
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
Gazi
1926

ÖĞRENME GÜÇLÜĞÜNE SAHİP ÖĞRENCİLERİN UZUNLUK KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRENME YOL HARİTALARI: ÖĞRETİM DENEYİ

Dilşad Güven Akdeniz

DOKTORA TEZİ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KASIM 2018

TELİF HAKKI VE TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren 6 (altı) ay sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı : Dilşad
Soyadı : Güven Akdeniz
Bölümü : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
İmza :
Teslim tarihi :

TEZİN

Türkçe Adı : Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Uzunluk Kavramına İlişkin Öğrenme Yol Haritaları: Öğretim Deneyi

İngilizce Adı : Learning Trajectories of Students with Learning Disabilities in Length Concept: A Teaching Experiment

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Yazar Adı Soyadı: Dilşad Güven Akdeniz

İmza: ……

JÜRİ ONAY SAYFASI

Dilşad Güven Akdeniz tarafından hazırlanan "Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Uzunluk Kavramına İlişkin Öğrenme Yol Haritaları: Öğretim Deneyi" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Gazi Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Ziya ARGÜN
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi ……

Başkan: Prof. Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Orta Doğu Teknik Üniversitesi .....……

Üye: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi ……

Üye: Prof. Dr. Yüksel DEDE
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi ……

Üye: Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi ...……

Tez Savunma Tarihi: 27/11/2018

Bu tezin Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda Doktora tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Selma YEL ……
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam ve lisansüstü eğitimimin her aşamasında değerli katkı ve eleştirileriyle bana yol gösteren, büyük bir sabırla beni çalışmaya teşvik eden değerli danışmanım Sayın Prof. Dr. Ziya ARGÜN'e, önemli yorum ve değerlendirmeleri ile katkıda bulunan jüri üyelerim Sayın Prof. Dr. Ahmet ARIKAN'a, Sayın Prof. Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU'na ve aynı zamanda tez izleme komitemde bulunarak çalışmama değerli katkılarda bulunan hocalarım Sayın Prof. Dr. Yüksel DEDE'ye, Sayın Doç. Dr. Elif YETKİN ÖZDEMİR'e, çalışmam boyunca her türlü değerli desteğini esirgemeyen Dr. Hilal GÜLKILIK'a, Dr. Gönül YAZGAN SAĞ'a, vaktini ve emeğini esirgemeden yardımcı olan sevgili arkadaşım Dr. Nejla GÜREFE'ye, tez savunma hazırlıklarımda yardımını esirgemeyen Arş. Gör. Fatma Nur AKTAŞ'a, çalışmamı gerçekleştirdiğim özel eğitim merkezi müdürü Dr. Ümit ONAT'a, sağladığı maddi imkanlardan dolayı TÜBİTAK'a, çalışmam ve lisansüstü eğitimim boyunca her zaman yanımda ve manevi desteğim olan arkadaşlarım Arş. Gör. Nida EMÜL'e, Arş. Gör. Selcen YAKICI TOPBAŞ'a, Uzm. Dr. Ebru SEKMEN'e, Dr. Zeynep ÇETİN KÖROĞLU'na, hayatım boyunca bana gösterdikleri emek ve özveri için sevgili babam ve annem Kemal ve Emine GÜVEN'e, her zaman en büyük yardımcım olan sevgili kardeşim Alper Buğra GÜVEN'e, sevgili kardeşim Nuri GÜVEN'e, sevgili yol arkadaşım Naim AKDENİZ'e içtenlikle teşekkür ederim.

ÖĞRENME GÜÇLÜĞÜNE SAHİP ÖĞRENCİLERİN UZUNLUK KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRENME YOL HARİTALARI: ÖĞRETİM DENEYİ

(Doktora Tezi)

Dilşad GÜVEN AKDENİZ
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Kasım, 2018

ÖZ

Türk Milli Eğitim sistemini düzenleyen temel düşünce ve kurallardan biri eğitimde "Genellik ve Eşitlik" ilkesi iken, bir diğeri ise "Ferdin ve Toplumun İhtiyaçları" ilkesidir. Bu temel düşünceler ışığında, Türk eğitim sistemi tüm bireylere, onların farklılıklarına ve ihtiyaçlarına duyarlı ve yüksek beklentiler çerçevesinde organize edilmiş eğitim fırsatları sunmayı amaçlar. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin heterojen yapısı, öğrenme güçlüğünün sebeplerinin ve tanılanma kriterlerinin tüm dünyada uzlaşılmış bir biçimde ortaya konulamaması, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve öğrenmelerini derinlemesine inceleyen araştırmaları geciktirmiş ve bu öğrencilere sunulan öğretimin kalitesi yeterli düzeye ulaşamamıştır. Bu çalışmada, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritalarının ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır. Öğretim deneyi yöntemine sahip olan araştırmanın katılımcıları 9 ve 10 yaşlarında öğrenme güçlüğüne sahip iki öğrencidir. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir ve ölçüt örnekleme yöntemleri kullanılarak belirlenmiştir. Katılımcıların belirlenmesinde ilk olarak, öğrencilerin Rehberlik ve Araştırma Merkezi (RAM) tarafından verilen bir raporla öğrenme güçlüğüne sahip olduklarının ve eşlik eden başka bir yetersizliğe sahip olmadıklarının onaylanmış olması gözetilmiştir. Bunun yanında öğretmenlerinden alınan bilgiler doğrultusunda, öğretimsel seviyede okuma (hecelemeden doğru okuyabilme) becerisine sahip olan ve RAM tarafından verilen modülde matematik dersine ait kazanımlara sahip olan öğrencilerin seçilmesine dikkat edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin öğrenme yol haritalarına dair varsayımlara veri sağlaması amacıyla klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen ilk klinik görüşmelere göre tahmin edilen öğrenme yol haritaları çerçevesinde tasarlanan her bir öğretim oturumunun öncelikle pilot çalışması yapılmış, daha sonra öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir. Her bir öğretim oturumunun mikro analizi yapılarak, tahmini öğrenme yol haritası gözden geçirilmiş ve bir

sonraki öğretim oturumu tasarlanmıştır. Tahmini öğrenme yol haritalarının elde edilen verilere, öğrencilerden alınan dönütlere göre sürekli gözden geçirilmesi, yenilenmesi ve değiştirilmesi söz konusu olmuştur. Araştırma boyunca gerçekleştirilen, öğrencinin düşünme ve öğrenmesinin, öğretimin, pedagojik etkinliklerin ve öğretim amaçlarının eş zamanlı ve sürekli analizini içeren mikro analizler, öğrenme yol haritasını elde etmek için gerçekleştirilen makro analizlere hizmet etmiştir. Birbirleriyle ilişkili öğretim amaçlarına hizmet eden öğretim oturumlarının makro analizi ise öğrenme yol haritalarını ortaya çıkarmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre, 9 ve 10 yaşlarında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğretim öncesi seviyede, literatürde yer alan öğrenme yol haritalarına göre 7 yaşa ait gelişim seviyesinde olduğu ve 4 ay süren bir öğretim deneyi ile 8 yaş seviyesine ulaşabildiği görülmüştür. Öğrencilerin nitelikleri tanıma, doğrudan ve dolaylı karşılaştırma, geçişlilik ilkesi, uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olması ve uzunluğun sürekliliğini içeren niteliklerin korunumu ilkesi, aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebilmesi, farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabilmesi, birim uzunluğu ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişki ve birimlerin yinelenmesi bağlamında belirlenen öğretim amaçlarını gerçekleştirebildiği görülmüştür. Öğrenciler niteliğin farklı temsillerini tanıma, birim kavramı, standart birimler, birim ve ölçülen nesne arasındaki parça-bütün ilişkisi ve yer kaplama özelliği karakteristiklerinde çeşitli güçlükler yaşamışlardır. Öğretim ile ulaşılamayan bu adımların, öğrencilerin uzunluk kavrayışıyla ilgili olmasının yanında matematik kaygı durumu, görsel-uzamsal yetenek, kesir bilgisi ve aritmetik işlemlerde yaşanan güçlüklerden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler : Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler, uzunluk kavramı, öğrenme yol haritaları, öğretim deneyi

Sayfa Adedi : 439

Danışman : Prof. Dr. Ziya ARGÜN

LEARNING TRAJECTORIES OF STUDENTS WITH LEARNING DISABILITIES IN LENGHT CONCEPT: A TEACHING EXPERIMENT

(Ph.D Thesis)

Dilşad GÜVEN AKDENİZ

GAZI UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES

November, 2018

ABSTRACT

One of the basic principles that govern the Turkish National Education system is “Generality and Equality” while the other is "Needs of Individual and Society”. Considering these fundamental principles, the Turkish education system aims to offer education opportunities that are sensitive to all individuals, their differences and needs, and be organized within the framework of high expectations. The heterogeneous nature of the students with learning disabilities (LD), and that the causes of learning disabilities as well as the criteria for diagnosis could not be elicited in a consensus manner throughout the world have delayed the studies that deeply explored the mathematical thinking and learning of students with LD. Accordingly, the quality of mathematics instruction provided to these students could not reach a sufficient level. The current study aimed to investigate the learning trajectories of students with learning disabilities for length concept. The study is a teaching experiment with students who have learning disabilities. The participants were two students at the age of 9 and 10 who were approved to have learning disability by the local Counselling and Research Centre (CRC) in Turkey. Participants were determined by criterion sampling and convenience sampling which are among purposeful sampling strategies. The first criteria for determining the participants was that students were approved of having LD learning disabilities and having no other accompanying disability with a report given by the CRC. Besides, according to the information received from the teachers, the students who have the ability to read at the instructional level (reading correctly without spelling) and who have the outcomes of the mathematics in the module given by CRC, have been selected. In the research, clinical interviews were conducted to provide data to the assumptions on the students learning trajectories. Additionally, the pilot studies were carried out for each teaching session, which was designed within the framework of the hypothetical learning trajectories according to the findings of the first clinical interviews. A micro-analysis of each

teaching session was conducted, the hypothetical learning trajectories were reviewed and, according to this, the next teaching session was designed. The hypothetical learning trajectories have been continuously reviewed, refined, and modified according to the data obtained from the students. The micro-analyses, which were carried out throughout the research, including simultaneous, detailed and continuous analysis of student's thinking and learning, teaching, pedagogical activities and goals, served macro analyses to obtain the learning trajectories. The macro analysis of the teaching sessions that served the related goals has revealed students' learning trajectories. According to the findings, students with learning disabilities at 9 and 10 years of age were actually at age 7 developmental level at pre-teaching level according to the learning trajectories in the literature and the students progressed to the age of 8 developmental level through a teaching experiment lasting 4 months. The students were able to attain the goals established in the context of recognition of attributes, direct comparison, indirect comparison, the principle of conservation, transitivity, appropriateness of unit, equal units, unit iteration, the relation between number and measurement. Students had some difficulties in recognition of different attributes of length, unit concept, standard units, ruler, part-whole relationship between the unit and the measured object, and one dimensional characteristic of length concept. These difficulties are thought to be related to the students' mathematics anxiety, weak visual spatial ability, fraction knowledge, the difficulties they experience in arithmetic operations as well as their understanding of length.

Key Words : Learning disabilities, length, learning trajectories, teaching experiment

Page Number : 439

Supervisor : Prof. Dr. Ziya ARGÜN

İÇİNDEKİLER

TELİF HAKKI VE TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU ..... **i**

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI ..... **ii**

JÜRİ ONAY SAYFASI ..... **iii**

TEŞEKKÜR ..... **iv**

ÖZ ..... **v**

ABSTRACT ..... **vii**

İÇİNDEKİLER ..... **ix**

TABLOLAR LİSTESİ ..... **xiv**

ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xv**

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ ..... **xx**

BÖLÜM I **1**

GİRİŞ **1**

1.1. Problem Durumu 1

1.2. Araştırmanın Amacı 8

1.3. Araştırma Problemi 9

1.4. Araştırmanın Önemi 9

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları 13

1.6. Tanımlar 14

BÖLÜM II **17**

KAVRAMSAL ÇERÇEVE **17**

2.1. Öğrenme Güçlüğü 17

2.1.1. Öğrenme Güçlüğü Tanımı 17

2.1.2. Ülkemizde ve Dünyada Öğrenme Güçlüğü 18

2.1.3. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Özellikleri 22

2.1.4. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrenciler ve Matematik 26

2.1.4.1. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilere Matematik Öğretimi..... 31

2.2. Öğrenme Yol Haritaları 33

2.2.1. Simon'ın Hipotetik Öğrenme Yol Haritası Tanımı 34

2.2.2. Confrey ve Maloney'in Öğrenme Yol Haritası Tanımı 35

2.2.3. Clements ve Sarama'nın Öğrenme Yol Haritası Tanımı 36

2.3. Clements ve Sarama'nın ÖYH Tanımı ve Teorik Alt Yapısı (Hiyerarşik Etkileşimcilik ve Öğrenme Yol Haritaları) 37

2.4. Ölçme Kavramı 43

2.4.1. Uzunluk Kavramı 44

2.4.2. Uzunluk Kavramı Öğrenim ve Öğretimi 53

2.4.2.1. Clements ve Sarama'nın Uzunluk Kavramına Ait Öğrenme Yol Haritası 63

2.4.2.2. Ülkemiz Öğretim Programında Uzunluk Kavramı..... 65

BÖLÜM III 71

YÖNTEM..... 71

3.1. Araştırma Modeli 71

3.2. Katılımcıların belirlenmesi 72

3.2.1. Katılımcılara Dair Bilgiler 73

3.2.1.1. Öğrenci Modülleri 75

3.3. Veri Toplama Araçları 76

3.4. Araştırma Süreci 76

3.4.1. İlk Klinik Görüşme Sorularının Hazırlanması 78

3.4.1.1. İlk Klinik Görüşme Sorularına Ait Uzman Görüşleri ve Pilot Çalışma 79

3.4.1.2. Uzman Görüşü ve Pilot Çalışmalara Göre İlk Klinik Görüşme Sorularında Yapılan Değişiklikler.....80

3.4.2. İlk Klinik Görüşmeler 81

3.4.3. Öğrenme Yol Haritalarının Yapılandırılması (Öğretim Deneyinin Tasarlanması) 81

3.4.3.1. Tasarlanan Öğretim Oturumlarına Ait Pilot Çalışmalar.....82

3.4.3.2. Öğretim Deneyi 83

3.4.3.2.1. Öğretim Deneyinde Araştırmacının Rolü 84

3.5. Verilerin Analizi 84

3.5.1. Mikro Analiz 84

3.5.1.1. Mikro Analiz Örneği.....85

3.5.2. Makro Analiz 86

3.5.2.1. Makro Analiz Örneği.....87

3.6. Araştırmanın Güvenilirlik ve Geçerliliği 89

BÖLÜM IV 93

BULGULAR VE YORUMLAR 93

4.1. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 1: Nitelikleri Tanıma 94

4.2. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 2: Doğrudan Karşılaştırma 95

4.2.1. Öğretim Öncesi 95

4.2.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 98

4.3. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3: Doğrudan Karşılaştırma 111

4.3.1. Öğretim Öncesi 111

4.3.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 115

4.3.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 131

4.4. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 4: Niteliğin Farklı Temsillerini Tanıma 141

4.4.1. Öğretim Öncesi 141

4.4.2. Öğrenciler ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 144

4.5. Öğretim etkinlikleri Dizisi 5: Birim Kavramı ve Sayı ve Ölçme 1 187

4.5.1. Öğretim Öncesi 187

4.5.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 193

4.5.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 204

4.6. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 6: Birimlerin Yinelenmesi 221

4.6.1. Öğretim Öncesi 221

4.6.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 223

4.6.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 225

4.7. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 7: Sayı ve Ölçme 2 ve Eş Birim Kullanım Gerekliliği 227

4.7.1. Öğretim Öncesi 227

4.7.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumu 231

4.7.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 236

4.8. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 8: Parça-Bütün İlişkisi ve Standart Birimler 243

4.8.1. Öğretim Öncesi 243

4.8.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 249

4.8.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 256

4.9. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 9: Yer Kaplama Özelliği 271

4.9.1. Öğretim Öncesi 271

4.9.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 274

4.9.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları 278

BÖLÜM V **327**

SONUÇLAR VE ÖNERİLER **327**

5.1. Araç Kullanımı 344

5.2. Uzunluk ve Dil 350

5.3. Literatürle Benzerlik ve Farklılıklar 353

5.4. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrenciler ve Onlara Uzunluk Öğretimine Dair Öneriler 362

5.4.1. Matematik Eğitimi Araştırmalarına Dair Öneriler 362

5.4.2. Matematik Öğretimine Dair Öneriler.....363

KAYNAKLAR.....**373**

EKLER.....**398**

Ek-1. İlk Klinik Görüşme Soruları.....399

Ek-2. Etkinlik 5: Öteleme Etkinliği.....404

Ek-3. Etkinlik 6: Robinson Crusoe ve Maceraları Etkinliği.....405

Ek-4. Etkinlik 7.....407

Ek-5. Etkinlik 8.....413

Ek-6. Araştırma İzin Belgesi.....416

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. *Araştırma Süreci Takvimi*.....78
Tablo 2. *Mert'in Uzunluk Kavramına Dair Öğrenme Yol Haritası'ndan Bir Örnek*.....89
Tablo 3. *Eda'nın Uzunluk Kavramına İlişkin Öğrenme Yol Haritası* 286
Tablo 4. *Mert'in Uzunluk Kavramına İlişkin Öğrenme Yol Haritası* 299

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Aynı uzunlukta iki sıralı kibrit dizisi 52
Şekil 2. Kapalı cetvel etkinliği 59
Şekil 3. Araştırma süreci 77
Şekil 4. Mikro analize ait temel bileşenler 85
Şekil 5. Eda fiziksel bir nesneyi yineleyerek kesir çubuğunun uzunluğunu ölçmektedir 85
Şekil 6. Makro analize genel bir bakış 87
Şekil 7. Eda'nın uzunluk kavramına dair aldığı notlar 95
Şekil 8. Farklı hizada ve aynı hizada konumlanmış iki nesne 95
Şekil 9. Mert'in farklı hizadaki iki doğrusal nesneyi karşılaştırması 96
Şekil 10. Mert'in kurdele ve pipetin uzunluklarını karşılaştırması 96
Şekil 11. (a) ve (b) Mert'in öteleme ile nesneleri aynı hizaya getirmesi 99
Şekil 12. (a) ve (b) Mert'in öteleme ile şekilleri aynı hizaya getirmesi 100
Şekil 13. (a), (b) ve (c) Mert'in öteleme ile nesneleri aynı hizaya getirmesi 100
Şekil 14. (a) ve (b) Aynı ve farklı hizada olma 101
Şekil 15. Aynı hizada olma 102
Şekil 16. Mert'in verilen bir şekli ötelemesi 103
Şekil 17. Doğrudan karşılaştırma 104
Şekil 18. Mert'in aynı hizada olan nesnelere dair çizimi 105
Şekil 19. Mert'in uzaklıkların korunumunu dikkate alarak yaptığı öteleme 108
Şekil 20. Mert'in uzaklıkların korunumunu dikkate alarak yaptığı öteleme 108
Şekil 21. Mert'in eş karelere ayrıma eylemi 109
Şekil 22. Doğrusal olmayan iki nesnenin uzunlukları bakımından karşılaştırılması 112
Şekil 23. Klinik görüşmeler 11. soru görseli 113
Şekil 24. Nesnenin doğrusal ayrıtlarının incelenmesi 116
Şekil 25. Zincirin doğrusal olmayan ve doğrusal hale getirilmiş halleri 116
Şekil 26. Mert'in eğrilerin uzunluklarını belirlemesi 117
Şekil 27. Mert'in eğrilerin uzunluklarını belirlemesi 117
Şekil 28. (a) Mert'in oluşturduğu dal (b) Mert dal ile kapının uzunluğunu ölçmektedir 119

Şekil 29. Mert başının çevresini ölçmektedir 121
Şekil 30. Türkiye haritası 122
Şekil 31. (a) Doğrusal olan ve olmayan iki eğri (b) Mert doğrusal olmayan eğrinin uzunluğunu ölçmektedir 123
Şekil 32. Mert'in harita üzerinde yaptığı uzunluk ölçme eylemi 123
Şekil 33. (a) ve (b) Mert'in harita üzerinde yaptığı uzunluk ölçme eylemi 125
Şekil 34. (a) ve (b) iki telin uzunluklarının karışılaştırılması 125
Şekil 35.Mert ip kullanarak uzunlukları ölçmektedir 126
Şekil 36. (a), (b), (c) ve (d) Etkinlik kağıdı ve Mert'in çalışmaları 127
Şekil 37. Eda'nın doğrusal olmayan nesne örnekleri 132
Şekil 38. (a) ve (b) kolyenin doğrusal olmayan ve doğrusal halleri (c) ve (d) Eda taşın ve şişe kapağının çevrelerini ip yardımıyla ölçmektedir 134
Şekil 39. (a) Eda cetvelle ipin uzunluğunu ölçmektedir (b) Eda kurdelenin başlangıç ve bitiş noktalarını göstermektedir 136
Şekil 40. Eda'dan uzunluklarını karşılaştırması istenen eğriler 139
Şekil 41. Eda nesneler üzerindeki uzunlukları göstermektedir. 141
Şekil 42. Eda'nın çevre gösterimi 142
Şekil 43. Mert'in derinlik gösterimi 142
Şekil 44.Eda'nın kalınlık gösterimi 142
Şekil 45. (a) Eda'nın kapağın çevresini gösterimi (b) Eda'nın en gösterimi 143
Şekil 46. (a), (b) ve (c) Mert'in çevre ölçme eylemi 144
Şekil 47. (d) ve (e) Piramidin farklı konumlandırılması ve Mert'in çevresini ölçmesi 145
Şekil 48. (f), (g), (h) ve (ı) Mert piramidin çevresini cetvelle ölçmektedir 145
Şekil 49. Mert prizmanın çevresini ölçmektedir 145
Şekil 50. Karınca kardeşlerin etrafında dolandığı Park a ve Park b 146
Şekil 51. (a) ve (b) Daire ve çemberin modellenmesi 147
Şekil 52. Mert'in oluşturduğu şekil 148
Şekil 53. (a), (b) ve (c) Mert ile bölge kavramının incelenmesi 149
Şekil 54. (a), (b) (c) ve (d) Örüntü bloklarıyla oluşturulan şekiller 150
Şekil 55. (a) İki örüntü bloğunun kesişimi (b) Mert'in şekli saran eğri takibi 151
Şekil 56. (a), (b) (c) ve (d) Eda piramidin çevresini göstermektedir 152
Şekil 57. Eda ile daire ve çemberin modellenmesi 152
Şekil 58. Eda'nın oluşturduğu şekil 153
Şekil 59. Eda'nın en uzun çevre için oluşturduğu şekil 155
Şekil 60. (a) Eda'nın en uzun çevre için oluşturduğu şekil (b) Eda'nın en kısa çevre için oluşturduğu şekil (c) Eda'nın en uzun çevre için oluşturduğu son şekil 155

Şekil 61. Mert'in kalınlık gösterimi ve kalınlığı ölçme eylemi 157
Şekil 62. Mert'in 3 boyutun düzlemsel temsilleri üzerinde kalınlıkları belirlemesi 158
Şekil 63. (a) Mert şişenin kalınlığını ölçmektedir (b) ve (c) Mert şişe ve kalemin kalınlıklarını karşılaştırmaktadır 158
Şekil 64. Mert'in kalınlık gösterimi 159
Şekil 65. Mert'in kalınlık belirlemede yaptığı hatalar 160
Şekil 66. Eda'nın kalınlık gösterimi 160
Şekil 67. Eda'nın kalınlık gösterimi 161
Şekil 68. (a) Eda su şişesinin kalınlığını göstermektedir (b) Eda 3 boyutun düzlemsel temsilleri üzerinde kalınlığı ölçmektedir (c) Kitabın modellenmesi 161
Şekil 69. (a) ve (b) Eda ilgili ayrıta paralel olmayan uzaklığı ölçmektedir, (c) Fiziksel nesneler üzerinde kalınlığın incelenmesi, (d) Eda kalınlığı doğru bir şekilde belirlemiştir 162
Şekil 70. Eda'nın kalınlık gösterimi 163
Şekil 71. (a) Hacimleri farklı ancak derinlikeleri aynı olan iki silindirik cisim, (b), (c) ve (d) Mert cisimleri derinliklerleri bakımından karşılaştırmaktadır 164
Şekil 72. (a) Mert'in derinlik gösterimi (b) Derinliklerin ölçülmesi 164
Şekil 73. Eda'nın derinlik ve sığlık gösterimi 165
Şekil 74. Eda'nın derinlik ve sığlık gösterimi 166
Şekil 75. Hacimleri farklı ancak derinlikleri aynı olan iki silindirik cisim 167
Şekil 76. Eda'nın derinlik gösterimi 168
Şekil 77. İçi su dolu bardaklar 169
Şekil 78. Eda'nın derinlik ölçümü 170
Şekil 79. Eda'nın derinlik ve sığlık gösterimi 170
Şekil 80. (a), (b) ve (c) Hacim ve derinlikleri arasında ters orantı bulunan kaplar 171
Şekil 81. 3 boyutun düzlemsel temsilinde Eda'nın derinlik belirlemesi 172
Şekil 82. Hikayede sözü geçen dolap 173
Şekil 83. Mert'in genişlik ve darlık gösterimi 174
Şekil 84. (a) ve (b) Mert cetvelin genişliğini göstermektedir 174
Şekil 85. Mert'in genişlik ve darlık gösterimi 175
Şekil 86. Mert'in genişlik ve darlık gösterimi 176
Şekil 87. Mert'in en ve boy gösterimi 176
Şekil 88. (a), (b) ve (c) Mert'in en, boy, yükseklik gösterimi 177
Şekil 89. (a), (b) ve (c) Mert'in ayrıtları birbirine eşit olmayan nesneler üzerinde en, boy ve yükseklik gösterimi 178
Şekil 90. (a), (b), (c) ve (d) Mert'in ayrıtları birbirine eşit olmayan nesneler üzerinde en, boy ve yükseklik gösterimi 179

Şekil 91. (a), (b) ve (c) Mert'in yükseklik ve boy belirlemesi 179
Şekil 92. (a) ve (b) Mert araba ve garajın en, boy ve yüksekliklerini karşılaştırmaktadır 180
Şekil 93. (a), (b), (c) ve (d) Mert düzgün olmayan şekillerin ebat uzunluklarını belirlemektedir 180
Şekil 94. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi 182
Şekil 95. Eda'nın genişlik ve darlık gösterimi 183
Şekil 96. (a) Eda'nın en ve boy gösterimi, (b) Eda'nın yükseklik gösterimi 184
Şekil 97. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi 185
Şekil 98. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi 185
Şekil 99. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi 185
Şekil 100. (a), (b), (c) ve (d) Ayrıtları paralel ve eş olmayan çeşitli şekil ve nesnelerin ebat uzunluklarının belirlenmesi 186
Şekil 101. Eda'nın yükseklik ölçme eylemi 187
Şekil 102. Mert'in birim seçimi 187
Şekil 103. Mert'in üçgen bloklarla uzunluk ölçümü 188
Şekil 104. (a), (b) ve (c) Eda'nın uygun birim seçimi 190
Şekil 105. Eda'nın birim olarak kapağın çevresini işaret etmektedir 191
Şekil 106. Eda cetvelde çentikleri saymaktadır 192
Şekil 107. (a), (b) ve (c) Mert'in cetvelle uzunluk ölçümü 193
Şekil 108. (a) ve (b) Mert'in kırık cetvelle yaptığı ölçme eylemi 195
Şekil 109. Mert birer santimetrelik uzunlukları belirlemektedir 196
Şekil 110. (a), (b), (c), (d) ve (e) Mert birer santimetre uzunluğundaki birimler keser ve onlarla uzunluk ölçer 197
Şekil 111. Eda 1 santimetrenin ne kadar bir uzunluk olduğunu göstermektedir 204
Şekil 112. Eda'nın 1 santimetre gösterimi 205
Şekil 113. Eda kestiği 1 santimetrelik kağıt parçalarıyla kalemin uzunluğunu ölçmektedir 208
Şekil 114. Eda birimleri saymaktadır 211
Şekil 115. Eda'nın çizdiği 4 cm'lik bir uzunluk 212
Şekil 116. (a) ve (b) Eda uzunluğu bir santimetre olan kağıt parçaları keser 213
Şekil 117. Eda resimdeki cetvele göre kalemtraşın uzunluğunu ölçmektedir 218
Şekil 118. Eda'nın çubuğun uzunluğunu bir taş ile ölçme eylemi 219
Şekil 119. Eda'nın bilye ile uzunluk ölçme eylemi 220
Şekil 120. Eda fiziksel bir nesneyi yineleyerek kesir çubuğunun uzunluğunu ölçmektedir 222
Şekil 121. Eda kırık cetveli yineleyerek kesir çubuğunun uzunluğunu ölçmektedir 222

Şekil 122. Mert'e sunulan bir ölçme eylemi 225
Şekil 123. Eda'nın birimleri yineleme eylemi.....226
Şekil 124. Eda'ya sunulan bir ölçme eylemi 227
Şekil 125. Yeşil ve kırmızı kesir çubukları 228
Şekil 126. Mert'in ölçme eyleminde eş olmayan birim kullanımı 229
Şekil 127. Eda'nın eş birim kullanımı.....230
Şekil 128. Eda'nın görüşme sorusu 24'e dair çözümü 230
Şekil 129. Mert'in eş birimleri kullanarak yaptığı ölçüm 231
Şekil 130. Mert kurdelenin uzunluğunu ölçmektedir 235
Şekil 131. Kesir çubukları 237
Şekil 132. Eda'nın kullandığı birimi kesmenin örneklendirilmesi.....238
Şekil 133. Mert bir santimetre uzunluğu için çizdiği uzunluk 243
Şekil 134. (a) Mert'in 4 cm için belirlediği uzunluk (b) Mert'in 7 cm için belirlediği uzunluk.....243
Şekil 135. (a) ve (b) Mert'in eş parçalama eylemi 245
Şekil 136. Eda 2 parmağı arasının 3 birim olduğunu ifade etmektedir 247
Şekil 137. (a) ve (b) Eda teli kullanarak 3 birimi elde etmeye çalışmaktadır 248
Şekil 138. (a) ve (b) Mert'in 1 cm uzunluğu temsilleri 249
Şekil 139. Eda'nın eş parçalama eylemi 264
Şekil 140. Eda ile birlikte etkinliklerde kullanılmak üzere yapılan sünger adam 271
Şekil 141. Mert nesnelerin uzunluklarını belirlemede belirli bir eğriyi işaret etmektedir 272
Şekil 142. Eda üçgen prizma üzerinde bir uzunluk göstermektedir.....272
Şekil 143. Uzunluğun tek boyutta söz konusu olduğunun hissettirilmesi.....275
*Şekil 144.*Ali'nin seçebileceği iki yol 276
Şekil 145. (a) Ayşe teyzenin bahçesi (b) Mert'in düzlemsel bölgeyi karolarla kaplaması 277
Şekil 146. Eda'nın kenar 1 cm olan kağıt parçaları 279
Şekil 147. Eda taş ile aynı uzunlukta tel parçası kesmektedir.....280
Şekil 148. Aynı uzunlukta farkı nesne örnekleri 280
Şekil 149. Eda düzlemsel bölgeyi karolarla kaplamaktadır 281
Şekil 150. Eda'nın gelişimine ait ilerlemede adım dizileri (öğrenme çıktıları) 299
Şekil 151. Mert'in gelişimine ait ilerlemede adım dizileri (öğrenme çıktıları).....310

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

APA	American Psychiatric Association (Amerikan Psikiyatri Birliği)
BEP	Bireyselleştirilmiş Eğitim Programı
CCSM	Common Core State Standards for Mathematics (Eyaletlerin Matematik için Ortak Çekirdek Standartları)
DSM	Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders (Zihinsel Bozuklukların Tanısal ve İstatistiksel El Kitabı)
HE	Hiyerarşik etkileşimcilik
IDEA	Disabilities Education Act (Engelliler Eğitim Yasası)
IQ	Intelligence Quotient (Zeka Katsayısı)
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
NAEP	National Assessment of Educational Progress (Ulusal Eğitsel Gelişim Değerlendirmesi)
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Birliği)
NJCLD	The National Joint Comittee on Learning Disability (Öğrenme Güçlükleri Ortak Ulusal Kurulu)
ÖGS	Öğrenme Güçlüğüne Sahip
ÖYH	Öğrenme Yol Haritası
RAM	Rehberlik Araştırma Merkezi
TDK	Türk Dil Kurumu

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Türk Milli Eğitim Sistemi'nin genel amacı, "toplumun bütün fertlerini ilgi, istidat ve kabiliyetlerini geliştirerek gerekli bilgi, beceri, davranışlar ve birlikte iş görme alışkanlığı kazandırmak suretiyle hayata hazırlamak ve onların, kendilerini mutlu kılacak ve toplumun mutluluğuna katkıda bulunacak bir meslek sahibi olmalarını sağlamaktır" (Millî Eğitim Temel Kanunu [MEB], 1973, md. 2/3). "Eğitim ve öğretim sistemi, bu genel amaçları gerçekleştirecek şekilde düzenlenir" (MEB, 1973, md. 3). Bu amaçları gerçekleştirme yolunda Türk Milli Eğitim Sistemi'nin benimsediği temel ilkelerden ilki "Genellik ve Eşitliktir". Bu ilke, Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) tarafından da benimsenmiş olup, "Kişisel özellikleri, geçmiş deneyimleri veya fiziksel zorlukları ne olursa olsun tüm öğrenciler matematik eğitimi almak ve matematiği öğrenmek için fırsat bulmalıdır. Eşitlik her bir öğrencinin birebir aynı öğretimi alması anlamına gelmez; eşitlik tüm öğrencilerin başarı ve öğretime erişiminin sağlanması için gerekli ve uygun düzenlemelerin yapılmasını gerektirir" şeklinde açıklanır (NCTM, 2000, s.12). Benzer şekilde, tüm öğrencilerin arzu edilen seviyede öğrenme ve bunu mümkün kılacak bir öğretime dahil olmaları gerektiği Hiçbir Çocuk Eğitimsiz Kalmasın **(**NCLB) ve Engelli Bireyler Eğitim Kanunları'nda (IDEA) da önemle vurgulanır (IDEA, 2004; NCLM, 2002).

Önemli olan bir diğer ilke ise bireyin ihtiyaçlarına ve bireysel farklılıklarına cevap verebilen bir eğitim almasıdır. Türk Milli Eğitim Sistemi ikinci ilke olarak benimsediği "Ferdin ve Toplumun İhtiyaçları" ilkesi ile milli eğitim hizmetlerinin, "vatandaşların istek ve kabiliyetleri ile toplumun ihtiyaçlarına göre düzenlendiğini vurgular" (MEB, 1973, md. 5). Eşitliği amaçlayan bir öğretim tüm öğrenciler için yüksek seviye ve kalitede öğrenmeyi, bireysel farklılıklara duyarlı olarak elde etmeye çalışmalıdır (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010). Ancak bunun zor bir süreç olduğu açıktır. Nitekim eğitimde aşılması ve

ilgilenilmesi gereken en karmaşık ve zor meselelerden biri eşitlik ve farklılıklara cevap verebilmedir (Cobb, Hodge, & Gresalfi, 2011). Üstelik, karakteristikleri, tanılanma kriterleri ve tanılanma yolları üzerinde bir birliktelik oluşturulamamış olan, dolayısıyla öğrenmelerine, kavrayışlarına, bilgi ve becerilerine dair net bilgiler ortaya konulamamış olan öğrenme güçlüğüne sahip (ÖGS) öğrenciler gündeme geldiğinde, amaçlanan seviyede öğrenmeyi mümkün kılacak yeterli bir öğretim deneyimi sağlamak daha da karmaşık bir süreç haline gelmektedir.

Literatür incelendiğinde, öğrenme güçlüğünü basit bir biçimde ya da tam olarak tanımlamanın, öğrenme güçlüklerinin sebeplerini ve üstesinden nasıl gelinebileceğini açıklamanın zor olduğu ve literatürde bu konuda bir fikir birliği bulunmadığı görülmektedir (Büttner & Hasselhorsn, 2011; Mazzocco, 2007; Zeleke, 2004). Oysa ki öğrencilerin farklılıklarına ve ihtiyaçlarına cevap veren bir öğretim öğrenciye dair derin bir anlayış ve bilgiyi gerektirir (Jacobs & Empson, 2015). Bu noktada, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin daha iyi tanınması ve ihtiyaçlarına cevap verebilecek nitelikte bir matematik eğitiminin onlara sunulabilmesi için atılacak olan adımlardan biri, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini, sahip oldukları farklı algı ve kavrayışlarını ortaya çıkarmaktır. Ancak öğrenme güçlüğünü daha iyi anlamayı amaçlayan literatür içerisinde kavramsal bilgiye odaklanarak öğrenci kavrayışlarını derinlemesine inceleyen çalışmaların az sayıda olduğu (örn., Andersson, 2010; Lewis, 2014; Munro, 2003) ve çalışmaların genel olarak öğrencileri diğer akranlarıyla karşılaştırarak, onların neler yapamadıklarını listelemeye odaklandığı söylenebilir (Geary vd., 2007). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin hata veya güçlüklerini listelemek yerine, ne düşündüklerinin, kavrayışlarının, hata ve güçlüklerinin altında yatan kavramsal sebeplerin ortaya çıkarılmasının ve bu hata ve güçlüklerin nasıl ortadan kaldırılacağının, yeni öğrenmelere nasıl destek olunacağının incelenmesinin, eşitlik ilkesi ve bireyin ve toplumun ihtiyaçları ilkesine daha iyi hizmet edeceği düşünülmektedir. Bu noktada, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini, matematiksel amaca ulaşma yolunda attıkları her bir adımı, gelişimlerindeki ilerlemeyi, öğrencilerin öğretim ile desteklenen kendi doğal gelişim süreci içerisinde, onların kavrayış ve düşünmelerine dayanarak, bu gelişime ait ilerlemeyi sağlamak adına belirlenen öğretim amaçları ve buna bağlı öğretim etkinlikleri bağlamında ortaya koyan öğrenme yol haritalarının, bu amaç için etkili bir araç olduğu düşünülmektedir (Clements & Sarama, 2004). Öğrenme yol haritaları, öğrencilerin düşünme seviyelerini, oluşturulması gereken zihinsel fikir ve eylemleri, bu fikir ve eylemleri ortaya

çıkaracak süreçleri ve bu süreçlere dayanan belirli öğretim etkinlik ve stratejilerini açıklamaktadır (Clements & Sarama, 2014).

Öğrenciler öğrenme ve gelişimde, önce emekleme, sonra yürüme, koşma, sonra atlama ve zıplama gibi doğal gelişime ait ilerlemeyi takip ederler (Clements & Sarama, 2009). Vygotsyk'nin bir yetersizliğe sahip olan öğrencinin akranlarına göre daha az değil, daha farklı geliştiği görüşü hatırlanırsa (Vygotsky, 1993), yetersizliğe sahip öğrencinin de kendi doğal gelişimine ait bir ilerleme sergileyeceği düşünülebilir. Öğrenme yol haritalarında tüm amaçlar ve etkinlikler öğrencinin kendi gelişim kapasitesi içinde oluşturulur (Sarama & Clements, 2009) ve bu gelişime ait ilerleme anlaşıldığı ve öğretim etkinlikleri buna dayanarak düzenlenip-sıralandığı zaman öğrencinin gelişimine uygun öğrenme ortamları oluşturulabilecektir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler üzerinde gerçekleştirilen çalışmaların çoğunlukla sayılar öğrenme alanında temel hesaplamalara odaklanmış olması (Woodward & Montague, 2002) sebebiyle, literatürde bu öğrencilerin farklı matematiksel kavramlar için nasıl bir düşünme ve kavrayışa sahip olduğu noktası eksik kalmıştır (Geary, 2004; Lewis, 2014; Rousselle & Noël, 2007; Woodward & Montague, 2002). Yalnızca hız ve doğrulukla ölçmeye indirgenemeyecek daha kompleks matematiksel konuların incelenmesi, öğrenme güçlüğünün daha iyi tanınması ve çözüm önerilerinin sunulabilmesi için bir ihtiyaçtır (Lewis, 2014). Bununla birlikte; Cawley, Foley ve Hayes (2009) günlük yaşam için önemli ve işlevsel olması, bilişsel performansı, iletişimi ve dil kavrayışını geliştirecek fırsatlar sunması bakımından ölçme ve geometri öğrenme alanlarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için önemli olduğu ve bu alanlara odaklanılması gerektiğini vurgulamaktadır. Geometrinin gelişiminin başlangıç noktası olan ölçme alanı (Zacharos, 2006), günlük yaşam becerileri için önemli olmanın yanında oran, orantı ve değişkenler arası ilişkileri içeren nicel muhakeme için de temeldir (Sarama, Clements, Barrett, Van Dine, & McDonel, 2011). Uzunluk kavramı ise, öğrencilerin ölçmeye dair karşılaştıkları ilk kavram olmakla birlikte, ölçmenin temel fikirlerini ve alan ve hacim gibi daha üst düzeydeki kavramları anlayabilmek ve onlara bir temel oluşturabilmek noktasında öğrenciler için oldukça önemlidir **(**Outhred & McPhail, 2000; Outhred & Mitchelmore, 2000; Smith vd., 2008). Dolayısıyla bu çalışmada, öğrenme güçlüğüne sahip ilkokul öğrencilerinin bir ölçme kavramı olan uzunluk niteliğine ait öğrenme yol haritalarının ortaya konulması amaçlanmaktadır.

Öğrenme güçlüğüne sahip bireyler, ülkemizde Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ne göre,

> dili yazılı ya da sözlü anlamak ve kullanabilmek için gerekli olan bilgi alma süreçlerinin birinde veya birkaçında ortaya çıkan ve dinleme, konuşma, okuma, yazma, heceleme, dikkat

> yoğunlaştırma ya da matematiksel işlemleri yapma güçlüğü nedeniyle özel eğitim ve destek hizmetine ihtiyacı olan birey

şeklinde tanımlanmaktadır (MEB, 2006, md. 4/bb). Öğrenme güçlüğü, Amerikan Psikiyatri Birliği (APA, 2013) tarafından ise "bozukluğun davranış belirtileri ile bağlantılı olan bilişsel düzeyde anormalliklerin temelini oluşturan biyolojik kökene sahip bir nörogelişimsel bozukluk" şeklinde tanımlanmaktadır (APA, 2013, s. 32). Literatürde ise öğrenme güçlüğü, sebepleri tam belirli olmaksızın beklenmedik, tipik olmayan öğrenme başarısızlığı gösterme durumu şeklinde ele alınmaktadır (Fusch, Mock, Morgan, & Young, 2003). Sebepler ifadesi ile bireyi etkileyen eğitim, ortam, IQ, dil, duyusal bozukluk, sosyal ve duygusal rahatsızlık gibi görünür faktörler kastedilmektedir. Literatürde yapılan tanımlar incelendiğinde, öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencide gözlemlenmesi gereken temel kriterler; akademik anlamda düşük başarı sergilemek, düşük başarıya sebep olarak görülebilecek herhangi bir kanıt barındırmamak (eğitim, ortam, IQ, dil) (Fletcher, Lyon, Fuchs, & Barnes, 2007) ve standart öğretime (akranlarının yararlandığı, yaşına uygun olan eğitim) cevap verememek (Fletcher vd., 2007; Fusch vd., 2003) şeklinde ifade edilebilir.

