise yakınsama süresinin herhangi yansız algoritma için seçilen çözünürlüğün tersi ile orantılı olduğudur. Bunun doğruluğunu da gösterebilmek için KF, MSRF ve GAA yöntemleri kullanılarak sentetik sinyallerin genlikleri değiştirilerek genlik kestiriminin yakınsama süreleri incelenmiştir. Belirlenen alt sınırlar, konuyla ilgili gelecekteki çalışmalara da ışık tutacaktır.

Bu tezde önerdiğimiz yakınsama zamanının tanımı, bir genlik tahmincisinin RMSE'sine dayanmaktadır. Gerçek saha verilerinde RMSE hesaplayabilmek mümkün değildir. Ayrıca gerçek verilerde, CRLB ve yakınsama zamanı alt sınır hesaplamalarında gerekli olan ölçüm gürültü varyansını bilmek zordur. Bu gibi durumlarda tezin 4.4.2 numaralı bölümünde önerildiği gibi sezgisel ifadeler kullanılabilir.

Bu tezdeki analizlerde CRLB ifadeleri elde edilirken sinyalin içerisindeki frekansların ve fazların bilindiği varsayılmıştır. İleriki çalışmalarda bilinmeyen frekans ve fazların daha gerçekçi durumu için benzer fakat daha karmaşık teorik CRLB analizleri yapılabilir. Ayrıca, kullanılan tahmin edicilerin yanlı olduğu ve yanlı değer biliniyorsa, yanlı tahminciler için geliştirilen CRLB formları kullanılabilir.

KAYNAKLAR

1. Hernandez, J. C., De La Cruz, J., Vidal, P. G., ve Ogayar, B. (2013). Conflicts in the distribution network protection in the presence of large photovoltaic plants: the case of ENDESA. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 23(5), 669-688.

2. Ruiz- Rodriguez, F. J., Hernandez, J. C., ve Jurado, F. (2015). Harmonic modelling of PV systems for probabilistic harmonic load flow studies. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 43(11), 1541-1565.

3. Hernández, J. C., Ortega, M. J., ve Medina, A. (2014). Statistical characterisation of harmonic current emission for large photovoltaic plants. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 24(8), 1134-1150.

4. International Electrotechnical Commission. (2008). IEC 61000-4-7, Electromagnetic compatibility (EMC)-Part 4-7: Testing and measurement techniques-General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connect thereto.

5. Kay, S. M. (1993). *Fundamentals of statistical signal processing:estimation theory*. Prentice Hall PTR.

6. Jain, S. K., ve Singh, S. N. (2011). Harmonics estimation in emerging power system: Key issues and challenges. *Electric Power Systems Research*, 81(9), 1754-1766.

7. Diego, R. I., ve Barros, J. (2009). Global method for time–frequency analysis of harmonic distortion in power systems using the wavelet packet transform. *Electric Power Systems Research*, 79(8), 1226-1239.

8. Duque, C. A., Silveira, P. M., ve Ribeiro, P. F. (2011). Visualizing time-varying harmonics using filter banks. *Electric Power Systems Research*, 81(4), 974-983.

9. Sezgin, E., ve Salor, Ö. (2019). Analysis of power system harmonic subgroups of the electric arc furnace currents based on a hybrid time-frequency analysis method. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 55(4), 4398-4406.

10. Uz-Logoglu, E., Salor, O., ve Ermis, M. (2019). Real-time detection of interharmonics and harmonics of AC electric arc furnaces on GPU framework. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 55(6), 6613-6623.

11. Uz-Logoglu, E., Salor, O., ve Ermis, M. (2015, October). Online characterization of interharmonics and harmonics of AC electric arc furnaces by multiple synchronous reference frame analysis. In *2015 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting* ,1-11.

12. Robles, E., Pou, J., Ceballos, S., Zaragoza, J., Martín, J. L., ve Ibañez, P. (2010). Frequency-adaptive stationary-reference-frame grid voltage sequence detector for distributed generation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(9), 4275-4287.

13. Mojiri, M., Karimi-Ghartemani, M., ve Bakhshai, A. (2010). Processing of harmonics and interharmonics using an adaptive notch filter. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 25(2), 534-542.

14. Balouji, E., Salor, Ö., ve Ermis, M. (2018). Exponential smoothing of multiple reference frame components with GPUs for real-time detection of time-varying harmonics and interharmonics of EAF currents. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 54(6), 6566-6575.

15. Ortbandt, C., Dzienis, C., Matussek, R., ve Schulte, H. (2015). Parameter estimation in electrical power systems using prony's method. In *Journal of Physics: Conference Series* 659, 1, 012013. IOP Publishing.

16. Chen, C. I., ve Chen, Y. C. (2013). Comparative study of harmonic and interharmonic estimation methods for stationary and time-varying signals. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(1), 397-404.

17. Yang, S., Tan, X., ve Wang, Y. (2017, October). Estimate the frequency of harmonic using the root-MUSIC algorithm. In *2017 10th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI)* , 1-5 IEEE.

18. Lobos, T., Leonowicz, Z., ve Rezmer, J. (2000, October). Harmonics and interharmonics estimation using advanced signal processing methods. In *Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power. Proceedings (Cat. No. 00EX441)* 1, 335-340. IEEE.

19. Bracale, A., ve Carpinelli, G. (2009, June). An ESPRIT and DFT-based new method for the waveform distortion assessment in power systems. In *20th Int. Conf. and Exhibition on Electricity Distribution, CIRED* 1-4.

20. Tao, C., Shanxu, D., Ting, R., ve Fangrui, L. (2010). A robust parametric method for power harmonic estimation based on M-estimators. *Measurement*, 43(1), 67-77.

21. Gu, I. Y. H., ve Bollen, M. H. (2007). Estimating interharmonics by using sliding-window ESPRIT. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(1), 13-23.

22. Bracale, A., Carpinelli, G., Leonowicz, Z., Lobos, T., ve Rezmer, J. (2008). Measurement of IEC groups and subgroups using advanced spectrum estimation methods. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 57(4), 672-681.

23. Will, N. C., ve Cardoso, R. (2012, October). Implementation of the IEEE Std 1459-2010 using Kalman filter for fundamental and harmonics detection. In *2012 3rd IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT Europe)* 1-7. IEEE.

24. Will, N. C., ve Cardoso, R. (2012, November). Comparative analysis between FFT and Kalman filter approaches for harmonic components detection. In *2012 10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications*, 1-7. IEEE.

25. Wang, H., ve Liu, S. (2015, October). Adaptive Kalman filter for harmonic detection in active power filter application. In *2015 IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC)* , 227-232. IEEE.

26. Yu, K. K., Watson, N., ve Arrillaga, J. (2005). An adaptive Kalman filter for dynamic harmonic state estimation and harmonic injection tracking. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(2), 1577-1584.

27. Ray, P. K., ve Subudhi, B. (2012). Ensemble-Kalman-filter-based power system harmonic estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 61(12), 3216-3224.

28. Subudhi, B., Ray, P. K., Mohanty, S. R., ve Panda, A. M. (2009). A comparative study on different power system frequency estimation techniques. International Journal of Automation and Control, 2(3),202-215.

29. Singh, S. K., Sinha, N., Goswami, A. K., ve Sinha, N. (2016). Several variants of Kalman Filter algorithm for power system harmonic estimation. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 78, 793-800.

30. Bettayeb, M., ve Qidwai, U. (2003). A hybrid least squares-GA-based algorithm for harmonic estimation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 18(2), 377-382.

31. He, S., Wu, Q. H., Wen, J. Y., Saunders, J. R., ve Paton, R. C. (2004). A particle swarm optimizer with passive congregation. *Biosystems*, 78(1-3), 135-147.

32. Mishra, S. (2005). A hybrid least square-fuzzy bacterial foraging strategy for harmonic estimation. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *9*(1), 61-73.

33. Biswas, S., Chatterjee, A., ve Goswami, S. K. (2013). An artificial bee colony-least square algorithm for solving harmonic estimation problems. *Applied Soft Computing*, 13(5), 2343-2355.

34. Singh, S. K., Kumari, D., Sinha, N., Goswami, A. K., ve Sinha, N. (2017). Gravity search algorithm hybridized recursive least square method for power system harmonic estimation. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 20(3), 874-884.