Öğrenme güçlüğüne dair uzlaşılan bir tanımın bulunmamasının sebeplerinden biri, öğrenme güçlüğünün karmaşık bir durum olması ve öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin heterojen bir grup oluşturmasıdır (Büttner & Hasselhorsn, 2011; Pierangelo & Giuliani, 2006). Tanımı üzerinde bir uzlaşma var olmadığından, araştırmacılar öğrenme güçlüğüne sahip öğrencileri belirlemek için farklı metotlar ve ölçütler kullanmaktadır (Lewis, 2011; Zeleke, 2004). Büttner ve Hasselhorsn (2011) ülkelerin kendi içinde dahi öğrenme güçlüğüne sahip öğrencileri tanılamak için belirli, sabit bir kriter olmadığından söz eder. Amerika'da yapılan bir araştırmada, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin tespiti için 302 farklı değerlendirme aracının kullanıldığı belirlenmiştir (Mauser, 1981). Tüm bunlar literatürde elde edilen sonuçların tutarsızlığını besleyen ya da net bir tanıma ulaşılmasını engelleyen birer sebep olarak görülebilir. ÖGS bireylerin güçlük yaşadıkları alanların bireysel olarak değişebilmesinin yanında (Namkung & Peng, 2018; Pierangelo & Giuliani, 2006), öğrenme güçlüğü ile ilgili bilişsel eksikliklerdeki çeşitlilik dikkate alındığında, öğrenme güçlüğünü sınıflandırmadaki sebeplerin heterojenliğinin de buna etken olduğu söylenebilir (Büttner & Hasselhorn, 2011). Öğrenme güçlüğünün sebepleri olarak biyolojik tabanlı eksiklikler ya da bilişsel fonksiyon bozuklukları dikkate alınmakla birlikte (Geary, 2011), sebeplerin bir tek değil, çoklu olabileceği (Andersson & Östergren, 2012; Namkung & Peng, 2018) ve öğrenme güçlüğünü deneysel olarak belirlemenin zor olduğu ve aynı zamanda bilişsel bozuklukların öğrenme güçlüğünü nasıl açıklayacağının bilinmediği belirtilmektedir

(Geary, 2011). Yaşanan güçlüklerin sebeplerini araştıran çalışmaların genel olarak etiyoloji (hastalık sebeplerini inceleyen bilim dalı) çerçevesinde kavrama yaklaştığı görülmektedir. Öğrenme güçlüğünün bu şekilde bir hastalık, bir eksiklik, kusur, nörolojik bir bozukluk olarak tanımlanması (Geary, Hoard, Nugent, & Byrd-Craven, 2008; Piazza vd., 2010) ve öğrencilerin bu şekilde adlandırılması bazı eğitimciler ve eğitim sosyologları tarafından eleştirilmektedir. Eğitim sisteminin öğrencileri yarıştırmaya ve sıralamaya dayanan bir düzen içerisinde olduğu ve bu düzen ve anlayıştan dolayı farklılıkları hiyerarşik olarak etiketleme ihtiyacının öğrenme güçlüğü kavramının ortaya çıkmasına sebep olduğu; ve yapılan işin aslında okul ve toplum tarafından kolektif olarak oluşturulan bir algı ve etiketleme olduğu ifade edilmektedir (Ben-Yehuda, Lavy, Linchevski, & Sfard, 2005; Borgioli, 2008; Dudley-Marling, 2004; McDermott, Goldman, & Varenne, 2006).

Yapılan çalışmalar öğrenci nüfusunun %5 ya da %6'sının öğrenme güçlüğüne sahip olduğunu göstermektedir (Berch & Mazzocco, 2007; Vaughn & Fuchs, 2003). Öğrencilerin genellikle düşük başarılı öğrenciler ile karıştırılabileceği (Lewis, 2011) ve bazılarının bu sebeple tanılanmadığı da düşünülürse öğrenci sayısı azımsanmayacak çokluktadır. Öğrenme güçlüğü özel eğitimde bulunan öğrencilerin %50'sinden fazlasını içermektedir (Smith, Polloway, Patton, & Dowdy, 2001). Benzer şekilde Türkiye'de kaynaştırma sınıflarında diğer engel türlerine göre bu bireyler sayıca daha yoğun bir şekilde yer almaktadır (MEB, 2010).

Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ne göre özel eğitime gereksinim duyan öğrenciler olarak tanımlanır (MEB, 2006, md. 4/bb). Yönetmeliğe göre "Özel eğitime ihtiyacı olan bireylerin bireysel yeterlilikleri ve tüm gelişim alanlarındaki özellikleri ve akademik disiplin alanlarındaki yeterlilikleri dikkate alınarak, bireyselleştirilmiş eğitim programı (BEP) geliştirilir ve eğitim programları bireyselleştirilerek uygulanır" (MEB, 2006, md. 6/e). BEP kapsamlı bir değerlendirme sürecinde toplanan bilgilere dayanan, özel eğitime ihtiyacı olan bireylerin gelişim özellikleri, eğitim performansları ve ihtiyaçları doğrultusunda hedeflenen amaçlara yönelik hazırlanan ve bu bireylere verilecek destek eğitim hizmetlerini de içeren özel eğitim programıdır (Smith vd., 2001, s. 32; Şahin, Yaban, & Acar, 2011, s. 3). BEP, bireyin şu anki performans düzeyini, uzun dönemli amaçları, kısa dönemli amaçları, öğretim sürecini, öğretim hizmetlerinin zamanını, kullanılacak araç gereçleri ve değerlendirme ölçütlerini içerir (Şahin vd., 2011, s. 5). BEP içerisinde yer alan uzun dönemli amaçlara ulaşmak için kısa dönemli amaçların nasıl öğretileceği Bireyselleştirilmiş Öğretim Programıyla ayrıntılandırılır ve açık

hale getirilir (Şahin vd., 2011, s. 5). Kaynaştırma uygulaması yapılan okul ve kurumlarda, Bireyselleştirilmiş Eğitim Programı Geliştirme Birimi oluşturularak özel eğitime ihtiyacı olan öğrenciler için BEP hazırlanır (MEB, 2006, md. 72). Dolayısıyla BEP okul tarafından oluşturulan bir birim aracılığıyla öğrencinin öğretmenleri tarafından hazırlanmalıdır. Öğretmen, öğrencinin bireysel ve gelişim özelliklerini dikkate alarak kapsamlı değerlendirmeler yapmalı ve programını özel eğitime ihtiyacı olan öğrenci için bireyselleştirerek uygulamalıdır. Ancak tüm bu gereklilikleri yerine getirmek ve öğrencilerin farklılıklarına ve ihtiyaçlarına cevap vermek öğrenciye dair derin bir anlayış ve bilgiyi gerektirir (Jacobs & Empson, 2015). Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yapılan bir araştırmaya göre kaynaştırma sınıfında eğitim veren öğretmenlerin % 60,7'sinin BEP hazırlama noktasında bilgilendirilmek istedikleri ortaya çıkmıştır (MEB, 2010). Dolayısıyla öğretmenlerin bilgilendirilmeye ihtiyaç duyduğu bu konuda sıkıntı yaşadıkları ve konuyla ilgili bir uzmandan destek/yardım alamadıkları düşünülebilir (MEB, 2010, s. 57). Yine Türkiye'de, görüş almaya yönelik yapılan çalışmalarda öğretmenlerin öğrenme güçlüğüne ve öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin özelliklerine dair yeterli bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür (Karadeniz, 2013; Sezer & Akın, 2011). Özel eğitim ve rehberlik araştırma merkezi (RAM) yöneticileri ile yapılan bir çalışmada ise yöneticiler BEP hazırlamak ve geliştirmek için nitelikli personel bulmakta zorluk çektiklerini belirtmişlerdir. Özel eğitim kurumları RAM'dan gelen, bireyin özel eğitime ihtiyaç duyduğu hedef ve kazanımlara (öğrenme alanlarına) dair raporların (modüller), bireylerin eğitim ihtiyaçları için yeterli olmadığından söz etmişlerdir ve katılımcıların çoğuna göre Türkiye'de özel eğitimde dikkate alınması gereken en önemli konu bu olmuştur (Aile ve Sosyal Politikalar Bakanlığı [ASPB], 2013). Benzer şekilde uluslararası literatürde de öğretmenlerin öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere ve onların öğretimine dair yeterli bilgiye sahip olmadıklarından söz edilir (DeSimone & Parmar, 2006). Bu öğrencilere yönelik bireyselleştirilmiş bir plan hazırlamak ve bu planı gerektiği gibi uygulayabilmek veya bu konuda öğretmene yardımcı olmak için temel konumda olan öğrencinin ve öğrenme güçlüğünün, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin nasıl öğrendiğinin ve bu öğrenme sürecini desteklemenin yollarının incelenmesi ve keşfedilmesi atılması gereken öncelikli adımlardandır. Ancak literatürde bu adımların neler olduğuna yönelik yeterli çalışma ve ipucu bulunmamaktadır. Literatürde öğrenme güçlüğünü konu edinen deneysel çalışmaların az sayıda olduğu belirtilmektedir (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005; Vostal, Hughes, Ruhl, Benedek-Wood, & Dexter, 2008). 1991 ve 2007 yılları arasında yapılan akademik çalışmalar incelendiğinde, öğrenme güçlüğünü konu edinen çalışmaların yalnızca %35'inin müdahale çalışmaları olduğu vurgulanmaktadır.

Bununla birlikte bu yıllarda öğrenme güçlüğünü konu edinen çalışmaların yalnızca %24'ünün matematikle ilgili olduğu görülmüştür (Vostal vd., 2008).

Öğrenme güçlüğüne dair yapılan çalışmaların genellikle öğrenci yetersizliğini kavramsallaştırmaya, öğrenme güçlüğünü tanımlamaya ve altında yatan sebepleri ortaya çıkarmaya yönelik olduğu görülmektedir (Butterworth & Laurillard, 2010; Geary, 2004; Geary, Bailey, Littlefield vd., 2009; Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007; Geary vd., 2008; Lewis, 2011, s. 23; Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011; Piazza vd., 2010; van Garderen, Scheuermann, & Poch, 2014). Lubienski ve Bowen'a (2000) göre 1982 ve 1998 yılları arasında yapılan çalışmalar, matematik eğitiminden ziyade psikoloji alanında gerçekleştirilen, yarısından çoğu bilişsel olan ve sınıf ortamı ve öğrencilerin duyuşsal alanları ile ilgili olmayan çalışmalardır. Lambert ve Tan (2017), 2013 ile 2015 yılları arasında matematik eğitiminde yapılan, öğrenme güçlüğüne sahip olan ve olmayan öğrencilere odaklanan çalışmalar arasında önemli farklılıklar gözlemlemiştir. Öğrenme güçlüğüne odaklanan çalışmalarda problem çözme, öncelikle davranışsal ve bilgi işleme teorik perspektiflerden ele alınırken, diğer çalışmalarda problem çözmenin öncelikle yapılandırmacı ve sosyokültürel perspektiften ele alındığı görülmüştür. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle yapılan çalışmaların çoğunluğu (%94) nicel ve bireysel düşünmeye az yer ver veren çalışmalar iken, diğerlerinin ise çoğunlukla bireysel ve öğrenmenin derinlemesine incelendiği çalışmalar olduğu belirtilmiştir (Lambert & Tan, 2017). Yapılan çalışmaların genel olarak öğrenme güçlüğüne sahip olan öğrencileri herhangi bir tanıya sahip olmayan öğrencilerle, nicel ve büyük ölçekli testler aracılığıyla karşılaştırmaya yönelik olduğu görülmektedir (örn., Andersson & Östergren, 2012; Geary, 2004; Geary, Bailey, & Hoard, 2009; Mazzocco vd., 2013; Mejias vd., 2012; Murphy, Mazzocco, Hanich, & Early, 2007; Passolunghi, 2011; Rousselle & Noel, 2007). Literatürde yer alan büyük ölçekli çalışmaların bireysel farklılıklara duyarlı olmadığı düşünülürse, derin bir incelemeyi mümkün kılan nitel çalışmalar önem kazanmaktadır (örn., Heyd-Metzuyanim, 2013; Lewis, 2011).

Woodward ve Montague'e (2002) göre matematik eğitimi alanında öğrenme güçlüğüne dair yapılan çalışmalar "basit işlemler için (örn., toplama, çarpma) algoritma ve temel matematiksel bilgilerde uzmanlığa ve ezbere öğrenmeye fazlasıyla yer veren ve öğretimi problem çözmeyle sınırlandıran bir tarihe sahiptir". Gerçekten de matematik öğrenme güçlüğüne dair çalışmaların çoğunlukla sayılar konusunda temel hesaplamalara (geleneksel dört işleme) odaklandığı görülür (Geary, 2004; Ginsburg, 1997; Woodward & Montague, 2002). Ancak matematik yalnızca hesaplamalardan, aritmetikten ve sayılardan ibaret

değildir. Yalnızca temel hesaplamalara odaklanmak matematik yapmanın ne demek olduğuna dair birçok kavramsal ve işlemsel konuyu göz ardı etmeye sebep olmaktadır (Lewis, 2011). Öğrencilerin temel aritmetik hesaplamaları yapamıyor, temel kuralları hatırlayamıyor olmaları matematiğin geneline dair öğrenme güçlüğü yaşamalarının sinyalini verebilir ancak bunu garantilememektedir. Ayrıca matematiğin farklı alanları farklı matematiksel fırsatlar ve zorluklar içerdiğinden farklı öğrenme güçlükleri doğurabilir (Jacobs, & Empson, 2015; Ginsburg, 1997). Farklı öğrenme alanları (ölçme, geometri, olasılık vs.) üzerinde yapılan çalışmaların eksikliği matematik öğrenme güçlüğünü inceleyen literatürde de sıklıkla vurgulanmaktadır (Geary, 2004; Ginsburg, 1997; Rousselle & Noel, 2007; Woodward & Montague, 2002). Öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin ve gelişimlerinin farklı konu bazında incelenmesinin, öğrencilere dair elde edilen bilgileri zenginleştirebileceği düşünülmektedir. Nitekim Tall (1995) matematiksel düşünmeyi öğrenme alanları bağlamında ele almaktadır. Bu bağlamda çalışmada ölçme öğrenme alanının incelenecek olmasının sebeplerinden biri ölçme öğrenme alanının fiziksel dünya ile güçlü bir şekilde bağlantılı olmasıdır. Dolayısıyla ölçme, matematik öğrenme alanları içinde öğrenciler için en mantıklı, bağlamsal olarak yerleşik ve pratik olanıdır (Smith, van den Heuvel-Panhuizen & Teppo, 2011). Ölçme bilim, teknoloji, mühendislik, matematikte ve günlük hayatta geniş uygulamaları olan anahtar bir konudur (Smith vd., 2011). Çalışmada ölçme öğrenme alanının incelenecek olmasının bir diğer sebebi ise literatürde okul öncesinden sekizinci sınıfa kadar ölçme öğrenme alanına ait belirlenmiş ve geçerliliği sağlanarak rapor edilmiş öğrenme yol haritalarının bulunmasıdır (Battista, 2004; Clements & Sarama, 2009; Confrey vd., 2011; Curry, Mitchelmore & Outhred, 2006). Bu bağlamda, çalışmada elde edilen, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğrenme yol haritalarının literatürde yer alan öğrenme güçlüğüne dair tanı almamış ilkokul öğrencilerine ait öğrenme yol haritaları ile karşılaştırılarak, öğrencilerin gelişim dizisine ait farklılıkların daha sistematik bir biçimde incelenebilmesi bir avantaj olarak değerlendirilmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Araştırmada öğrenme güçlüğüne sahip iki öğrencinin uzunluk kavramı bağlamında matematiksel düşünmeleri ve öğrenmeleri incelenecek, öğrenmelerindeki ve gelişimlerindeki ilerleme analiz edilecektir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramına dair anlayış ve beceri geliştirmelerinde izledikleri yollar (adımlar) ortaya çıkarılacaktır. Her biri bir öncekinden daha sofistike olan ve matematiksel amaca ulaşma yolunda attıkları adımlar, öğrencilerin ne bildikleri, ne yapabildikleri, neyi yapabilmeleri gerekirken yapamadıkları, nasıl

düşündükleri ve nedenleri bağlamında, öğrencilerin kavramlar (veya zihinsel temsiller) üzerindeki bilişsel eylemleri yoluyla ortaya çıkarılacaktır. Dolayısıyla araştırmanın amacı, 9-10 yaş öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritalarını belirlemektir.

1.3. Araştırma Problemi

Araştırmada "Öğrenme güçlüğüne sahip 9-10 yaş öğrencilerin uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritaları nasıldır?" sorusuna cevap aranacaktır.

1.4. Araştırmanın Önemi

Her ne kadar tanılanması ve sebeplerinin tespit edilmesi zor olsa da öğrenme güçlüğü ile ifade edilen bir gerçek vardır. Bireylere ve ailelerine hayat boyu süren ve hayatı zorlaştıran etkileri söz konusudur (Gerber'den aktaran Vaughn & Fuchs, 2003). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin, özel eğitime ihtiyacı olan öğrencilerin yarısından fazlasını teşkil ediyor olması ve öğrenme güçlüğünün nüfusun %5 veya %6'sında bulunduğu göz önüne alınırsa (Berch & Mazzocco, 2007; Vaughn & Fuchs, 2003), bu öğrencilere genel eğitimle aynı hedeflere sahip nitelikli öğrenme deneyimleri yaşatmak, toplumda yer edinmelerine ve kaliteli bir yaşam sürmelerine katkıda bulunmak önemlidir.

Özel eğitime ihtiyacı olan öğrenciler içerisinde kaynaştırma eğitimine en çok tabi tutulan öğrenci grubu öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerdir (Smith vd., 2001). ÖGS öğrencilerin yer aldığı kaynaştırma sınıflarında, sınıflarındaki tüm öğrencileri ve farklılıklarını dikkate alarak, öğrencilerin gereksinimlerini karşılayabilecek bir öğretimi planlamaları ve uygulamalarında öğretmenlere yardımcı olmak için atılacak ilk adım, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin nasıl düşündüğü, nasıl öğrendiği ve bunları geliştirmenin yollarını ortaya çıkarmak olacaktır. Öğrencilerin kavrayışlarının derinlemesine incelenmesi, onların sonraki öğrenmelerini geliştirmek adına ve farklılıklarına cevap verebilecek öğrenme-öğretme ortamlarının oluşturulması adına önemlidir. Bu bağlamda, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramına dair öğrenme yol haritalarını ortaya çıkarmayı amaçlayan bu araştırmanın bulgularının, ÖGS öğrencilerin öğrenme karakteristiklerine, matematiksel düşünmelerine, farklılıklarına ve bunların sebeplerine dair fikir vermesi ve böylece öğrencilerin ihtiyaçlarına cevap verebilecek bir öğretim ortamı için gerekli argümanların sağlanması, bireysel eğitim planı hazırlamada öğretmenler için yardımcı fikirlere ulaşılması ve öğrenme güçlüğünü düşük başarıdan ayırma ve öğrenme güçlüğünün tanılanması noktalarında faydalı olacağı

düşünülmektedir. Bununla birlikte, şimdiki çalışma ile ÖGS öğrencilerin uzunluk kavramına dair belirlenen öğrenme yol haritalarının, literatürde yer alan öğrenme yol haritaları ile karşılaştırılmasının, ÖGS öğrencilerin diğer öğrencilerden farklılık gösterdiği gelişime ait adımların daha sistematik olarak gözlemlenebilmesini sağlayacağı ve böylece öğrenme güçlüğünün daha iyi tanınması ve tanılanması noktasında yeni fikirler sunacağı düşünülmektedir.

Öğrenme yol haritaları (ÖYH), güç ve eşsizliğini, öğrencinin gelişimine ait ilerleme ile öğretim etkinlikleri dizisi arasındaki ayrılmaz, iç içe geçmiş bağlantıdan alır (Clements, 2011). Bu ise tüm amaç ve öğretim etkinliklerin, öğrencinin kavrayışları, yanılgıları ve matematiksel düşünmesi gözetilerek belirlendiği ve öğrencinin gelişimine ait kapasitesi içinde olduğu anlamına gelir (Clements & Sarama, 2007). Bu önemli nokta, öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciye, onun ihtiyaçlarına ve farklılıklarına hizmet eden bir öğretim sunmada ve öğretime dair amaçları öğrencinin gerçekleri bağlamında belirleme ve değerlendirmede en büyük yardımcıdır. Nitekim tahmini öğrenme yol haritalarının en önemli kullanım alanlarından birinin özel öğrenciler veya düşük başarı seviyesindeki öğrenciler olduğu ve öğrencinin öğrenme sürecinin ve bu sürecin nasıl destekleneceğinin anlaşılmasının, zorlayıcı pedagojik problemlerle uğraşma için teorik bir temel sağlayacağı belirtilmektedir (Clements & Sarama, 2004). Öğrenme yol haritaları öğrencilerin başarılı olmaları için öğrenmeleri gereken değişmez katı bir konu sırasını dikte etmemekte; bir kavramın öğrencinin zihninde zamanla evrimi ve gelişimi sürecinde öğrencilerin bilmeleri gereken düşünceleri uygun ve öğretime uygun detay seviyesinde tanımlamaya izin vermektedir (Confrey & Maloney, 2010). Öğrenme yol haritaları alanın ön şartlarına dayanan mantıksal analizler değildir; öğrencilerin neyi tanıdığı, değer verdiği ve algıladığının deneysel incelenmesinin sonuçlarıdır (Confrey, Maloney, & Corley, 2014). Varsayımlar doğrultusunda yapılan öğretim deneyi sonucu ulaşılan öğrenme yol haritaları hem öğrenenin hem de alanın mantığını kapsamaktadır (Wilson, Sztajn, Edgington, & Confrey, 2014). Dolayısıyla bireysel olarak yazarların uzmanlıkları ya da alanın mantıksal gelişimine göre konuları sıralamak yerine öğretim programları, öğrenme yol haritaları çerçevesinde organize edilebilir (Clements & Sarama, 2007). Şimdiki çalışma ile belirlenen öğrenme yol haritaları, öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için müfredat geliştirme, değerlendirme araçları veya öğrenmeye dair standartlar geliştirme ya da öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimi ile tutarlı olarak öğretime ait temelleri organize etme için bir çerçeve sağlama (Panorkou, Maloney, & Confrey, 2013) amacıyla kullanılabilir. Nitekim özel eğitim kurumlarında, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin eğitimleri için RAM tarafından belirlenen kazanımların ve

hedeflerin uygun olmadığına dair görüşler söz konusudur (ASPB, 2013) ve öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için ülke genelinde kullanılan bir müfredatın bulunmaması özel eğitim ve kaynaştırma eğitiminin problemlerinden biridir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin akademik olarak akranlarını geriden takip ettiği (APA, 2013) ve farklı kavrayışlara sahip olduğu gerçeği (Lewis, 2011), bu müfredat ile öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğrenme yol haritaları arasındaki uçurumu daha da büyük kılmaktadır. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kendi öğrenme yol haritalarına göre ilerlemelerine fırsat verecek öğretim etkinlik dizilerine tabi tutulmaları öğrencilere sunulacak öğretimin etkililiği için önemlidir. Nitekim öğretmen öğrencinin gelişimine ait ilerlemeyi anladığı ve etkinlikleri buna dayanarak düzenleyip-sıraladığı zaman, özellikle öğrencinin gelişimine uygun olan etkili matematik öğrenme ortamları oluşturulur (Clements & Sarama, 2007). ÖYH öğrenci düşünmesinin nasıl geliştiğini öğretmenin anlamasına yardımcı olmaktadır. Öğrenme yol haritaları ile öğrenci öğrenmesine dair bilişsel bir model inşa edilir ki bu model matematiksel amacın inşasında içerilen süreçleri tanımlamak için çok açıktır. Öğrenme yol haritaları öğrenci düşünmesi hakkında teorik olarak bilinenlerle, öğrencilerle etkileşime girildikçe gerçekte ne gözlendiğini dengeleyen bir araçtır. Aynı zamanda öğrencilerin matematiksel davranışlarını yeterli bir şekilde açıklayan öğrenci düşünmesine dair model inşa etmek için de destekleyici bir araç olarak hizmet etmektedir (Wilson, Mojica, & Confrey, 2013). Dolayısıyla şimdiki çalışma ile belirlenen uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritaları, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk öğrenmeleri ve bunu desteklemenin yollarına dair önemli görüşler sağlayacaktır.

Öğrenme güçlüğüne dair literatür, çoğunlukla öğrencilerin aritmetik becerileri veya bilişsel fonksiyonlarını incelemeyi amaçlayan çalışmaları içerdiği ve matematiğin diğer alanlarında sınırlı sayıda çalışmanın yer aldığı (Cawley vd., 2009; Geary, 2004; Rousselle & Noel, 2007), müdahale çalışmalarının az sayıda olduğu (Gersten vd., 2005; Vostal vd., 2008) ve yapılan çalışmaların çoğunluğunun nicel ve bireysel düşünmeye az yer veren çalışmalar olduğu (Lambert & Tan, 2017) noktalarında eleştirilmektedir. Şimdiki çalışma literatürde yer alan araştırmalardan, uzun zamanlı bir öğretim deneyi üzerine kurulu olması, öğretim deneyinin "normal" olarak tanımlanan öğrencilerin düşünmeleri ve kavrayışları dikkate alınarak değil de, öğrenme güçlüğüne sahip olan öğrencilerin kavrayışları ve farklılıkları üzerine şekillenmiş olması bakımından farklıdır. Bununla birlikte çalışma, öğretim sırasında ortaya çıkan öğrenci güçlüklerinin ve kavrayışlarının, literatürde yer alan büyük ölçekli nicel çalışmalara göre, bireysel farklılıkları da dikkate alarak daha hassas ve daha derinden incelenmiş olması bakımından farklılaşmaktadır. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencileri tanılamanın zor olduğu,

ÖGS öğrenciler arasında bireysel farklılıkların söz konusu olduğu ve literatürde bu öğrencilere dair net bir profil çizilememiş olduğu düşünülürse, gerçekleştirilen nitel çalışmanın bu bakımdan da literatüre bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Aynı zamanda Vygotsky (1993) tarafından da vurgulandığı üzere, öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler söz konusu olduğunda, engelden ziyade öğrencinin güçlü olan yanlarının belirlenmesi ve negatif karakteristiklere odaklanılmaması daha uygun olacaktır. Bu öğrencilere destek olurken olumlu kapasiteleri ve nitelikli karakteristiklerini ortaya çıkarmak Vygotsky'nin yaklaşımının temelindedir (Gindis, 1999). Ona göre bir yetersizliğe sahip olan bir öğrenci akranlarına kıyasla daha az gelişen değil ancak farklı olarak gelişen bir çocuktur (Vygotsky, 1993, s. 179). Dolayısıyla öğrenme güçlüğüne bir eksiklik, bozukluk ya da başarısızlık olarak yaklaşmak ve öğretmen, öğrenci ve araştırmacı olarak başarısızlığı kabullenmek yerine öğrenme güçlüğünü bir farklılık olarak ele almak ve öğrencinin bu farklılıklarını dikkate alan, genel eğitim programlarıyla aynı amaçlara sahip bir öğretim benimsemek getireceği katkılar bakımından denemeye değer görülmektedir. "Toplama işlemini yapamamaktadır", "Çarpma işlemini yapamamaktadır" şeklinde öğrencilerin yapamadıklarını listelemektense, öğrencinin farklı algılayış ve düşünme süreçlerini dikkate alan ve bu farklılık ve ihtiyaçlara cevap veren bir öğretimin sonuçlarını gözlemlemenin öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere sunulan eğitim fırsatları için daha yararlı olacağı düşünülmektedir. Nitekim Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ne (MEB, 2006, md. 68) göre bu öğrencilere sunulacak "hizmetler bireylerin yetersizliklerine göre değil, bireylerin eğitim gereksinimlerine göre planlanır." Dolayısıyla literatüre ve uygulamada öğretmenlere yol gösterici olması bakımından öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel anlamda gereksinimlerinin keşfedilmesi ve buna göre nasıl bir öğretim uygulanması gerektiği konusunun açıklığa kavuşturulmasının yerinde olacağı düşünülmektedir.

Ölçme kavramı, matematikte uzun ömürlü ve önemli bir yere sahip olan bir kavramdır (Lehrer, 2003). Bishop (1988) ölçmenin dünyadaki tüm kültürlerde yer alan altı temel etkinlikten biri olduğunu ve matematiksel bilgiyi geliştirmek için gerekli ve aynı zamanda yeterli olduğunu ifade etmektedir. Ölçme, oran, ondalık, rasyonel sayılar, kesirler ve geometri gibi diğer matematiksel kavramların incelenmesinde bir temel oluşturmaktadır (Barrett vd., 2011; NCTM, 2006; Smith vd., 2011). Bir ölçü birimini kullanarak adım adım ölçme ile elde edilen sayıların "harika" şeklinde ifade edilen yönü, birbirleri ile karşılaştırılabilmelerinin yanında hesaplama için de kullanılabiliyor olmalarıdır (Gravemeijer vd., 2016). Uzamsal bağlamda ölçmenin temel niteliklerinden biri olan uzunluk, uzamsal ölçümlerin merkezinde yer almaktadır (Smith vd.,

2008). Evrensel bir karaktere sahip olan uzunluk ölçümü mekansal ölçüler arasında benzersizdir (Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2011). Ancak ölçme alanında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin gelişimsel özelliklerini inceleyen çalışmalar az sayıdadır (Cawley vd., 2009). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle ölçme alanında yalnızca çevre ve alan kavramlarına yönelik çalışmalar yapılmıştır (Cass, Cates, Smith, & Jackson, 2003; Satsangi & Bouck, 2015). Bu çalışmaların ise kavramsal olarak alan ve çevre hesaplamanın nitelikleri tanıma boyutu değil yalnızca hesaplanılmasına odaklandığı söylenebilir. Şimdiki çalışmada ise uzunluk kavramı niteliği tanıma, dolaylı karşılaştırma, niteliklerin korunumu, birim, cetvel kavramı, sayı ve ölçme ilişkisi gibi tüm karakteristikleriyle birlikte kavramsal olarak ele alınmıştır. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle ölçmenin temel kavramlarından biri olan uzunluk kavramının çalışılması, öğrencilerin uzunluk kavramına dair anlayış ve beceri geliştirmelerinde izledikleri yolların (adımlar), ölçmede yaşadıkları güçlüklerin, yanılgıların ve kavrayışların ortaya çıkarılması ve matematiksel düşünme seviyelerinin tanımlanmasının, öğrenme güçlüğü literatürü kadar ölçme ve öğretimine odaklanan literatür için de önemli olduğu düşünülmektedir. Nitekim matematik eğitimcilerinin farklı ve çeşitli öğrenenlerin perspektifinden matematiksel dünyayı keşfetmeleri, matematiği bilme ve somutlaştırma arasındaki ilişkinin anlaşılması bakımından önemlidir (Lambert & Tan, 2017).

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılığı, araştırmanın yöntemi, bulguları ve yapılan analiz çerçevesinde nasıl bir sonuç çıkarılabileceğinin ve daha da önemlisi hangi sonuçların çıkarılabileceğine ilişkin sınırların kabulüdür (Jupp, 2006, s. 325). Söz konusu araştırmanın sonucunda elde edilen ÖGS öğrencilerin uzunluk kavramına ilişkin öğrenme yol haritaları, araştırmada gerçekleştirilen öğretim bağlamındadır. Bu öğrenme yol haritaları araştırmacı tarafından belirlenen öğretim amaçları, seçilen etkinlikler ve gerçekleştirilen öğretim ile sınırlıdır (Bardsley, 2006). Bununla birlikte, hiyerarşik etkileşimciliğe göre bazı öğrenme alanları kültürel deneyimlerden daha fazla etkilenmekte ve farklı matematik konuları için farklı gelişime ait ilerlemeler söz konusu olabilmektedir (Clements & Sarama, 2014). Ayrıca matematiğin farklı alanlarının, farklı matematiksel fırsatlar ve zorluklar içermesinden kaynaklı olarak farklı öğrenme güçlükleri doğurabileceği (Jacobs, & Empson, 2015; Ginsburg, 1997) düşünülürse, öğrenme güçlüğüne sahip katılımcıların yaşadıkları güçlükler ve elde edilen öğrenme yol haritalarının uzunluk kavramı ile sınırlı olduğu söylenebilir.

Aynı zamanda çalışma ile ortaya çıkan öğrenme yol haritalarının katılımcı öğrencilere ait bireysel, çevresel ve sosyo-kültürel faktörler ve öğrencilerin sahip oldukları bilişsel araçlarla (kavramlar, stratejiler, beceriler gibi) da sınırlı olduğu söylenebilir (Sarama & Clements, 2009). Bununla birlikte öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kendi içinde dahi heterojen bir grup oluşturduğu düşünülürse, öğrencinin gelişimine ait ilerleme değiştikçe öğretim etkinlik dizileri değişecek, bu ise öğrenme yol haritasının değişmesine sebep olabilecektir. Dolayısıyla öğrencilerle ilgili genelleştirilmiş iddialar, kültürel ve ekonomik yapılar arasına öğrencilerin kapsamlı ve yeterli örnekleri dahil edilerek incelenmeli ve eleştirel bakış benimsenmelidir (Clements, 2011). Şimdiki araştırmanın bulgularından faydalanmak adına öğrenci özelliklerinin, öğrenci düşünmelerinin ve öğretimin derinlemesine incelenmesi ve konu alanının kültürel deneyimlerden etkilendiğinin gözardı edilmemesi gerekmektedir. Bununla birlikte, bu durum bazı öğrenciler için önemli ölçüde farklı ÖYH'ın mutlaka var olduğu anlamına gelmemektedir. Clements ve Sarama (2014) kültürel ve bireysel farklılıklara duyarlı olma çabalarının, araştırmacı ve eğitimcileri düşük beklentiler tuzağına düşürmemesi gerektiği noktasında uyarılarda bulunmaktadır. Belirli bir konu alanında aynı yaş seviyesinde öğrencilerin öğrenme yol haritalarında çok sayıda yolun mevcut olmadığı, çünkü evrensel gelişim faktörlerinin kültür ve matematiksel içerikle etkileşime girdiği belirtilmektedir. ÖYH'ın bilişsel çekirdeği farklı kültürel bağlamlarda da geçerlidir ve öğrenme ve eşitliği sağlamak için farklı sosyo-kültürel ortamlarda farklı şekillerde örneklendirilmelidir (Clements & Sarama, 2014).

1.6. Tanımlar

a. Öğrenme Güçlüğü: Sebepleri (bireyi etkileyen eğitim, ortam, IQ, dil gibi görünür sebepler) tam olarak belirli olmaksızın beklenmedik, tipik olmayan öğrenme başarısızlığı gösterme durumudur (Fusch vd., 2003).
b. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Olan Birey: Dili yazılı ya da sözlü anlamak ve kullanabilmek için gerekli olan bilgi alma süreçlerinin birinde veya birkaçında ortaya çıkan ve dinleme, konuşma, okuma, yazma, heceleme, dikkat yoğunlaştırma ya da matematiksel işlemleri yapma güçlüğü nedeniyle özel eğitim ve destek hizmetine ihtiyacı olan birey (MEB, 2006).
c. Uzunluk: Doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık; doğrusal olmayan bir nesnenin ise doğrusal hale getirildiğinde başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık, o nesnenin uzunluğudur (Argün, Arıkan, Bulut, & Halıcıoğlu, 2014).
d. Öğrenme Yol Haritası: Özel bir matematik alanında çocukların düşünme ve öğrenmesine ait betimlemeler, ve bununla ilgili olan, çocukların söz konusu matematik alanındaki öğretim amaçlarını edinmesini destekleme maksadıyla oluşturulmuş, onların düşünme

seviyelerindeki gelişim boyunca ilerlemeleri için varsayılan zihinsel süreç veya eylemlere tabi olmaları amacıyla tasarlanan öğretim etkinlikleri dizileri aracılığıyla tahmini bir rotanın betimlemesidir (Clements & Sarama, 2004).

e. Bireyselleştirilmiş Eğitim Planı (BEP): Kapsamlı bir değerlendirme sürecinde toplanan bilgilere dayanan, özel eğitime ihtiyacı olan bireylerin gelişim özellikleri, eğitim performansları ve ihtiyaçları doğrultusunda hedeflenen amaçlara yönelik hazırlanan ve bu bireylere verilecek destek eğitim hizmetlerini de içeren özel eğitim programıdır (Smith vd., 2001; Şahin vd., 2011, s. 3).
f. Gelişime Ait İlerleme: Çocukların bir matematiksel konuyla ilgili anlayış ve beceri geliştirmelerinde izledikleri tipik bir yolu ifade etmektedir (Sarama & Clements, 2009).
g. Öğretim Etkinlikleri Dizisi: Bir öğrenme yol haritasının üçüncü bileşeni, öğrencilerin gelişim süreci boyunca ilerlemesine ve belirli bir düşünme seviyesine ulaşmak için gerekli bilgi ve becerileri öğrenmelerine yardımcı olmak amacıyla tasarlanmış öğretim etkinliklerinin bir kümesidir (Clements, 2011).
h. Öğretim Deneyi: Çocukların matematik bilgilerini ve bu bilgilerin matematik öğretimi bağlamında nasıl öğrenilebileceğini araştırmak için tasarlanmış bir yöntemdir (Steffe, 1991).
i. Kavram Yanılgısı: Kişisel deneyimler sonucu oluşmuş ve uzmanlar tarafından kabul edilmiş görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış (Çakır & Yürük, 1999; Mayer, 1987)

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Öğrenme Güçlüğü

2.1.1. Öğrenme Güçlüğü Tanımı

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB, 2000) tarafından öğrenme güçlüğü ilk defa 2000 yılında tanımlanmıştır.

> MEB'nın bu tanımına göre öğrenme güçlüğü, yazılı ya da sözlü dili anlamak ya da kullanabilmek için gerekli olan bilgi alma süreçlerinin birinde ya da birkaçında ortaya çıkan ve dinleme, konuşma, okuma, yazma, heceleme, dikkat yoğunlaştırma ya da matematiksel işlemleri yapmada yetersizlik nedeniyle, bireyin eğitim performansının ve sosyal uyumunun olumsuz yönde etkilenmesi durumunu ifade etmektedir (MEB, 2000, md. 4/r).

2006 yılında ise MEB öğrenme güçlüğü terimini değil öğrenme güçlüğüne sahip (ÖGS) bireylerin tanımlanmasını tercih etmiş ve aynı yıl yayınlanan Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği ile öğrenme güçlüğü olan bireyleri;

> Dili yazılı ya da sözlü anlamak ve kullanabilmek için gerekli olan bilgi alma süreçlerinin birinde veya birkaçında ortaya çıkan ve dinleme, konuşma, okuma, yazma, heceleme, dikkat yoğunlaştırma ya da matematiksel işlemleri yapma güçlüğü nedeniyle özel eğitim ve destek hizmetine ihtiyacı olan birey şeklinde tanımlamıştır (MEB, 2006).

Öğrenme güçlüğü ifadesi APA (2013) tarafından "öğrenme güçlüğü" şeklinde kullanılmaya başlanmış ve öğrenme güçlüğü, "bozukluğun davranış belirtileri ile bağlantılı olan bilişsel düzeyde anormalliklerin temelini oluşturan biyolojik kökene sahip bir nörogelişimsel bozukluk" şeklinde tanımlanmıştır (APA, 2013, s.32). APA'ya (2013) göre öğrenme güçlüğü, kelimelerin doğru ve akıcı bir şekilde okunması, okuduğunu anlama, yazılı anlatım ve yazım, aritmetik hesaplama, matematiksel akıl yürütme temel akademik becerilerini kazanmada yaşanan önemli güçlükleri içerir (s. 66). IDEA ise 2004 yılında öğrenme güçlüğünü "dinlemeyi, düşünmeyi, konuşmayı, okumayı, yazmayı veya matematiksel hesaplamaları yapmak için kusurlu bir şekilde kendini gösterebilen, sözlü veya yazılı bir dili anlamaya ya da kullanmaya yönelik temel psikolojik süreçlerin bir ya da daha fazlasında görülen bir bozukluk" şeklinde tanımlamıştır (Thomas, Van Garderen, Scheuermann, & Lee,

2015). Ancak bu tanımda yer alan temel psikolojik süreçler ifadesi tartışmalıdır (Özyeşil, 2014). Öğrenme Güçlükleri Ortak Ulusal Kurulu'na (NJCLD) göre ise öğrenme güçlüğü "dinleme edinimi ve kullanımı, konuşma, okuma, yazma, muhakeme veya matematiksel becerilerde kayda değer zorlukların oluştuğu heterojen rahatsızlıklar grubuna işaret eden genel bir terimdir" (NJCLD, 1988, s. 45). NJCLD (1988) tarafından bu rahatsızlıkların bireye özgü olduğu, merkezi sinir sistemindeki fonksiyon bozukluğundan kaynaklandığı varsayılmakta ve bu rahatsızlıkların bireyde ömür boyunca ortaya çıkabileceği belirtilmektedir (NJCLD, 1988).

Literatürde ise genel olarak öğrenme güçlüğü; biyolojik tabanlı, üzerinde henüz uzlaşılmış ve formal bir tanımı bulunmayan davranışsal bir durum olarak tanımlanır (Mazzocco, 2007). Öğrenme güçlüğü, sebepleri tam belirli olmaksızın beklenmedik, tipik olmayan öğrenme başarısızlığı gösterme olarak da ele alınmıştır (Fusch vd., 2003). Bu tanımda, sebepler ifadesi ile bireyi etkileyen eğitim, ortam, IQ, dil gibi sebepler kastedilmektedir. Yapılan tanımlar incelendiğinde, matematik öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencinin öğrenme güçlüğünü açıklamak için başvurulacak yardımcı kriterler; matematikte düşük başarı sergilemek, düşük başarıya sebep olarak görülebilecek herhangi bir kanıt barındırmamak (eğitim, ortam, IQ, dil) (Fletcher vd., 2007) ve standart öğretime (akranlarının yararlandığı, yaşına uygun olan eğitim) cevap vermemek (Fusch vd., 2003; Fletcher vd., 2007) şeklinde ifade edilebilir. Benzer şekilde NJCLD (1988, s. 67) öğrenme güçlüğünün, örneğin, duyusal bozulma, zeka geriliği, sosyal ve duygusal rahatsızlık gibi durumlarla veya kültürel farklılıklar, yetersiz ve uygun olmayan eğitim gibi dış kaynaklı etkilerle birlikte ortaya çıkabileceğini ancak bu etkilerin bir sonucu olmadığını belirtir.

2.1.2. Ülkemizde ve Dünyada Öğrenme Güçlüğü

Öğrenme güçlüğü konusunda yaşanan gelişmeler dünyada 1960'lı yıllara, ülkemizde ise 1980'li yıllara dayanmaktadır. Tarihsel gelişimi incelendiğinde, öğrenme güçlüğüne odaklanan çalışmaların tıp alanında başladığı ve görme bozuklukları ve beyin hasarına bağlı çalışmalar bağlamında incelendiği görülmüştür. 1960'lı yıllarda ve sonrasında Kirk tarafından öğrenme güçlüğü ifadesinin ilk defa kullanılması ve öğrenme güçlüğüne sahip çocuklara destek hizmetlerini zorunlu kılan yasalarla bu alanda önemli gelişmeler yaşanmaya başlamıştır (Çakıroğlu, 2018, s. 6). Türkiye'de ise 1983 yılında "Özel Eğitime Muhtaç Çocuklar Kanunu" yürürlüğe girmiş, 2000 yılında ise Milli Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği yayınlanmış ve öğrenme güçlüğü tanımlanmıştır, 2006

yılında güncellenen Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği ile öğrenme güçlüğü olan birey tanımı yapılmıştır.

Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin tanılanması noktasında Büttner ve Hasselhorsn (2011) ülkelerin kendi içinde dahi belirli, sabit bir tanılama kriteri olmadığından söz etmektedir. Amerika'da yapılan bir araştırmada, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin tespiti için 302 farklı değerlendirme aracının kullanıldığı belirlenmiştir (Mauser, 1981). Bu testler zeka testleri, nöropsikolojik testler, genel başarı testleri, okuma, yazma ve matematik testleri, işitsel algı, dil testleri, sosyal uyum ve kişilik testleri, görsel-motor testler şeklinde sınıflandırılabilir.

Bazısı bilgisayar tabanlı olan bu tanı koyma araçlarının yanında öğrenme güçlüğünü tanılamada kullanılan yöntemler arasında tutarsızlık yöntemi, müdaheleye yanıt yöntemleri yaygındır. Tutarsızlık modeli öğrencinin zekâsı ile performansı arasındaki tutarsızlığın başka bir ifadeyle yetenek ve başarı arasındaki tutarsızlığın tespit edilmesi yoluyla uygulanır. Bu modelin dayandığı temel düşüncelerden ilki; bir öğrenme engelinin, bireyin akademik başarısının akademik yaşından (örn., örgün eğitimde ulaştığı sınıf düzeyi) beklenenden önemli ölçüde düşük olmasını gerektirdiğidir. İkincisi ise, bireyin IQ'su normal aralıkta veya ortalamanın üzerinde iken başarı testindeki puanın IQ testindeki puandan önemli ölçüde daha düşük olmasıdır (örn., iki puan arasındaki fark en az iki standart sapma kadar olmalıdır) (Büttner & Hasselhorn, 2011). Standartlaştırılmış başarı testleri, matematik başarı testleri bağlamında değerlendirilecek olursa, genel olarak, toplamı genel bir "matematik başarısı" puanına indirgemeden önce, uzamsal ve sözel yetenekleri içerebilen bir dizi beceriyi test eder. Dolayısıyla Tip I hata (doğru olanı reddetme) riskine sahip olduğu belirtilmektedir (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004). Bu testler birden fazla farklı çeşitte maddeye dayandığı için belirli eksikliklerin maskelenmesi muhtemeldir. Yüksek puan alan bir çocuk matematiğin bazı alanlarında ortalama performans gösterirken, bazılarında eksikliklere sahip olabilir (Gersten vd., 2005). Dolayısıyla standart başarı testleri sınırlı becerileri ölçmesi sebebiyle matematik yeteneğini doğru olarak yordamayabilir (Butterworth, 2003, s. 2). Tutarsızlık modeline yapılan bir diğer eleştiri ise, zayıf akademik performansına rağmen, zekası ile akademik başarısı arasındaki fark az olan bireyin, öğrenme güçlüğüne sahip olarak tanılanmayabileceğidir. Diğer taraftan, IQ ve akademik başarı arasındaki farkın büyük olması kriterini karşılayan üstün yetenekli bir öğrenci, akademik başarısı yeterince düşük olmadığı için öğrenme güçlüğü tanısı almayabilir (Büttner & Hasselhorn, 2011). Bununla birlikte tutarsızlık modeli için her IQ'su yüksek ama başarısı

düşük bireyin öğrenme güçlüğüne sahip olmak zorunda olmadığı da belirtilmiştir (Mazzocco & Myers, 2003). Mazzocco ve Myers (2003) çalışmalarında tutarsızlık modeline göre belirledikleri öğrencilerin karakteristiklerinin farklı olduğu bulgusundan yola çıkarak, bu modelin tanılamada uygun bir araç olmadığını iddia etmiştir Bu model aynı zamanda, bireylerin aldığı eğitim kalitesini değerlendirmez ya da bu konuda bilgi vermez, dolayısıyla bu model uygun veya yeterli olmayan öğretimden kaynaklı başarısızlıkların ayırt edilmesine izin vermemektedir (Namkung & Peng, 2018).

Müdaheleye Yanıt Modeli ise Amerika'da erken tanılamanın sağlanması ve yanlış tanılamanın önüne geçmek için uygulanmaya başlamıştır. Müdahaleye yanıt, devam eden ilerlemeyi izleme ve veriye dayalı karar verme ile yüksek kalitede, araştırmaya dayanan öğretimi sağlamaya yönelik üç aşamalı bir modeldir (Namkung & Peng, 2018). Bu model, tutarsızlık modelinde, öğrencinin IQ ve başarısı arasında önemli farklılıklar göstermesi için beklenen sürede, erken tanı ve erken müdahale imkanının ortadan kalkması sebebiyle ve uzun ve masraflı özel eğitim değerlendirme sürecine öğrencileri zorunlu bırakmak yerine; ihtiyaçlarına uygun ve okulda alacakları öğretimle öğrencilerin yaşadıkları veya yaşayabilecekleri akademik güçlükleri erken tespit ederek, onlara uygun öğretimle, öğrencilere destek verme fikrine dayanmaktadır. Bu şekilde öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin erken tanılanmasını ve aynı zamanda öğrencilere erken müdaheleyi sağlamaktadır (Fuchs & Fuchs, 2006). Müdahaleye yanıt modelinin eleştirildiği noktalar ise; ikinci aşamada müdaheleye yanıt vermeyen öğrencinin öğrenme güçlüğüne sahip olduğu tanısının doğru olmasının yalnızca öğretimin öğrenci için uygun olduğu zaman geçerli olduğu ancak bunun her zaman garanti edilemeyeceği veya bir aşamayı başarılı bir şekilde geçen, sınıflarına geri dönen ve tekrar başarısız olan öğrenciler için ne yapılacağı noktalarıdır (Büttner & Hasselhorn, 2011). Ülkemizde öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin tanılanmasında, son yıllarda Sesli Okuma Becerisi ve Okuduğunu Anlama Testi (SOBAT, 2016 yılında geliştirilmiştir), Erken Okuryazarlık Testi (EROT, Kargın, Ergül, Büyüköztürk & Güldenoğlu, 2015), diskalkuliye yatkınlığı ayırt etmede kullanılacak bir ölçme aracı olarak Temel Sayı İşleme Testi (Olkun, Altun, Şahin, & Kaya, 2016) gibi geliştirilen testler yer almaya başlamıştır. Ancak öğrenme güçlüğünün tanılanmasına yönelik MEB tarafından sunulan standart bir test, standart başarı testi, bir model veya buna yönelik öğretmenlere ve eğitimcilere sunulan bir eğitim bulunmamaktadır (Görgün, 2018, s. 65). Türkiye'de öğrenme güçlükleri genel olarak WISC-R gibi zekâ testlerine dayalı olarak belirlenmeye çalışılmaktadır. Ülkemizde öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencinin

tanılanması ve özel eğitim hizmetlerinden yararlanabilmesi için tıbbi muayene ve eğitsel tanılama aşamalarından geçmesi gerekmektedir. Öğrencinin tıbbi tanılamadan sonra RAM'larda eğitsel değerlendirme ve tanılamaya tabi tutulması gerekmektedir (Görgün, 2018, s. 63). Bu noktada ise öğrencinin öğretmeni veya ailesi bu süreci başlatmalıdır. Mazzocco ve Myers (2003) tarafından 249 öğrenci ile yapılan 4 yıllık boylamsal bir çalışmada bir bireyin aynı değerlendirme araçları kullanılmasına rağmen zamanla öğrenme güçlüğü kriterlerini karşılamadığı görülmüştür. Bu bulgu ise öğrenme güçlüğünün klinik teşhisi için tek bir araç veya tek zamanlı değerlendirmeye karşı bir uyarı niteliğindedir (Mazzocco & Myers, 2003). Bu noktayla birlikte, öğrenme güçlüğü yaşayan bireylerin heterojenliği ve standartlaştırılmış testlerin yalnızca belirli becerileri ölçebildiği noktaları da göz önünde bulundurulduğunda, matematik öğrenme güçlüğü yaşayan bireylerin tespiti için farklı niteliklerin ölçülmesinin gerekliliğini ifade eden Mutlu ve Akgün (2017) çoklu süzgeç modelini önermiştir. Matematik öğrenme güçlüğünü tanılamada kullanılan kriterler ışığında tasarladıkları bu yöntemde öğretmen değerlendirmesi, diskalkuli ön-değerlendirme testi, diskalkuli tarama aracı, öğrenci tanıma formu ve zekâ testi birer süzgeç olarak kullanılmıştır (Mutlu & Akgün, 2017).

Ülkemizde müdahaleye yanıt ya da (MEB tarafından sunulan standartlaştırılmış bir başarı testi aracılığıyla) tutarsızlık modeli uygulanmasa da müdahaleye yanıt yönteminin etkililiğinin incelendiği (Ölmez & Argün, 2017), öğrenme güçlüğünü tanılamada farklı model ya da testlerin önerildiği (Mutlu & Akgün, 2017; Olkun vd., 2016), veya matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencileri diğer öğrenci gruplarından ayırmaya yarayan testlerin önerildiği çalışmalar (Olkun vd., 2015) sınırlı sayıda olmakla beraber ulusal literatürde yer almaktadır. Ancak Türkiye'de yapılan çalışmaların genellikle öğrencilerin eğitim hayatına dahil olan bireylerin (aile, öğretmen, okul müdürü, öğrencinin kendisi) görüşlerini almaya yönelik olduğu görülmektedir (Gözün & Yıkmış, 2004; Hacısalihoğlu-Karadeniz, 2017; Öncül & Batu, 2005; Sezer & Akın, 2011). Müdahaleye yanıt yönteminin Türk öğrencilerin matematik öğrenmeleri üzerindeki etkililiğini inceleyen araştırmanın (Ölmez & Argün, 2017) sonucunda, özel eğitime ihtiyacı olduğu öngörülen 5. sınıf öğrencilerinin 12 haftalık bir bireysel destek eğitimiyle özel eğitime ihtiyaçları olmadığı sonucuna ulaşılmış ve bu modelin, risk grubunda görülen öğrencilerin matematik öğrenmelerine katkısının olduğu ifade edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin başarısızlıklarının ortadan kalkmasında veya devam etmesinde kullanılan öğretim yöntemlerinin önemli rol oynadığını göstermiştir (Ölmez & Argün, 2017). Ülkemizde Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ne göre özel eğitime

gereksinim duyan öğrencilerin eğitimi için kaynaştırma uygulaması yapılan okul ve kurumlarda, Bireyselleştirilmiş Eğitim Programı Geliştirme Birimi oluşturularak bireyselleştirilmiş eğitim programı (BEP) geliştirilir ve uygulanır (MEB, 2006, md. 72). Dolayısıyla özel eğitime ihtiyaç duyan bireylerin tabi tutulacağı öğretim okul tarafından oluşturulan bir birim aracılığıyla öğrencinin öğretmenleri tarafından hazırlanmaktadır. Ancak ülkemizde sınıf ve ilköğretim matematik öğretmenleri ile yapılan bir çalışmada, öğretmenlerin öğrenme güçlüğünün sık karşılaşılan bir durum olduğunu ifade etmelerine rağmen öğrenme güçlüğü olduğunu düşündükleri öğrencilerine tam anlamıyla yardımcı olamadıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmenler öğrenme güçlüğüyle ilgili uzman yardımı alamadıklarını ifade etmiştir (Sezer & Akın, 2011). Benzer şekilde Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yapılan bir araştırmaya göre kaynaştırma sınıfında eğitim veren öğretmenlerin % 60,7'sinin BEP hazırlama noktasında bilgilendirilmek istedikleri ortaya çıkmıştır (MEB, E., 2010, s. 107). Aynı zamanda Özel Eğitim bölümü mezunu olmayan öğretmenlerin özel eğitim kurumlarında yeterli alan ve pedagojik alan bilgisine sahip olmaksızın görevlendirilmelerinin, okullarda öğretmen yetersizliğinin ve aynı zamanda öğrenme güçlüğüne yönelik önyargıların, öğretmenlerin ve öğrencilerin problemler yaşamasına yol açtığı belirtilmektedir (Karasu & Mutlu, 2014; Sakız, Sart, & Ekinci, 2016).

2.1.3. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Özellikleri

Dünya Sağlık Örgütü Uluslararası Sınıflandırma Sistemi (ICD-10) tarafından 1992 yılında öğrenme güçlüğü, eğitimle ilgili becerilerdeki özel gelişimsel bozukluk (disorder) şeklinde tanımlanmıştır. Alana özel içeriklere göre, öğrenme güçlüğü için, gelişimsel disleksi olarak ifade edilen okumada özel bir bozukluk ile diskalkuli olarak ifade edilen aritmetik becerilerin özel bir bozukluğunu içeren bir sınıflandırma yapılmıştır (Büttner & Hasselhorn, 2011). Her iki uluslarası sınıflandırmanın da, öğrenme güçlüğünün önemli birer bileşeni olarak, bir akademik alandaki beklenmeyen (zeka veya dışsal faktörlerle açıklanamayan) zayıf performansı işaret ettiği vurgulanmaktadır (Büttner & Hasselhorn, 2011). Bir başka sınıflandırma ise APA tarafından 2013 yılında yapılmıştır (APA, 2013). Bu sınıflandırmaya göre öğrenme güçlüğü birincil zorluk yaşanan alan olarak belirlenmiş ve okumada bozukluk (disleksi), matematikte bozukluk (diskalkuli) sınıflandırmasına, yazılı anlatımda bozukluk (disgrafi) eklenmiştir. Bu sınıflandırma dışında kalan ve adlandırılamayan öğrenme bozuklukluklarının varlığı söz konusudur. Nitekim belirtilen bu öğrenme güçlüklerinin örneğin diskalkulinin dahi kendi içerisinde heterojen bir grup oluşturduğu, diskalkuli bireyler arasında değişkenliğin söz konusu olduğu (Geary, 2011) veya disleksinin bireyin

anadiline göre değişiklikler gösterebildiği belirtilmiştir (Büttner & Hasselhorn, 2011). Dolayısıyla öğrenme güçlüğünü sınıflandırmaya iten bir gerçek, ÖGS bireylerin güçlük yaşadıkları alanların bireysel olarak değişebilmesidir. ÖGS bireyler heterojen bir grup oluşturur ve okumada, matematikte, dilde ya da sözel dilde güçlükler yaşabilirler (Namkung & Peng, 2018; Pierangelo & Giuliani, 2006). Bununla birlikte öğrenme güçlüklerini birbirinden ayırmaya iten yalnızca farklı akademik beceriler değildir, aynı zamanda öğrenme güçlüğü ile ilgili bilişsel eksikliklerdeki çeşitlilik dikkate alındığında, öğrenme güçlüğüne özel belirli bir sınıflandırmadaki sebeplerin heterojenliğinin de buna etken olduğu söylenebilir (Büttner & Hasselhorn, 2011). Öğrenme güçlüğünün tanımlanması ve böylece ÖGS bireylerin tanılanabilmesi amacıyla, ÖGS bireylerin ortak özelliklerinin sebepleriyle birlikte araştırıldığı ve tartışıldığı 1990'lı, 2003'lü yıllardan, 2011 yıllarına ve günümüze uzanan çalışmalar süregelmektedir (örn., Büttner & Hasselhorn, 2011; Mazzocco & Myers, 2003; Namkung & Peng, 2018). Öğrenme güçlüğünün sebebi bilinmemekle birlikte, tek bir sebepten ziyade muhtemel sebepleri üzerinde durulmaktadır (Namkung & Peng, 2018). Andersson ve Östergren (2012) öğrenme güçlüğünün tek bir merkezi sebebinin olamayacağını, çoklu eksikliklerin öğrenme güçlüğüne sebep olabileceğini ifade etmektedir. Öğrenme güçlüğünün baskın olarak sebebinin biyolojik tabanlı bilişsel eksiklikler ya da bilişsel fonksiyon bozuklukları olduğu belirtilmekte ancak bu sebepleri deneysel olarak belirlemenin zor olduğu vurgulanmaktadır. Bilişsel fonksiyon bozukluklarının öğrenme güçlüğü ile nasıl ilişkili olduğu bilinmemektedir (Geary, 2011). Ayrıca belirlenen eksikliklerin öğrenme güçlüğünün gerçek sebepleri olmadığının, yalnızca gerçek sebeplere eşlik ettiklerinin mantıksal olarak inkar edilemeyeceği iddia edilmektedir (Büttner & Hasselhorn, 2011). Dolayısıyla öğrenme güçlüğünün tanımlanmasında ve özelliklerinin ortaya konulmasında bireylerin bilişsel profillerindeki heterojenliğin göz önünde bulundurulması önemlidir (Mazzocco & Myers, 2003). Öğrenme güçlüğüne sahip bireyler ortalama ya da ortalama üstü zekaya sahip oldukları halde, dikkat, çalışan bellek -devam eden bilişsel görevleri desteklemek için bilgileri eşzamanlı olarak işleme ve saklama yeteneği (örn., bir metni okurken aynı zamanda içeriğini de takip etme (Namkung & Peng, 2018)- ya da problem çözme amacıyla soyut bilgiyi zihinde tutma (Gersten vd., 2008; Geary, 2004), uzun süreli bellek (5 ile 2'nin toplamının 7 olduğunu hesaplamaya gerek duymadan bellekten otomatik olarak çağırma), işlem hızı (çoklu basamaklı işlemleri yürütme, takip etme gibi) gibi bilişsel yeteneklerde tipik gelişim gösteren yaşıtlarına kıyasla eksiklik-sınırlılık gösterebilirler (Namkung & Peng, 2018). Passolunghi (2011) matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle yaptığı çalışmasında, diğer çalışmalarda belirtildiği gibi

öğrencilerin sınırlı bir çalışan belleğe sahip olduğunu ancak öğrencilerin sözel ve sayısal bilgi içeren kısa süreli belleklerinde bir problem olmadığını bulmuştur. Başka bir çalışma ise diskalkulinin diğer bilişsel yeteneklerdeki eksikliklerin sonucundan ziyade, temel sayısal işlemlerdeki belirli engellerin sonucu olduğunu ifade etmiş ve sebeplerin bilişsel alanlar yerine sayısal temelleriyle ilgilenilmesi gerektiğini belirtmiştir (Landerl vd., 2004). ÖGS öğrencilerle olan etkileşim ve gözlemler doğrultusunda, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin gözlemlenebilir özellikleri olarak; rakamların yanlış yazılması veya kopyalanması, matematiksel adım dizileri ile zorluk, matematiksel kavramları, terimleri ya da işlemleri isimlendirmede zorluk, matematiksel bağlamı matematiksel sembollere yanlış bir biçimde dönüştürme, yanlış yorumlama ve aritmetik işaretlerin veya sayısal sembollerin yanlış kullanımı ve yanlış hesaplamalar şeklinde ifade edilebilir (Sullivan, 2005).

Gersten vd. (2005) özellikle matematikte zorluk yaşayan öğrencilerin aritmetik gerçekleri hatırlamada kıvraklık ve tamlıkta, strateji kullanımında daha az olgunluk ve daha yavaş olma, matematiğin birçok alanında yavaş ilerlemeyle ilgili görülen okumada problemlerinin olduğunu belirtmiştir. Tüm çalışmalar tarafından belirtilen bir bulgu da ÖGS öğrencilerinin 7-5 ya da 3x7 gibi çok basit sayı kombinasyonlarını hatırlamada büyük bir zorluk yaşamaya meyilli oldukları ve problem çözerken bu gerçekleri hafızalarına kaydetme ve geri çağırmada büyük bir zorluk yaşadıklarıdır (Gersten vd., 2008, s. 6). Bir diğer ortak özellik ise etkili sayma stratejilerinin gecikmeli edinilmesidir. ÖGS öğrenciler yaşıtları bunu çoktan bıraktığında parmaklarıyla saymaya devam edebilirler. Toplama işlemlerine ait stratejileri gelişmemiş olabilir (örn., 3+8 için 3 somut nesneyi belirleyip üzerine 8 somut nesne ekleyip sonra ne kadar olduklarını sayma gibi). Örneğin toplama işlemine 8'den başlamak gibi daha olgun bir stratejiyi kullanmayabilirler (Siegler & Shrager, 1984). Dolayısıyla toplamanın değişme özelliğinin, 8 ile 3'ü topladıklarında da aynı sonucu elde edeceklerinin farkında değillerdir ve 3'ten başlayarak üzerine sayabilirler (Gersten vd., 2005; Gersten vd., 2008, s. 6). Literatürde yalnızca matematik öğrenme güçlüğüne, hem matematik hem okuma güçlüğüne, yalnızca okuma güçlüğüne sahip öğrencilerin karşılaştırıldığı çalışmalar yer almaktadır. Bu çalışmalarda yalnızca matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin, okuma ve aynı anda matematik güçlüğüne sahip öğrencilerden sözel problemler ve aritmetik kombinasyonlar bakımından daha başarılı olduğu belirtilmiştir (Jordan vd., 2003). Bu iki grubun benzer olduğu nokta hesaplama akıcılığı olmuştur. Her iki öğrenci grubu da yukarıda belirtilen ÖGS ortak özellikleriyle tutarlı bir biçimde üçüncü sınıfın sonunda dahi, hızlı hesap yapmaları istendiğinde, parmaklarıyla hesap yapmaya çalışmış ve düşük performans

sergilemişlerdir. Ancak buna rağmen parmak ile hesaplamayı yalnızca matematik güçlüğüne sahip olanlar, aynı anda matematik ve okuma güçlüğüne sahip olanlara göre daha doğru yürütmüşlerdir (Gersten vd., 2005). Türkiye'de yapılan çalışmalar incelendiğinde Sakız vd. (2016) ilk ve ortaokullarda öğrenim görmekte olan ÖGS öğrencilerin yaşadıkları güçlükleri inceledikleri çalışmalarında, öğrencilerin akademik başarı, okuma ve yazma becerileri ile aritmetik beceriler alanlarında güçlük çektiği sonucuna ulaşmışlardır. Aynı zamanda öğrencilerin sıralama (sırayla sayma, başını ve sonunu belirleme vb.), organize olma (zaman yönetimi, planlama vb.) ve dikkat alanlarında sıklıkla sorun yaşadığı da gözlemlenmiştir (Sakız vd., 2016). Yine Türk öğrencilerle yapılan bir çalışmada 3. sınıf öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler, matematik güçlüğü yaşayan ve ortalama başarı gösteren yaşıtları ile toplama ve çıkarma işlem performansları bakımından karşılaştırılmıştır (Kumaş & Ergül, 2017). Matematik güçlüğü yaşayan öğrenciler herhangi bir yetersizlik tanısı olmayan, ancak öğretmeni tarafından matematik alanında güçlük yaşadığı belirtilen ve en az 6 ay süresince aynı öğretmenin öğrencisi olan öğrenciler arasından seçilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre öğrenme güçlüğüne sahip ve matematikte güçlük yaşayan öğrencilerin yazılı işlemleri çözme hızı, doğru çözme ve yapılan hatalar bakımından akranlarından geride olduğu tespit edilmiştir (Kumaş & Ergül, 2017).

Öğrencinin kabiliyetli görünmesine rağmen, bazı öğrenme alanlarında normalden fazla zorluk yaşaması, performansındaki değişkenlik ve farklı alanlardaki başarıları arasındaki tutarsızlık bazı çalışmalarda öğrenme güçlüğüne sahip öğrencileri betimlemede kullanılmıştır (Lewis, 2011). APA (2013) öğrenme güçlüğünü öğrencinin performansının "ısrarlı ve tutarlı bir şekilde" beklenilen seviyeye ulaşmaması şeklinde açıklar. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin okul öncesi dönemde dil ile ilgili yetersizliklere, algısal ve bilişsel zorluklara, dikkat düzeyinde yetersizliklere, özbakım ve motor becerilerde yetersizliklere ve sosyal-duygusal davranış sorunlarına sahip olabileceği belirtilir. Okul döneminde ise bu öğrencilerin okuma, yazma ve matematik becerilerinde yetersizlikleri içeren algısal ve bilişsel zorluklara, sıraya koyma ve organizasyon ve oryantasyon becerilerinde zorluklara, sözel ifade becerilerinde, motor becerilerde yetersizliklere ve yine sosyal-duygusal davranış sorunlarına sahip olabilecekleri belirtilmiştir (Deniz, Hamarta, & Akdeniz, 2014, s. 52). Öz denetimli davranışlar, sosyal algı ve sosyal etkileşimdeki problemler öğrenme güçlükleri ile var olabilirler (NJCLD, 1988).

Öğrenme güçlüğü hayat boyu devam edebilir (Miller & Mercer, 1997); okuma, yazma ve matematik alanlarını ve dili içeren akademik alanları etkiler, herhangi bir yetersizlikten veya

çevre koşullarından kaynaklanmamaktadır (Kavale & Forness, 2012). Belirli akademik becerilerde öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin performansı yaşına göre ortalamanın 1 ila 2,5 yaş altındadır (-1 ile -2,5 standart sapma aralığı) (APA, 2013, s. 69). Mazzocco ve Thompson (2005), 226 öğrenci ile yaptıkları, matematik öğrenme güçlüğünü etkili bir şekilde tespit etmeyi amaçlayan 4 yıllık boylamsal çalışmada, öğrenme güçlüğü riskine sahip okul öncesi öğrencilerini etkili bir şekilde belirlemenin dolayısıyla öğrenme güçlüğünün erken tespitinin mümkün olduğunu belirtmiştir (Mazzocco & Thompson, 2005). Nitekim Judge ve Watson'ın (2011) çalışmalarına göre ortaokulda matematik öğrenme güçlüğüne sahip olduğu tespit edilen öğrencilerin okul öncesinde matematikte düşük başarı gösterdikleri görülmüştür. Öğrenme güçlüğünün erken belirtileri veya özellikleri arasında, öğrenci performansının tutarsız olması, öğrenmeye yönelik ilginin okulun başlarında kaybolması, beklenenden düşük başarı, sürekli duygusal veya davranışsal problemler yaşama, özgüven ve özsaygıda düşüş sayılabilir (Melekoğlu, 2018, s. 45). Bununla birlikte dikkatte, bellekte, koordinasyon stratejileri, başarıya atıf ve motivasyonda (Özmen, 2017, s. 5) yaşanan çeşitli problemler ve dil ve konuşma bozukluğu, bilişe ait, sosyal-duygusal problemler (Melekoğlu, 2018, s. 27) öğrencilerin sahip olabilecekleri, belirti niteliğinde özellikler arasında sayılabilir. Bu alanlarda öğrenciler örneğin dikkati bir noktada toplama ve sürdürme konusunda (Özmen, 2017, s. 3) veya bilişle ilgili olarak uygun stratejileri seçme ve kullanma (Melekoğlu, 2018, s. 48) noktalarında problem yaşayabilirler. Bununla birlikte öğrenme güçlüğüne sahip olmada cinsiyet faktörünün bir rolünün olmadığı belirtilmiştir (Judge & Watson, 2011).

2.1.4. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrenciler ve Matematik

DSM-5 için ÖG'nin tanılanmasında ikinci olarak belirtilen ölçüt bireyin akademik becerilerinin ilgili yaşa göre ortalamanın altında olmasıdır (APA, 2013, s. 39). Bu akademik beceriler okuma, yazma ve matematik alanlarına ait becerilerdir. Öğrencilerin yaşadıkları akademik güçlükler, okuma güçlükleri, okuduğunu anlamada yaşanan güçlükler, yazma güçlükleri ve bir diğer temel başlık matematiktir. DSM-5 tarafından öğrenme güçlüğünün 6 belirtisi arasından ikisi matematik alanına aittir. Bu belirtiler sayıları algılama, sayı olguları veya hesaplamaları geliştirme güçlükleri ve matematiksel akıl yürütme ile ilgili zorluklardır (APA, 2013, s. 66). DSM-5 bu zorlukları aritmetik hesaplama ve matematiksel akıl yürütme akademik becerileri şeklinde adlandırmıştır (APA, 2013, s. 66). Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin bazıları okuma-yazmada, bazıları matematikte bazıları her ikisinde de zorluk yaşamaktadır. Yalnızca matematikte güçlük yaşayan ÖGS öğrencilerle

karşılaştırıldıklarında, hem matematikte hem okumada sorun yaşayan ÖGS öğrencilerin ilerleyen yaşlarda matematikte güçlük yaşamaya devam ihtimallerinin yüksek olduğu belirtilmiştir (Jordan & Hanich, 2000). Öğrenme güçlüğüne dair literatür incelendiğinde okuma güçlüğü yani disleksi üzerine yapılan çalışmaların matematik öğrenme güçlüğü üzerine yapılan çalışmalardan daha fazla olduğu görülmektedir, bunun sebebinin disleksinin evrensel olarak kabul gören bir tanımı varken matematik güçlüğünün böyle bir tanımının olmaması olduğu düşünülmektedir (Mazzocco & Myers, 2003). 1991 ve 2007 yılları arasında yapılan akademik çalışmalar incelendiğinde, öğrenme güçlüğünü konu edinen çalışmaların yalnızca %24'ünün matematikle ilgili olduğu görülmüştür. Öğrenme güçlüğüne dair yapılan çalışmalarda okuma güçlüğünden sonra öğrenme güçlüğünün belirlenmesi ve tanımlanması en sık üzerine eğinilen konu olmuştur. Yapılan çalışmaların yalnızca %35'inin müdahale çalışmaları olduğu vurgulanmaktadır (Vostal vd., 2008). Lambert ve Tan (2017), 2013 ile 2015 yılları arasında matematik eğitiminde yapılan 149 çalışmayı analiz etmiş ve öğrenme güçlüğüne sahip olan ve olmayan öğrencilere odaklanan çalışmalar arasında önemli farklılıklar gözlemlemişlerdir. Öğrenme güçlüğüne odaklanan çalışmalarda matematiksel problem çözme, öncelikle davranışsal ve bilgi işleme teorik perspektiflerden ele alınırken, diğer çalışmalarda problem çözmenin öncelikle yapılandırmacı ve sosyokültürel perspektiften ele alındığını görülmüştür. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle yapılan çalışmaların çoğunluğu (%94) nicel ve bireysel düşünmeye az yer ver veren çalışmalar iken, diğer çalışmaların sıklıkla bireysel ve öğrenmenin derinlemesine araştırıldığı çalışmalar olduğu belirtilmiştir (Lambert & Tan, 2017). Nitekim literatür incelendiğinde öğrenme güçlüğünü araştıran çalışmaların çoğunluğunun nicel ve büyük ölçekli çalışmalar olduğu görülmektedir (Andersson & Östergren, 2012; Mazzocco vd., 2013; Mejias vd., 2012; Murphy, Mazzocco, Hanich & Early, 2007; Passolunghi, 2011). Bu çalışmaların çoğunlukla öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin karakteristiklerini ortaya koymayı amaçlayan, bu amaçla da ÖGS öğrencileri tipik gelişim gösteren akranlarıyla karşılaştıran çalışmalar olduğu söylenebilir (Andersson & Östergren, 2012; Mejias vd., 2012; Passolunghi, 2011; Piazza vd., 2010). Bu çalışmalardan birinde Passolunghi (2011) matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematik dersinde diğer derslere göre daha fazla kaygı yaşadıklarını bulmuştur. Bu öğrencilerin matematik dersinde akranlarına göre de daha fazla kaygı yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu çalışması ile Passolunghi (2011) matematik kaygısının matematik öğrenme güçlüğünün temel karakteristiklerinden biri olduğunu belirtmiştir. Andersson ve Östergren (2012) ise matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayılarla ilgili süreçler ve işlemlerde (örn., subitizing, sembolik sayı karşılaştırma, sayı

doğrusu tahmini) ve görsel uzamsal çalışan bellek gibi bilişsel fonksiyonlarda zayıflık gösterdiğini ifade etmiştir. ÖGS öğrencileri ÖGS olmayan akranlarıyla karşılaştıran bir diğer çalışma Piazza vd. (2010) diskalkuli ile sayı hissi arasındaki bağlantıyı incelemek amacıyla yaptıkları çalışmada sayı duyarlılığının normalde yaş ile birlikte geliştiğini (okul öncesinden yetişkinliğe kadar), diskalkulide ise çoğunlukla sayı hissinin zarar gördüğünü- 10 yaşında diskalkuli bir öğrencinin 5 yaşında normal gelişim gösteren bir çocuğun seviyesinde olduğunu bulmuşlardır. Ayrıca, sayıdaki bozulmaların şiddeti, sembolik sayıların manipüle edilmesini içeren görevler üzerindeki belirsiz performansı öngörmektedir. Dolayısıyla araştırmacılar diskalkuli ile sayı hissi arasında yakın bir ilişki olduğunu, tanılama ve rehabilitasyonda buna dikkat edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Aynı zamanda bu öğrencilerin yazılı sayıları okumada zorluk yaşayabileceği, örneğin 236'yı okumada, sayıları sıralamada ya da bilgi parçalarını sıralamada bununla birlikte kardinaliteyi anlamada da zorluk yaşayabileceği ifade edilmiştir (Munro, 2003). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayılara dair tahmin becerilerini inceleyen bir çalışmada, ÖGS öğrencilerin bir sayının sembolik temsili ile büyüklük temsili arasında bağlantı kuramadıkları, bu yüzden de sembolik olmayan etkinlikler kullanıldığında da yaklaşık sayı temsillerinde ve buna dair tahmin yürütmede tipik öğrenciler kadar ilerleme kaydedemedikleri belirtilmiştir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler sayı temsilleri olan sembolleri kavrayamadıkları için bu sembollerin manipülasyonunu (toplama, çıkarma, sembolik yazılan iki sayının büyüklüğünü karşılaştırma, sayı doğrusunda sayının yerini gösterme gibi) gerektiren tüm etkinliklerde güçlük yaşamışlardır (Mejias vd., 2012). Mejias vd. (2012) göre öğrencilerin tahmin etmede yaşadıkları güçlüklerin asıl nedeni de öğrencinin sayı sembolleri ile sayı büyüklük temsilleri arasındaki eşleştirmeyi yapamamış olmalarıdır. Öğrencilerin sayının büyüklüğünü gösteren temsiller konusunda yaşadıkları bu güçlüklerin temel nedeninin ise öğrencinin sayı sembolü ile büyüklük temsilini en başından eşleştirememesi olduğu düşünülmektedir (Mejias vd., 2012). Sayıları algılama, sayı olguları veya hesaplamaları geliştirme güçlükleri ve matematiksel akıl yürütme ile ilgili zorluklar öğrenme güçlüğünün belirtileri arasında yer almaktadır (APA, 2013, s. 67). Nitekim Butterworth, (2003) çalışmaların çoğunun sayma ya da aritmetiğe odaklandığını ancak bu becerilerin içinde sayı kelimelerini, sayı anlamlarını ve aralarındaki ilişkileri anlama gibi kompleks becerilerin yer aldığını da belirtir (Butterworth, 2003, s. 1). Geary (1990) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin basit toplama işleminde yaptıkları hataları ve seçtikleri strateji karakteristiklerini incelediği çalışmasında, ÖGS öğrencilerin hesaplama ve bellekten geri getirmede sıklıkla hatalar yaptıklarını, gelişmemiş hesaplama stratejileri kullandıklarını ve zayıf strateji seçimlerinde

bulunduklarını tespit etmiştir. Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler, cevapları bulmak için saymada daha yavaştır, parmak sayma ve tüm sayıları sayma (3 + 4 = 7 için 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) gibi verimsiz sayma stratejilerine güvenirler ve uzun süreli belleğe ait sayı kombinasyonlarını otomatik olarak hatırlamakta zorluk çekerler (Namkung & Peng, 2018). Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler uygulama süreleri uzun dahi olsa tüm sayma stratejilerini kullanma eğilimindedirler (cevapları elde etmek için tek tek saymak gibi) (Woodward & Montague, 2002) ancak Goldman, Pellegrino ve Mertz (1988) elde ettikleri bulgulara göre bu öğrencilerin sayılarda üzerine sayma tekniği (2+9 işlemini 9+2 gibi ele alarak) kullanarak akranları gibi otomatikleşebileceklerini ifade etmiştir.

Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler sembolik olmayan çoklukların tahmininde, diğer akranlarına göre daha çok algısal ipuçlarına (örn., noktaların toplam alanı gibi) odaklanmışlardır (Mejias vd., 2012). Munro (2003) tarafından da desteklenen bir sonuç olarak sayısal mantıktan çok algısal bilgileri kullanmaya eğilimlidirler. Andersson (2010) 9 ila 13 yaşlarındaki öğrencilerde gözlemlediği bu güçlüğü öğrencilerin miktarları manipüle etme ve tahmin etmek için kullanılan görsel-uzamsal sayı sistemine ilişkin bir eksikliklerine sahip olma ihtimallerine dayandırmıştır. Andersson (2010) matematik güçlüğü, okuma güçlüğü ve her ikisine birden sahip olan 249, 3. ve 4. sınıf öğrenme güçlüğüne sahip öğrencisiyle gerçekleştirdiği boylamsal çalışmada öğrencilerin temel bilişsel fonksiyonları ya da yetenekleri ve aritmetik bilginin farklı bileşenleri ile ilgili sahip oldukları sorunların matematik öğretimiyle veya yaşla birlikte devam edip etmediğini incelemiştir. Bu çalışmaya göre matematik güçlüğüne sahip öğrenciler, aritmetiğin tüm alan-spesifik bileşenlerinde akranlarının gerisinde kalmaya devam etmiştir. Kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler ile çok basamaklı aritmetik hesaplama ve zamanı okuma, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin çoğunda 12 ve 13 yaşına kadar devam eden ve muhtemelen ötesine geçen bir zayıflıktır (Andersson, 2010).

Yapılan çalışmalar incelendiğinde, çalışmaların öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bilişsel fonksiyonları ve aritmetik becerileri üzerine odaklandığı, matematiğin diğer alanlarında sınırlı sayıda çalışmanın yer aldığı söylenebilir. Vostal vd. (2008), 2007 yılına kadar yapılan çalışmalarda en sık odaklanılan konunun problem çözme olduğunu belirtmiştir. Cebir ve geometri öğrenme alanları her ne kadar az sayıda çalışılmış olsa dahi, 2000'li yıllardan sonra bu alanlara yönelim artmıştır (Vostal vd., 2008). Ölçme, geometri ve olasılık dahil farklı öğrenme alanlarında ise yapılacak çalışmalara ihtiyaç açıkça belirtilmiştir (Cawley vd., 2009; Geary, 2004; Rousselle & Noel, 2006). Ölçme öğrenme

alanında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle genellikle alan ve çevre hesaplama bağlamında çalışmalar yapılmıştır (Cass vd., 2003; Satsangi & Bouck, 2015). Cass vd. (2003) yaptıkları öğretim sonucunda öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin basit seviyede temel alan ve çevre ile ilgili problemleri çözebildikleri sonucuna ulaşmışlardır. Jitendra ve Star (2011) oran orantı ile ilgili problemlerin çözümünde öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için şema tabanlı öğretimin etkisini incelemiştir. Mazzocco vd. (2013) ise kesir kavramına ve kesirlerin büyüklüklerine dair yaptıkları çalışmada yarım kesir kavrayışının düşük başarılı ve tipik başarılı öğrencilerde 4. sınıfta yapılanırken, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerde 7. sınıfa kadar yapılanmadığını ve ancak 8. sınıfta bu kavrayışın tam olarak yapılandığını belirtmişlerdir. Yine kesir kavramına dair 8. sınıfta tüm öğrenciler için zorluklar söz konusu olsa da, bu zorlukların doğasının ve yol haritalarının düşük başarılı ya da öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler arasında değiştiğini bulmuşlardır. Bu çalışmanın bulgularına göre öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler kesirlerin görsel temsilleri ile sembolik temsillerini ilişkilendirememiş ve bu görsel temsilleri soyutlaştıramamış ve kesirlerle ilişkilendirememişlerdir. Ancak Hunt ve Empson (2015) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirleri anlamak için kendi stratejilerini geliştirebildiklerini ifade etmiştir. Öğretim öğrencilerin kesirler konusunda düşünmeyi anlayabilmeleri için tasarlandığında öğrencilerin bunu başarabildiğini göstermişlerdir. Bu ve benzeri çalışmalardan dolayı Lambert (2018) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin stratejiyi adım adım öğretmeye gerek olmadan, öğrencilerin kendileri anladıklarında kendi stratejilerini geliştirebildiklerini iddia etmiştir.