35. Singh, S. K., Sinha, N., Goswami, A. K., ve Sinha, N. (2016). Robust estimation of power system harmonics using a hybrid firefly based recursive least square algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 80, 287-296.

36. Singh, S. K., Sinha, N., Goswami, A. K., ve Sinha, N. (2016). Power system harmonic estimation using biogeography hybridized recursive least square algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 83, 219-228.

37. Enayati, J., ve Moravej, Z. (2017). Real-time harmonics estimation in power systems using a novel hybrid algorithm. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 11(14), 3532-3538.7

38. Ray, P. K., Puhan, P. S., ve Panda, G. (2016). Real time harmonics estimation of distorted power system signal. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 75, 91-98.

39. Kabalci, Y., Kockanat, S., ve Kabalci, E. (2018). A modified ABC algorithm approach for power system harmonic estimation problems. *Electric Power Systems Research*, 154, 160-173.

40. Doğan, B., ve Ölmez, T. (2015). A new metaheuristic for numerical function optimization: Vortex Search algorithm. *Information Sciences*, 293, 125-145.

41. Aydin, O., Tezcan, S. S., Eke, I., ve Taplamacioglu, M. C. (2017). Solving the optimal power flow quadratic cost functions using vortex search algorithm. *IFAC-Papers OnLine*, 50(1), 239-244.

42. Demirci, T., Kalaycıoglu, A., Küçük, D., Salor, Ö., Güder, M., Pakhuylu, S., ... ve Bilgen, S. (2011). Nationwide real-time monitoring system for electrical quantities and power quality of the electricity transmission system. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 5(5), 540-550.

43. Rife, D., Boorstyn, R. (1974). Single tone parameter estimation from discrete-time observations. *IEEE Transactions on Information Theory*, 20(5), 591-598.

44. Rife, D. C., ve Boorstyn, R. R. (1976). Multiple tone parameter estimation from discrete- time observations. *Bell System Technical Journal*, 55(9), 1389-1410.

45. Christensen, M. G., ve Jakobsson, A. (2009). Multi-pitch estimation. *Synthesis Lectures on Speech & Audio Processing*, 5(1), 1-160.

46. Stoica, P., ve Moses, R. L. (2005). *Spectral Analysis of Signals*. Pearson Prentice Hall.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı	: ALTINTAŞI, Çağrı
Uyruğu	: T.C.
Doğum tarihi ve yeri	: 06.11.1987, Erzurum
Medeni hali	: Evli
Telefon	: 0506 4182043
e-mail	: caltintasi25@gmail.com.tr

Eğitim

Derece	**Eğitim Birimi**	**Mezuniyet Tarihi**
Doktora	Gazi Üniversitesi / Elektrik Elektronik Mühendisliği	Devam ediyor
Yüksek lisans	ODTÜ / Elektrik Elektronik Mühendisliği	2014
Lisans	Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi / Elektrik-Elektronik Mühendisliği	2010
Lise	Eskişehir Süleyman Çakır Lisesi	2005

İş Deneyimi

Yıl	**Yer**	**Görev**
2011-2014	Orta Doğu Teknik Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2014-	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

1. Altıntaşı, Ç., & Erkmen, A. M. (2014). Intelligent Mesh for Self Reconfigurability of an Exoskeleton Arm. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3), 3533-3538.

2. Altıntaşı, Ç., & Salor, Ö. (2017, May). Variable PI controlled DC-DC converter adaptive to voltage input with flicker. In *2017 25th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU)* ,1-4. IEEE.

3. Altintasi, C., Aydin, O., Taplamacioglu, M. C., & Salor, O. (2020). Power system harmonic and interharmonic estimation using Vortex Search Algorithm. *Electric Power Systems Research*, 182, 106187.

4. Altintasi, C., Orguner, U., & Salor, O. (2020). Performance limits for the amplitude estimation of power system harmonics & interharmonics. *IET Generation, Transmission & Distribution, Kabul tarihi:*12.06.2020.

Hobiler

Yüzme, Yürüme

GAZİ GELECEKTİR...