Aynı zamanda literatürde öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin dil edinimlerinin matematik öğrenmeleri üzerine etkilerine değinen çalışmalar da yer almaktadır. Andersson (2010) matematik güçlüğü, okuma güçlüğü ve her ikisine birden sahip olan öğrencilerle yaptığı çalışma sonucunda okuma ve dili anlamanın, aritmetikte büyüme ve becerileri etkileyebildiğini ortaya koymuştur. Thomas vd. (2015) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kelimelerle doğru anlamı ilişkilendirme, kelimelerin matematiksel anlamlarını anlama, matematik dilinin semantik yapısını, matematiksel terimleri ve özellikle de çoklu anlama ya da uygulamaya sahip terminolojiyi anlamada zorluk yaşayabileceklerini ve her matematik öğretmeninin içerik için uygun olan dili öğrencilere öğretmeleri gerektiğini belirtmiştir. Butterworth ve Laurillard (2010) aritmetik öğrenmedeki başarısızlıkların, dil becerilerinin yetersiz olmasından kaynaklandığını, bunun da sebeplerinin aritmetik öğrenmenin dil aracılığıyla gerçekleştiği; matematiksel dilin var olduğu, aritmetik

gerçeklerin sözel bir formda saklandığı, bu nedenle, bozulmuş bir dilin yararlı gerçeklerin depolanmasını etkileyebildiği; ve dördüncü olarak, aritmetik engeller ve disleksi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir eşzamanlılık olduğunu ifade etmektedir. Nitekim Andersson'un (2010) yaptığı çalışmaya göre hem okuma hem matematik güçlüğüne sahip öğrenciler yalnızca matematik güçlüğüne sahip öğrencilerden daha fazla güçlük yaşamıştır. Aynı zamanda öğrencilerin problem çözmede güçlük yaşamalarının sebebinin de problem çözmenin kompleks bir süreç olmasının yanında dilin kombinasyonlarını gerektirmesi olduğu belirtilmiştir (Namkung & Peng, 2018).

2.1.4.1. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilere Matematik Öğretimi

Öğrenme güçlüğünü konu edinen çalışmaların genellikle teoriye dayanan çalışmalar olduğu, deneysel çalışmaların az sayıda olduğu belirtilmektedir (Gersten vd., 2005; Vostal vd., 2008). Gersten vd. (2008) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere dair yapılan araştırmaları sentezleyerek, 1-12 yaş öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematik performanslarını güçlendiren öğretimler üzerine yapılan deneysel ve yarı deneysel çalışmaların meta analizi ile elde ettikleri sonuçlarda öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematik başarısını güçlendirmek amacıyla yapılan öğretim uygulama ve aktivitelerine matematiksel müdaheleler ismini vermişlerdir (Gersten vd., 2008, s. 1). Bu meta analize göre; adım adım işlenen ve problem odaklı olan doğrudan öğretimin ÖGS öğrencilerin matematik başarılarında olumlu etkileri olduğunu ve çalışmaların sonuçlarına göre doğrudan öğretimin bu öğrencilerin matematiği öğrenmesinde anahtar role sahip olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenler bir problem çözümünde, problemin sonucuna ulaşma sürecindeki her bir adımı modellemeli ve öğrenciye bu stratejileri kullanması için fırsat vermelidir (Gersten vd., 2008, s. 10; Gersten vd., 2009). Çalışmalarda adım adım stratejilerin öğretildiği doğrudan öğretimin bu öğrenciler için başarılı olduğu ifade edilirken, Lambert (2018) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere bir stratejinin adım adım öğretilmesine gerek olmadığını, öğrencilerin kendileri anladıklarında kendi stratejilerini geliştirebildiklerini iddia etmiş ve doğrudan öğretimin onlar için en uygun olduğu fikrine karşı çıkmıştır. Nitekim Moscardini (2010) de öğrenme güçlüğüne sahip doğrudan öğretime daha az maruz kalmış ve daha küçük yaştaki öğrencilerin yalnızca doğrudan öğretimi deneyimleyen bir problemin nasıl çözülmesi gerektiğinin söylenmesine alışmış daha büyük yaştaki öğrencilere göre bağımsız olarak problem çözmeye ve problem çözmede manipülatifleri kullanmaya daha istekli olduklarını ifade etmiştir. Çalışmaların meta analizi sonucu ikinci olarak öğrencinin matematiksel akıl yürütmesini söze dökmesinin de matematik başarısına olumlu etkisi

olduğu belirtilmiştir (Gersten vd., 2008, s. 11; Gersten vd., 2009). Çeşitli öğretim yöntem ve stratejilerinin ÖGS öğrencilerin problem çözmelerine etkilerini inceleyen bir çalışmada (Montague, Enders, & Dietz, 2011) bilişsel strateji öğretimi ile öğrencilerin problem çözme becerileri incelenmiş ve olumlu katkılarının olduğu ifade edilmiştir. Buradaki önemli katkının ise sesli düşünme ve sözlü ifade etme ile sağlandığı belirtilmiştir (Montague vd., 2011).

Öğrencinin matematik başarısına olumlu etkileri olan matematiksel müdaheleler; doğrudan öğretim, öğrencinin matematiksel akıl yürütmesini söze dökmesi, görsel temsiller- özellikle öğrencinin kendi seçtiği temsilden çok öğretmen tarafından tanımlanan görsel bir temsilin tamamlanması, dikkatli seçilmiş ve sıralanmış örnekler, çoklu ve buluşsal (probleme özel olmayan, problem çözmede adım adım ilerleyen stratejiler) stratejiler, problem çözmede genel bir metot ya da strateji, öğretmene öğrencilerinin matematik performansları hakkında dönüt verilmesi şeklinde belirtilmiştir (Gersten vd., 2008, s. 5; Gersten vd., 2009). Bunlara ek olarak akran destekli matematik öğretiminin özellikle aralarında yaş farkı olanlar arasındaki desteğin, aynı sınıf düzeyindeki desteğe göre çok daha etkili olduğu bulunmuştur. Ancak yine de akran desteğinin etkisi yukarıda belirtilen diğer öğretimsel müdahelelere göre küçük kalmıştır (Gersten vd., 2009). Tsuei (2014) öğrenme güçlüğüne sahip 4. sınıf öğrencileri için yapılandırılmış online akran eğitimi ile öğrencilerin kavramsal problemlerde akıcılığa sahip olabildiklerini, ancak işlemsel olarak öğrencilerde bir gelişim görülmediğini, öğrencilerin problemi çözme süresinde bir değişmenin olmadığını bulmuştur. Ancak tam tersi olarak Calhoon ve Fuchs (2003) ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmada akran destekli öğretimle, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel hesaplama becerilerinin kontrol grubuna göre daha çok geliştiğini ancak kavramsal gelişimde bir farklılık olmadığını gözlemlemiştir. Benzer şekilde akran destekli öğretimin öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için özellikle geometri öğretiminde kullanılabileceğini öneren çalışmalar mevcuttur (Dobbins, Gagnon, & Ulrich, 2014). Aynı zamanda bu öğrencilerle öz düzenlemeli gelişim stratejisinin (Lienemann & Reid, 2006), şema tabanlı öğretimin önerildiği çalışmalar da yer almaktadır (Jitendra & Star, 2011). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciye matematik performansı hakkında bilgi vermek, matematik performans amaçlarını organize etmesine fırsat vermek ve amaçlarını gözden geçirmesini sağlamanın ise herhangi bir etkisinin olmadığı görülmüştür (Gersten vd., 2008, s.16; Gersten vd., 2009). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel başarılarına etkisi bulunmayan bir diğer faktör ise öğrencinin kaynaştırma sınıfında yani genel eğitim ortamı ile özel eğitim ortamında

öğretim alıyor olmasıdır. Fore vd. (2008) kaynaştırma sınıfında yani genel eğitim ortamı ile özel eğitim ortamında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematikteki başarılarını incelemiş ve anlamlı bir fark görememişlerdir. Başka değişkenlerin incelenmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Matematikte dört temel işlem becerisini geliştirmek için geleneksel algoritmaların kullanılması öğrenme güçlüğü olan öğrencilere uygulanan en yaygın öğretim faaliyetlerindendir. Özel eğitim sınıflarında bu tip beceri öğretimlerinin baskın olduğu gözlemlenmiştir (Parmar & Cawley, 1995). Hesaplamayla ilgili uygulamalarda öğrenciler genellikle hiyerarşik olarak, belirli algoritmik adımlarla kolaydan zora doğru sıralanmış problemlerle karşılaşmıştır (Woodward & Montague, 2002). Geary (1990) ezbere öğretimin ve alıştırmaların öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için uygun bir öğretim yaklaşımı olmayacağını belirtmiştir. Benzer şekilde Munro (2003) da öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin ezbere sembolik konulardan çok kavramsal konularda daha başarılı olduklarını ve üzerinde daha kolay bir şekilde eylemlerde bulunabileceklerini belirtmiştir. Woodward ve Brown (2006) çalışmalarında özel eğitime ihtiyaç duyma noktasında riskli olarak değerlendirilen ortaokul öğrencilerine biri özel eğitim literatürüne uygun diğeri standart olan iki müfredat uygulamıştır. Özel eğitim literatürüne uygun olan müfredatta kavramsal temellere odaklanmış, işlemler, ölçme ve geometri alanları ele alınmıştır. Müfredatta kavramsal anlama, problem çözme ve sınıf tartışmalarına, gerçek hayat uygulamalarına mesela kesirleri anlamak için kek yapımı gibi aktivitelere yer verilmiştir. Araştırmanın sonucuna göre Woodward ve Brown'ın (2006) özel eğitim literatürüne uygun olarak hazırladıkları müfredatla öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin daha başarılı olduğu görülmüştür.

2.2. Öğrenme Yol Haritaları

"Öğrenme yol haritası" terimi, köklerini Simon'un yapılandırmacı bakış açısından almaktadır. İsminin öğretime göre öğrenmeye daha fazla odaklanmasına rağmen, öğrenme yol haritasına dair tanımlar açıkça öğretim ve öğretim etkinliklerini içermektedir (Clements, 2011). Literatürde yer alan tanımlar incelendiğinde, öğrenme yol haritalarının içerdiği ortak karakteristikler şu şekilde sıralanabilir: a. bir öğrenme yol haritası zamanla daha sofistike olan bilgiye doğru öğrenci anlamasını yapılandıran sıralı yapıdır b. öğretim ve etkinlikler yol haritasının parçalarıdır ve bir öğrenme yol haritası boyunca gelişim ancak öğretimin varlığında gerçekleşir c. öğrenme yol haritaları literatür sentezi ile yapılandırılmaktadır ve

d. bir öğrenme yol haritası deneysel araştırmalar ile doğrulanması ve güçlendirilmesi gereken bir hipotezdir (Nguyen, 2010). Literatürde öğrenme yol haritalarına olan farklı yaklaşımlardan ilki Simon tarafından ortaya atılan öğretime ve öğretmene yönelik öğrenme yol haritasıyken; ikincisi ise öğrenci düşünmesini ortaya koyma amacıyla ele alınan öğrenme yol haritalarıdır. Yapılan bazı çalışmalar ise yalnızca pedagojik bağlamda ya da özel bir müfredat geliştirmede öğrenme süreçlerini (öğrenmede gelişime ait ilerlemeyi) vurgulamışlardır. Başlangıçta Simon özel bir öğretim oturumu için bireysel olarak öğretmenin yapılandırdığı bir öğrenme yol haritasını vurgulasa da, diğer araştırmacılar ortak, sistematik bir temel sağlayacak müfredat geliştirme araştırmaları, değerlendirme (Battista, 2004), öğretmen eğitimi (Mojica, 2010; Wilson vd., 2013), müfredatı, öğretimi ve değerlendirmeyi tutarlı öğrenmeyi geliştirecek bir bütünde bir araya getirmek için bir çerçeve sağlama (Confrey vd., 2014) gibi genel öğrenme yol haritalarına vurgu yapmışlardır.

Öğrenme yol haritalarının temelde aynı bileşenleri içermesine rağmen literatürde farklı amaçlarla ele alındığı görülmektedir: öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimi ile tutarlı olarak öğretime ait temelleri organize etmek için bir çerçeve sağlaması (Confrey & Maloney, 2010; Panorkou vd., 2013), bazı kavramsal yapıların gelişim sürecini içermesi (Catley vd.'den aktaran Confrey & Maloney, 2010), öğrencilerin düşünmelerindeki gelişimin incelenmesi (Confrey & Maloney, 2010; Confrey, 2012) bütünsel değerlendirmelerin tasarlanması ve standartların geliştirilmesi ve yorumlanması için bir çerçeve sağlaması (Confrey vd., 2014), öğretmen anlamasının ve öğretimin güçlendirilmesi için çerçeve sağlaması (Confrey & Maloney, 2010), araştırma ve müfredat geliştirme arasında bağlantı kurma ve koruma, araştırma tabanlı müfredat gelişimi (Clements, 2007), geniş bir yelpazede bilimsel metodolojileri kullanma, öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ve etkinlikler arasındaki yakın ilişkiyi koruma, müfredatı öğrenci öğrenmesine dayanan araştırmalara bağlı organize etme (Szilágyi, Clements, & Sarama 2013). Aynı zamanda öğrenme yol haritaları literatürde hem öğrencinin matematiksel öğrenme ve düşünmedeki muhtemel gelişimini hem de bu gelişimi desteklemenin yollarını incelemek amacıyla ele alınmıştır (Cobb, Stephan, McClain, & Gravemeijer, 2010; McGatha, Cobb, & McClain, 2002).

2.2.1. Simon'ın Hipotetik Öğrenme Yol Haritası Tanımı

Öğrenme yol haritası terimi ilk olarak Simon (1995) tarafından öğretmenin öğrenmenin ilerleyebileceği yola ilişkin öngörüsünü ifade etmek amacıyla kullanılmıştır. Öğrenci

öğrenmesine dair öğretmenin varsaydığı, öngördüğü bir yol olarak tanımlanmıştır (Simon, 1995). Simon (1995) gerçek bir öğrenme yol haritasının önceden bilinemeyeceğinden dolayı bunun hipotetik olduğunu ve öğrenme yol haritasının öğrenmeye dair beklenilen eğilimi karakterize ettiğini belirtmiştir. Dolayısıyla öğretmenin öğretiminden önce öğrenme üzerine bir düşünme sürecine dahil olması söz konusudur. Simon (1995) öğrenme yol haritasını oluşturan üç bileşenden söz etmiştir: öğrenci öğrenmesine dair bir amaç, öğrenmeyi sağlamak amacıyla oluşturulmuş matematiksel etkinlikler ve öğrenme sürecine dair hipotezleri (öğrencinin olası düşünme ve öğrenme süreçlerinin göz önünde bulundurulması) içermektedir. Öğrencilerin var olan matematiksel bilgilerine dayanarak bir öğrenme amacı belirlenmekte, sonra özel öğrenme etkinlikleri bağlamında hipotetik bir öğrenme süreci üretilmektedir (Simon & Tzur, 2004). Bu tanımları yaparken Simon'ın esas amacı yapılandırmacı yaklaşımın matematik pedagojisinin yeniden yapılandırılmasına nasıl katkı sağlayacağını veya yapılandırmacı yaklaşım üzerinde kurulduğunda öğretimin nasıl olacağını incelemektir. Dayanağı ise yapılandırmacı yaklaşımın öğretime dair değil, bilginin gelişimine dair bir teori olmasıdır (Simon, 1995). Simon'a (1995) göre bu yaklaşımın önemli yanları öğretimin tasarlanması ve uygulamasında öğrenci düşünmesinin ve anlamasının merkeze alınması, öğrenci düşünmesinin anlaşılmasının veri toplama ve varsayım üretmede sürekli bir süreç olması, öğretmen bilgisinin öğrenci bilgisindeki büyüme ile eşzamanlı gelişmesidir (öğrenciler matematiği öğrendikçe öğretmen matematiği, öğrenmeyi, öğretmeyi ve öğrencisinin matematiksel düşünmesini öğrenir). Öğretimi planlama hipotetik öğrenme yol haritasının üretimini içermektedir. Öğretmenin bilgisindeki sürekli değişim onun hipotetik öğrenme yol haritasında da sürekli bir değişim oluşturur (Simon & Tzur, 2004).

2.2.2. Confrey ve Maloney'in Öğrenme Yol Haritası Tanımı

Öğrenme yol haritası yapılandırmacılığa dayanan bilişsel bir araç olarak gündeme gelmiştir (Clements & Sarama, 2004; Simon, 1995). Ancak sosyal perspektiften öğrenme yol haritası, sınıf toplumunun kolektif matematiksel gelişimine dair varsayımlardan oluşacak şekilde ele alınmıştır (Cobb vd., 2010). Sosyokültürel ve yapılandırmacı bakış açısını birlikte işe koşan Confrey, Maloney, Nguyen, Mojica ve Myers (2009) ise öğrenme yol haritasını, bir araştırmacı tarafından tahmin edilen ve deneysel olarak desteklenen, temsil ve yansıtmaların ardışık düzeltme ve geliştirilmeleri yoluyla öğrencinin, formel olmayan düşüncelerden zamanla karmaşık kavramlara doğru taşınmasını amaçlayan öğretim yoluyla (örn., aktiviteler, görevler, araçlar, etkileşim ve değerlendirme biçimleri) karşı karşıya geleceği

sıralı yapılar ağının bir tarifi olarak tanımlamıştır. Bu tanım, öğrenci düşünme süreçlerinin nasıl olduğunu inceleyen deneysel çalışmanın önemini ve öğrenmede öğretimin kritik rolünü vurgulamaktadır (Wilson vd., 2014). Bir öğrenme yol haritası dikkatli bir şekilde sıralanan ve düzenlenen etkinliklere katıldıkça öğrencilerin anlamalarının nasıl gelişeceğinin kavramsal bir modelidir. Öğrenme yol haritaları alanın ön şartlarına dayanan mantıksal analizler değildir; öğrencilerin neyi tanıdığı, değer verdiği ve algıladığının deneysel incelenmesinin sonuçlarıdır (Confrey & Maloney, 2010). Fen eğitimcileri kavramı öğrenme ilerleyişi olarak ele almış ve uygun öğretimle temel bilimsel kavramlara, açıklamalara ve ilgili bilimsel pratiklere dair öğrencinin anlamasının ve bunları kullanma yeteneğinin zamanla nasıl geliştiği ve nasıl daha sofistike hale geldiğine dair deneysel tabanlı ve test edilebilir hipotezler şeklinde tanımlamıştır (Corcoran, Mosher, & Rogat, 2009, s. 15). Confrey ve Maloney'e (2010) göre ise bu iki terim birbiri ile eştir.

2.2.3. Clements ve Sarama'nın Öğrenme Yol Haritası Tanımı

Clements ve Sarama (2004) öğrenme yol haritalarını "özel bir matematik alanında çocukların düşünme ve öğrenmesine ait betimlemeler, ve bununla ilgili olan, çocukların söz konusu matematik alanındaki öğretim amaçlarını edinmesini destekleme maksadıyla oluşturulmuş, onların düşünme seviyelerindeki gelişim boyunca ilerlemeleri için varsayılan zihinsel süreç veya eylemlere tabi olmaları amacıyla tasarlanan öğretim etkinlikleri dizileri aracılığıyla tahmini bir rotanın betimlemesi" şeklinde tanımlamışlardır (s. 83). Öğrenme yol haritaları, hiyerarşik etkileşimciliğin temel ilkesidir ve diğer ilkeler ÖYH yapısını tanımlamak ve doğrulamak için ona yardım etmektedir. Clements ve Sarama'nın (2004) tanımına göre ÖYH üç bileşenden oluşur: bir matematiksel amaç, bu amaca ulaşmak için öğrencilerin ilerlediği gelişime ait bir yol ve öğrencilerin daha yüksek düşünme seviyeleri geliştirmelerine yardımcı olan bu yolda yer alan düşünme seviyelerinin her biriyle eşleşen bir dizi öğretim etkinlikleri veya görevleridir. ÖYH, güç ve eşsizliğini, gelişime ait ilerleme ile öğretim etkinlikleri dizisi arasındaki ayrılmaz, iç içe geçmiş bağlantıdan almaktadır (Clements, 2011). Hiyerarşik etkileşimciliğe göre, doğal gelişim süreci ile tutarlı öğrenmeye dayanan öğretim, bu yolları izlemeyen öğretime göre çocuklar için daha etkili, yeterli ve üretkendir (Clements, 2011). Öğrenme yol haritaları, "Hangi hedefleri belirlemeliyiz?" "Nereden başlamalıyız?" "Bir sonraki adımı nasıl bileceğiz?" ve "Sonraki adıma nasıl geçeceğiz?" sorularını cevaplamaya yardımcı olur (Clements & Sarama, 2014). ÖYH öğrencilerin düşünme seviyelerinin tanımlarını içerir ve böylece onları bir matematiksel

tanım, kavram ya da bir kuralla özetlemek mümkün değildir. Düşünme seviyeleri ise öğrencinin bir konu hakkında nasıl düşündüğünü ve sebeplerini içermektedir.

Şimdiki çalışmada tanım ve yaklaşım olarak, Clements ve Sarama (2004) tarafından tanımlanan ve hiyerarşik etkileşimciliğe dayandırılan öğrenme yol haritalarının ele alınması uygun görülmüştür. Sebebi ise, araştırmanın amacı gereği, Simon (1995) öğretmen ve öğretimi incelemede ÖYH'ı ele alırken, şimdiki çalışmada odak noktasının öğrencinin düşünmesi ve onun gelişimine ait ilerlemesi olmasıdır. Bu noktada matematik eğitimi literatürü incelendiğinde Confrey ve Maloney ile Clements ve Sarama'nın yaklaşımları ön plana çıkmaktadır. Confrey ve Maloney (2010) öğrenme yol haritalarını sosyokültürel perspektiften ele alırken, çalışmanın amacına uygun olanın bir sınıf ortamı, kültürel veya çevresel faktörlerin öğrenme ile etkileşimlerinin dikkate alınmasından ziyade, bilişsel ve bireysel bir yaklaşım olduğu, dolayısıyla Clements ve Sarama'nın ÖYH yapılarının çalışma için daha uygun olduğu düşünülmüştür. Bununla birlikte hiyerarşik etkileşimciliğin öğrenen ve araştımacı-öğretmen arasındaki etkileşim, araç kullanımı, dil, çevresel ve kültürel faktörlerin öğrenme yol haritalarına etkisini gözardı etmediği de belirtilmelidir:

2.3. Clements ve Sarama'nın ÖYH Tanımı ve Teorik Alt Yapısı (Hiyerarşik Etkileşimcilik ve Öğrenme Yol Haritaları)

Hiyerarşik etkileşimcilik (HE), Sarama ve Clements (2009) tarafından öğrenme yol haritalarının dayandığı teorik bir çerçeve olarak ele alınmaktadır. İnsanın nasıl öğrendiği ve geliştiğini anlamaya dair çağdaş yaklaşımların bir sentezidir (Sarama & Clements, 2009). Bilişsel gelişim, hem genel hem de alana özgü, kavram ve anlama seviyelerinin hiyerarşik bir dizisi boyunca ilerler, seviyeler alanlar içerisinde ve alanlar boyunca her biri birbiriyle etkileşim içinde büyür, ve bu büyüme bir taraftan içsel yetenekler, eğilimler ve içsel kaynaklar arasındaki etkileşimi yansıtırken, diğer taraftan deneyimi, kültür ve planlanmış (kasti) öğretimi de yansıtmaktadır (Daro, Mosher, & Corcoran, 2011). Hiyerarşik etkileşimcilik terimi global ve yerel (alana özgü) bilişsel seviyelerin etkileşim ve etkisini ve içsel yeterlikler, içsel kaynaklar ve deneyimin (örn., kültürel araçlar ve öğretim) etkileşimini ifade etmektedir. Matematiksel fikirler sezgisel olarak temsil edilir, sonra dille, sonra üst bilişsel olarak son olarak da öğrenci bir konuyu anlamayı gerçekleştirir ve bu anlamaya ulaşabilir ve onunla işlemler yapabilir (Clements & Sarama, 2007). Hiyerarşik kelimesi, alana özgü ve genel bilişsel bileşenlerin etkileşim ve etkisi ve doğuştan gelen yeterliliklerin, içsel kaynakların ve deneyimin etkileşimini ifade etmektedir. Çocuklar hiyerarşik olarak bir

önceki seviye üzerine inşa edilen zihinsel nesne ve eylemler tarafından karakterize edilen yollardaki (ÖYH) alana özgü anlama seviyeleri boyunca ilerlemektedir (Sarama vd., 2011). Teori öğrenenin eylemleri ve aklındaki deneyimlerin, içsel kaynakların ve doğuştan gelen yeterliliklerin etkileşimini işaret etmektedir. Çocuklar hiyerarşik olarak önceki seviyede inşa edilen özel zihinsel nesne ve eylemlerle (örn. kavramlar ve işlemler) karakterize edilebilen yollardaki (öğrenme yol haritalarındaki) alana özgü anlama seviyeleri boyunca ilerlerler. HE'nin temel iddiası; alana özgü bilginin, çocuğun sezgisel bilgisi, düşünme örüntüleri ve öğrenmesi ile tutarlı düşünme seviyelerinin gelişim süreci boyunca edinildiğidir. Her bir seviye önceki seviyenin üzerine kademeli olarak gelişmektedir. Bu şu anlama gelir ki, çocuklar sonraki seviyenin karakteristiklerini gösterirken, kısmen bir seviyede olarak ele alınabilirler. HE'ye ait temel ilkeler aşağıda sıralanmıştır. İlk üç ilke bilginin düşünmenin gelişim seviyeleri boyunca edinileceğini ifade etmektedir.

1. *Gelişim süreci: Öğrencinin düşünme ve öğrenme sürecinin gelişimi.* Öğrenmenin doğal yollarına dair genel betimlemelerdir, kültürel ve bireysel farklılıklarla değiştirilebilir. Bilgi düşünme seviyelerinin gelişim süreci boyunca edinilmektedir. Nesneler üzerindeki eylemler (kavramlar üzerindeki eylemler) öğrencinin söz konusu alanda faaliyette bulunmasının temel yollarıdır (Barrett vd., 2012). Öğrenme yol haritalarının gelişim süreci çeşitli bilgi ve becerilerin edinilmesine dayanan doğrusal dizilerden ziyade kavram ve becerilerin birbirine bağlantılı ağları olarak bilgiye bilişsel bakışı yansıtan düşünme seviyelerinin bir sürecine (ilerlemesine) dayanmaktadır (Clements, 2011). Gelişim bilgi ve süreçlerin belirli bileşenleri arasındaki karşılıklı etkileşimdir. *Düşünme seviyeleri* çocukların bir konuda nasıl düşündüklerini ve nedenini o düşünmeyi oluşturan bilişsel nesneler üzerindeki eylemleri içererek betimler (Sarama vd., 2011).
2. *Alana özgü süreç:* Bir alan veya konu sınırları içinde karakterize edilen alana özgü bir gelişim sürecidir. Hiyerarşik etkileşimler genel bilişsel süreçlerde olduğu gibi konu içi ve konular arası farklı seviyelerde gerçekleşmesine rağmen öğrenci bilgisi her bir düşünme sürecinin ana belirleyicisidir (Sarama & Clements, 2009). Bu bilgi o alanda öğrencinin geliştirdiği nesne ve eylemleri içermektedir. Farklı matematik konuları için farklı gelişime ait ilerlemeler söz konusu olmaktadır (Clements & Sarama, 2014).
3. *Hiyerarşik gelişim:* Gelişim sürecinin seviyelerine ve bir çocuğun gelişim sürecindeki hareketine işaret etmektedir. Bu ilke iki fikir içerir: Birincisi gelişim tamamen yeni süreçler ve ürünlerin varlığından çok; var olan bilgi ve süreçlerin karşılıklı etkileşimidir. İkincisi ise, her seviye hiyerarşik olarak önceki seviyenin kavram ve süreçleri üzerine kurulmaktadır (Daro vd., 2011). Düşünme seviyeleri birbirleriyle uyumludur (tutarlı, eş

evrilen) ve artan sofistike, karmaşıklığa, soyutlamaya, güç ve genelliğe sahip nitel olarak farklı bilişsel yapılardır. Ancak öğrenme süreci kesintili ve düzensiz değildir (Szilágyi vd., 2013). Her bir seviyeye ait önemli bir fikir yığını sonraki seviyenin düşünme karakteristikleri öğrencinin düşünme ve davranışlarında hakim olmadan önce yapılandırılmak zorundadır (Barrett vd., 2012). Başarılı uygulamalar belirli bir seviyenin kullanımının artmasını sağlamaktadır (Szilágyi vd., 2013) Önceki seviyelerin özelliklerini düşünme veya kullanma biçimi terk edilmez, koşullar stresli veya özellikle karmaşıksa ya da belki daha da üst seviyeye çıkmadan önce "yeniden birleştiklerinde" öğrenciler, onlara dönebilmektedir (Daro vd., 2011). Etkinliğin zorluğu, stres ya da hata yapma gibi durumlarda bu muhtemel seviye düşmekte ve daha önceki seviyeler geri çekilme pozisyonu görevi görmektedir. Öğrenciler adaptasyon gerektiren alışkın olunmayan zorluklarla baş edebilmek için önceki seviyelere dönebilmektedir (Barrett vd., 2012). Bilginin zihinden silinmesi diye bir durum söz konusu değildir (Clements, 2011). HE seviyeleri Piaget vd. tarafından tanımlanan gelişim "aşamalarından" ayrıdır. Piaget'nin aşamalarından farklı olarak öğrencilerin ilerlemesi eğitim deneyimlerine bağlıdır (Dewey'den aktaran Clements & Sarama, 2014). Seviyeler, belirli bir alana özgü olmaları, seviyeler arasında geçişin daha kısa (özellikle etkili bir öğretimle) olması, seviyeler arasında örneğin (n+2)'inci seviyeyi tanımlayan muhakeme ve düşünme örüntülerini yapılandıracak genelleme ya da yapılandırmayı gerektiren bilişsel materyalin n. inci seviyede bulunabilmesi, seviyeler boyunca ilerlemenin sosyal etkilerden ve özellikle öğretimden etkilenmesi, önceki seviyelerin ortadan kaybolmaması bakımından farklılaşmaktadır (Clements, 2011).

4. *Döngüsel Somutlaştırma**:*** Deneyimle düşünme seviyeleri daha sağlam bir hale gelmekte ve gelişim süreçleri öngörülebilir bir öğrenme örüntüsünü takip etmektedir: ilk olarak, algısal somut desteklerin gerekli olduğu ve akıl yürütmenin sınırlı örneklerle (küçük sayılar gibi) sınırlandığı "duyumsal-somut" seviyeler yer almaktadır; ikinci olarak öğrenci fikirleri soyutladığında onu genellikle sözlü formda genelleme takip etmektedir (soyutlamadan sonra sözlü formda genelleme); üçüncü olarak işlemler ya da soyutlamalar için zihinsel model olarak hizmet eden içselleştirilmiş zihinsel temsillere dayanan "bütünleşik somut" anlamalar söz konusudur. Öğrenci soyutlamalar ya da işlemler için zihinsel modeller biçimlendirmekte ve uygulamaktadır (Sarama vd., 2011). HE'e göre öğrenciler matematiksel düşünceleri önce sezgisel olarak, sonra dil ile, sonra üst bilişsel olarak temsil etmektedir, son olarak da öğrenciler bir konuya dair anlayışa sahip olmakta,

bu anlayışlara ulaşabilmekte ve üzerinde işlemler yapabilmektedirler (Clements & Sarama, 2014).

5. *Kavramlar ve becerilerin birlikte gelişimi:* Gelişim sürecinin seviyelerine ve bir çocuğun gelişim sürecindeki hareketine işaret etmektedir. Kavramlar işlemleri sınırlamakta ve becerilere bağlam ve temel sağlamak için kurulmasıyla birlikte, sürekli bir etkileşim içinde gelişmektedir. Kavramlar ve beceri yapıları sembolik temsilleri ve genel bilişsel becerileri içermektedir. (Sarama vd., 2011).
6. *Başlangıç yüklemeleri:* Matematiksel bilginin belirli temsillerinin kesinlikle doğuştan olduğu düşünülmezken, HE matematiksel anlamanın gelişimi için başlangıç yüklemelerinin ("ilk önyükleme") önemine dair kanıtlar sunar: Çocuklar doğuştan ya da sonradan önemli ancak çoğunlukla gelişmemiş, matematiksel bilginin sonraki gelişimini destekleyen ve sınırlayan ancak kesinlikle yönlendirmeyen, matematik öncesi ve genel bilişsel yeterlik (yetkinlik) ve yatkınlıklara sahiptir (Clements, Barrettt & Sarama, t.y).
7. *Farklı gelişim yönleri:* Gelişim süreçlerinin nasıl yönlendirildiğini açıklamaktadır. Farklı gelişim yönleri bireysel, sosyal ve çevresel etkilere bağlı olarak mümkündür (Szilágyi vd., 2013). HE, ayrıca, bireylerin bilgi ve becerilerinin gelişme hızının ve bunların seviyeden seviyeye kadar izledikleri belirli alt yollarının- ve kesinlikle daha sonraki seviyelere ulaşıp ulaşmadığının- deneyimlerdeki farklılıklara ve muhtemelen bireysel farklılıklara göre değişebileceğini kabul etmektedir. Dolayısıyla HE, belirli bir ilerlemenin kaçınılmaz olduğunu iddia etmemekte; bazılarının diğerlerinden daha olası olacağını ve bazılarının diğerlerinden daha üretken olacağını ileri sürmektedir. Gelişime ait ilerlemelere ve öğrencilerin öğretime nasıl tepki vereceğine olan yakın dikkat, öğretme ve öğrenme yol haritalarını tasarlamada özellikle yararlı olacaktır (Daro vd., 2011).
8. *Aşamalı hiyerarşi:* Gelişim süreçleri içinde ve bir ucundan diğer ucuna kadar, çocuklar bir takım ilişkili matematiksel kavram ve işlemler arasında dereceli olarak ilişkilendirme yapmaktadır. Bu süreçte hiyerarşik olarak daha sağlam anlamalar oluşturmakta ve farklılıkları korurken genellemeleri işe koştukları ilişkilendirmeler yapmaktadırlar. Çocuklar, hiyerarşik genellemeler ve farklılıkları içeren anlayışlar inşa ederek kavram ve becerileri bütünleştirmektedir.
9. *Ortam ve kültür:* Çevre ve kültür gelişim yönlerinin yönünü, hızını ve adımlarını etkilemektedir. Örneğin öğrencinin gözlemlediği ve kullandığı sayı ve diğer matematiksel notasyonlar ve bu kullanımları karşılaştırmaya dair deneyimleri, gelişim süreçleri boyunca öğrenmesinin derinliğini ve oranını etkileyecektir.

10. *Gelişim sürecinin ve öğretimin tutarlılığı:* Doğal gelişim süreci ile tutarlı öğrenmeye dayanan öğretim bu yolları izlemeyen öğrenmeye göre çocuklar için daha etkili, yeterli, ve üretkendir.
11. *Öğrenme yol haritaları:* Clements ve Sarama öğrenme yol haritası kavramını, Simon'ın tanımına dayanarak, ancak bilişsel perspektifi ve deneysel araştırma temelini vurgulayarak kavramsallaştırmıştır. Verimli bir öğretim yaklaşımı öğrenme yol haritalarına bağlıdır (Clements & Sarama, 2004). Öğrencilerin bilgilerini betimlemek ve birbirinden ayırt etmek için ÖYH etkili bir teorik araçtır (Clements vd., t.y). ÖYH, HE'nin çekirdek temel ilkesidir ve diğer ilkeler ÖYH yapısını tanımlamak ve doğrulamak için ona yardım etmektedir. ÖYH üç bileşenden oluşur: bir matematiksel amaç, bu amaca ulaşmak için öğrencilerin ilerlediği gelişime ait bir yol, ve öğrencilerin daha yüksek düşünme seviyeleri geliştirmelerine yardımcı olan bu yolda yer alan düşünme seviyelerinin her biriyle eşleşen bir dizi öğretim etkinlikleri veya görevleridir.

    Öğretim amaçları: Matematiğin temel fikirleridir. Matematiksel olarak merkezi ve kapsamlı olan, öğrencilerin düşünmeleri ile tutarlı, gelecek öğrenmeler için temel olan kavram ve beceri kümeleridir. Söz konusu öğrenme alanına özeldir.

    Gelişime ait ilerleme: Çocukların bir matematiksel konuyla ilgili anlayış ve beceri geliştirmelerinde izledikleri tipik bir yolu ifade etmektedir. Her biri bir öncekinden daha sofistike olan ve *matematiksel amaca* ulaşmayı sağlayan düşünme seviyelerini içerir. Düşünme seviyeleri, çocukların bir konuda nasıl düşündükleri ve nedenini o düşünmeyi oluşturan bilişsel nesneler (kavramlar, temsiller) üzerindeki eylemleri içererek betimler. ÖYH'ın dayandığı teorik çerçeve olan hiyerarşik etkileşimciliğe göre gelişim, tamamen yeni süreçler ve ürünlerin varlığından çok, var olan bilgi ve süreçlerin karşılıklı etkileşimidir (Clements, 2011)

    Öğretim etkinlikleri dizisi: Bir öğrenme yol haritasının üçüncü parçası, öğrencilerin gelişim süreci boyunca ilerlemesine ve belirli bir düşünme seviyesine ulaşmak için gerekli bilgi ve becerileri öğrenmelerine yardımcı olmak amacıyla tasarlanmış öğretim görevlerinin bir kümesidir. Öğrencinin düşünme ve öğrenmesinin, öğretimin, pedagojik etkinliklerin ve öğretim amaçlarının eş zamanlı, detaylı ve sürekli analizini gerektirir (Sarama & Clements, 2009).
12. *Öğrenme yol haritalarının örneklerle desteklenmesi (instantiation):* ÖYH'nın sınırlılık ve faydalarını içermektedir. Öğrenme yol haritaları öğretmenler tarafından yorumlanmalıdır. Yol haritaları yalnızca öğretmen ve öğrencinin öğretim etkinlikleri

çerçevesindeki sosyal etkileşimleri yoluyla fark edilebilir. Sosyal olarak belirlenen değerler ve amaçlar her müfredatın temel bileşenleridir.

Hiyerarşik etkileşimciliğin önceki bilişsel teorilerden farkı sıralanacak olursa; hiyerarşik etkileşimcilik,

- Bilişsel yaklaşımı temel almıştır ancak sosyokültürel faktörleri de dikkate alır.
- Bilişsel teoriler matematiksel bilgi ve becerilerin birikimine dayalı basit sıralamalar belirlemeye yönelmiştir ancak ÖYH hiyerarşiktir. İlişkilerin birikimi önemlidir. ÖYH uzmanlara göre yapılan mantıksal ilişkilendirmeler değildir. Deneysel araştırma ve uygulamayı gerektirmektedir.
- HE'nin seviyeleri Piaget'nin aşamalarından farklıdır.
- İnsanın nasıl öğrendiğini ve geliştiğini anlamaya çalışan bir teoridir ancak bu gelişimi desteklemenin yollarıyla da ilgilenir.
- Gelişim bir seviyeden daha sofistike olan bir seviyeye ilerleme ve var olan bilgi ve süreçlerin etkileşimidir.

HE'ye göre bazı öğrenme alanları kültürel deneyimlerden daha fazla etkilenmektedir. En azından bazı öğrenme alanlarında ve bazı yollarda, etkinlikler gelişimin yönünü değiştirebilmektedir. Çocuklar, konuya özgü düşünce düzeylerinin gelişime ait ilerlemeleri boyunca alana dair bilgi edinmektedirler (Bkz: İlke 2). Bu ilerlemeler çocukların sezgisel arka plan bilgileri ve ilk önyüklemelerden etkileniyor olsa bile, ilerlemeler kültürel olarak spesifik olan düşünme ve öğrenme örüntüleri ile tutarlıdır (Bkz: 6. ilke). Belirli kavramlar ve süreçler her düşünme seviyesini karakterize etmektedir (Clements vd., t.y). Gelişimin öğrenme üzerindeki önceliği konusunda hiyerarşik etkileşimcilik Vygotsky ile aynı görüştedir. Öğrenme yol haritalarında düşünme seviyelerinin temel öğeleri olan nesneler ve nesneler üzerindeki eylemler, Vygotsky'nin araçların insan gelişiminde önemli olduğu görüşü ile tutarlıdır (Clements, 2011). ÖYH'na ait seviyelerin çocukları katı bir biçimde kategorize ettiği görüşünün aksine, teori çocukların çoğunlukla bir seviyede veya iki seviye arasında geçiş yaparak çok seviyeli çalışabileceklerini belirtmektedir (Clements, 2011).

Öğrenme yol haritaları müfredat ve standartlardan iki şekilde farklıdır: İlk olarak "geleneksel akıl ya da mutabakat süreçleri" nin tersine, özel bir fikri öğrencinin nasıl öğrendiğine dayanan araştırma bulguları ve disiplinle ilgili analizlere dayanmaktadır (Corcoran vd., 2009). Öğrenme yol haritalarının deneysel verilerle doğrulanması onu diğer yaklaşımlardan

farklılaştıran temel noktalardan biridir (Daro vd., 2011). ÖYH öğrencilerin başarılı olmaları için öğrenmeleri gereken değişmez katı bir konu sırasını dikte etmez; bir kavramın öğrencinin zihninde zamanla evrimi ve gelişimi sürecinde öğrencilerin bilmeleri gereken düşünceleri uygun ve işlemeye uygun detay seviyesinde tanımlamaya izin verirler (Confrey & Maloney 2010). Öğrencilerin düşünme seviyeleri ile ilgilidirler (Clements & Sarama, 2007). İkincisi ise ÖYH öğrenci düşünmesinin nasıl geliştiğini öğretmenin anlamasına yardımcı olmaktadır. Corcoran vd. (2009) göre öğrenme yol haritası, öğretmenlere öğrencilerinin farklılaşan ilerleme seviyelerine dair kanıtlara uygun bir şekilde öğretimlerini öğrencilerin nihai hedefe ulaşmaları yolunda ilerleme sağlamaları için ihtiyaçlarına yanıt vermede onların yeteneklerini desteklemekte ve onları bilgilendirmektedir (Corcoran vd., 2009, s. 33). Öğrenme yol haritaları ile öğrenci öğrenmesine dair bilişsel bir model inşa edilir ki bu model matematiksel amacın inşasında içerilen süreçleri tanımlamak için çok açıktır. Bu yapılandırmacı bakış, ÖYH yaklaşımını, önceki hedef beceriyi alt becerilere bölen yetişkin bakış açısına dayanan ve indirgemeci teknikleri kullanan öğretim tasarım modellerinden ayırmaktadır (Clements & Sarama, 2004). Öğrenme yol haritaları hem öğrenenin hem de alanın mantığını kapsamaktadır (Wilson vd., 2014). ÖYH öğrencinin matematiği doğal olarak gelişirken öğrencinin düşünmesini inşa etmede öğretmene yardım etmektedir. Dolayısıyla tüm amaçlar ve aktiviteler öğrencinin gelişimine ait kapasitesi içindedir. Her bir seviye bir sonraki seviye için doğal gelişime ait bir yapı bloğu sunmaktadır (Sarama & Clements, 2009). Barrett vd. (2012) öğrenme yol haritalarını öğretim deneyimlerini sürdürmek için rehberlik etmesi bakımından bir model geliştirme aracı olarak kullanmıştır. ÖYH'ın akıl yürütmenin varolan seviyelerini değerlendirmek ve daha ileri seviyeye taşımak için uygun görevlerin seçimini ya da üretimini sağladığını belirtmişlerdir (Barrett vd., 2012).

2.4. Ölçme Kavramı

Ölçme sürekli bir niceliğe (Smith III, Males, Dietiker, Lee, & Mosier, 2013) veya bir nesnenin ya da olgunun ölçülebilir bir niteliğine sayısal bir değer atama yeteneğini ifade eden matematiksel bir yeterlik olarak tanımlanmaktadır (Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2011). Sayısal değerler, nesnede bu niteliği temsil eden belirli bir birimin kaç kez olduğunun belirlenmesiyle ortaya çıkar (Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2011). Ölçme, bazı özelliklere göre nesne veya durumları karşılaştırma ihtiyacından ortaya çıkmıştır. Ölçme betimleme işidir ve farkların nicelendirilmesinden doğmuştur (Gravemeijer vd., 2016). Yeryüzü ölçüsü olan geometrinin, ölçmenin çocukların uzay matematiğini anlamaları ve

geliştirmeleri için önemi bir yol olduğu ifade edilmiştir (Nitabach & Lehrer, 1996). Bishop'a (1988) göre ölçme, dünyadaki tüm kültürlerde bulunan altı temel aktiviteden biridir ve matematiksel bilgiyi geliştirmek için gerekli ve yeterlidir. Diğer beş temel etkinlik sayma, yerleştirme, tasarlama, oynama ve açıklamayı içermektedir. Sürekli nicelik ve sayının koordinasyonu olan ölçme, matematikte uzun ömürlü ve önemli bir yere sahiptir. Uzaysal ölçme, uzayın ve sayının koordinasyonu, insanın fiziksel dünyayı anlama ve ustalaşmaya yönelik ilk çabalarından kaynaklanmaktadır (Lehrer, 2003). Ölçme fen bilimlerinin içeriği ve uygulaması (yoğunluk, kuvvet vs.) için de önemlidir (Smith vd., 2011). Ölçme, oran, ondalık, rasyonel sayılar ve kesirler gibi diğer matematiksel kavramların incelenmesinde bir temel oluşturmaktadır (NCTM, 2006; Smith vd., 2011); sayı ve geometri için olduğu kadar cebir için de önemli role sahiptir (Jones vd., 2002). Ölçme öğrencilerin matematiği günlük yaşam için yararlı görmelerine ve birçok matematiksel kavram ve beceriyi geliştirmelerine yardım etmektedir. Ölçme kavramları insan olarak bizlerin çevremizi anlamlandırmamıza ve bu deneyimler hakkında başkalarıyla iletişime geçmemize yardımcı olmaktadır. Ölçme uzamsal hislerin ifadesidir (Reynolds & Wheatley, 1997). Karşılaştırmalı akıl yürütme, her ölçme eyleminin altında yatar; her bir nesne, birim olarak ele alınan bir nesne ile ilişkilendirmeli ve büyüklüğü bu birimlere göre rapor edilmelidir (Barrett vd., 2011). Ölçmede temel düşünce, bir ölçü birimi kullanarak adım adım ölçmedir. Bu şekilde elde edilen sayı, ölçü biriminin kaç kez yinelendiği; yani, birim ile ölçüm sonucu arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu şekilde elde edilen sayıların harika yönü, onların sadece birbirleri ile karşılaştırılabilmeleri değil, aynı zamanda hesaplama için de kullanılabilmeleridir (Gravemeijer vd., 2016). Uzamsal bağlamda, bir, iki ve üç boyutta ölçmeye ait temel nitelikler sırasıyla uzunluk, alan ve hacimdir. Uzamsal ölçümler, kavramsal ve epistemolojik olarak ilişkilidir ve merkezlerinde uzunluk ölçümü yer almaktadır (Smith vd., 2008). Tüm özelliklerden, uzunluk en temel olanı olarak düşünülebilir. Diğer bir çok özellik uzunluğa dönüştürülebildiğinden, bir tür evrensel karaktere sahiptir (Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2011). Uzunluk ölçümü, insan kültürü, standart uzunluk birimlerinin yinelemesini içeren belirli bir takım araçları ("cetveller") icat ettiği için, mekansal ölçüler arasında benzersizdir (Lehrer, 2003).

2.4.1. Uzunluk Kavramı

Doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık; doğrusal olmayan bir nesnenin ise doğrusal hale getirildiğinde başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık, o nesnenin uzunluğudur (Argün vd., 2014). Uzunluk, nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları

arasında tek boyutlu uzayda kapladığı yer miktarını içeren, nesnenin, karşılaştırılabilir veya nicelendirilebilir (ölçülebilir) bir özelliğidir (Szilagyi, Clements, & Sarama, 2013). Dolayısıyla nesnelerin miktarı belirlenebilen, başka bir ifadeyle ölçülebilen bir niteliğidir. Bu anlamıyla uzunluk, ölçme kavramının incelendiği bir bağlam olarak ele alınabilir. Bu bağlamda, uzunluk kavramının yapılanması, ölçme kavramına ait karakteristikler çerçevesinde gerçekleşmelidir. Ölçme kavramına ait karakteristikler; niteliği tanıma, niteliklerin korunumu ilkesi, geçişlilik ilkesi, birim kavramı ve birimin uygunluğu, eş birimlerin kullanımı, birimlerin yinelenmesi ve son olarak sayı ve ölçmedir.

Niteliği Tanıma. Bir öğrencinin uzunluk niteliğini kavrayabilmesi için öncelikle bu niteliği tanıması gerekmektedir. Uzunluk niteliği bağlamında öğrencilerin bu niteliğin farklı temsilleri olarak en, boy, yükseklik, genişlik, derinlik, çevre, kalınlık ve uzaklık kavramlarını tanımaları beklenilmektedir (Outhred, Mitchelmore, McPhail, & Gould, 2003). Öğrenci bu temsilleri nesneler üzerinde tanıyabilmeli ve uzunluk ölçümü olduğunu bilmelidir. Bir öğrencinin uzunluk niteliğini kavrayabilmesi için öncelikle bu niteliği tanıması gerekmektedir (Outhred vd., 2003). Niteliği tanıma karakteristiği okul öncesi seviyede öğrencilerin nesnelerin özelliklerini belirleyebilmesini, bu özelliklerin neler olduğunu ifade edebilmesini ve nesneleri bu özelliklere göre gruplandırabilmesini ve karşılaştırabilmesini gerektirmektedir.

Literatürde çevre kavramı haricinde uzunluk niteliğine ait farklı temsilleri, niteliği tanıma bağlamında inceleyen çalışmalar oldukça az sayıdadır (Güven & Argün, 2018; Saraswathi, 1989). Saraswathi (1989) halkın günlük hayatında uzunluk niteliğine ait hangi temsilleri kullandığını ve ne ile ölçtüğünü incelemiştir. Güven ve Argün (2018) ise uzunluğun farklı birer temsili olarak en, boy ve yükseklik kavramlarına dair öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kavrayışlarını incelemiştir. En, boy ve yükseklik kavramları sırasıyla "bir yüzeyde boy sayılan iki kenar arasındaki uzaklık, genişlik", "bir yüzeyde, en sayılan iki kenar arasındaki uzaklık" ve "geometrik cisimlerde tabandan tepeye olan uzaklık" şeklinde tanımlanmaktadır (Türk Dil Kurumu'ndan (TDK) (2011) uyarlanmıştır). En, boy ve yükseklik aynı zamanda üç boyutlu bir nesnenin her bir boyutunu ifade eder. Öklid geometrisinde boyut kavramı, nesnenin en, boy ve yükseklikten hangisine veya hangilerine sahip olduğunun incelenmesi ile belirlenmektedir (Skordoulis, Vitsas, Dafermos, & Koleza, 2009). Dolayısıyla öğrencilerin boyut kavramını anlamlandırabilmeleri için en, boy ve yüksekliği tanımaları ve kavramaları gerekmektedir (Ural, 2011). Boyut kavramının anlaşılması ise öğrencilerin uzunluk, alan ve hacim kavramlarını anlamlandırabilmeleri ve

birbirlerinden ayırt edebilmeleri için önemlidir. Uzunluk, alan ve hacim niteliklerinin yer kaplama, uzamsal olma özelliklerinin ve aralarındaki ilişkilerin anlaşılabilmesi için, uzunluğun tek, alanın 2 ve hacmin ise 3 boyutta söz konusu olduğunun fark edilmesi gereklidir. Bu farkındalık uzunluk, alan ve hacim fikrinin oluşması ve bu niteliklerin birbirlerinden ayırt edilebilmesi için önemlidir (Kamii & Clark, 1997; Lehrer, Jenkins & Osana, 1998, s. 168). Benzer şekilde, uzunluk, alan ve hacim kavramlarına dair anlayışlar boyut kavramına dair anlayışı desteklemektedir. Nitekim Ural (2011) lisans öğrencilerinin boyut belirlemede kullandıkları ölçütleri araştırdığı çalışmasında öğretmen adaylarından çoğunluğunun (%39) ölçütünün nesnenin en, boy ve yükseklikten kaçına sahip olması; %25'inin ölçütünün ise alan ve hacme sahip olup olmaması olduğunu belirtmiştir. Bunlara ek olarak, en, boy ve yüksekliğe dair kavrayışlar, alan ve hacim formülünün anlamlandırılması için önemlidir. Ebersbach (2009) yaptığı çalışmada okul öncesi de dahil olmak üzere çocukların hacim hesaplamada genişlik, uzunluk ve yüksekliği fark edip dikkate alabildiğini göstermiştir. Dolayısıyla uzunluk niteliğinin farklı birer temsili olan en, boy ve yükseklik kavramlarının, alan ve hacim formülünün anlamlandırılmasının yanında boyut kavramına dair öğrencilerin sezgilerini güçlendirerek (Ebersbach, 2009; Skordoulis vd., 2009; Ural, 2011); bu sayede uzunluk, alan ve hacim niteliklerini kavramsal olarak birbirlerinden ayırt etmelerinde katkısının önemli olduğu düşünülmüştür (Kamii & Clark, 1997; Lehrer vd., 1998).

Uzunluğun bir diğer temsili olan çevre kavramına dair literatürde bir bölge etrafındaki mesafeyi içeren bir uzunluk ölçüsüdür şeklinde veya kapalı bir şeklin etrafının toplam uzunluğudur (Cathcart, Pothier, Vance, & Bezuk, 2006) şeklinde tanımlamalar yapılmıştır. Çevre bir şeklin ya da nesnenin etrafında dolanma eylemi tamamlandığında alınan toplam yolun uzunluğu şeklinde tanımlanabilir. Çevrenin sürekli bir nicelik olduğunun ele alınması önemlidir (Yeo, 2008). Literatürde çevre kavramının alan kavramı ile birlikte ele alındığı görülmektedir. Nitekim ilköğretim öğrencilerinin çevre kavramını anlamlandırabildikleri ancak alan ve çevre kavramları arasındaki ilişkiyi anlamlandıramadıkları belirtilmektedir (Marshall, 1997). D'Amore ve Fandiño Pinilla (2006) ise bunun 12 yaş üzerine kadar devam ettiğini belirtmiştir. Ayyıldız (2010) tarafından ilköğretim ikinci kademe öğrencileri için geometride en az kavram yanılgısının çevrenin hesaplanmasında olduğu belirtilmesine rağmen literatür incelendiğinde de öğrencilerin çevre kavramını kavramsal olarak anlayıp kullanamadığı görülmüştür (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006; Şişman & Aksu, 2009; Yeo, 2008).

Niteliği tanıma karakteristiğinin bir diğer parçası uzunluğun diğer niteliklerden ayırt edilebilmesidir. Uzunluk, alan ve hacme dair formal ölçme öğretimi başlamadan önce, öğrenciler bu nitelikleri birbirlerinden farklı nitelikler olarak ele almaktadır. Öğrenciler uzunluk, alan ve hacim ölçmede yeterliliği zamanla kazansalar da üç boyutlu bir dünyada yaşadıklarından temel ayrımları yapmaya daha erken yaşta başlamışlardır (CCSM, 2010; Kamii & Clark, 1997).

Bununla birlikte niteliği tanıma doğrudan karşılaştırmayı, nicelikleri sıralamayı ve dolaylı karşılaştırmayı içermektedir (Outhred vd., 2003; Outhred & McPhail, 2000). Kamii ve Clark'a (1997) göre uzunlukların karşılaştırması niteliklerin korunumu, geçişlilik ve birimlerin yinelenmesi becerilerinin geliştirilmesi için temeldir. Dolaylı karşılaştırma içeren etkinlikler öğrenciler için zorlayıcı ve yararlı olabilir. Örneğin sınıfta bulunan kapı sınıf tahtasının geçebileceği kadar geniş midir? gibi sorular öğrencilerin geçişli akıl yürütmeleri için de temeldir (Kamii & Clark, 1997; Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2011).

Geçişlilik İlkesi. Geçişilik, eğer A nesnesi B'den daha uzunsa ve B de C nesnesinden daha uzunsa o zaman A, C'den uzundur anlayışıdır. Geçişliliği gözeterek akıl yürütebilmek ölçme için önemli bir beceridir. Örneğin, iki nesnenin uzunluğuna dair karar verebilmek için üçüncü bir nesneyi referans almayı içermektedir (Stephan & Clements, 2003). Geçişlilik iki uzunluğu zihinsel olarak üçüncü bir terimi kullanarak karşılaştırma yeteneğidir (Kamii & Clark, 1997).

Niteliklerin Korunumu İlkesi. Herhangi bir nesne hareket ettirildiğinde veya parçalara ayrılıp tekrar birleştirildiğinde (uzunluğun toplamsal olması) büyüklüğünü korur. Aynı zamanda uzunluk; öteleme, dönme, yansıma dönüşümleri altında korunmaktadır. Öğrenciler bu dönüşümler altında bir nesnenin uzunluğunun değişmeyeceğini anlamalıdır. Aynı zamanda basit bükme ve eğmelerin bir boyutlu esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğini fakat ölçümünü değiştireceğini de anlamalıdır (örn., gerilen bir elastik halatın uzunluğu) (CCSM, 2010, Bkz: K.MD.2).

Niteliklerin korunumu ilkesinin bir uygulanışı ise uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olmasıdır. Öğrenci bir uzunluğun eşit parçalara veya eşit olmayan parçalara ayrıldığında ve orijinal haline yeniden getirildiğinde uzunluğunun değişmediğini anlamalıdır (CCSM, 2010, Bkz: K.MD.2**)**. Bu ilke uzunluğu toplamsal olarak algılamayı sağlamaktadır (CCSM, 2010, Bkz: 2.LAV.B).

Aynı uzunluğun farklı birimlerle farklı şekillerde ifade edilebiliyor olması ve birimin uzunluğu ve ölçüm sonucu arasındaki ters ilişki de niteliklerin korunumu ilkesine dayanmaktadır. Birimin büyüklüğü ve nesneyi ölçmek için gereken birim sayısı arasında ters bir ilişki vardır. Öğrenci uzunluğu daha büyük olan bir birimle ölçtüğünde ölçüm sonucundaki sayısal değerin daha küçük; uzunluğu daha küçük olan bir birimle ölçtüğündeyse ölçüm sonucundaki sayısal değerin daha büyük olduğunu anlamalıdır. Ancak bu prensibi anlayabilmesi için öğrencinin öncelikle farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabileceğini (Clements & Stephan, 2004) anlaması gerekmektedir.

Uzunluğun korunumu ölçme kavramına eş değer değildir ancak öğrenci ölçmeyi öğrendikçe onunla birlikte gelişmektedir. Piaget, Inhelder ve Szeminska (1960) uzunluğun korunumunun farkında olmayan bir öğrencinin geçişililiği yapılandıramayacağını, geçişli akıl yürütemeyeceğini öne sürmüştür. Uzunluğun korunumunun geçişlilikten önce geliştiği çoğu araştırmacılar tarafından da kabul edilmiştir. Ölçmeye dair kavrayışların gelişmesi için geçişlilik ve korunumun ön koşul beceriler olduğunu iddia etmişlerdir. Ancak onlarla aynı fikirde olmayan araştırmacılar yer almaktadır (Hiebert, 1981; Lehrer, 2003). Korunum, geçişlilik ve ölçmenin gelişim sırası ve hangi yaşlarda geliştiği tartışma konusu olmaktadır (Stephan & Clements, 2003). Kamii ve Clark'a (1997) göre öğrenci ölçmeyi anlamadan önce geçişli akıl yürütebilmelidir. Bu şekilde düşünen araştırmacılar geçişliliğin ön koşul olduğunu düşündüklerinden geçişlilik yapılandırılana kadar cetvelin bir ölçme aracı olarak yararsız olduğu sonucuna varmışlardır (Stephan & Clements, 2003). Clements'e (1999) göre ise korunum ve geçişlilik birim büyüklüğü ve ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkiyi anlamlandırabilmek ve ölçmede eş birim kullanımına olan ihtiyacı anlayabilmek için gereklidir. Stephan ve Clements'e (2003) göre ise öğrencilerin sırası önemli olmaksızın bu fikirleri ölçmeye dair eksiksiz bir anlamaya sahip olabilmek için geliştirmeleri önemlidir. Benzer şekilde Lehrer de (2003) korunumun ilişkili olduğu tek bileşenin birim büyüklüğü ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkiyi tanımak olduğunu ifade etmiştir. Örneğin Hiebert (1981) bazıları korunuma sahip olan bazıları olmayan birinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilere birimlerin yinelenmesi gibi ölçmeye ait önemli bilgi ve becerileri edindirebildiğini gözlemlemiştir ve yineleme gibi fikirleri edinmenin öğrencinin korunum ilkesini gözetip gözetmemesi ile ilgisi olmadığını belirtmiştir (Hiebert, 1981).

Yer Kaplama Özelliği. Uzunluk uzaysaldır ve tek boyutta uzayı kaplama özelliğine sahiptir. Uzunluk ölçümünde yineleyerek sayma işlemi tek boyutta gerçekleştirilir. Öğrenciler uzunluğun yüzey kaplama özelliğine sahip olduğu kavram yanılgısına sahip olabilirler (Lehrer vd., 1998, s. 163). Confrey vd. (CCSM, 2010) de uzunluk alan ve hacim gibi uzaysal niteliklerin ayırt edilmesi ve tanımlanmasını okul öncesi seviyede edinildiğini belirtir ve bu seviyedeki standartlar arasına ekler. Öğrencilerin uzunluğu temsil etmek için kullanılan nesnelerin hacme ya da alana sahip olduğunun farkında olmaları da önemlidir (örneğin çubuk, şerit, kurdele). Öğrenciler öncelikle uzun, kısa veya ince gibi terimleri kullanarak informal bir biçimde uzunluğu bir nitelik olarak tanır. İki ve üç boyutlu nesneler üzerinde kenarlar ya da yüzeylerdeki uzunlukların fark ettirilmesi uzunluk, alan ve hacim fikrinin oluşması için önemlidir (Kamii & Clark, 1997). Öğrenci tek boyutta nesnenin veya şeklin hangi niteliğinin incelendiğini öğrenmelidir.

Birim Kavramı/Birimin Uygunluğu. Ölçmeye dair anlamada önemli kavramlardan biri de birim kavramıdır. Ölçme iki temel konu içermektedir; birisi ölçülecek birimin belirlenmesi ve o birimle nesneyi zihinsel ve fiziksel olarak parçalama, diğeri nesne boyunca birimleri uç uca yerleştirmedir (yineleme) (Clements & Stephan, 2004). Birim sürekli çoklukları nicelendirmede kesin sonuçlara varılmasını sağlamaktadır- birimler olmadan yalnızca yaklaşık nicelendirmeler yapılabilir (Solomon vd., 2015). NAEP'e göre 13 yaşına kadar öğrenciler uzunluk birimini yapılandıramamaktadır. Langrall vd. (2008) göre birim kavramı matematiksel anlamayı destekleyen matematiğin güçlü fikirleri arasında yer almaktadır.

Ölçme eyleminde, seçilen birimin ölçülen nitelik için uygunluğu ve amaca uygunluğu (büyüklük olarak uygun olması) bilinmelidir. Nesnelerin ancak aynı niteliklerinin karşılaştırılabilir olduğu bilinmelidir. Örneğin; düzgün ve kısa bir yolun uzunluğu (nesnenin niteliği) aynı şekilde uzunluk niteliğine sahip olan çubuk, metre (seçilen birim) ile mukayese edilerek belirlenmelidir. Bu aşikar gerekliliğin küçük çocuklar için çok aşikar olmadığı ifade edilmektedir. Bragg ve Outhred (2004) ilköğretimin ilk basamaklarındaki öğrencilerin bir dikdörtgenin çevresini ölçmek için santimetre küplerini kullandıklarını ancak birimi olarak kenarlarının uzunluğunu kullandıklarının farkında olmadıklarını tespit etmişlerdir.

Uygun birim seçimi uzunluğu ölçülen nesnenin büyüklüğü ile ilgili olarak birimin büyüklüğüne dikkat etmeyi gerektirmektedir. Birim seçimindeki bu süreç sonraki aşamalarda birim küçüldükçe ölçümün daha hassas olacağı ve birim küçüldükçe nesneyi ölçmek için daha fazla birim gerekeceği anlayışlarını desteklemektedir (CCSM, 2010, Bkz: 1.MD.2). Birim nitelik ilişkisi şeklinde sözü edilen birimin ölçülen niteliğe uygunluğu

birimler ve ölçülen nitelik arasındaki uyumun sağlanması gerektiğini işaret etmektedir. Her ne kadar bu ilişki aşikar gibi gözükse de-özellikle de cetvel gibi araçlar ışığında- çocuklar genellikle alan, hacim gibi diğer uzamsal boyutların ölçümü için uzunluk ölçü birimlerini yanlış kullanmıştır (Lehrer, 2003). Öğrenciler cetveldeki 1 birimin 1 cm'yi temsil etmesi gibi nitelik ve birim arasında ilişki kurmalıdır.

Eş Birimlerin Kullanımı. Bir ölçümde tekrarlanan birimlerin değişmediğinin, ölçme eyleminde, yinelemede kullanılan birimlerin eş olması gerektiğinin anlaşılması önemlidir (Outhred & McPhail, 2000). Aynı zamanda ancak birimler eş olduğunda sayma sonucu ölçümü temsil edebilir. Farklı birimler kullanıldığında ölçüm sonucunda açıkça ifade edilmelidir (Örn., 5 cm ve 3 mm gibi) (Lehrer, 2003). Birleşik birimlerle yapılan eylemler öğrencilere ölçme için daha çok birime ihtiyaç duyulduğunu ancak birim küçüldükçe ölçüm sonucunun daha kesin bir hal alacağını anlamalarında yardımcı olmuştur (Outhred & McPhail, 2000). Bir oda metre ile ölçüldüğünde milimetre ile yapılan ölçüme göre daha az kesin sonuçlar elde edilmektedir (Gravemeijer vd., 2016).

Yapılan çalışmalarda öğrencilerin herhangi bir şekilde nesnenin tüm uzunluğunu kapladığı sürece birimleri karışık kullanmakta (örn., hem ataçları hem silgileri) veya farklı büyülükteki birimleri kullanmakta bir sakınca görmedikleri belirlenmiştir (Lehrer, 2003).

Birimlerin Yinelenmesi. Birim yineleme, küçük bir bloğun uzunluğunu, ölçülmekte olan nesnenin uzunluğunun bir parçası olarak düşünme ve daha büyük nesnenin uzunluğu boyunca küçük bloğu tekrar tekrar yerleştirme yeteneğidir (Kamii & Clark, 1997). Birimler yeniden kullanılabilir. Bu anlayış, parçalara ayırmaya (uyumlu parçalar oluşturmak) ve ötelemeye dayanmaktadır. Örneğin bir uzunluk birimini yineleme için, çocuk uzunluğun parçalara ayrılabilir bir uzaklık olduğunu anlamalıdır. Sekiz birim uzunluğunda sabit bir uzunluk ve tek bir birim verildiğinde, uzunluk sekiz eş parçaya ayrılarak ölçülebilir. Bu eylem, birimi başlangıç noktasından bitiş noktasına kadar ard arda öteleyerek gerçekleştirilmektedir (Lehrer, 2003). Birimlerin yinelenmesi zihinsel olarak toplam uzunluk ve tüm uzunluğun bir parçası olarak görülen daha küçük bir nesnenin uzunluğu arasındaki parça bütün ilişkisini kurmayı içermektedir (Kamii & Clark, 1997). Yani daha küçük bloğu uzun nesnenin uzunluğu boyunca tekrarlı olarak yerleştirmenin yanında küçük bloğun uzunluğunu ölçülen nesnenin uzunluğunun bir parçası olarak düşünme becerisidir (Clements & Stephan, 2004). Birimlerin yinelenmesi zihinsel olarak toplam uzunluk ve tüm uzunluğun bir parçası olarak görülen daha küçük bir nesnenin uzunluğu arasında parça bütün ilişkisi kurmaktır (Kamii & Clark, 1997).

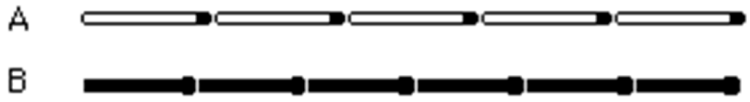
Ölçmede yapılan eylem eş birimlerin belirli bir düzende yinelenmesidir. Birimi ardı ardına uzunluğu ölçülen nesne tükeninceye kadar kullanmaktır. Birimlerin yinelenmesi herhangi bir boşluk ve üst üste binme gerçekleşmeyecek şekilde eş birimlerin tekrarlı olarak yerleştirilmesi bilgisini gerektirmektedir. Örneğin, bir uzunluk boyunca birimlerin tam olarak sıralanması, bir dikdörtgenin alanını ölçmek için birimlerin bir sırasının inşası, hacmini bulmak için bir kabı doldurma ya da istifleme gibi (Outhred & McPhail, 2000).

Öğrenciler başlangıçta birimi boşluklar bırakarak ya da üst üste bindirerek yineleyebilmektedir (Lehrer, 2003). Bu öğrenciler için yineleme birimi uç uca yerleştirme gibi fiziksel bir aktivitedir, nesnenin hiç boşluk kalmadan uzunluğunun/uzayda tek boyutta kapladığı yerin örtülmesi aktivitesi değildir (Clements & Stephan, 2004). Birimler tek boyutta yer kaplar. Öğrenciler ölçümlerinde boşluklar bırakmanın sonuçlarının farkında değildir (Lehrer, 2003). Birinci ve ikinci sınıf öğrencileri farkında olmadan birimler arasında boşluk (bu boşluk aslında tek boyutta kaplanan bir yerdir) bırakabilmektedir (Horvath & Lehrer'den aktaran Clements & Stephan, 2004). Birimler tekrarlı kullanılırken bir başlangıç noktası alınmasına (nesnenin başlangıcı ile birimin başlangıcını hizalama), birimler arasında boşluk kalmamasına; birimlerin üst üste gelmemesine ve hepsinin aynı doğrultuda kullanılmasına dikkat edilmelidir (MEB, 2013a, M1.3.2., 1.MD.2**).**

Parçalara ayırma bir nesneyi aynı büyüklükteki birimlere ayırmanın zihinsel aktivitesidir. Bu öğrenciler için çok aşikar bir fikir değildir. Bu aktivite nesneyi fiziksel olarak ölçmeden önce bile, onu zihinsel olarak parçalara ayrılabilen bir şey olarak görmeyi içermektedir. Cetveldeki işaretlerin ne anlama geldiğini sormak öğrencinin uzunluğu parçalara ayırmayı nasıl anladığını ortaya çıkarabilir (Lehrer, 2003). Öğrenciler birimlerin de parçalara ayrılabileceklerini anladıkça uzunluğun sürekli olduğu fikrine ulaşmaya başlamaktadır (örn., her birim de kendi içinde parçalanabilir) (Clements & Stephan, 2004). Örneğin bazı öğrenciler 5'i, 5 eş büyüklükteki birimlere ayrılmış bir uzay olarak değil de bir çentik olarak anlamaktadır. Birimlerin birimleri ile ölçmek öğrencilerin uzunluk hakkında uzunluğun bu birimlerin bir birleşimi bir dizgisi olduğu şeklinde düşünmesine yardımcı olmuştur.

Sayı ve Ölçme. İlkokulda çocukların matematik ile ilgili temel deneyimleri genellikle nesneleri saymaktır (örn., Bloklar). Bu sayma, ayrı birimlerin ölçülmesi olarak düşünülebilmektedir. Öğrencilerin sayma eylemi, ölçme kavramlarının gelişmesinde rol oynamaktadır. Ölçme karar verme işidir ve öğrenciler sayma fikirlerine dayanarak ölçmeye dair kararlar vermektedirler. Öğrencilerin sayma fikirlerine dayanarak nasıl kararlar verdiklerini inceleyen Inhelder, Sinclair ve Bovet'den aktaran Stephan ve Clements (2003)

öğrencilere Şekil 1'deki gibi aynı uzunlukta olan iki sıralı kibrit göstermiştir, ancak toplamda aynı uzunlukta olsalar da her sıra farklı sayıda kibritten oluşmuştur.



Şekil 1. Aynı uzunlukta iki sıralı kibrit dizisi

Sıralı kibritlerin uzunlukları aynı olsa da, öğrencilerin çoğu 6 kibritten oluşan sıranın daha uzun olduğunu çünkü daha fazla kibrite sahip olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciler sayma fikirlerine dayanarak ölçüme dair bir sonuca varmıştır. Ölçme, yapılan yinelemenin sayısıdır. Bu sayı ve ölçme arasındaki ilişkiye dair bir örnektir. Ancak yalnızca saymak yeterli değildir:

Öğrenciler farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabileceğini anlamalıdır (Clements & Stephan, 2004). Örneğin bir odanın uzunluğu metre ile ölçüldüğünde ve santimetre ile ölçüldüğünde aynı odanın büyüklüğünü temsil eden iki farklı sayı elde edilir. Uzunluk yalnızca birimleri sayma değildir, ancak aynı uzunluğun farklı büyüklükteki birimlerle temsil edilebileceğini fark etmek önemlidir.

Toplam uzunluk (uzaklığın birikimi): Bir nesnenin uzunluğu boyunca bir birimin yinelenmesi sayılırken, elde edilen sayı, nesnenin yinelenen birimle kaplanan kısmını- o noktadan itibaren sayılan tüm birimlerce kaplanan yer miktarını ifade etmektedir. Birim sayısı baştan sonra kadar olan uzaklığı işaret etmektedir. Cetvel üzerindeki 4 sayısının 4 noktasını değil, 4 eş birimi (veya birimle kaplanan yer miktarını), tek boyutta 4 eş birimle kaplanan yer miktarını temsil ettiğini anlamak gerekir. Öğrenciler 9-10 yaşlarına geldiğinde böyle bir yorumlama yapabilmiştir, uzaklığın birikimini işe koşarak ölçüm yapabilmişlerdir (Clements, 1999; Kamii & Clark, 1997). Ancak anlamlı bir öğretimle, 6 yaş öğrencileri uzaklığın birikimine dair yorum yapılandırabilmiştir (Clements & Sarama, 2007). Cetvel üzerindeki işaretler ölçmede içerilen kavramsal anlamayı maskeleyebilmektedir (Clements & Stephan, 2004). Öğrenciler uzunluk ölçümünde birimleri saymak yerine noktaları (veya sayı belirteçlerini) saymayı tercih edebilmektedir (Kamii, 1995). Öğrenciler cetvel üzerinde bir birim, 1 cm'ye tekabül eder gibi birimler ve nitelik arasında bir ilişki kurmalıdır. Sayma işlemi gerçekleştirilirken, öğrencilerin neyi saydığına dikkat edilmelidir. Odak noktası birimin kaç kere yineleneceği olmalıdır. Öğrenciler sayıları şu şekilde de algılayabilir: örneğin, adımlarıyla bir uzunluğu ölçen öğrenci yedi dediğinde ve yedinin ne olduğu sorulduğunda öğrenci 7 adım tarafından kaplanan toplam uzaklık değil de "7, yedinci adım

tarafından kaplanan yer miktarıdır" şeklinde cevap verebilmiştir veya da 7, 7 birimle kaplanan yer miktarı değil de 7'nin yazılı olduğu çentik de olabilir.

Öğrenciler cetveli veya ölçme eylemini sıfır yerine birden başlatmışlardır (Lehrer, 2003). Bunu yapan öğrenciler muhtemelen uzunluğu yer kaplama olarak görmemektedir. Bu öğrenciler için cetvel üzerindeki sayılar kaplanan yer miktarını değil de birimleri saymaya ne zaman başlandığını işaret etmektedir. Halbuki cetvel üzerindeki 1, başlanılan yerden işaret çizgisine kadar olan tek boyutlu uzayda kaplanan yerdir, işaretin kendisine dair değildir (Clements & Stephan, 2004). Lehrer (2003), 0 noktasının ölçmenin başladığı nokta olduğunu ve öğrencinin ölçmeyi cetvel okuma olarak gördüğü sürece bu fikri anlayamayacağını ifade etmiştir.

Uzunluk ölçme okul öncesi dönemlerin uzunluğun mesafelere uzatıldığı anlayışı üzerine inşa edilmektedir. Mesafelerin ölçülmesi uzayın yeniden yapılandırılmasını gerektirir ki ardışık mesafelerin yinelenmesini temsil eden birimlerin sayısı görülebilsin. Yineleme 12 cm gibi bir niceliği elde etmek için birimlerin birikimine işaret etmektedir. Bu uzunluğun parçalara ayrılması ve bunu suralama temeline dayanmaktadır (Piaget vd., 1960). Böylece n birim sayısı n birimlik uzaklığı temsil etmektedir. Çocuk gelişimi üzerine yapılan araştırmalar, bu anlayışın kazanılmasının, özellikle birim ve sıfır noktası olan çoklu yapıların koordinasyonunu içerdiğini göstermiştir. Daha önce de belirtildiği gibi, birimin inşası, yineleme prosedürleri, eş birimlere duyulan ihtiyacın farkına varılması, her bir birimin büyüklüğü ile elde edilen uzunluk ölçüsü arasındaki ters ilişkinin anlaşılması ve birim parçalarının anlaşılması dahil olmak üzere bir temel fikirler ağı içermektedir. Sıfır noktasını anlamak, uzunluğu ölçmek için kullanılan ölçeğin orijin ve bitiş noktasının zihinsel koordinasyonunu içermektedir, böylece ölçeğin üzerindeki 10 cm işaretinden 20 cm işaretine kadar olan uzunluğun 2 cm ile 12 cm arasındaki uzunluğa eşit olduğu bilinmektedir. Birçok çalışma, farklı öğretim yöntemleri kullanıldığında gelişime ait yol haritalarında önemli farklılıklar ortaya çıkmasına rağmen, uzunluk birimlerine dair bu anlayışların ilkokul boyunca elde edildiğini ileri sürmektedir (Lehrer, 2003).

2.4.2. Uzunluk Kavramı Öğrenim ve Öğretimi

Ölçme, nesnenin bir niteliğine sayısal bir değer atamadır (NCTM, 2000). Uzunluk ölçme uzamsal bir niteliği sayısal çoklukla ilişkilendirmeyi içerir, ancak bu ilişkisel düşünme genellikle uzun süreli ve zordur. Soyut bir uzunluk birimini oluşturacak sayısal (sayma ve sıralama) ve uzamsal (bölme-parçalara ayrıma) şemaların koordinasyonu ölçmede işlemsel

düşünme için önemlidir (Barrett vd., 2006). Çocukların ölçme bilgisi ölçmeye dair eylem ve fikirlerinin büyümesiyle ilişkili geometrik ve uzamsal bilginin yorumlanması, tanınması, kaydedilmesi ve yeniden temsil edilmesi için yapılandırılmış şemaları güçlendiren eğitim deneyimleri (örn., gerçekçi karşılaştırma etkinlikleri) yoluyla gelişmektedir. Bu kavramların karmaşıklığı ve genişliği düşünüldüğünde, öğrencilerin ölçme prensiplerini öğrenmelerinin zor ve uzun süreli olmasının şaşırtıcı olmadığı belirtilmektedir (Barrett vd., 2006).

Uzunluk kavramını öğrenme üzerine yapılan araştırmalar, Piaget'in temel çalışmaları ile başlamıştır (Piaget vd., 1960). Piaget uzunluğun bir miktar olarak korunumunun ve geçişli çıkarımın anlaşılmasının, cetvel kullanımı da dahil olmak üzere, birimlerin ve "metrik" ölçümün anlaşılmasının ön şartı olduğunu iddia etmiştir. Çocukların uzunluğu bir nesne veya alınan yol ile doldurulan bir uzay miktarı ve uzaklığı (mesafeyi) da iki obje arasındaki boş uzay şeklinde farklı nicelikler olarak gördüklerini ancak sonrasında bu iki niceliğin denk olduğunu anladıklarını belirtmiştir (Piaget'den aktaran Smith III vd., 2013). Çocukların öncelikle doğrudan karşılaştırma ve görsel kontrol ile karşılaştırmalı karar verdiğini, daha sonra görsel kontrol yeterli olmadığında geçişliliği kullanarak başka bir nesne yardımıyla nesneleri karşılaştırdığını ve sonra yine aynı şekilde üçüncü bir nesne olarak yinelenebilir bir birimi kullanmaya doğru ilerlediğini belirtmiştir. Aynı zamanda cetveli anlamak ve kullanabilmek için uzunluk birimlerini kavramsal olarak anlamanın ön koşul olduğunu belirtmiştir (Piaget vd., 1960). Ancak Piaget'nin sonuçlarını onaylayan çalışmalar olduğu gibi (Kamii & Clark, 1997), Piaget'yi çalışmalarında öğrenci gelişimini açıklayan ve temellendiren zihinsel süreçleri belirtmemesi, ortaya koymaması ve cetvel kullanımına veya sosyal bağlamda uzunluk kavramını öğrenmeye yer vermemesi bakımından eleştiren (Smith III vd., 2013; Stephan, 2003) ve aynı zamanda geçişlilik ve korunumun uzunluk öğrenmede ön koşul rolünü sorgulayan çalışmalar (Hiebert, 1981; 1984) da yer almaktadır.

Kamii ve Clark (1997) 1-5 sınıf aralığında öğrencilere eş parçalardan oluşan ancak farklı uzunluktaymış algısı uyandıran bir T şekli sunmuş ve öğrencilerden uzunluklarını karşılaştırmalarını istemiştir. Öğrencilerin çoğu yanlış cevap vermiştir. Çünkü öğrenciler ne geçişliliği işe koşarak bir araç kullanmayı ne de birim yinelemeyi etkili bir şekilde gerçekleştirebilmiştir. Dolayısıyla Piaget'nin iddialarını destekleyen sonuçlar elde edilmiştir. Kamii'ye (2006) göre geçişliliğin kavramsal olarak anlamlı olabilmesi için birimlerin yinelenmesinden önce yapılandırılması gerekmektedir. Kamii (1991) çalışmasında 2. sınıf öğrencilerinin %72'sinin geçişlilik ilkesine sahip olduğunu -geçişli akıl yürütebildiğini ve birimlerin yinelenmesinin de 3. sınıf öğrencilerinin %55'inin

yapabildiğini gözlemlemiş ve uzunluk öğretiminin 3. sınıfta başlaması gerektiğini belirtmiştir. Ülkemizde yapılan çalışmalar incelendiğinde, Özyürek vd. (2017) ise Piaget'nin kuramında belirtiği uzunluk korunumu becerileri gelişimini 5-9 yaş aralığında 110 çocukla gerçekleştirdikleri nitel çalışmada incelemiştir. Araştırmacılar uzunluk korunumu için 8 yaşın önemli olduğunu ancak bunun çocuk 8 yaşına geldiğinde bu kavramları kazanacağı anlamına gelmediğini belirterek Piaget'nin kuramı ile tutarlı sonuçlar elde edildiğini vurgulamıştır. Hiebert ise 1. sınıflarla yaptığı çalışmasında dolaylı karşılaştırma ve birimlerin yinelenmesi gibi uzunluğa ait bazı becerilerin korunuma ve geçişliliğe bağlı olmadığını rapor etmiştir. Korunuma ve geçişliliğe sahip olmayan öğrencilerin ölçmeye dair çoğu etkinlikte başarılı olabildiğini bulmuştur. Dolayısıyla Hiebert geçişlilik ve korunumun ölçmeyi kavramak için ön şart olma durumunun ölçmeye dair etkinliklere bağlı olduğunu ve çoğu matematiksel beceriyi edinmek için gerekli olmadığını ifade etmiştir. Örneğin bazı 2. sınıf öğrencileri uzunluğun korunumu ilkesine sahip oldukları halde birim büyüklüğü ve ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkiyi anlamlandıramamıştır ya da standart Piaget etkinliklerinde korunumu veya geçişliliği sergileyemese de somut ölçme aktivitelerinden yararlanabilmişlerdir (Hiebert, 1984).

Geleneksel ölçme öğretimi öğrencilerin cetvel gibi ölçme araçlarını kullanmada işlemsel yeterlik kazanmalarını ve öğrencilere uzunluk, alan, hacim ölçümü için formülleri öğretmeyi amaçlamaktadır (Nitabach & Lehrer, 1996). En güncel müfredat ise (örn., Van de Walle vd., 2010, s. 369), öğrencilerin uzunlukları karşılaştırdığı, standart olmayan birimlerle ölçtüğü, manipülatif standart birimlerin kullanımını birleştirdiği ve bir cetvelle ölçtüğü bir dizi önermektedir (Clements, 1999). Bu dizinin temeli Piaget vd. (1960) tarafından ortaya atılan ölçmeye dair gelişim teorisine dayanmaktadır (Clements & Stephan, 2004). Buradaki temel amaç öğrencinin standart birime olan ihtiyacı anlamasıdır. Ancak literatür bu konuda da tartışmalıdır: Öğretimde önce standart olmayan birimlere mi odaklanılmalıdır? Piaget'nin değinmediği bu soruyu araştıran Boulton-Lewis, Wills ve Mutch (1996) çocukların (5-8 yaş) standart olmayan birimlerle ölçmede başarısız olduklarını bulmuşlardır. Erken yaşlarla standart birimlerle ve araçlarla ölçmede, standart olmayan birimlerle yaptıkları ölçmeye göre daha başarılı oldukları sonucuna varan araştırmacılar standart olmayan birimlerin, başlangıçta çocukların uzunluk ölçme eyleminde standartlaştırılmış geleneksel birimlere olan ihtiyacı anlamaları için iyi bir yol olmadığını, standart birimler ve cetvel gibi araçların kullanımın, öğrenciler için daha ilgi çekici ve gerçek hayata uygun, daha anlamlı birer aktivite olduğunu belirtmiştir. Öğretmenleri onları standart olmayan birim kullanımına

teşvik etmelerine rağmen, öğrenciler özellikle de 1. ve 3. sınıf öğrencileri standart cetvel kullanımını tercih etmiştir. Nunes, Light ve Mason (1993) ise çocukların birim ve yineleme gibi fikirleri yeniden inşa etmelerinden önce cetveli anlamlı bir şekilde kullanabildiğini ifade etmiştir. Çalışmalarında 6-8 yaş arası çocuklarla çubuk kullanarak ölçme, cm kullanımı, cetvel kullanımı ve 4 cm'den başlayan kırık bir cetvel kullanımına yer vermişlerdir. Öğrencilerin stratejileri ve kullandıkları dilden anladıkları üzere geleneksel cetvelin, çubuklarla ölçmeye göre öğrencilerin akıl yürütmelerinde daha etkili olduğunu bulmuşlardır. Özellikle cetvelin sağladığı sayısal temsiller yoluyla öğrencilerin kırık cetvelde bile çubukla ölçüme göre daha başarılı olduklarını ve sayıları okuma girişiminde bulunmadıklarını ifade etmişlerdir. Levine vd. (2009) ise 2. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin ayrık (standart olmayan) birimleri cetvelle ilişkilendirmelerini (cetvel üzerine bir cm'lik ayrık birimleri yerleştirme) ve öğrencilerin nesneyi cetvelle hem hizalanmış hem de hizalanmamış bir şekilde ölçümünü yaparak karşılaştırmalarını sağlamışlardır. Böylece öğrencilerin cetvelin ne anlama geldiğini ve nasıl çalıştığı ve aynı zamanda cetveldeki aralıkları anlayabildikleri sonucuna ulaşmışlardır. Nührenbörger (2001) ise, 2. sınıf öğrencilerinin, uzunluk bağlamında somut ve zihinsel araçlar olarak cetvellere dair kendilerine has kavramsallaştırmaları olduğunu göstermiştir. Buna göre cetvel, uzunluk ölçümünün temel fikirlerini ölçmek ve görselleştirmek için bir araç olarak kullanılabilir. Dolayısıyla Piaget'nin cetvel gibi standart araç, birim, sistem kullanımından önce uzunluğun korunumunu yapılandırması gerektiği ifadesinin karşıtı olarak, Vygotsky'nin cetvellerin, çocuklar için uygun olabilecek kültürel araçlar olarak görüldüğü bakış açısını destekler nitelikte çalışmalar da yer almaktadır (örn., Clements, 1999). Nitekim halihazırda seçilmiş ve cetvelde inşa edilmiş geleneksel birimlerin ölçmeyi daha da zorlaştırmadığı aksine kırık cetvel yoluyla bile öğrencilerin sayısal temsillerden yararlandığı ve kendi yeni zihinsel araçlarını inşa ettikleri belirtilmektedir (Nunes vd., 1993).

Bir diğer yandan evrensel olarak öğrencilerin, ölçme eylemlerinin altında yatan kavramsal ilkeleri öğrenmeden, standart ölçüm yöntemlerini (sınıf öğretiminin tipik odak noktası) öğrenmeyi başardıkları ortaya çıkarılmıştır (örn., cetvel kullanımı) (Bragg & Outhred, 2004; Solomon vd., 2015; Stephan & Clements, 2003). Nitekim Clements ve Sarama'ya (2009) göre 6 yaşında bir çocuk cetvel ile ölçüm yapabilmektedir. Barrett vd. (2012) çocuklara aralıklarını saymalarını isteyerek çentikleri göz ardı etmelerini söyleme konusunda öğretmenleri uyarmaktadır. Öğrencilerin çentiklere başvurmaya devam etmelerini ve birimlerle aralıkları ilişkilendirmelerini önermektedirler. Dolayısıyla çentik saymadan

kaçınmak için çentikleri tamamen görmezden gelmekten ziyade iki doğrusal niceliğin ikisini değil, üçünü (nesne boyunca olan çentikler, aralık dizileri ve temel çentiklerdeki sayı etiketleriyle belirtilen sayma dizileri) entegre ederek uzunluk öğrenimini önermişlerdir (Barrett vd., 2012). Ancak literatürde geleneksel ölçme öğretimindeki yalnızca cetvel kullanımından, standart birimlerin kullanımından ve birbirine çevrilmesinden ziyade, anlamlı bir şekilde tahmine ve ölçmeye yön veren kavramsal yapı taşlarının geliştirilmesi gerektiği, ölçmenin altında yatan kavramsal kavrayışların öğrencilere edindirilmesi gerektiği vurgulanmaya başlamıştır (Stephan & Clements, 2003; Smith vd., 2011). Aynı zamanda uzaklıkların korunumunun, geçişlilik ve birimlerin yinelenmesi becerilerinin geliştirilebilmesi için önemli olan uzunlukların karşılaştırılması etkinliklerinin "Kalemin uzunluğu kaç çubuk uzunluğundadır?" gibi sorulardan ziyade öğrencilerin geçişlilik ve uzaklıkların birikimi gibi zihinsel aktivitelerini geliştirecek "Kapı masanın geçebilmesi için yeterince geniş midir?" gibi dolaylı karşılaştırma etkinliklerine öğrenciler yönlendirilmelidir (Kamii, 2006). Nitekim Barrett ve Clements'e (2003) göre ölçme anlamını gerçek nesneleri karşılaştırmadan almaktadır. Öğrencilerin doğrusal nesneleri ölçme şemaları karşılaştırmalar gerçekçi durumlara dayandırıldığında daha sofistike hale gelmektedir. Gerçek hayatlarından fotoğraflarla ölçmeyi örneklendirmeleri istendiğinde 5 ve 6 yaş okul öncesi öğrencilerinin günlük hayatta ölçmeye ait en çok gözlemledikleri karakteristiğin karşılaştırma olduğu görülmüştür (MacDonald, 2012). Dolayısıyla araştırmacıların bu düşünceleri doğrulanmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin fotoğrafları ölçmeye ait karakteristiklerden standart birimleri tanıma ve kullanmayı da içermiştir (MacDonald, 2012). Dolayısıyla standart olmayan birimlerden ziyade standart birimlerle onlara günlük hayatları için anlamlı gelecek şekilde öğretime başlanılması iddialarına da destek niteliğinde bir sonuçtur.

Cetvel kullanımına dair bilgi, çocukların aralıkları (birimler), bu birimleri saymak ve belirtmek için kullanılan işaretleri, bu saymalarla ilişkili toplam uzaklığı ve cetvel üzerindeki sayısal işaretleri koordine etmelerini gerektirmektedir (Barrett vd., 2012). Cetveli uzunluk ölçme aracı olarak anlamak, eş birimlerden oluştuğunu anlamayı, çentiklerin birimlerin başlangıç ve bitiş noktalarını belirttiğini ve herhangi bir birime ait çentiğin uzunluk ölçümünde sıfır noktası olarak hizmet edebileceğini anlamayı içermektedir (Smith III vd., 2013). Ancak öğrencilerin cetveli doğru bir şekilde kullanabilmesi onların cetveli kavramsal olarak anladığını göstermemektedir. Nitekim öğrencilere sıfırdan başlatılmadan verilen bir nesnenin uzunluğu sorulduğunda ya da sıfır kısmı kırılan bir cetvelle ölçüm yapmaları

istendiğinde, literatürde iki yaygın hata gözlemlenmiştir: aralıkları değil cetvel üzerindeki çentikleri saymak ve sıfırdan başlayıp başlamadığını dikkate almaksızın nesnenin bitiş noktasında denk gelen çentiğin sayısını uzunluğu olarak ele almak gibi (Bragg & Outhred, 2004; Hiebert, 1984). Bu hatalar 5 ve 6. sınıf öğrencilerinde dahi gözemlenebilmiştir (Bragg & Outhred, 2004). Özellikle NAEP ve TIMSS gibi uluslararası çalışmalarda kırık cetvel üzerinde yerleştirilmiş bir kürdanın uzunluğunu veya cetvel üzerinde yerleştirilmiş doğrusal olmayan bir eğrinin uzunluğunu öğrencilerin yarısından fazlası yanlış yanıtlamış ve belirtilen hataları yapmışlardır (Blume, Galindo & Walcott, 2007). Solomon vd. (2015) öğrencilerin nesnenin cetvel üzerinde bitiş noktası olan son sayıyı okuma ve çentikleri sayma stratejilerinin neye bağlı olduğunu anlamaya çalışmış ve cetveldeki yazıların son sayıyı okuma stratejisine sebep olduğu düşünülse bile, cetveldeki sayılar silindiğinde öğrencilerin bu seferde çentik saymaya odaklandığı gözlemlemiştir. Bu durum cetveldeki sayıların, Stephan ve Clements (2003) tarafından iddia edildiği gibi birimlerin daha iyi anlaşılmasını gölgelemediğini, öğrencilerin temeldeki probleminin cetveli ve birimlerini kavramsallaştıramamak olduğunu göstermektedir. Nitekim bu hataların sebebinin öğrencilerin (ilköğretim ve ortaöğretim) cetvel üzerindeki çentiklerin, sayıların ne anlama geldiğini ve bu çentik ve sayılar arasındaki ilişkileri anlamamalarından kaynaklandığı söylenebilir. Solomon vd. (2015) öğrencilerin ölçmeyi anlamada yaşadıkları zorluklardan en kritik olanının cetvel üzerindeki uzamsal aralıkları ölçmenin ilgili birimi olarak kavramsallaştırma olduğunu ifade etmiştir. Aralıklar ve çentikler sayılarak da doğru ölçüm sonucuna ulaşılabildiğinden, öğrencilerin aslında ne sayılarak sonucun elde edildiğini anlaması önemlidir (Bragg & Outhred, 2004). Steffe ölçülebilir miktarlar üreten eylemlerle, sayılabilir miktarlar üreten eylemlerin biribirinden farklı olmadığını dolayısıyla saymanın özel bir ölçüm şekli olduğunu belirtmiştir (s. 190). Barrett ve Clements (2003) bu düşünceden yola çıkarak bir cetvelin ayrık ve süreklinin birleşimini ve aralarındaki oranı tanımlamak yoluyla bir nesnenin bir diğeri boyunca yinelenmesini temsil ettiğini belirtmiştir. Dolayısıyla çeşitli cetveller inşa etmek ve kullanmak, sürekli ve ayrık miktar arasındaki farkı destekleyebilmektedir (Barrett & Clements, 2003). Bu bağlamda öğrencilere kendi cetvellerini inşa ettirmek yararlı bir aktivite olacaktır (Van de Walle vd., 2010, s.356). Böylece kendi cetvellerini yapmak için manipüle edilebilir birimler kullanmak çocukların deneyimlerini ve fikirlerini ilişkilendirmelerine yardımcı olmaktadır (Clements, 1999). Ayrıca öğretmenler ayrık sayılar yerine uzunlukları numaralandırmak gibi cetveldeki sayıların anlamına odaklanmalıdır (Van de Walle vd., 2010, s. 365).

Aynı zamanda öğrencilerin, ölçtükleri nesneler boyunca fiziksel olarak (yürüme veya izleme) hareket etmelerine, doğrusal bir yol boyunca artan hareketleri sayma ve yolun parçalarını sayma arasındaki farkı ayırt etmelerine yardımcı olunması gerektiği ve çevre ve kenarlar arasındaki parça-bütün ilişkilerinin vurgulanması için ölçme aktivitelerinin kayıtları olarak çizimler yapmalarının ve etiketlemelerinin sağlanması gerektiği önerilmiştir (Barrett & Clements, 2003).

Çalışmalardan bazıları uzunluk, alan ve hacim niteliklerini birlikte ele almaya odaklanmıştır (Curry, Mitchelmore, & Outhred, 2006; Curry & Outhred, 2005). Curry ve Outhred (2005) öğrencilerin uzunluk, alan ve hacim ölçümlerini anlamalarının 1. sınıftan 4. sınıfa kadar geliştiğini doğrulamıştır. Genel uzunluk-alan-hacim sırası doğrulanmış olsa da, öğrencilerin uzunluğu ölçebildikleri benzer bir birim yineleme eylemiyle, hacmi de doldurarak ölçebildikleri ve uzunluk ölçmenin alan için ön koşul olmadığı belirlenmiştir. Yine de literatürde uzunluk birimini anlamanın alan ve hacime ait birimleri yapılandırmak için önemli olduğu belirtilmektedir (Gravemeijer vd., 2016).



Şekil 2. Kapalı cetvel etkinliği

Barrett vd. (2011) ise uzunluk, alan ve hacim kavramlarını bir arada ele alarak birim kavramının kavramsal temellerine odaklanmayı amaçlamıştır ve nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkilerin birim kavramının gelişimine katkısının olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerden bir doğru parçasını bir birim olarak belirlemelerini ve birimsel parçalar kümesini çentiklerle ya da sayı etiketleriyle ilişkilendirmelerini beklemişlerdir. 7-8 yaşındaki (2. sınıf seviyesi) öğrencilere Kapalı Cetvel şeklinde isimlendirdikleri bir etkinlik sunan Barrett vd. (2011) etkinlikte bir cetvelin ortasına kurdeleyi kaç birim olduğu gözükmeyecek şekilde koymuş (Şekil 2) ve öğrencilerden kurdelenin uzunluğunu ölçmelerini istemişlerdir. Öğrenciler bu noktada sayılara odaklanarak çözmek zorunda kalmıştır. Öğrenciler birimleri temsil etmek amacıyla çubukları veya parçaların toplamını ve yineleme eylemini içeren çeşitli yolları öğrenmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin ölçerken görsel ve sayma motor eylemlerini bütünleştirmelerini amaçlamışlardır (Barrett vd., 2011). Bununla birlikte öğrencilerin cetveldeki birimleri somut nesnelerle ya da doğru parçalarıyla temsil etmek ve yineleme eylemini kendi hareketleriyle gerçekleştirmek zorunda

kalmalarının, cetveldeki çentikleri, sayıları, birimleri ve yineleme eylemini anlamlandırmalarına ve böylece cetveli ve cetvelle yapılan ölçme eylemini anlamlandırmalarına katkısının olduğu düşünülebilir. Feza-Piyose (2012) ise Clements ve Sarama'nın uzunluk kavramına yönelik öğrenme yol haritalarını kullanarak 5. sınıf öğrencilerinin düşünme seviyelerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Çalışmasında elde edilen bulgular, öğrencilerin anadilinin matematik öğrenme sürecini zenginleştiren bir psikolojik araç olduğunu, öğrenme yolunun öğrencilerin öğrenme süreçlerini dil ile analiz etmede yardımcı olduğunu ve zayıf sayı gelişiminin uzunluk ölçümü kavramlarını öğrenmede soyutlamayı engellediğini ortaya koymuştur. Özellikle anadilin sayı ve uzunluk kavramlarını kavramsallaştırmada önemli olduğunu vurgulamıştır (Feza-Piyose, 2012). Nitekim Barrett ve Clements (2003) birim özelliklerinin sözel olarak sınıf ortamında açıkça konuşulması gerektiğinden söz etmektedir. Benzer şekilde Güven ve Argün (2018) günlük hayatta ve öğretimde kullanılan dilin uzunluk öğrenme açısından önemli olduğunu vurgulamıştır. Aynı şekilde Clements (1999) sınıf tartışmalarının "Ne sayıyorsunuz?" sorusuna odaklanması gerektiğini belirtmektedir. Bu bağlamda ikinci veya üçüncü sınıfta, öğretmenler standart birimlere olan ihtiyacı ve birimlerin büyüklüğü ile ölçüm sonucu arasındaki ilişkiyi tanıtabilir. Birim büyüklüğü ve sayısı, standart birimlere olan ihtiyaç ve ek ölçme araçları arasındaki ilişki incelenebilir (Clements & Sarama, 2007).

Uzunluk kavramına dair yapılan çalışmalar özetlenecek olursa; çalışmaların öğrenci başarısını analiz eden büyük ölçekli çalışmalar (Bizzaro, Giofrè, Girelli & Cornoldi, 2018; Boulton-Lewis vd., 1996; Bragg & Outhred, 2004; Casey vd., 2011; Curry vd., 2006; Kamii & Clark, 1997; Kayhan & Argün, 2014); az sayıda öğrencinin uzunluk kavramına dair düşünme ve öğrenmelerini derinlemesine inceleyen nitel çalışmalar (Herendiné-Kónya, 2015; Feza-Piyose, 2012; Nührenbörger, 2001; Outhred & McPhail, 2000) ve uzunluk kavramına dair farklı öğretim stratejileri sonucu öğrenci gelişimini inceleyen çalışmalar (Barrett & Clements, 2003; Boulton-Lewis vd., 1996; Levine vd., 2009), öğretim programlarını uzunluk kavramı öğretiminin ele alınışı bağlamında inceleyen çalışmalar (Smith vd., 2008; Tan-Sisman & Aksu, 2012) şeklinde sınıflanabileceği görülmektedir.

Aynı zamanda yapılan çalışmaların öğrencilerin uzunluğun durağan ve ölçülebilir bir nicelik olduğunu anlama, manipüle edilebilir uzunluk birimlerini anlama (Boulton-Lewis vd., 1996; Levine vd., 2009), cetvelin yapısını anlama (Dietiker, Gonulates, & Smith III, 2011; Levine vd., 2009; Solomon vd., 2015) ve karmaşık yolları (eğrileri) ölçmede (örn. Clements, Battista, Sarama, Swaminathan & McMillen, 1997) yaşadıkları zorlukları ortaya çıkardığı

ve temelde bu dört temadan oluştuğu düşünülebilir (Smith III vd., 2013). Uzunluğun farklı temsillerine dair kavrayışların incelendiği çalışmalar az sayıda olsa da yer almaktadır (Güven & Argün, 2018; Saraswathi, 1989). Literatürde uzunluğun farklı birer temsili olarak en, boy ve yükseklik kavramına odaklanan, doğrudan bu kavramlara dair kavrayışları inceleyen çalışmalar az sayıdadır, nitekim MEB tarafından hazırlanan öğretim programında uzunluğun farklı birer temsili olarak en, boy ve yükseklik kavramlarına değinilmemektedir (MEB, 2013a). Genellikle boyut kavramının incelenmesinde (Paksu, Musan, İymen, & Pakmak, 2012; Ural, 2011) ve hacim ve alan formüllerinin anlamlandırılmasında öğrencilerin en, boy ve yüksekliği dikkate alıp almadığı incelenmiştir (Ebersbach, 2009). Daha özel olarak ise yükseklik kavramı geometrik bir kavram olarak araştırılmıştır (Gutiérrez & Jaime, 1999; Gürefe & Gültekin, 2016; Hershkowitz, 1987).

Uzunluk öğrenme üzerine yapılan çalışmalarda uzunluk öğreniminde öğrencilerin yaptıkları hatalar incelenirse; öğrencilerin cetvelle ölçmede 0 yerine 1'den başladıkları (Kamii, 1995); basit uzunlukları ölçerken farklı büyüklükteki birimleri karışık kullandıkları (Clements & Sarama, 2009), 9-13 yaş grubunun birimleri yinelemede boşluklar bıraktıkları veya birimleri üst üste bindirdikleri (Hiebert, 1981), birimleri yetersiz olduğunda uzunluk ölçümünü tamamlayamadıkları (Bragg & Outhred, 2004) veya cetveli yanlış hizalama (Bragg & Outhred, 2004; Stephan & Clements, 2003), cetvel ya da ölçek üzerindeki aralıklar yerine çentikleri veya sayıları sayma (Bragg & Outhred, 2004; Kamii, 1995; Solomon vd., 2015; Stephan & Clements, 2003), sıfır noktasını anlamama (Dietiker vd., 2011), cetvelle yapılan ölçümde nesnenin yalnızca bitiş noktasına odaklanma (Bragg & Outhred, 2004), veya da nesneyi cetvelin köşesiyle hizayalarak ölçme (Kamii, 1995), birimleri yinelemede üst üste bindirme, birimler arasına boşluklar bırakma, eş olmayan birimleri kullanma (Bragg & Outhred, 2004); uzunluk birimlerini diğer ölçüm birimleri ile karışık kullanma (Szilagyi vd., 2013), çevre ve alan kavramlarını birbirine karıştırma (Tan-Sisman & Aksu, 2012) şeklinde gözlemlenmiştir. Bunlara ek olarak öğrencilerin birimleri yinelerken birimler arasına parmaklarını koydukları (Szilagyi vd., 2013); ve kullanılan dilin uzunluk ölçme kavrayışını etkilediği (Güven & Argün, 2018) de bulunmuştur.

Ülkemizde yapılan çalışmalar incelendiğinde, ikinci sınıf öğrencilerinin standart birimlere dair algılarının incelendiği ve öğrencilerin metreyi hem birim hem de uzunluk ölçmek için bir araç olarak algıladıkları ortaya çıkmıştır (Yenilmez & Pargan, 2008), benzer şekilde 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin cetvel ve nesne yanlış hizalanmış bir şekilde (cetvelin sol ucuyla hizalanmadan verilen bir nesnenin) yerleştirildiğinde doğru ölçüm yapamadıkları

belirtilmiştir (Kayhan & Argün, 2014). Yedinci sınıf öğrencilerinin ise cetvelle ölçmeye sıfır yerine 1'den başladıkları, aralık yerine çentikleri ya da cetveldeki sayıları saydıkları, cetveldeki son sayıyı her zaman ölçüm sonucu olarak ele aldıkları, uzunluk ölçümünde birimleri karışık kullanabildikleri ve niteliğe uygun birim seçiminde problemler yaşadıkları görülmüştür (Şişman & Aksu, 2009).

Çevre kavramına dair yapılan çalışmalarda ilkokul öğrencilerinin (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006; Marchett, Medici, Vighi, & Zaccomer, 2005; Şişman & Aksu, 2009), 10. Sınıf öğrencilerinin (Machaba, 2016); öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının (Ball, 1988; Livy, Muir, & Maher, 2012; Reinke, 1997; Yenilmez & Çiftçi, 2014) alan ve çevre kavramına dair yeterli kavramsal anlamaya sahip olmadıkları ve aralarındaki ilişkiye dair çeşitli yanılgılara sahip oldukları belirtilmiştir (Marchett vd., 2005; Marshall, 1997; Murphy, 2012; Livy vd., 2012; Şişman & Aksu, 2009). Çevre kavramına dair yanılgıların, çevrenin ve alanın korunumu (Murphy, 2012) ve çevre ölçümünde uygun olmayan birim seçimini (Yeo, 2008) içeren problemler olduğu görülmüştür. Çevre kavramının alan kavramı ile karıştırılması (çevre için alan hesaplama, alan için çevre hesaplama (Cavanagh, 2007), çevrenin en x boy şeklinde tanımlanması (Machaba, 2016), birbirlerinden kavramsal olarak ayırt edilememesini (Machaba, 2016; Marshall, 1997; NAEP, 2007; Reinke, 1997), çevre ve alanın korunumu yani aynı çevreye sahip şekillerin aynı alana sahip olduğu düşüncesini (Murphy, 2012), çevre ve alan arasında doğrusal bir ilişkinin olduğu düşüncesini (çevre arttıkça alan artar) (Ball, 1988; D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006; Marchett vd., 2005; Outhred & Mitchelmore, 2000) içermiştir. Aynı zamanda bu iki niteliğin karıştırılmasının ölçmede ele alınan birimler bağlamında da gerçekleştiği belirtilmiştir (D' Amore & Fandiño Pinilla, 2006; Şişman & Aksu, 2009; Yeo, 2008). Literatürde bu karışıklıkların sebebinin öğrenenlerin alan ve çevre kavramına dair yeterli kavrayışlara sahip olmamaları (Machaba, 2016), öğrencilere alan ve çevre hesaplama formüllerinin kavramsal anlamaya yer verilmeden doğrudan birlikte verilmesi olduğu belirtilmiştir (Van de Walle vd., 2010, s. 364) ki öğrenciler hem formülleri karıştırmış hem de kavramsal olarak alan ve çevreyi ayırt edememişlerdir. Van de Walle vd. (2010, s. 365) bu karışıklığın sebeplerinden birinin alan ve çevrenin de ölçmeyi içermesi olabileceğini belirtmektedir. Benzer şekilde öğretmen adaylarından birçoğunun şekillerin çevre ve alanlarını formül kullanmadan bulmak için aynı stratejiyi geliştirdikleri ve yanlış bir şekilde hesapladıkları görülmüştür (Reinke, 1997). Yeo'nun (2008) çalışması 4. sınıfta çevre kavramının alan kavramı ile birlikte oldukça derin bir şekilde ele alınabileceğini göstermiştir.

Ölçme alanında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin gelişimsel özelliklerini tanımlayan çalışmalar az sayıdadır (Cawley vd., 2009). Cass vd. (2003) öğrenme güçlüğüne sahip ortaöğretim öğrencileriyle alan ve çevre konularında problem çözme becerileri üzerine somut manipülatif materyallerden yararlanarak bir öğretim gerçekleştirmişlerdir. Temelde somut manipülatif materyallerin etkisini inceledikleri bu çalışmada Cass vd. (2003) yaptıkları öğretim sonucunda öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin basit seviyede temel alan ve çevre ile ilgili problemleri çözebildikleri sonucuna ulaşmışlardır. Ancak aslında yapılanın kavramsal olarak alan ve çevrenin farkına değinmekten ziyade alan ve çevre hesaplamak olduğu söylenebilir. Bu çalışmada alan ve çevre öğretiminde somut manipülatiflerin (örüntü blokları, cebir karoları, kesir çubukları gibi) öğretime desteğinin, öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları çeşitli şekillerin alan ve çevresini hesaplamada doğru süreçleri (aritmetik işlemler, orantı, denklik, şekillerin özelliklerine dair kavramsal anlama) uygulamasını sağladığını belirtmişlerdir. Benzer şekilde Satsangi ve Bouck (2015) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere alan ve çevre öğretiminde manipülatif kullanımı üzerine çalışmıştır. Ancak Cass vd. de (2003) olduğu gibi bu çalışmada da kavramsal olarak alan ve çevre kavramlarının nitelikleri tanıma boyutuna değil yalnızca hesaplanması boyutuna odaklanılmıştır.

2.4.2.1. Clements ve Sarama'nın Uzunluk Kavramına Ait Öğrenme Yol Haritası

Clements ve Sarama (2009) ve Sarama ve Clements (2009) çalışmalarında 2-8 yaş arası çocukların uzunluk kavramına dair öğrenme yol haritalarını ortaya koymuştur. Clements ve Sarama (2009) aynı yol haritasının gelişime ait ilerleme ve öğretim etkinlikleri dizisini sunarken; Sarama ve Clements (2009) gelişime ait ilerleme ve bu ilerlemeyi ayrıntılandıran ve açıklayan nesneler-kavramlar üzerindeki eylemleri sunmuştur. Literatürde uzunluk kavramı öğrenimi ve öğretimine yönelik çalışmalar incelendiğinde, bu öğrenme yol haritalarını konu alan çalışmalar görülmektedir (örn., Feza-Piyose, 2012, Sarama vd., 2011). Örneğin Sarama vd. (2011), uzunluk ölçmeye dair bu öğrenme yol haritasını özellikle gelişime ait ilerlemeye odaklanarak 4 yıllık boylamsal bir çalışma ile sınıf gözlemleri, klinik görüşmeler ve öğretim deneyleri yoluyla değerlendirmiş ve yol haritası üzerinde düzeltmelerde bulunmuştur. Çalışma sonucunda elde ettikleri öğrenci gelişimlerinin orijinal öğrenme yol haritası ile tutarlı olduğunu bulmuşlardır. Ancak doğrudan olmayan karşılaştırma ve kelimelerin rolüne dair bazı düzenlemelere gidilmiştir. Sarama vd. (2011) aynı öğrenme yol haritasının öğrencinin gelişime ait ilerleme bileşenini 4 yıllık boylamsal

bir çalışma ile yeniden gözden geçirirken ve düzenlerken; Szilagyi vd. (2013) okul öncesinden 2. sınıfa kadar olan öğrencilerle kesitsel bir çalışma yaparak aynı öğrenme yol haritasının gelişime ait ilerleme bileşenini değerlendirmiştir. Aynı şekilde Feza-Piyose (2012), da aynı yol haritasını farklı bir ırktan gelen öğrencilere uyguladığında benzer ilerlemeyi görmüş ve bununla birlikte anadilin ve öğrencilerin özellikle sayılar öğrenme alanına dair hazırbulunuşluklarının uzunluk kavramını öğrenmedeki etkisini vurgulamıştır. Barrett vd. (2012) ise aynı öğrenme yol haritasının öğretime ait etkinlikler dizisinin tutarlılığını kontrol etmek ve güçlendirmek için 8 öğrencinin 2. sınıftan 3. sınıfa kadar olan öğrenme süreçlerine dair değerlendirme ve geliştirme çalışmaları yürütmüşlerdir.

Clements ve Sarama (2009) çocukların 5 yaşında (seviye- 6'ya Kadar Serileri Sıralar) verilen nesneleri uzunlukları bakımından sıralayabileceğini ancak bu nesnelerin 6 adet ile sınırlı olduğunu belirtir. 6 yaş civarında (seviye- Uç Uca Uzunluk Ölçer) çocukların birimleri uç uca ekleyebileceğini ancak eş birime ihtiyacı anlamlandıramayabileceğini belirtmiştir. Ölçme sonuçlarını karşılaştıma durumlarında kullanabilme becerisi bu seviyeden sonra veya seviyenin sonlarına doğru kullanılmıştır. Çocuk 7 yaşında (seviye- Uzunluk Birimi İlişkinlendirici ve Tekrarlayıcı) tek bir birimin tekrarlı kullanımıyla yineleyerek ölçüm yapmıştır ancak başlarda yinelemeyi doğru bir şekilde yapamayabilmiştir. Öğrenci birimin büyüklüğü ile birim sayısını açık bir şekilde ilişkilendirmiştir (ancak karşılaştığı her durumda eş birim kullanımına olan ihtiyacı gerekli görmeyebilmiştir). Öğrenci bütünün uzunluğunu elde edebilmek için iki uzunluğu toplayabilmiştir. Ölçme için tek bir birimi yineleyebilmiştir. Farklı birimlerin farklı ölçüm sonuçları vereceğini anlamış ve en azından sezgisel olarak veya bazı durumlarda eş birimlerin kullanılması gerektiğini kabul etmiştir. Minimal yardımla cetveli kullanmıştır. Çocuk 8 yaşında (seviye- Uzunluk Ölçer) bir yolun uzunluğunun, onun parçalarının toplamı kadar olduğunu bilmektedir (başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olarak değil). Eş birimlere ihtiyacı, farklı birimler arasındaki ilişkiyi, birimlerin parçalanmasını, cetvelde sıfır noktasını, ve uzaklıkların birikimini bilerek ölçümler yapmıştır. Tahmin etmeye başlamıştır. Aynı yaşta bir üst seviyede (Kavramsal Cetvel Ölçer) içsel bir ölçüm aracına sahip olmuştur. Zihinsel olarak bir nesneyi hareket ettirmiş, parçalara ayırmış ve parçaları saymıştır. Ölçümler üzerinde aritmetik işlemler yapabilmiştir. Doğru bir şekilde tahminlerde bulunmuştur (Clements & Sarama, 2009).

2.4.2.2. Ülkemiz Öğretim Programında Uzunluk Kavramı

Bu başlık altında uzunluk kavramına ait ilgili literatür ve uzunluk öğrenme yol haritaları bağlamında ülkemiz ulusal öğretim programında uzunluk kavramının ele alınışı incelenmiştir. Ülkemiz öğretim programında (MEB, 2013a) uzunluk kavramı 1. sınıf seviyesinden 3. sınıfa kadar yer alırken; 3. ve 4. sınıfta çevre kavramına yer verilir. 5. sınıfta uzunluk ölçülerini tanıma, dönüştürme ve çokgenlerin çevre uzunluklarını hesaplama ile uzunluk ölçme öğrenme alanı sonlandırılmaktadır. Benzer şekilde Amerika ve Singapur müfredatlarında uzunluk kavramı öğretimi 3. sınıftan önce başlar, 1 ve 3. sınıflar arasında özellikle işlemsel bilgi bağlamında ele alınır. Uzunluk kavramının anlaşılmasında önemli olan birimlerin yinelenmesine her iki müfredatta da minimal yer verilmiştir (Lee & Smith, 2011). Öğretim programı uzunluk kavramına ait karakteristikler bağlamında ele alınırsa;

Niteliği tanıma karakteristiği bağlamında öğrencilerden nesnelerin ve şekillerin uzamsal niteliklerini (uzunluk, alan ve hacim) ayırt etmeleri ve tanımlamaları (Bkz: K.LAV.A) ve iki nesneyi söz konusu nitelik bakımından dolaylı olarak başka bir nesne ile temsil ederek karşılaştırmaları ve sonrasında iki nesneyi doğrudan karşılaştırmaları beklenmektedir (Bkz: K.LAV.B). Bu beklentiler okul öncesinden itibaren geçerlidir (CCSM, 2010[1]; Clements & Sarama, 2009; MEB, 2013b; NCTM, 2006;). Niteliği tanıma karakteristiğine dair standartlar ve kazanımlar nesnelerin ölçülebilen tüm niteliklerine yöneliktir. Öğrenci iki nesnenin uzunluklarını doğrudan ve dolaylı olarak karşılaştırabilmeli ve birden fazla nesneyi uzunluklarına göre sıralayabilmelidir. Daha uzun, daha kısa nitelemelerini anlamlandırabilmeli ve kullanabilmelidir. MEB'de (2013a) uzunluk niteliğini tanımaya ilişkin "M1.3.1. Nesneleri uzunlukları yönünden karşılaştırır ve sıralar" kazanımı yer alır. Bu kazanım açıklamasıyla birlikte belirtilen bu noktaları işaret etmektedir. Ancak Clements ve Sarama (2009) tarafından belirlenen öğrenme yol haritasında değinilen, belirtilen bir yolun uzunluğunun, başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olarak değil, onun parçalarının toplamı kadar olması durumu yani uzaklıkların birikimine ve aynı zamanda doğrusal olmayan nesne veya eğrilerin uzunluklarının ölçülmesine, bu ölçümde dolaylı karşılaştırmanın rolüne öğretim programında değinilmemiştir.

[1] Öğrenme yol haritalarının öğretime ait temellerin organize edilmesi için bir çerçeve sunduğunu ifade eden Confrey (2012) ve Confrey vd. (2011) çalışmalarında, Amerika'nın 45 eyaletinde okul öncesinden 8. sınıfa kadar uygulanan Matematik standartlarının (Common Core State Standards for Mathematics (CCSM), 2010) tamamını kapsayacak şekilde 18 öğrenme yol haritası yapılandırmıştır (Bkz: http://www.turnonccmath.net). Bu çalışma öğrenme yol haritalarını standartlar içinde yansıtma fırsatı bularak, araştırma tabanlı öğrenme süreçlerini matematik öğretiminin organize edilmesi sürecine katabilmektir. Confrey vd. (2011) ve Confrey (2012) standartları inceleyerek yapılandırdıkları öğrenme yol haritalarına uygun şekilde ilgili sırayı gözeterek yeni standartlar eklemişlerdir.

Niteliği tanıma karakteristiğinin bir diğer bileşeni niteliğin farklı temsillerini tanımadır (Outhred vd., 2003). Uzunluk niteliği bağlamında öğrencilerin bu niteliğin farklı temsilleri olarak en, boy, yükseklik, genişlik, derinlik, çevre, kalınlık ve uzaklık (mesafe) kavramlarını tanımaları beklenmektedir. Öğrenciler bu temsilleri nesneler üzerinde tanıyabilmeli ve uzunluk ölçümü olduğunu bilmelidirler. Ancak uzunluk niteliğini ve uzunluğun farklı temsillerini tanımaya yönelik öğretim programında herhangi bir kazanımın yer almadığı görülmektedir (MEB, 2013a; 2013b). Uzunluk niteliğinin temsillerinden biri olan çevre kavramına yönelik 3. sınıf düzeyinde "M3.3.6. Nesnelerin çevrelerini belirler" kazanımı yer almaktadır. Bu kazanım her ne kadar niteliğin farklı bir temsili olarak çevreyi tanımaya odaklanmasa da çevreyi belirleme esnasında öğretmenin rehberliğiyle öğrencinin çevrenin uzunluğun bir temsili olduğunu anlamasına yardımcı olabilir. Öğretim programında aynı çevre uzunluğuna sahip farklı geometrik şekillerin oluşturulmasına yönelik kazanım 4. sınıf düzeyinde yer almaktadır (MEB, 2013a). Çevre kavramı programda nesnelerin çevrelerinin belirlenmesi ile başlamakta ve şekillerin çevre uzunluğunun belirlenmesi ile devam ederek; kare ve dikdörtgen üzerinde çevre ve kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin incelenmesinin ardından aynı çevre uzunluğuna sahip farklı geometrik şekillerin oluşturulmasına odaklanılmakta ve çevre hesaplamaya yönelik problemlerle devam edilmektedir (MEB, 2013a). Benzer şekilde CCSM'de (2010) de öğrencilerin 3. sınıf seviyesinde çevre kavramını ölçülebilir bir nitelik olarak kavrayabildikleri ve çevreyi içeren problemleri çözmek için uygun birim, araç ve stratejileri seçebildikleri belirtilmiştir (CCSM, 2010). Benzer şekilde NCTM standartlarında da çevre kavramının alan kavramı ile birlikte öğretimine 3. sınıftan itibaren başlanılmaktadır, öğrencilerden 3. sınıftan 5. sınıfa kadar düzenli olmayan şekillerin çevrelerini hesaplamak için stratejiler geliştirmeleri ve uygun birim ve araçları belirlemeleri beklenmektedir (NCTM, 2000). Uygun birim seçiminde ileride de tartışılacağı üzere uzunluk niteliğinin dikkate alınması önemlidir. Dolayısıyla temelde çevrenin düzlemde veya uzayda yer kaplama özelliğinden farklı olduğunun fark edilmesi önemlidir. Ancak öğretim programında uygun birim seçimine değinilmemiştir.

Geçişlilik ilkesine birinci sınıfta değinilmektedir. "M1.3.1. Nesneleri uzunlukları yönünden karşılaştırır ve sıralar" kazanımının açıklamalarında en az üç nesnenin uzunlukları yönünden karşılaştırılması ve geçişlilik düşüncesinin gelişimine dikkat edilmesi gerektiği ifade edilmektedir (MEB, 2013a). Müfredat odak noktalarında ise ikinci sınıf seviyesinde geçişliliğin anlamlandırılması tavsiye edilmektedir (NCTM, 2006). Ortaokul ve okul öncesi öğretim programlarında doğrudan niteliklerin korunumu ilkesini içeren veya bu ilkeyi hedef

alan bir kazanıma rastlanmamıştır (MEB 2013a; 2013b). Yalnızca 2. sınıf seviyesinde "M2.3.1. Standart olmayan farklı uzunluk ölçü birimlerini birlikte kullanarak bir uzunluğu ölçer ve standart olmayan birimin iki ve dörde bölünmüş parçalarıyla tekrarlı ölçümler yapar" kazanımı yer almaktadır. Açıklaması "Öğrencinin kâğıttan yapılmış bir şeritle yaptığı ölçümü, aynı şeridin yarısı ve dörtte biri ile tekrarlaması istenir" olan kazanımın bu prensibi fark ettirmek için işe koşulup koşulmayacağı öğretmenlerin bilgi ve becerilerine kalmaktadır. Bu prensibe dair kazanımlar ve standartlar diğer ülke programlarında da ikinci sınıf seviyelerinde (CCSM, 2010, Bkz: 2.MD.2 ve 2.LAV.B) yer almaktadır.

Eş birimlerin kullanımı konusunda; CCSM'de (2010) birinci sınıf düzeyinde eş birimlere vurgu yapan bir kazanım yer alırken (1.MD.2), ülkemiz öğretim programında bu karakteristiği doğrudan hedef alan veya vurgulayan bir kazanım bulunmamaktadır. M2.3.1. kazanımına ait "Bir uzunluğun aynı birimin daha küçük parçalarıyla ifade edilebileceği fark ettirilir" açıklaması gereğince, kazanım eş birim bilgisinin kullanımını gerektiren bir kazanım olarak ele alınabilir. Aynı zamanda birimlerin birimleri ile ölçümler söz konusu olduğundan uzunluğun sürekliliği ve birimler arasındaki parça-bütün ilişkisi yoluyla yine uzunluğun sürekliliği ve ölçülen nesne ile birim arasındaki parça-bütün ilişkisini hissettirme bakımından önemli bir kazanımdır. Ancak bu durum, öğretmenlerin kazanımı anlama ve yorumlamalarına göre değişecektir. Ülkemiz öğretim programında birinci sınıf düzeyinde birimlerin yinelenmesi söz konusudur. M1.3.2 kazanımında[2] yinelemenin eylemsel boyutu vurgulanmıştır, uzunluklar arasındaki ilişki ve bütünün bir parçası olma fikrine dair herhangi bir ima yoktur. Aynı zamanda birimlerin eş olmasına ve uygun birim seçimine dair bir vurgu da yer almamaktadır. CCSM'de (2010) eş birime ve birim kavramına vurgu yer alırken, öğretim programında standart olan ve olmayan araca vurgu yer almaktadır. Clements ve Sarama'ya (2009) göre 6 yaşında çocuk birimleri uç uca ekleyebilmiştir ancak sonuçları bir karşılaştırma için değerlendiremeyebilmiştir. 7 yaşında çocuk bir birimin tekrarlı kullanımı ile ölçüm yapabilmiş ancak böyle bir yinelemede çok dikkatli ve hassas davranmayabilmiştir. Öğretim programında 1. sınıf düzeyinde birimlerin yinelenmesinde birimlerin yinelenmesi eyleminin nasıl gerçekleştirilmesi gerektiği, hangi noktalara dikkat edilmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Ancak neden bu şekilde gerçekleştirilmesi gerektiği kavramsal boyutunun öğrencilere hissettirilmesi gerektiğine dair bir uyarı yer almamaktadır.

[2] M1.3.2. Bir uzunluğu ölçmek için standart olmayan uygun ölçme aracını seçer ve ölçme yapar. Birimler tekrarlı kullanılırken bir başlangıç noktası alınmasına, birimler arasında boşluk kalmamasına; birimlerin üst üste gelmemesine ve hepsinin aynı doğrultuda kullanılmasına dikkat edilmelidir (MEB, 2013a).

Öğretim programında sayı ve ölçme; M2.3.1. kazanımı, birim büyüklüğü ve ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkiyi görmede yardımcı olacak bir kazanımdır. Ancak birimlerin sayısının ne anlama geldiğine, birimlerin sayısının ölçme sonucunu vereceğine dair kazanımlara rastlanmamıştır. "1.LAV.A n tane doğrusal bir birim uzunluk tarafından üst üste binme ve boşluk olmaksızın kaplanabilen bir doğru parçası n doğrusal birim uzunluğa sahiptir denir" kazanımı Confrey vd. tarafından CCSM standartlarına uzunluk öğrenmek için önemli bir kavramsal temel olması sebebiyle eklenmiştir (CCSM, 2010). Uzunluk doğrusal birimlerle ölçülmektedir, birimler sayı doğrusunu kaplayan uzaklıkları içermektedir. Bu standartta öğrencilerin bir uzunluk ile uzunluk birimleri sayısını ilişkilendirmesi gerektiği vurgulanmıştır, standart olmayan birimlerle standart birime olan ihtiyacın hissettirilmesi vurgulanmıştır. Bir nesnenin uzunluğu n birim uzunluğunda olduğunda bu aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi demektir. Bu hem yinelenen sayma süreci hem de ilkel çarpımsal ilişkiye işaret eder ki sonraki yıllarda öğrencinin büyüklük bakımından uygun birimi seçmesi için önemlidir (CCSM, 2010). Sayı ve ölçme ilişkisi müfredat odak noktalarında (NCTM, 2006) 1. sınıf düzeyinde vurgulanmaktadır. Öğretim programında sayı ve ölçme ilişkisine herhangi bir vurgu yapılmadan 2. sınıfta M2.3.5 "Standart olan veya olmayan uzunluk ölçü birimleriyle, uzunluk modelleri oluşturur" kazanımı ile sayı doğrusuna geçiş yapılmış, sayı doğrusunun temel özellikleriyle tanıtılması söz konusu edilmiştir. Ancak CCSM'de (2010) bu kazanıma 1. sınıfta yer verildiği ve öncesinde bir nesnenin uzunluğunun uzunluk birimlerini tam sayısıyla ifade edilmesine dair bir kazanımla öğrencilerin hazırlandığı görülmektedir.

Öğretim programı incelendiğinde standart olmayan ve standart birimlerle ölçme eylemlerine sıkça yer verildiği gözlemlenmiş ancak birimlerin yinelenmesi, cetvelle ölçme gibi eylemlerin kavramsal boyutlarına dair kazanımlara rastlanmamıştır. Öğretim programında uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini amaçlayan bir kazanıma, vurgu veya uyarıya rastlanmamıştır. Öğretim programında standart olmayan ve standart birimlere odaklanan bir çok kazanım olmasına rağmen, birimin ölçülen niteliğe uygunluğu, birimde esas olanın birimin uzunluğu olduğu konularına değinilmemiştir. Ancak Tan-Şişman ve Aksu (2012) öğretim programının uzunluk kavramı için işlemsel olarak domine edilmiş öğrenme beklentilerine ulaşmak için kavramsal olarak yönlendirilmiş bir öğretim kullandığını belirtmiştir. Tan-Şişman ve Aksu (2012) ülkemiz matematik öğretim programında (MEB, 2009) yer alan uzunluk ölçme öğrenme alanını öğrencilerin anlayışını destekleme potansiyeli açısından incelemiştir. Öğretim programının genel olarak öğrencilerin uzunluk

ölçümünde içerilen kavram ve becerilerini geliştirmelerine fırsatlar sağladığı ve içerdiği bilgi ve beceriler bakımından literatüre uygun olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ancak öğrencilerin cetvelle yapılan ölçüm süreçlerini anlamalarını kolaylaştırmak için gerekli olan öğrenme ve öğretim faaliyetleri yüzeysel ve yetersiz görmüşlerdir (Tan-Şişman & Aksu, 2012). Bu nedenle, bir öğretmenin öğrencilerini bir cetvelin dayanaklarını anlamalarına nasıl yönlendirmesi gerektiği hakkında ayrıntılı bilgi verilmelidir. Çalışmada öğretmen rehber kitabında birimlerin yinelenmesi, sıfır noktası ve korunumdan açıkça bahsedilirken, geçişlilik, uzaklıkların birikimi ve sayı ve ölçme ilişkisine yeterince yer verilmediği belirtilmiştir (Tan-Şişman & Aksu, 2012). Araştırmanın yazarlarınca ise programın, birim kavramı, birimlerin yinelenmesinde dikkat edilmesi gereken noktaların gerekçeleri, niteliğin farkı temsillerinin tanınması, uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliği, birimin niteliğe uygunluğu, cetvelin kavramsal olarak anlaşılması noktalarını içermediği söylenebilir. Clements ve Sarama (2009) 8 yaşında çocuğun farklı birimler arasındaki ilişkiyi, birimlerin parçalanmasını, cetvelde sıfır noktasını ve uzaklıkların birikimini bilerek uzunluk ölçümü yaptığını belirtmiştir. Ancak bu noktalar öğretim programında açıkça amaçlanmamıştır. Aynı zamanda bütünün uzunluğunu elde edebilmek için iki uzunluğun toplanabilmesi gibi birimlerle yapılan işlemlere açıkça yer verilmemiştir. NCTM (2006) tarafından vurgulanan ölçme eylemlerini ve anlamlarına dair bir anlayış geliştirmeye dair vurgular yönünden programın eksik olduğu söylenebilir. Uzunluk kavramının kavramsal olarak değerlendirilmesi, alan ve hacimden farkı okul öncesi seviyede incelense de, zorunlu öğretimin söz konusu olduğu ilköğretimde de içerilmesi önemlidir. Benzer yorum farklı edinimler için Tan-Şişman ve Aksu (2012) tarafından da yapılmıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli

Araştırmada uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritalarını belirlemek amacıyla, öğrenme güçlüğüne sahip iki öğrencinin uzunluk kavramı bağlamında matematiksel düşünmeleri ve öğrenmeleri incelenmiş, öğrenmelerindeki ve gelişimlerindeki ilerleme analiz edilmiştir. Öğrencilerin ne bildikleri, ne yapabildikleri, neyi yapabilmeleri gerekirken yapamadıkları, nasıl düşündükleri ve nedenleri bağlamında, öğrencilerin kavramlar (veya zihinsel temsiller) üzerindeki bilişsel eylemleri incelenmiştir. Bu bağlamda, şimdiki araştırma öğrencinin matematiğinin, matematiği nasıl öğrendiğinin modellenmesini amaçladığından, öğretim etkinlik dizilerinin süreç içerisinde değişebilir ve yenilenebilir olmasından, döngüsel bir yaklaşım ile ardışık öğretim oturumlarından oluşmasından ve araştırmacının öğretmen rolünde olmasından dolayı bir öğretim deneyidir (Aşık & Yılmaz, 2017; Steffe, 1991; Steffe & Thompson, 2000). Araştırmanın amacı, problem çözme ve değişim yerine; teoriye dönük olduğundan, ancak yenilenebilir teoriler üretmek yerine; öğrencilerin nasıl öğrendiğine dair modeller ortaya koymak olduğundan, araştırma modeli sırasıyla eylem araştırmasından (Goldkhul, 2013) ve tasarım tabanlı araştırmadan (Wang & Hannafin, 2005) farklıdır. Bununla birlikte, eylem araştırmasında öğretmenler uygulayıcı iken ve tasarım tabanlı araştırmada araştırmacı ve öğretmen araştırma sürecinde işbirliği içinde iken (Wang & Hannafin, 2005), araştırmacının öğretmen rolüne sahip olması öğretim deneyinin en temel karakteristiklerinden biridir (Steffe, 1991; Steffe & Thompson, 2000). Araştırmanın döngüsel doğasının, ardışık tasarım deneyleri yerine ardışık öğretim oturumlarından oluşması ise, araştırmanın yönteminin tasarım tabanlı araştırmadan bir diğer farkıdır (Aşık & Yılmaz, 2017). Öğrencinin matematiksel etkinliklerini keşfetmeyi ve açıklamayı amaçlayan bir yöntem olan öğretim deneyi, araştırmacının bilgi ve hipotezlerini öğretim sırasında arka plana atarak "öğrencinin matematiğine" odaklanır ve araştırmacının kendisi öğrencilerin matematiksel öğrenmesini birebir deneyimleme fırsatı bulur (Steffe &

Thompson, 2000). Bu ise şimdiki araştırmanın temel yaklaşımlarıyla tutarlıdır. Öğretim deneyi, öğrencilerin matematik bilgilerini ve bu bilgilerin matematik öğretimi bağlamında nasıl öğrenilebileceğini araştırmak için tasarlanmış bir yöntemdir ve öğrenme yol haritalarına nitel veriler sağlar (Clements, Wilson & Sarama, 2004; Steffe, 1991). Çalışmada öğrencilerin düşünmelerine, kavrayışlarına ve farklılıklarına uygun olarak belirli bir düşünme seviyesine ulaşmaları için gerekli bilgi ve becerileri öğrenmelerine yardımcı olmak amacıyla öğretim etkinlik dizileri tasarlanmış ve öğrencilerin süreç içerisinde zamanla gelişen ve değişen öğrenme durumları ve bunu desteklemenin yolları analiz edilmiştir. Bu süreç, öğrencinin düşünme ve öğrenmesinin, öğretimin, pedagojik etkinliklerin ve öğretim amaçlarının eş zamanlı, detaylı ve sürekli analizini gerektirmiştir (Clements & Sarama, 2007). Bu sebeple literatürde, öğrenme yol haritalarına odaklanan bir araştırmanın, öğretim deneyi metodolojisini kullanmasının en uygun ve etkili yollardan biri olduğu belirtilmektedir (Clements vd., 2004; Confrey, Maloney, Nguyen, & Corley, 2012). Öğretim deneyi yöntemi her ne kadar katılımcı sayısını sınırlasa ve genellenebilirliğe dair bir ikaz içerse de öğrenme yol haritalarına ait düşünme seviyelerinin bilişsel bileşenlerinin (kavramlar üzerindeki eylemler) incelenmesini sağlamaktadır (Sarama vd., 2011). Bununla birlikte, öğretim oturumlarına başlamadan önce öğrencilerin var olan bilgilerini, o anki akıl yürütmeleri, matematiksel düşünmeleri, düşünme ve kavrayışlarındaki farklılıklar, öğrencilerin kullandığı kavramlar, kavramlar üzerindeki eylemler, stratejiler ve sezgisel fikirleri de dahil olmak üzere öğrencilerin uzunluk kavramına dair ön bilgilerini ortaya çıkarmak amacıyla klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir (Clement & Battista, 2000; Steffe & Thompson, 2000). Bu bağlamda klinik görüşmeler bireylerin bilgilerinin orijinal yapısını keşfetmek için uygun bir yöntemdir (Clement, 2000).

3.2. Katılımcıların belirlenmesi

Çalışmanın katılımcıları, amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir ve ölçüt örnekleme yöntemlerinin birlikte kullanılması ile belirlenmiştir (Patton, 2005). Katılımcıların belirlenmesinde dikkate alınan ölçütler;

a. Rehberlik ve Araştırma Merkezi tarafından öğrenme güçlüğüne sahip olduğu onaylanmış olmak (Milli Eğitim Bakanlığı tarafından özel eğitime ihtiyaç duyduğu belirtilen ve Bireyselleştirilmiş Eğitim Planına sahip olmak)
b. Eşlik eden başka herhangi bir yetersizliğe sahip olmamak
c. Öğretimsel seviyede okuma (hecelemeden doğru okuyabilme) becerisine sahip olmak
d. RAM tarafından verilen modülde matematik dersine ait kazanımlara sahip olmak

e. 4-6. sınıf seviyeleri arasında olmak şeklindedir.

Öğrencilerin öğretimsel seviyede doğru okuma (hecelemeden doğru okuma) becerisine sahip olup olmadığını incelemedeki sebep, okuma becerisindeki eksikliğin matematik öğrenmeyi engelleyen etmenlerden biri olarak görülmesidir. Nitekim hem okuma hem matematik öğrenme güçlüğüne sahip olan öğrencilerin yalnızca matematik öğrenme güçlüğüne sahip olan öğrencilerden daha fazla güçlük yaşadıklarına dair bulgular söz konusudur (Andersson, 2010). Katılımcı öğrencinin okuduğunu anlaması, gerçekleştirilecek öğretim deneyinin verimliliği için gerekli bir koşul olarak ele alınmıştır. Bununla birlikte, araştırmada öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğrenme yol haritalarının belirlendiği matematiksel kavram uzunluk kavramıdır. Ülkemiz matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, 1. sınıftan 3. sınıfa kadar uzunluk kavramına ait kazanımlar yer alırken; 3. sınıfta alan ve çevre kavramlarına ait kazanımlar yer almaktadır. Çevre ve alan kavramlarına dair kazanımlar ise 3. ve 4. sınıfta yer almaktadır (MEB, 2013a). Dolayısıyla ülkemiz matematik dersi öğretim programına göre 4. sınıfta bir öğrencinin çevre temsiliyle beraber uzunluk kavramını öğrenmiş olması beklenmektedir. Bununla birlikte, ÖGS öğrencilerin öğrenim gördüğü sınıfta çeşitli öğretim düzenlemeleri yapılmasına rağmen kendi gelişim hızında ilerlemeyen, ortalama veya ortalama üstü genel yeteneğe sahip çocuklar olabileceği (Özmen, 2017, s.1) ve yaşıtlarını 1 veya 2 yıl geriden takip ediyor olma durumları (APA, 2013, s. 69; Olkun, 2014, s. 217) göz önünde bulundurulmuştur. Dolayısıyla, katılımcı öğrencilerin seçileceği sınıf aralığının 4 ile 6. sınıf aralığı olmasına karar verilmiştir.

Öğrencilerin belirlenmesi aşamasında, RAM tarafından bu öğrenciler için hazırlanan raporlar, modüller ve öğrencilerin karneleri incelenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin kaynaştırma eğitimi ortamındaki matematik öğretmenleri ve devam ettikleri özel eğitim kurumlarındaki öğretmenleri ile görüşmeler gerçekleştirilerek, yapılan görüşmelerin ve doküman incelemelerinin sonucunda, 9 ve 10 yaşlarında Mert ve Eda isimli (isimler değiştirilmiştir) iki öğrenci araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Aynı ölçütleri karşılayan 9 ve 10 yaşlarında iki öğrenci de klinik görüşme ve öğretim etkinlik dizilerine ait pilot çalışmaların gerçekleştirilmesi amacıyla pilot öğrenciler olarak çalışmaya dahil edilmiştir.

3.2.1. Katılımcılara Dair Bilgiler

Eda 10 yaşında ve 5. sınıf öğrencisidir. Eda gerçekleştirilen tanışma görüşmesinde kendisinden 8 yaş büyük ablasının da öğrenme güçlüğüne sahip olduğunu ve ablasının

derslerinde kendisine yardımcı olduğunu belirtmiştir. Eda başarmanın çok çalışmaya bağlı olduğunu düşünmektedir. Matematiği herkesin bilmesi gerektiği düşüncesini "20 liran varsa ona göre ne alacağını bilirsin […] Oyun oynarken toplarınızın sayısını toplaman gerekebilir." şeklinde açıklamıştır. Matematiğin sayılardan ibaret olduğunu ve matematik yapabilmek için sayıların vazgeçilmez olduğunu düşünmektedir. Eda'ya matematik öğrenmede yaşadığı güçlükler sorulduğunda ezberlemede güçlük yaşadığını belirtmiştir. Öğretmenlerinden alınan bilgiye göre Eda, Türkçe ve diğer derslerine oranla matematik dersinde daha fazla güçlük yaşamaktadır ve hecelemeden doğru okuyabilme becerisine sahiptir.

Mert 9 yaşında ve 4. sınıf öğrencisidir. Mert ile gerçekleştirilen ön görüşme Eda ile olduğu kadar verimli olamamış ve Mert'in çabuk sıkılan yapısı dikkati çektiği için tanışma görüşmesi olarak gerçekleştirilen bu görüşmede, araştırmacı ile etkileşiminin artması amacıyla Mert ile oyunlar oynanmıştır. Mert matematikte başarıyı içsel faktörlere atfetmekte ve herkesin matematik yapamayacağını düşünmektedir. Bu düşüncesini "Benim bir arkadaşım doğuştan matematikçi" sözleriyle desteklemektedir. Matematiği sevmediği bir yemeğe benzeten Mert'in sebebi ise matematiğin ona kendi ifadesiyle "zor gelme"sidir.

Her iki öğrencinin de sayılar ve dört işlem konusunda öğrenme güçlüğüne bağlı olduğu düşünülen problemleri söz konusudur. Öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerini parmak hesabıyla yapmaktadır. Mert bunu ellerini masanın altına koyarak yapmaktadır. Mert'in bu hareketinin, onun toplama işlemini parmak hesabıyla yapmaktan duyduğu rahatsızlığı simgelediği düşünülmektedir. Öğrenciler dört işlem gerektiren durumlarda tedirginlik yaşamaktadır. Örneğin, öğretim deneyinde öğrenciler doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarının ölçümünde gerektiğinde doğrusal hale getirilecek ip, tel gibi nesnelerden faydalanmaya teşvik edilmiştir. Bunun, uzunluğu parça parça ölçerek kendisini toplama işleminden kurtardığını fark eden Mert, yaptığı doğrusal ölçümlerde de bunu kullanmaya yönelmiştir. Örneğin, Mert verilen bir şeklin çevresini hesaplamak için kenar uzunluklarını ölçerken, ona sorulur:

A: Bu kenar uzunluklarını ölçtükten sonra ne yapacaksın?

M: Toplayacağım. Toplama işlemi zor olabilir bununla [ipi eline alır] yapıyım.

A: Mert cetvelle ölçemiyor musun? Neden böyle yapıyorsun hepsinde?

M: Ben böyle ölçmeyi daha rahat buluyorum.

Nedeni sorulduğunda ise "Öyle de toplama yapamıyorum" der. Başka bir çevre hesaplamada ise verilen şeklin,

A: 3 kenarı var değil mi? Evet. 2 kenarının uzunluğu 6 değil mi? O zaman hangi sayıları toplayacağız?

M: 3 ile 6'yı. 3 ile 5.

A: Ama 3 tane kenarı var. O yüzden 3 tane kenar uzunluğunu toplayacağız değil mi?

M: Hıhı.

A: Biri [kenarlar gösterilerek] 6. Artı 6 artı 5.

M: O 6 ile 5'i topl… 11

A: Evet çok güzel. Bir de bir kenarı daha kaldı. Onu da toplamamız gerekmiyor mu?

M: 3 mü?

A: 6 cm uzunluğuna sahip bir kenar var burada.

M: 6 ile 6'yı…11 ile 6.

A: Evet.

M: 16

Oysa ki Mert aynı öğretim oturumunda ip ile yaptığı ölçme eylemlerinde, hangi kenar uzunluklarının dikkate alınacağını doğru bir şekilde tespit edebilmiştir. Görüldüğü üzere bir şeklin çevresini hesaplarken sayıların söz konusu olduğu bir durumda, hangi sayı neyi ifade etmekte ve onunla ne yapılması gerekmekte, özellikle de dikkati dağınıksa bunu idrakte zorlanmış ve hatalar yapmıştır.

3.2.1.1. Öğrenci Modülleri

Öğrencilerin öğrenme modülleri incelendiğinde yalnızca Eda'nın modülünde ölçme öğrenme alanına ilişkin kazanımların yer aldığı görülmüştür. Mert için ise henüz o aşamaya gelinmemiştir. Ancak RAM tarafından hazırlanan Öğrenme Güçlüğü Matematik Modülü Kaba Değerlendirme Formu, Öğrenme Güçlüğü Olan Bireyler İçin Performans Belirleme Formu incelendiğinde ölçme öğrenme alanına dahil edilebilecek kazanımların şunlar olduğu belirlenmiştir:

28. Uzunluk ölçüleri arasında işlem yapar.
29. Sıvı ölçüleri arasında işlem yapar.
30. Kütle ölçüleri arasında işlem yapar.
31. Değer ölçüleri arasında işlem yapar.
32. Zaman ölçüleri arasında işlem yapar.
33. Alan ölçüleri arasında işlem yapar.

Ayrıca ilgili olarak görülebilecek şu kazanımlar yer alır:

1. Uzamsal ilişkileri ifade etmek için uygun terim kullanır.
34. Geometrik şekiller arasında ilişki kurar.

Bu form öğrenci modüllerinin belirlenmesinde kullanılmaktadır. Formda yer alan kazanım örnekleri incelendiğinde, kazanımların çok genel olduğu ve özel eğitim dışında dahi üst seviye sayılabilecek ve kavramsal anlamadan uzak kazanımlar olduğu görülebilir. Aynı zamanda ölçme alanında yalnızca ölçüler arasında işlem yapabilmesine dair beklentinin aritmetik işlemlerde güçlük yaşayan bir öğrenci için uygun ve faydalı olup olmadığı tartışılmalıdır. Bunun yerine öğrencinin matematiksel düşünmesini ve kavramsal bilgileri ön plana çıkaran kazanımların öğrenciler için daha yararlı olacağı düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrenciler için RAM tarafından verilen öğrenme modüllerinden amaç belirleme noktasında yararlanılmamıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

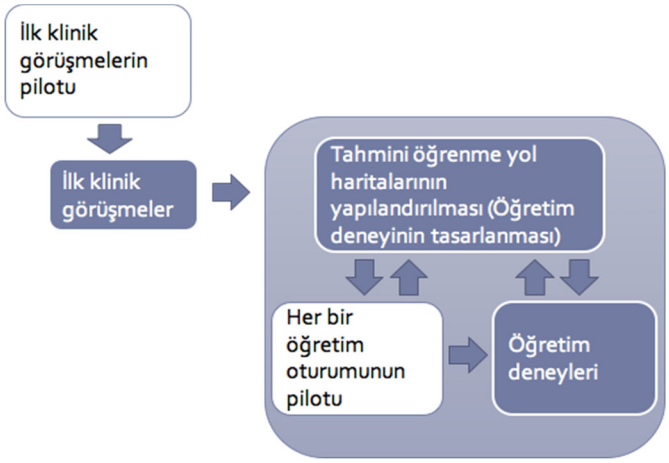
Veri toplama araçları olarak, öğretim oturumları ve görüşmelere ait kamera ve ses kayıtları, RAM'a ait dokümanlar (öğrenci dosyası), araştırmacı tarafından tutulan notlar, etkinlik materyalleri, gerektiğinde öğrenci tarafından tutulan günlükler veya notlar kullanılmıştır. Kamera kayıtları araştırmanın temel veri toplama araçlarını oluşturmuş ve kamera kayıtlarında bir problem olması veya herhangi bir sesin duyulamaması ihtimaline karşı ses kayıtları alınmıştır. Araştırmada öğretim oturumlarına ve görüşmelere ait videoların mikro analizleri yapılmıştır. Araştırmacı tarafından öğretim esnasında tutulan notlar, öğretim oturumunda, araştırmacının o an dikkatini çeken ve o an tespit ettiği önemli bir kavrayışa dair bir sonraki öğretim oturumunda gözden geçirilmek ve değinilmek üzere alınan notlardır. Alan notları hatırlatma amaçlı tutulmasının yanında, o an tespit edilen önemli bir kavrayışın video analizinde gözden kaçmaması için kullanılmıştır. Örneğin, öğretim etkinlikleri dizisi 2'de (Bkz: Bulgular ve Yorumlar; s. 104) öğrencinin aynı hizada olmayı aynı boyda olmak olarak algıladığı tespit ve not edilmiş, öğretim oturumunun ilerleyen kısımlarında da öğrenci tarafından tekrarlanmış ve bir sonraki öğretim oturumunda bu kavrayışa müdahale edilmiştir.

3.4. Araştırma Süreci

Araştırma öğrencilerin halihazırda devam ettiği bir özel eğitim ve rehabilitasyon merkezinde gerçekleştirilmiştir. Öğretim deneyi bu merkezde yer alan ve bireysel öğretim yapılan sınıflarda gerçekleştirilmiştir. Araştırmacının öğrencilerle birebir iletişim kurması ve

iletişimi güçlendirmesi amacıyla, öğrencilerle 40 dakikalık tanışma görüşmeleri gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerden önce öğrencilerin RAM tarafından belirlenen öğrenme modülleri incelenmiş ve özel eğitim merkezinde bu öğrencilerin her birini tanıyan sınıf öğretmenlerinden öğrencilere dair bilgiler alınmıştır. Öğrencileri akademik olarak da tanıyan bu öğretmenlere ilk klinik görüşmede sorulacak sorular ve gerçekleştirilecek öğretime dair bilgiler verilerek görüşleri alınmıştır.

Öğrencilerle yapılan ilk tanışma görüşmelerinde öğrencileri daha iyi tanımaya yönelik, matematiğe karşı tutumlarını, bakış açılarını öğrenmeye ve aynı zamanda matematikte başarıyı-başarısızlığı neye atfettiklerini, onları motive eden etmenlerin neler olduğunu anlamaya yönelik sorular sorulmuştur. Öğrenciler de ilk görüşmede araştırmacıyı tanımaya yönelik bazı küçük sorular sormuştur. Bu görüşmelerde araştırmacı öğrencilere kendisini tanıtmış, öğrencilere ölçme ve uzunluk kavramının günlük hayattaki uygulamalarından ve nerede ihtiyaç duyabileceklerinden örnekler verilerek, bundan sonra birlikte uzunluk kavramı üzerine çalışacaklarından öğrenciler haberdar edilmiştir. Bu aşamadan sonra ise öğrencilerle ilk klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma süreci Şekil 3'de özetlenmektedir.



Şekil 3. Araştırma süreci

Literatürde öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler için uzunluk kavramının öğretiminde onlara yardımcı olacak yeterli ipuçları bulunmadığından, amaç belirleme ve varsayımlar üretmede dayanak noktası olması açısından katılımcı öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin yaşadıkları güçlükler, anlayış ve kavrayışları ve varsa farklılıkları incelenmiştir. Bu görüşmeler yukarıda sözü edilen İlk Klinik Görüşmelerdir. Bunun için yarı yapılandırılmış klinik görüşme soruları hazırlanmış ve uzman görüşleri çerçevesinde düzenlenmiştir. Ardından, pilot çalışmaları yapılmış ve daha

sonra 2 veya 3 oturumda olmak üzere klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmelerin analizi yapılmış, analiz için bir uzmandan görüş alınmıştır. Böylece klinik görüşmelerden elde edilen veriler, tahmini öğrenme yol haritalarının tasarlanması yani öğretim deneyinin tasarlanmasında temel alınmıştır. Bir öğrenme amacı, buna bağlı olan matematiksel görevler ve hipotezler öğrenci ile yapılan klinik görüşmeler sonucu öğrencinin sahip olduğu bilgiye, akıl yürütme ve matematiksel düşünmesine, ilköğretim matematik dersi müfredatına ve literatüre göre şekillendirilmiştir. Elde edilen tahmini öğrenme yol haritası daha sonra gerçekleştirilecek olan öğretim deneyi ile test edilmiştir. Tasarlanan her bir öğretim oturumunun öncelikle pilot çalışması yapılmış, daha sona öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir. Her bir öğretim oturumunun mikro analizi yapılarak, öğrenme yol haritası gözden geçirilmiş ve bir sonraki öğretim oturumu tasarlanmıştır. Tasarlanan bu öğretim oturumunun da önce pilotu daha sonra kendisi gerçekleştirilmiş ve bunun da mikro analiziyle öğrenme yol haritasına tekrar dönülmüştür. Tahmini öğrenme yol haritalarının elde edilen verilere, öğrencilerden alınan dönütlere göre sürekli gözden geçirilmesi, yenilenmesi ve değiştirilmesi söz konusu olmuştur. Öğrencilerin önceki bilgi ve süreç içeresindeki gelişime ait ilerlemelerine bağlı olarak, öğretim etkinlik dizileri, bu şekilde gerçekleştirilen, aynı amaca sahip farklı sayıda öğretim oturumlarından oluşmuştur. Birbirleriyle ilişkili öğretim amaçlarına hizmet eden öğretim oturumlarının makro analizi ise öğrenme yol haritalarını ortaya çıkarmıştır. Araştırma sürecine ait takvim Tablo 1' de sunulmaktadır.

Tablo 1
Araştırma Süreci Takvimi

Tarih	Araştırma Süreci
30 Kasım 2016- 1 Aralık 2016	Tanışma görüşmeleri
2 Aralık 2016- 7 Aralık 2016	İlk klinik görüşmelere ait pilot çalışmalar
8 Aralık 2016- 20 Ocak 2017	İlk klinik görüşmeler İlk klinik görüşmelerin analizi Ek klinik görüşme sorularının hazırlanması Ek klinik görüşmeler
18 Ocak 2017-31 Mayıs 2017	Öğretim deneyi

3.4.1. İlk Klinik Görüşme Sorularının Hazırlanması

Klinik görüşme soruları ve öğretimin tasarlanmasında uzunluk niteliğinin ölçme kavramına ait karakteristikler bağlamında ele alınması amaçlanmıştır. Bu karakteristikler Niteliği Tanıma, Niteliklerin Korunumu, Geçişlilik, Birimin Uygunluğu, Ölçmede Eş Birimlerin

Kullanılması, Birimlerin Yinelenmesi, Sayı ve Ölçme'dir. Öğretim deneyinin tasarlanması, ÖGS öğrencilerin uzunluk kavramına ilişkin öğrenme yol haritalarına dair varsayımlar üretilebilmesi için- literatür desteğiyle birlikte esas alınacak olan- öğrencilerin sahip olduğu uzunluk kavramına dair bilgi, beceri, matematiksel düşünme ve kavrayışlarının ortaya çıkarılması gerekli görülmüştür. Bunun için yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerin yapılması amaçlanmıştır. Bu amaçla öncelikle derin bir araştırma ile literatürde yer alan uzunluk kavramına ait öğrenci düşünmeleri, kavrayışları, kavram yanılgıları ve farklı algılar incelenmiştir. Aynı zamanda okul öncesi ve ilköğretim matematik dersi öğretim programı ve literatürde halihazırda bulunan öğrenme yol haritaları (örn., Clements & Sarama, 2009; CCSM, 2010) dikkate alınarak, söz konusu yaş seviyesinde öğrencilerin bu kavrama dair sahip olabileceği muhtemel bilgi ve beceriler incelenmiştir. Bu bilgiler ışığında okul öncesinden 4. sınıfa kadar uzunluk kavramı bağlamında öğrencilerin ne bilmeleri gerektiği ve neleri yapabilecekleri göz önünde bulundurularak görüşme soruları hazırlanmıştır.

Sorular verilen ölçme karakteristiği bağlamında okul öncesinden dördüncü sınıfa kadar edinilmesi gereken bilgileri taramakta ve farklı sınıf seviyelerine hitap etmektedir. Örneğin, niteliği tanıma, okul öncesi ve birinci sınıf seviyelerinde edinilmesi gereken bir ölçme karakteristiği iken; birimlerin yinelenmesi genellikle dördüncü sınıf veya uzunluk için üçüncü sınıf seviyesinde yer almaktadır. Aynı karakteristik, seviyelere göre kavramın ya da karakteristiğin ilk gündeme geldiği yaş ve ele alınma biçiminden, sonraki seviyelerdeki ele alınma biçimine kadar taranmıştır.

3.4.1.1. İlk Klinik Görüşme Sorularına Ait Uzman Görüşleri ve Pilot Çalışma

İlk klinik görüşme sorularının araştırmacı tarafından hazırlanmasının ardından uzman görüşleri alınmıştır. Uzmanlar matematik eğitimi üzerine çalışan doktora tez aşamasında olan iki araştırma görevlisi, doktorasını tamamlamış beş matematik eğitimcisi, iki ilköğretim matematik öğretmeni ve iki sınıf öğretmenidir. Öğretmenlerden biri katılımcı öğrencilerin özel eğitim merkezinde çalışan ve öğrencileri tanıyan öğretmenlerden biridir. Sırasıyla öğretmenlerden ve doktora tez aşamasında olan iki araştırma görevlisinden alınan uzman görüşlerinden sonra gerekli düzeltmeler yapılarak soruların son halleri iki doktor araştırma görevlisine görüşlerini almak üzere sunulmuştur. Sorular, uzmanlara ölçme karakteristiklerinin uzunluk bağlamında yer alan açıklamaları ve hazırlanma gerekçelerinin belirtildiği bir tablo ile sunulmuştur. Uzmanlardan, uzunluk bağlamında ölçme karakteristiği

ile öğrenciden bu çerçevede ne beklendiğine dair yapılan açıklamaların tutarlılığı, soruların anlaşılırlığı, soruların söz konusu ölçme karakteristiğini ölçüp ölçmediği, tekrar eden, benzer, gereksiz soruların olup olmadığı, soruların öğrenci seviyesine uygunluğu, soruların sırasının uygunluğu ve gözden kaçmış olabilecek muhtemel kavram yanılgıları noktalarında dönütler vermeleri istenmiştir. Soruların öğrenciler için anlaşılır olup olmadığını ve öğrencilerin düşünmelerini, kavrayışlarını ortaya çıkarma noktasında yeterli olup olmadığını, ne gibi sorular sorulmasının bu amaçta faydalı olabileceğini incelemeleri istenmiştir. Uzman görüşlerinin alınmasının ardından revize edilen klinik görüşme soruları ile öğrenme güçlüğüne sahip 9. sınıf bir öğrenciyle bir pilot görüşme gerçekleştirilmiştir. Sorularda düzeltmeler yapılıp bir matematik eğitimcisine daha gösterildikten sonra herhangi bir tanı almamış 3. ve 4. sınıf öğrencisiyle iki pilot görüşme yapılmıştır. Ardından öğrenme güçlüğüne sahip 4. ve 5. sınıf iki öğrenciyle son pilot görüşmeler yapıldıktan sonra, bir alan eğitimcisi uzmandan daha görüş alınarak görüşme sorularının son halleri verilmiştir (Bkz: Ek 1).

3.4.1.2. Uzman Görüşü ve Pilot Çalışmalara Göre İlk Klinik Görüşme Sorularında Yapılan Değişiklikler

Uzman görüşleri ve pilot çalışmalar ışığında klinik görüşme sorularından bazıları silinmiş, bazıları değiştirilmiş, aynı zamanda yeni sorular eklenmiştir. Hangi soruların materyalle somut olarak sunulması gerektiği genel olarak sınıf öğretmenlerinin görüşleriyle belirlenmiştir. Yapılan değişikliklere örnek verilecek olursa; öğrenciye bir kağıt ve sönük bir balon gösterilerek sorulacak olan "Bu nesne ile çeşitli oyunlar oynayan bir çocuk ne yaparsa nesnenin alanı değişmez? Ne yaparsa nesnenin alanı değişir?" sorusu Confrey vd. tarafından birinci sınıf öğrencilerine (CCSM, 2010) sorulması için önerilen bir sorudur ancak uzmanlar tarafından anlaşılır bulunmadığı için silinmiştir. Bir diğer örnek olarak, uzmanlar tarafından yapılan hacim için hep sıvı ölçümüne dair maddelerin yer aldığı uyarısı üzerine maddelere kum doldurma eklenmiştir (Bkz: Ek 1; Soru 5). Pilot çalışmalar ile anlaşılmayan sorular basitleştirilmiştir. Örneğin ilk pilot çalışmada birim büyüklüğü ve ölçüm sonucuna ilişkin sorulan soruda (Bkz: Ek 1; Soru 25) sorunun "Hangi ölçümde daha fazla birime ihtiyaç duyarım?" şeklinde sorulmasının daha anlaşılır olduğu anlaşılarak değiştirilmiştir. "Paranın düzlemde kapladığı yer" ifadesi yerine "paranın kağıt üzerinde kapladığı yer" ifadesinin kullanılmasına ilk pilot çalışmada karar verilmiştir. Pilot çalışmada görüşmenin gerçekleştiği odadaki kapı ve masa işaret edilerek sorulan "Şu masayı bu kapıdan geçirmek istiyoruz. Kapı bunun için yeterince geniş midir? Buna nasıl karar

vereceğiz?" sorusu ÖGS öğrencinin "Masa odanın içinde olduğuna göre bir şekilde sığmıştır" yorumu üzerine "Odamızdaki şu boş yer [bir yer gösterilerek] şu kitaplığı alacak kadar geniş midir? Buna nasıl karar vereceğiz?" şeklinde değiştirilmiştir. Yine öğrencilerle yapılan pilot çalışmalar ışığında 1. ve 29. soru eklenmiştir (Bkz: Ek 1). Öğrencilerin geçişlilik ilkesine sahip olup olmadıklarını ve onu işe koşup koşmadıklarını incelemeyi amaçlayan 12. soruda (Bkz: Ek 1) yalnızca iki nesnenin somut olarak gösterilmesine üçüncü nesnenin adının söylenmesine karar verilmiştir. Sebebi ise son pilot çalışmada görüldüğü üzere, ÖGS öğrencilerin üç nesne somut olarak verildiğinde geçişliliği işe koşmaya gerek duymaksızın nesnelerin uzunluklarını göz kararı karşılaştırarak sonuca ulaşmalarıdır. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra katılımcı olarak belirlenen iki öğrenciyle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

3.4.2. İlk Klinik Görüşmeler

Öğrenme yol haritalarına dair varsayımlarda bulunmak amacıyla gerçekleştirilen ilk klinik görüşmeler katılımcı öğrencilerle en az 3 oturumda gerçekleştirilmiştir. Daha sonra kelime kelime dökümleri yapılan görüşmelerin analizi gerçekleştirilmiştir. Analiz sonuçlarına göre anlaşılmayan, daha ayrıntılı ve açık veri elde edilmeye ihtiyaç duyulan karakteristikler için ek klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Bu sorular çoğunlukla öğrencilerin tespit edilen kavrayışlarını tekrar gözden geçirmeye veya doğrulamaya yöneliktir. Dolayısıyla her bir öğrenci için bireysel olarak hazırlanan sorulardır. Bununla birlikte farklı veri veya bakış açısı sağlayacağı düşünülen sorular, her iki öğrenciye de sorulmuştur. Örneğin, cetvelin 1'den başlaması gerektiğini düşünen öğrenci için cetveldeki sıfırın ne anlama geldiği, aralıkların ne anlama geldiği sorulmuştur, cetvel üzerinde biri sıfırdan itibaren sekize kadar yerleştirilmiş, diğeri üçten itibaren sekize kadar yerleştirilmiş iki nesne verilerek, uzunluklarını bulmaları istenmiştir. İlk klinik görüşmelerde yer alan cetvel soruları tekrar sorulmuştur. Yapılan ek klinik görüşmeler bir öğretim oturumunda tamamlanmıştır.

3.4.3. Öğrenme Yol Haritalarının Yapılandırılması (Öğretim Deneyinin Tasarlanması)

Öğrenme yol haritalarının yapılandırılması sürecinde araştırmacı kavrama dair derin bir literatür araştırmasıyla tahmini bir öğrenme yol haritası elde eder ve bu varsayımlarını uygulayacağı öğretimle test eder ki bu, öğrenci için belirlenen öğretim amaçlarına ulaşılıncaya dek çalışma boyunca gelişerek devam eder (Confrey & Maloney, 2010).

Belirlenen öğretim amaçları, seçilen etkinlikler ve gerçekleştirilen öğretim önemlidir ve öğrenme yol haritası bunlara göre şekil alır (Bardsley, 2006).

Çalışmada öğretim amaçları, buna bağlı olan matematiksel etkinlikler ve varsayımlar öğrenci ile yapılan klinik görüşmeler sonucu öğrencinin bilgisine, akıl yürütme ve matematiksel düşünmesine, okul öncesi öğretim programına ve ilköğretim matematik dersi öğretim programına ve literatüre göre şekillendirilmiştir. Bu aşamada okul öncesinden 4. sınıfa kadar uzunluk kavramı bağlamında öğrencilerin ne bilmeleri ve neleri yapabilmeleri gerektiği ortaya çıkarılmıştır (okul öncesi öğretim programı, ilköğretim matematik dersi öğretim programı ve literatüre göre). Bu inceleme ve ölçme kavramına ait karakteristikler çerçevesinde yapılan klinik görüşmeler sonucu katılımcı öğrencilerin bilgisi, düşünme ve kavrayışları da dikkate alınarak öğretim amaçlarının son şekli verilmiş ve buna bağlı matematiksel varsayımlar ve etkinlikler belirlenmiştir. Dolayısıyla öğrenme yol haritalarına dair varsayımlara rehberlik eden 3 etmen; literatür ve literatürde yer alan öğrenme yol haritaları, ilköğretim matematik dersi ve okul öncesi öğretim programı ve katılımcı öğrencilere ait düşünme ve kavrayışlardır. Elde edilen tahmini öğrenme yol haritası daha sonra gerçekleştirilen öğretim deneyi ile test edilmiş, elde edilen verilere, öğrencilerden alınan dönütlere göre sürekli gözden geçirilmiş, yenilenmiş ve gerektiğinde değiştirilmiştir. Öğretim deneyi, her bir öğrenci için, öğrencinin her bir etkinlikteki performansına dair varsayımları içerecek şekilde planlanmıştır. Araştırmada uygulanan ve bir kısmı ekte sunulan öğretim etkinlikleri araştırmacı tarafından tasarlanmış olup, uzman görüşleri ve pilot çalışmalar ile son hali verilerek öğrencilere uygulanmıştır.

3.4.3.1. Tasarlanan Öğretim Oturumlarına Ait Pilot Çalışmalar

Öğretim deneyine ait pilot çalışmalar öğretim oturumlarına uygun olarak parça parça gerçekleştirilmiştir. Yani her bir öğretim oturumunun pilotu asıl uygulamadan bir ya da iki hafta önce veya aynı hafta olmak üzere eş zamanlı gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmalar her iki pilot öğrenciyle de, katılımcı öğrencilerle olduğu gibi, bireysel olarak ve aynı öğretim ortamında gerçekleştirilmiştir. Bu pilot çalışmaların amacı, hazırlanan etkinliklerin öğrenciler tarafından anlaşılır olup olmadığını ve gerekli düzeltmeleri tespit edebilmek, uygulanacak etkinliklerin, sorulacak soruların ve dersin işlenişinin öğrencilerin düşünmelerini ortaya çıkarabilecek ve etkili öğretimi sağlayacak nitelikte olup olmadığını test etmek ve öğretim tasarımında uygulanacak herhangi özel bir uygulama varsa araştırmacı-öğretmen olarak bunu deneyimlemek, asıl uygulamadan önce tasarlanan öğretime dair deneyim sağlamaktır. Tasarlanan etkinlikler öncelikle

iki pilot öğrenci ile uygulanarak ve bir uzmandan görüş alınarak gözden geçirildikten ve düzenlendikten sonra katılımcı öğrencilere uygulanmıştır. Etkinlikler en son uygulanacak öğrenciye kadar her bir uygulamadan sonra asıl uygulama olsa dahi sürekli gözden geçirilmiş ve düzenlenmiştir.

3.4.3.2. Öğretim Deneyi

Pilot çalışmalara göre gözden geçirilen/yeniden tasarlanan öğretim deneyi katılımcılara uygulanmıştır. Her bir öğretim oturumu öğrencilerle bireysel olarak gerçekleştirilmiş ve analiz edilmek üzere video kaydına alınmıştır. Öğretmenin bilgisindeki sürekli değişim öğretmenin tahmini öğrenme yol haritasında da sürekli bir değişim oluşturur (Simon, 1995). Dolayısıyla ardışık öğretim oturumları önceki oturumdan elde edilen tahminlerin kontrolünü içermiştir. Her bir öğretim oturumu (bir sonraki öğretim oturumu), her bir öğrenci için, öğrencilerin sahip olduğu bilgi, matematiksel düşünme ve kavram yanılgıları gözetilerek ve öğrencilerin etkinlikteki performansları öngörülerek planlanmıştır. Öğrencilerin her biri için, amaçlanan bir sonraki öğrenmeyi mümkün kılacak, kolaylaştıracak bir şekilde ve öğrencinin o an bulunduğu düşünme ve anlama seviyesine dair hipotezlere uygun öğretim etkinlikleri tasarlanmıştır. Ardışık her bir öğretim oturumu, her bir öğrenci için mikro analiz yöntemiyle analiz edilmiştir (Bkz: Verilerin Analizi). Öğretim boyunca öğrencilerin tepki ve cevapları, öğrencinin öğrenme yol haritasını tespit edebilmek için gerçekleştirilen mikro analizlerde kullanılmıştır. Öğretim deneyi haftada iki kere, toplamda iki ders saati öğrencilerin okul saatlerinin dışında yürütülmüştür. Yaklaşık olarak her bir öğrenciyle 32-36 saatlik öğretim oturumu gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı bu sürece araştırmacı ve öğretim deneylerini gerçekleştiren öğretmen olarak dahil olmuştur.

Öğretim oturumlarının temel hedefi, tespit edilen kavram yanılgılarını gidererek, literatür çerçevesinde belirlenen uzunluk ölçmeye ait karakteristikleri uygun sırayla öğrencilere edindirmektir. Bunun için, öncelikle ölçme kavramına yapılan vurgu ile yola çıkılmış ve ilk olarak nesne ve nesnelerin özellikleri, bu özelliklerin miktarı belirlenebilenler ve belirlenemeyenler şeklinde ikiye ayrılması ve uzunluğun da bu özelliklerden biri olduğunun fark ettirilmesi amaçlanmıştır. Bu noktadan yola çıkılarak öğretim deneyine başlanmış ve sonraki aşamalarda öğrencilerin düşünceleri ve kavrayışları rehberliğinde öğretim oturumları tasarlanmıştır. Öğretim oturumları önceki ve sonraki öğretim oturumları dikkate alınarak belirlenenen öğretim amaçları doğrultusunda tasarlanmıştır. Öğrenme yol haritalarında öğretim amaçlarının temellerini, öğrencilerin öğrenme, düşünme ve kavrayışları ile ölçme kavramına ait karakteristikler oluşturmuştur. Her bir öğretim etkinlikleri dizisi için, öğrencilerin önceki bilgi ve süreç

içerisindeki gelişimlerine bağlı olarak, farklı sayıda öğretim oturumu gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin birbirleriyle ilişkili öğretim amaçlarına hizmet eden öğretim oturumlarının makro analizi (Bkz: Verilerin Analizi), uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritalarını ortaya çıkarmıştır.

3.4.3.2.1. Öğretim Deneyinde Araştırmacının Rolü

Öğretim deneyinin önemli karakteristiklerinden biri araştırmacının öğretmen rolünde olmasıdır. Bir araştırmacı/öğretmen olarak öğretim deneyi boyunca öğrenciler ile etkileşimli bir iletişim kurmak amaçlanmıştır (Steffe, 1991). Öğrencinin bilgisini, nasıl düşündüğünü ve nedenini ortaya çıkarmak ve analiz edebilmek için, öğrencinin kendini rahat ifade edebileceği, etkileşimli bir ortam oluşturulmaya çalışılmıştır. Kavrama dair ilgisinin artması, öğrenmeye ve düşüncelerini paylaşmaya açık olması ve araştırmacı ile paylaşımının artması için öğrenci ile oyunlar oynanmış, hikayeler paylaşılmış, öğrencinin ilgi alanlarına yönelik paylaşımlarda bulunulmuş (örn., Mert ile kedilerle ilgili-yaşına uygun olan- videolar/çizgi filmler izlenmiş ve çocuk dergileri okunmuş) ve etkinliklerdeki performansı çeşitli hediyelerle ödüllendirilmiştir. Öğretim esnasında öğrencinin davranış, konuşma ve eylemleri yorumlanmış ve bu yorumlamalara dayanarak, öğretimin ilerleyeceği yola, sorulacak sorulara, öğretim amaçlarına dair kararlar alınmıştır. Bu kararların alınmasında ve öğrenme yol haritalarına dair varsayımlar üretmede öğrencilerin önceden belirlenen bir gelişime ait ilerleme boyunca öğrenmelerine değil kendi gelişimlerine ait doğal süreçte ilerlemelerine dikkat edilmiştir (Steffe, 1991).

3.5. Verilerin Analizi

Verilerin analizi her öğrenci için ardışık her bir öğretim oturumunun ayrı ayrı analiz edildiği mikro analiz (Barrett vd., 2012) ve öğrenme yol haritasını elde etmek için birbirleriyle ilgili öğretim amaçlarına hizmet eden öğretim oturumlarının analiz edildiği makro analiz (Barrett vd., 2012) şeklinde iki aşamada gerçekleştirilmiştir.

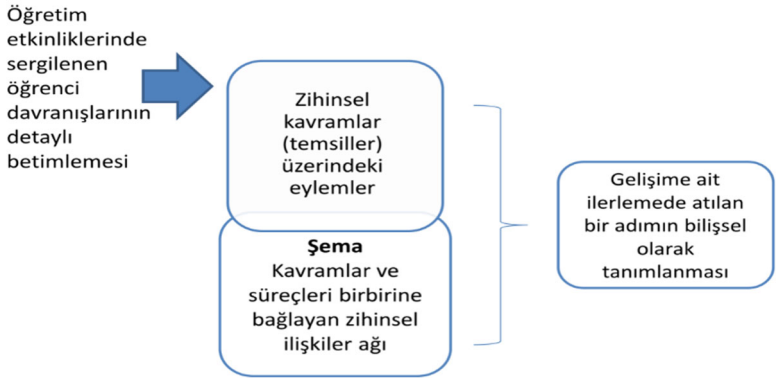
3.5.1. Mikro Analiz

Araştırma boyunca gerçekleştirilen, öğrencinin düşünme ve öğrenmesinin, öğretimin, pedagojik etkinliklerin ve öğretim amaçlarının eş zamanlı, detaylı ve sürekli analizini içeren mikro analizler, öğrenme yol haritasını elde etmek için gerçekleştirilen makro analizlere hizmet etmiştir.

ÖYH, öğrencilerin bir konuda nasıl düşündükleri ve nedenini, öğrencilerin o düşünmeyi oluşturan bilişsel nesneler (kavramlar, temsiller) üzerindeki eylemleri yoluyla betimler. Kavramlar (veya temsiller) üzerindeki eylemler, öğrencilerin matematiği öğrenme, bilme ve üzerinde işlem

yapmalarının temel yollarıdır (Szilágyi vd., 2013). Bilgi, kavramlar ve eylemleri içerir. Öğrenciler düşündüğü ve öğrendiği zaman, zihinsel temsiller (zihinsel nesneler) inşa ederler, bilişsel süreçlerle onların üzerinde hareket ederler (kavramlar (temsiller) üzerinde eylemler), ve bu eylemleri dışsal kontrol süreçleriyle (üst bilişsel) kontrol ederler (Clements & Sarama, 2014). Kavramlar (veya temsiller) üzerindeki eylemlere bir örnek olarak bir cetvelin ya da bir şeklin zihinsel bir görüntüsü gibi bir zihinsel nesnenin yinelenmesi örneği verilebilir.

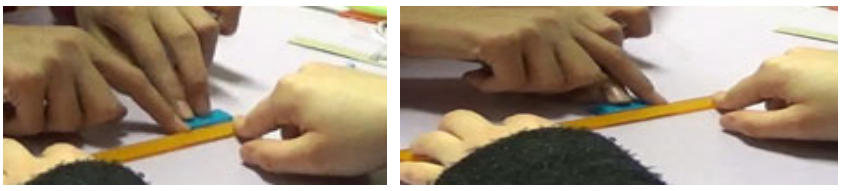
Kavramlar (veya temsiller) üzerindeki eylemler zihinsel eylemlerdir; bu zihinsel eylemler gözlemlenebilir davranışlar yoluyla ortaya çıkarılır (Van Dine, 2014). Davranışlar bir çocuğun içinde faaliyet gösterdiği ekolojideki bilişsel ağlar ve şemalara ait karmaşık bir sistemin gözlemlenebilir işaretleridir. Dolayısıyla davranışlar, kavramlar (veya temsiller) üzerindeki zihinsel eylemlerin göstergeleridir (Clements & Sarama, 2014). Söz konusu çalışmada her bir etkinlik için öğrenci davranışları detaylı bir şekilde betimlenmiştir.



Şekil 4. Mikro analize ait temel bileşenler

3.5.1.1. Mikro Analiz Örneği

Öğrenci davranışlarının detaylı betimlemesi: Eda birimlerin yinelenmesinde, birimler arasında boşluk olmaması gerektiğini ve birimlerin üst üste binmemesi gerektiğini ifade eder ancak gerekçelerini açıklayamamış ve uygulamada Şekil 5'de görüldüğü üzere birimler arasına parmaklarını koymuştur.



Şekil 5. Eda fiziksel bir nesneyi yineleyerek kesir çubuğunun uzunluğunu ölçmektedir

Kavramlar (veya temsiller) üzerindeki eylemler: Birimlerin yinelenmesi. Eda'nın kavramlar üzerindeki eylemleri: Eda tek bir fiziksel birimi yineleyerek ölçme eylemini gerçekleştirebilmektedir ancak yineleme esnasında birim uzunluğun bitiş noktasını belirlemek amacıyla birimler arasına parmaklarını koyabilmekte ve sonraki birimi parmağının bittiği noktadan itibaren devam ettirebilmektedir. Dolayısıyla parmağının uzunluğunu toplam uzunluğa dahil etmemektedir. Birimlerin üst üste binmemesi ve aralarında boşluk kalmaması gerektiğini sözel olarak ifade eder. Ancak bu şemaları içselleştiremediği ve üzerlerinde işlem yapamadığı düşünülebilir. Öğrencinin eylem şemasında, birimlerin üst üste binmemesi ve aralarında boşluk kalmaması gerektiğinin sözel-dilsel formda yer aldığı ancak içselleştirilemediği ifade edilebilir.

Gelişime ait ilerlemede bir adım olarak ifade edilmesi: Öğrenci birimi yinelemede birimlerin üst üste binmemesi ve aralarında boşluk kalmaması gerektiğini açıkça ifade edebilir ancak fiziksel bir birimle gerçekleştirdiği yineleme eyleminde buna dikkat etmeyebilir.

3.5.2. Makro Analiz

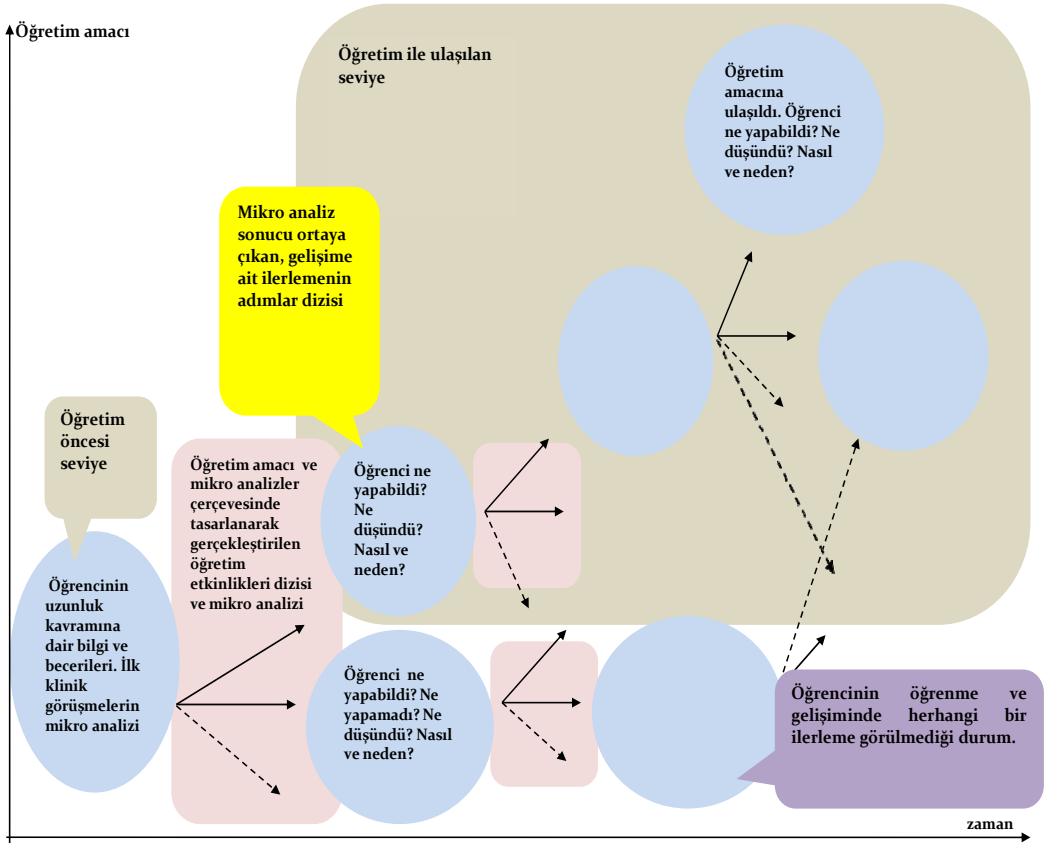
Öğrenme yol haritalarının ikinci bileşeni olan gelişime ait ilerlemenin analizi ve sunulması:

1. Gelişime ait ilerlemede her bir *adım*ın belirlenmesi: öğrencilerin ne bildikleri, ne yapabildikleri, neyi yapabilmeleri gerekirken yapamadıkları, nasıl düşündükleri ve nedenleri, öğrencilerin kavramlar (veya zihinsel temsiller) üzerindeki bilişsel eylemleri yoluyla betimlenir. Bu betimlemenin nasıl gerçekleştirildiği Mikro Analiz Örneği başlığı altında sunulmuştur (Ayrıca Bkz: Şekil 6; Mavi vurgular).
2. Gelişime ait ilerlemede adımların oluşturduğu yolun sunulması: Her biri bir öncekinden daha sofistike olan ve matematiksel amaca ulaşma yolunda atılan adımlar dizisini içerir. İlk olarak öğrencinin matematiksel amaca dair ulaştığı en sofistike bilgi, beceri ve matematiksel düşünme durumu ifade edilir. Sonra bu amaca ulaşma yolunda öğrencinin hangi alt yollardan geçtiği betimlenir (Bkz: Tablo 2; 2. sütun).
3. Gelişime ait ilerlemede öğrencilerin giderek daha sofistike hale gelen düşünmelerine göre belirlenen seviyeler, çalışmada temel olarak *Öğretim Öncesi* ve *Öğretim ile Ulaşılan* şeklinde ayrılmıştır (Bkz: Şekil 6; gri vurgular ve Tablo 2). Öğretim kelimesi söz konusu çalışmada belirli matematiksel amaçlar için gerçekleştirilen öğretim deneyini ifade etmektedir. Öğrencinin öğrenme ve gelişiminde herhangi bir ilerleme görülmediği takdirde tabloda bu *Öğretim ile Ulaşılamayan* başlığı altında belirtilmiştir (Bkz: Şekil 6; Mor vurgu).
4. Öğretimin amacı ve mikro analizler çerçevesinde tasarlanan öğretim etkinlikleri bazı durumlar için- öğrenciyi bir sonraki daha yüksek bilgi ve beceri içeren adıma ulaştırmanın dışında- mikro

analiz sonuçlarına göre yapılan öğrenci düşünme, bilgi ve becerisine dair varsayımları test etmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla bu amaçla gerçekleştirilen etkinlik(ler) süresince öğrencinin söz konusu amaca dair aynı düşünme ve öğrenme durumunda devam ediyor olması yadsınmamıştır.

5. Araştırmanın katılımcıları olan iki öğrencinin gelişime ait ilerlemelerinde bazı amaçlar için- aynı amaca ulaşılsa dahi- alt yolların farklılaştığı görülmüştür. Bu sebeple iki öğrencinin öğrenme yol haritaları ayrı tablolarda sunulmuş ve sebepleri tartışılmıştır.

Şekil 6'da gelişime ait ilerlemenin makro analizine dair genel bir bakış sunulmuştur. Bu şema ÖYH'ı ve dayandığı teoriyi gerektiği gibi yansıtmamakla birlikte öğretim durumunda gerçekleşebilecek öğrenme ve gelişimdeki ilerlemenin adımları, alt yolları ve seviyelerine dair genel bir fikir verilmesi amacıyla hazırlanmıştır.



Şekil 6. Makro analize genel bir bakış

3.5.2.1. Makro Analiz Örneği

Öğretim öncesi düşünme seviyesinde, Mert'in farklı hizalarda konumlanmış olan iki doğrusal şekli veya eğriyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırırken, şekilleri yalnızca başlangıç ve bitiş

noktalarının konumlarına odaklanarak karşılaştırdığı görülmüştür (Bkz: Tablo 2). Fiziksel nesnelerle niteliğin korunumuna ve diğer karakteristiklere dair yapılan etkinliklerin mikro analizine göre, Mert'in verilen şekil veya eğrileri zihinsel olarak öteleme ve aynı hizaya getirme noktasında farklı kavrayışları olabileceği varsayılmış ve bu varsayım çeşitli etkinlikler dizisi ile test edilmiş ve doğrulanmıştır. Bunun üzerine öğrencinin sahip olduğu kavrayışlar ve düşüncelerine dayalı, eğri veya şekilleri öteleyerek aynı hizaya getirebilmesini amaçlayan etkinlikler tasarlanmıştır. Bu etkinliklerde öğrenci öncelikle aynı hizada olmanın nesnelerin konumu ile ilgili olduğunu anlamıştır, şekil veya eğri üzerindeki iki nokta için eş olma ile aynı doğru üzerinde olmanın birbirinden farklı olduğunu anlamıştır, iki nokta için aynı hizada olmanın aynı doğru üzerinde olma olduğunu fark etmiştir. Sonraki adımda öğrenci iki şekil veya eğriyi aynı hizaya getirmek için yapılması gerekeni tespit edebilmiştir (bu ötelemedir). Şekil veya eğrileri öteleyerek aynı hizaya getirmeyi, niteliklerin korunumunu ve aynı hizada olma ilişkisini göz önünde bulundurarak gerçekleştirebilmiştir. Dolayısıyla öğretim ile ulaşılan seviyede Mert farklı hizadaki iki doğrusal şekli veya eğriyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmiştir. Gelişime ait ilerlemedeki bu alt yolun nasıl sunulduğu Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2
Mert'in Uzunluk Kavramına Dair Öğrenme Yol Haritası'ndan Bir Örnek

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
Doğrudan Karşılaştırma: iki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırır.	*Öğretim Öncesi* Mert iki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir. Aynı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli doğrudan karşılaştırabilmektedir. Farklı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli doğrudan karşılaştıramamıştır. Eğri veya şekillerin uzunluklarını başlangıç ve bitiş noktalarının konumlarına göre karşılaştırabilmiştir. Aynı hizada olmayı aynı boyda olmak olarak algılamıştır. Nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirme şeması fiziksel nesnelerle sınırlıdır. Öteleme dönüşümü altında uzaklıkların korunduğunun farkındadır (Niteliklerin korunumu).	
	Öğretim ile ulaşılan Mert farklı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir. Bunun için, Doğrudan karşılaştırma yapabilmek için eğri veya şekillerin ötelenerek başlangıç noktalarının aynı hizada konumlanması gerektiğini fark etmiştir. Bunun için,	
	Nesne üzerinde belirlenen iki nokta için aynı hizada olmanın aynı doğru üzerinde olmak olduğunu fark etmiştir. "Aynı çizgi üzerinde" şeklinde ifade etmiştir. Bunun için ise, iki nokta için eş olma ile aynı doğru üzerinde olmanın birbirinden farklı olduğunu anlamıştır. Ancak sözel ifadelerinde buna çok dikkat etmemiştir. Aynı hizada olmanın nesnelerin konumu ile ilgili olduğunu anlamıştır.	Koşucular, yüzücüler, atlar yarışa başlamadan önce nasıl konumlanır? sorusu canlandırılmış ve tartışılmıştır. Çamaşır ipi örneği verilmiştir. Öğrenciye aynı hizada olan ve olmayan şekilleri ve nesneleri gösteren bir çalışma kağıdı verilmiştir. İçinden aynı hizada yerleştirilmiş olanları ve farklı hizada yerleştirilmiş olanları seçmesi istenmiştir
	İki şekil veya eğriyi aynı hizaya getirmek için yapılması gerekeni tespit edebilmiştir (öteleme). Nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirebilmiştir.	
	Öğretim ile ulaşılamayan Şeklin öteleme dönüşümü altında görüntüsünü çizerken, görüntü ile şeklin aynı uzunlukta olmasına yeterince özen göstermeyebilir.	Somut nesneler üzerinde örneklendirilerek, doğrudan karşılaştırmada nesnelerin ötelenerek aynı hizaya getirildiği fark ettirilmiştir. ...
Dolaylı Karşılaştırma	…	…

3.6. Araştırmanın Güvenilirlik ve Geçerliliği

Araştırmada veri analizinin güvenilirliği için bir uzmandan ve ikinci bir kodlayıcıdan yardım alınmıştır (Miles & Huberman, 1994). Araştırma süresince mikro ve makro analizler bir matematik eğitimcisi uzman eşliğinde gerçekleştirilmiştir. Makro analizlerin yapılmasının ardından ise verilerin %10'u matematik eğitiminde doktora derecesine sahip bir öğretim üyesine sunularak kodlanması sağlanmıştır. İkinci kodlayıcı uzmanlığını özel eğitime ihtiyacı olan öğrenciler üzerinde yapmış bir matematik eğitimcisidir. Verilerin %10'nunu

oluşturacak şekilde yalnızca bir ya da iki öğretim etkinlikleri dizisinin ele alınması aynı kapsamı sağlamayacağından, tüm karakteristiklere ait veriler ve tüm kodların gözden geçirilmesi adına yine verilerin %10'nunu oluşturan ilk klinik görüşme verilerinin kodlanması uygun görülmüştür. Böylelikle araştırmada gerçekleştirilen tüm öğretim etkinlikleri dizilerine ait içeriklerin, amaçların, yani kavram ve becerilerin ikinci kodlamada içerilerek gözden geçirilmesi mümkün olmuştur. İkinci kodlayıcı araştırmanın amaçları, ölçme kavramının temel karakteristiklerine dair amaçlar ve verilerin analizi konusunda bilgilendirilmiştir. İkinci kodlayıcının bağımsız olarak yaptığı kodlamalar, araştırmacı tarafından yapılan kodlamalar ile karşılaştırılmış ve benzerlik ve farklılıklar kodlayıcı ile nedenleriyle tartışılmıştır. Araştırmacı ve ikinci kodlayıcı arasındaki uyum Kendall'ın uyum katsayısı ile hesaplanmıştır. Hesaplanan uyum katsayısı, 0,85 üzerinde olup, kodlayıcılar arasında yüksek düzeyde uyum bulunmuştur (Abdi, 2007). İkinci kodlayıcı ile araştırmacının yaptığı benzer bir kodlamaya örnek verilecek olursa, kodlanılan verinin bir kısmı;

Öğrenciye silindirik bir cisim verilir:

E: Yuvarlak olduğu için hiçbir yerini ölçemeyiz.

A: Nasıl olsaydı ölçebilirdik?

E: Düz olsaydı ölçebilirdik.

şeklindedir. İkinci kodlayıcı bu diyaloğu "uzunluğu doğrusallığa aşırı özelleme" şeklinde, araştırmacı ile uyumlu bir şekilde kodlamıştır. Araştırmacı ile ikinci kodlayıcı arasındaki farklı kodlamaya dair bir örnek ise;

A: Akvaryumun alabileceği su miktarı?

E: Uzunluk değil. Başka bir şeyle…

A: Neden?

E: Çünkü suyu bazen az koyuyorlar bazen çok koyuyolar o yüzden uzunluk değil derim.

Yukarıdaki diyalog araştırmacı tarafından yalnızca "uzunluğu diğer niteliklerden ayırt etme-uzunluğu hacimden ayırt etme" şeklinde kodlanırken, ikinci kodlayıcı "Uzunluğun sabit olup değişken olmaması", "uzunluğu diğer niteliklerden ayırt etme-uzunluğu hacimden ayırt etme" şeklinde kodlamıştır.

Araştırmanın tarafsızlığı/onaylanabilirliği (objectivity/confirmability) (Miles & Huberman, 1994, s. 278) ise araştırmaya ait yöntemin ve araştırma sürecinin gerçek sırasına uygun ve ayrıntılı bir şekilde sunulması ve bulguların ve öğretim etkinlik dizilerinin, verilerin yeniden analizini mümkün kılacak açıklık ve tamlıkta sunulması yoluyla sağlanmaya çalışılmıştır. Bununla birlikte öğretim deneyi boyunca araştırmacı kişisel varsayımları, değerleri, önyargıları ve duygusal durumuna dair farkındalığını olabildiğince sağlamak ve karar almada etkilerini azaltmak amacıyla öğretim deneyi ve öğretim deneyinde aldığı kararlar üzerinde derinlemesine düşünmesini sağlayan araştırmacı günlüğü tutmuştur. Bununla birlikte öğretim deneyi ile eş zamanlı olarak bir uzman ile öğretim oturumları üzerine konuşmalar ve araştırmacı tarafından alınan kararların tartışıldığı ortamlar oluşturulmuştur. Gerektiğinde öğretim oturumlarına dair video kayıtları uzman ile izlenerek üzerinde tartışılmıştır. Kararların hangi şartlar altında ve nasıl alındığı öğretim sürecinin ayrıntılı betimlendiği Bulgular ve Yorumlar başlığı altında incelenebilir (örn., s. 99-105; s. 124-126).

Araştırmanın geçerliliğini sağlayan transfer edilebilirliği (Miles & Huberman, 1994, s. 279) ele alınırsa; araştırmanın sonuçlarının farklı durumlar arasında yani öğrenme güçlüğüne sahip olmayan öğrencilere veya öğrenme güçlüğüne sahip öğrenci popülasyonuna transfer edilebilirliğini sağlamak amacıyla, katılımcı öğrenci özelliklerine, öğretim ortamı ve sürece dair ayrıntılı bilgi verilmiştir. Aynı zamanda araştırmanın kapsam ve sınırlılıkları açıkça ortaya konulmuş ve araştırma sonuçlarının hangi kapsam ve bağlamlarda ele alınabileceği ve değerlendirilebileceği açıklanmıştır. Öğretim oturumları ve öğrenme yol haritalarının tasarlanma süreci, okuyucunun istediğinde kendi düzenlemelerini yapabilmesini sağlayacak şekilde Yöntem ve Bulgular ve Yorumlar bölümlerinde ayrıntılandırılmıştır. Öğrencilerle diyaloglar ve öğrenci hikayeleri aslına uygun olarak değiştirilmeden korunmuştur (Miles & Huberman, 1994).

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

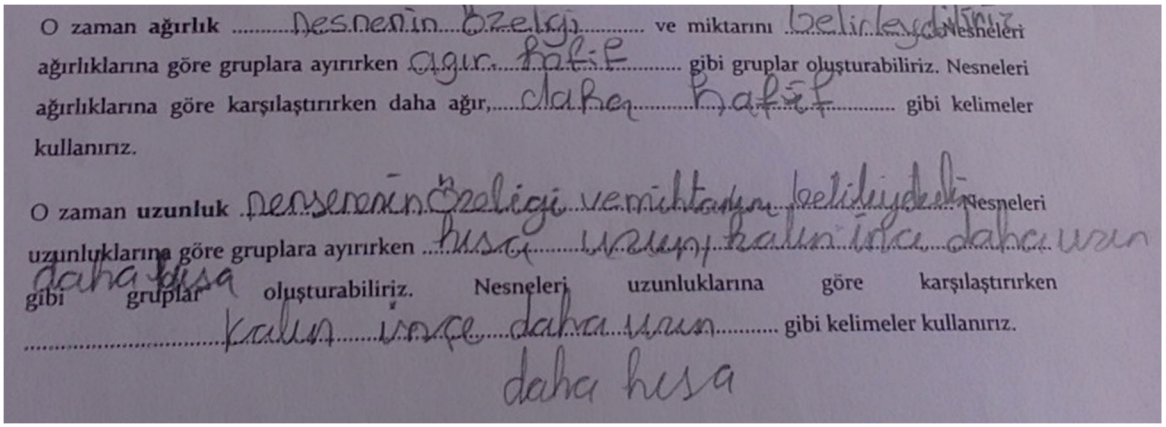
Araştırmanın bulguları, iki öğrenciyle bireysel olarak gerçekleştirilen öğretim deneyleri ve klinik görüşmeler yoluyla toplanan verilerin mikro ve makro analizleri ile elde edilmiştir. Öğretim öncesi gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğrencilerin uzunluk kavramına dair var olan kavrayış ve düşüncelerini ortaya çıkarmaya yöneliktir. Öğretim oturumları ise temel olarak, uzunluk kavramını ölçme kavramına ait karakteristikler çerçevesinde öğrencilerde yapılandırmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Öğretim esnasında gerçekleştirilen klinik görüşmeler yoluyla ise öğretim etkinlikleri ile öğrencilerin ulaştığı düşünme seviyelerinin veya öğretim amaçları doğrultusunda düşünme seviyelerinde gerçekleştirilemeyen adımların ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

Bu bölümde yer alan *Öğretim Etkinlikleri Dizisi #* başlıkları altında öğretim etkinliklerinin amaçlarının ve gerekçelerinin neler olduğu, nasıl gerçekleştirildiği ve söz konusu öğretim etkinliği dizisi ile öğrencilerin halihazırda sahip olduğu, ulaştığı veya ulaşamadığı kavrayış ve düşüncelere ait bulgulara yer verilmiştir. Öğretim etkinlikleri dizilerinin her biri öğrencilerin gelişim süreci boyunca ilerlemesine ve belirli bir düşünce seviyesine ulaşmaları için gerekli bilgi ve becerileri öğrenmelerine yardımcı olmak amacıyla tasarlanmış öğretim etkinliklerinin bir kümesini içermektedir. Öğretim etkinlikleri, öğretim amaçlarına ve öğrencilerin tahmini gelişimine ait ilerlemelerine bağlı olarak araştırmacı tarafından tasarlanmış olup, uzman görüşleri ve pilot çalışmalar ile son hali verilerek öğrencilere uygulanmıştır. Bulgular ve yorumlar, öğrencilerin öğrenme yol haritalarını (Tablo 3 ve Tablo 4) yansıtabilmeleri amacıyla, Öğretim Etkinlikleri Dizisi başlığı altında Öğretim Öncesi ve Öğretim Oturumları başlıklarıyla sunulmuştur. Öğretim Oturumları öğretim sürecini yansıtmaktadır. Aynı öğretim amacına hizmet eden ardışık öğretim oturumları tek başlık altında verilmiştir (Örn., Öğretim Oturumu 4-M (Mert) ve 5-M veya Öğretim Oturumu 6-E (Eda) ve 7-E gibi). Dolayısıyla, bu başlıklar ve altlarında paylaşılan bulgu ve yorumlar, öğretimde izlenen sırayı takip etmektedir. Her bir öğretim etkinlikleri dizisinde

öğrencilerin önceki bilgi ve süreç içerisindeki gelişimlerine bağlı olarak farklı sayıda öğretim oturumları gerçekleştirilmiştir. Son kısımda yer alan Tablo 3 ve Tablo 4 ise sırasıyla Eda ve Mert'in birbirleriyle ilişkili öğretim amaçlarına hizmet eden öğretim oturumlarının makro analizi (Bkz: Verilerin Analizi) ile ortaya çıkarılan uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritalarını sunmaktadır. Şekil 150 ve Şekil 151 ise sırasıyla Eda ve Mert'in öğrenme yol haritalarında gelişime ait ilerlemelerinde takip ettikleri hiyerarşik adım dizisini özetlemektedir. Öğrenme yol haritalarında öğretim amaçlarının temellerini öğrencilerin öğrenme, düşünme ve kavrayışları ile ölçme kavramına ait karakteristikler oluşturur. Ölçme kavramına ait bu karakteristikler hiyerarşik değildir. Nitekim hiyerarşik etkileşimcilik, bilgi ve düşünme seviyelerinde yer alan bilgi parçacıklarının birbirinden tamamen ayrı olmadığını, var olan bilgi parçacıklarının üzerine eklenerek büyüyen ve etkileşimli olduğunu belirtir (Clements & Sarama, 2014). Dolayısıyla gerektiğinde farklı karakteristiklere ait farklı öğretim amaçları aynı etkinlik içerisinde birlikte hedeflenmiştir.

4.1. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 1: Nitelikleri Tanıma

Uzunluk nesnelerin miktarı belirlenebilen bir özelliğidir. Bu bağlamda öğrencilerin uzunluk kavramını anlayıp kullanabilmeleri için öncelikle nesne kavramını, nesnelerin özelliklerini, miktar kavramını ve nesnelerin miktarı belirlenebilen veya belirlenemeyen özelliklere sahip olduklarını anlamaları, nesneleri bu özelliklere göre gruplara ayırabilmeleri ve nesneleri bu özelliklere göre karşılaştırabilmeleri ve bu esnada doğru kelimeleri kullanabilmeleri gerekir. Bu kazanımlar okul öncesi seviyede amaçlanır (CCSM, 2010; MEB, 2013b; NCTM, 2006). Yapılan klinik görüşmelerde tespit edildiği üzere öğretim öncesi seviyede Mert ve Eda uzunluk kavramını "boy" şeklinde tanımlamış ve "insan boyu, masanın boyu" gibi örnekler vermişlerdir. Bununla birlikte, uzun-kısa kelimelerini nesneleri uzunluklarına göre karşılaştırırken ve gruplandırırken doğru bir şekilde kullanmışlardır. Ancak öğretimde bütünlüğün bozulmaması adına, uzunluk kavramını yapılandırmaya yönelik gerçekleştirilen öğretim oturumlarına bu bilgi ve düşünmeleri öğrencilere hatırlatmayı ve pekiştirmeyi hedefleyen bir etkinlik dizisi ile başlanmıştır. Etkinlikler 3 ayrı öğretim oturumunda gerçekleştirilmiş ve gerektiğinde somut materyaller kullanılmıştır. Genel bir tekrarla öğrencilerin farklı niteliklerle beraber uzunluk niteliğini betimlemeleri amaçlanmıştır. Bu esnada miktar kelimesinin açıklandığı bir etkinlik gerçekleştirilmiştir. Etkinlikler sonucunda Mert ve Eda uzunluğun nesnelerin özelliklerinden biri olduğunu fark etmiş, miktarı belirlenebilen ve belirlenemeyen nesne özelliklerini gruplandırmış ve uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen özelliklerinden biri olduğunun farkına varmıştır (Şekil 7).



Şekil 7. Eda'nın uzunluk kavramına dair aldığı notlar

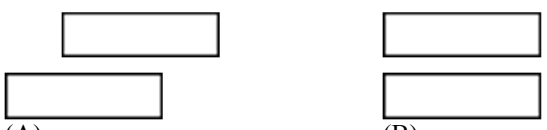
4.2. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 2: Doğrudan Karşılaştırma

4.2.1. Öğretim Öncesi

Bu etkinlik dizisinde öğrencilerin iki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmeleri amaçlanmıştır. Bu amaç dahilinde öğrencilerin öncelikle 3 boyutlu nesneleri daha sonra ise 3 boyutun 2 boyutta temsillerini doğrudan karşılaştırabilmeleri incelenmiştir. Aynı zamanda, öğrencilerden öncelikle aynı hizada daha sonra ise farklı hizada konumlanan nesneleri doğrudan karşılaştırabilmeleri beklenmiştir. Eda boyut ve konum önemli olmaksızın nesneleri doğrudan karşılaştırabilmiştir ancak Mert'in farklı hizalarda konumlanan nesneleri uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırma noktasında problemler yaşadığı görülmüştür. Dolayısıyla bu öğretim etkinlikleri dizisi yalnızca Mert ile gerçekleştirilmiştir.

Yapılan klinik görüşmelerde, Mert'in iki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırma eylem şemasının aynı hizada yerleşmiş olan doğrusal nesnelerin uzunlukları ile sınırlı olduğu görülmüştür.

Farklı hizadaki iki doğrusal nesneyi karşılaştırma: Öğrenciden aşağıdaki şekillerin uzunluklarını karşılaştırması istenir (Bkz: Ek 1; Soru 15).



Şekil 8. Farklı hizada ve aynı hizada konumlanmış iki nesne

Mert (M): A aynı B aynı değil.

Araştırmacı (A): B neden aynı değil?

M: Çünkü biri büyük biri küçük biri küçük biri büyük.

A: Büyük dediğin hangisi?

M: Burası büyük burası [Şekil 9'da kalemle çizdiği yer] küçük. Burası büyük burası küçük.



Şekil 9. Mert'in farklı hizadaki iki doğrusal nesneyi karşılaştırması

Görüldüğü üzere Mert aynı şeklin toplam uzunluğunu değil, başlangıç ve bitiş noktalarını ayrı ayrı karşılaştırmaktadır. Eda ise her iki nesne ikilisinin de uzunluklarının aynı olduğunu belirtmiştir.

Mert'in nesneler üzerindeki eylemleri incelenirse, farklı hizalarda verilen iki şekli uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırırken, şekillerin uzunluklarını, şekillerin başlangıç ve bitiş noktalarının konumlarına göre ayrı ayrı karşılaştırdığı görülür. Mert'in zihinsel nesneleri doğrudan karşılaştırma eylem şeması, nesneleri başlangıç ve bitiş noktaları bakımından iki kere karşılaştırmayı içerir. Bu karşılaştırmada göreceli olarak daha ileride konumlanmış noktanın sahibi nesne daha uzun, daha geride konumlanmış noktanın sahibi nesne ise daha kısadır. Şema nesnenin uzunluğunu bir bütün olarak değerlendirmeyi içermez. Uzunluk şeması ise zihinsel nesnenin başlangıç ve bitiş noktalarının konumları ile sınırlıdır. Dolayısıyla Mert'in uzunluk şemasının, bir nesnenin uzunluğunu toplamsal olarak ve uzaklıkların birikimi olarak kavrama ve zihinde canlandırmayı içermediği düşünülebilir. Ancak niteliklerin korunumu ilkesinin ve uzunlukların doğrudan karşılaştırılmasının fiziksel nesnelerle incelendiği durumda Mert daha farklı yanıtlar vermiştir:

Kurdele ve pipetin uzunluklarını karşılaştırması istendiğinde (Bkz: Ek 1; Soru 10), Mert bir çöp şiş alarak pipeti ve kurdelenin uzunluklarını çöp şiş yardımıyla karşılaştırır (Şekil 10). Bu soruda yalnızca başlangıç ve bitiş noktalarına odaklanmaz, kurdelenin toplam uzunluğunu dikkate alır.



Şekil 10. Mert'in kurdele ve pipetin uzunluklarını karşılaştırması

M: Bunu böyle koyarız ve ölçeriz. Bunun böyle büyük olduğunu böyle ölçeriz.

Mert bu ve benzeri sorularda uzunluğun toplamsal olmasını ve uzaklığın birikimini göz ardı etmemiştir. Mert'in fiziksel nesnelerin uzunluklarını doğrudan karşılaştırma eylem şeması niteliklerin korunumu ilkesini içermektedir. Ancak zihinsel nesnelerin doğrudan karşılaştırılması eyleminde uzunlukların korunumu, uzaklığın toplamsal olması kavrayışları, doğrusal olmayan nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeyi nesnenin uzunluğu olarak ele almaya veya 15. soruda görülen hataya sebebiyet vermektedir. Pilot çalışma öğrencilerinden Efe uzunlukları doğrudan karşılaştırırken, fiziksel nesneler üzerinde de şekiller üzerinde de başlangıç ve bitiş noktalarına odaklanmıştır. Ancak Mert için bir tutarsızlık söz konusudur. Uzaklıkların birikimini 15. ve benzeri sorularda göz ardı ederken, 10. ve benzeri sorularda göz ardı etmemesinin sebebi, burada eylemlerin fiziksel nesnelerin uzunlukları üzerinde ve fiziksel nesneler yardımıyla gerçekleştiriliyor olması olabilir.

Bunun yanında Mert'in 15. soruda karşılaştırma yaparken başlangıç noktalarını hizalaması gerektiğini de göz ardı ettiği düşünülebilir. Dolayısıyla farklı hizalarda konumlanmış şekillerin uzunluklarını doğrudan karşılaştırma eylem şeması, zihinsel nesneleri aynı hizaya getirme eylem şemasını içermeyebilir. Nitekim Mert'ten fiziksel nesneleri karşılaştırması istendiğinde aynı hizaya getirmektedir, ancak şekiller farklı konumlandırıp karşılaştırması istendiğinde olduğu haliyle karşılaştırmaktadır. Bu durumda Mert'in nesneleri aynı hizaya getirme şeması, fiziksel nesnelerle sınırlı olabilir. Burada söz konusu olan temel eylem ötelemedir. Bu noktada Mert'in 15. sorudaki cevabının sebebinin, Mert'in nesneleri zihinsel olarak dönme veya ötelemede yaşadığı güçlük olup olmadığı bir soru işareti oluşturmuştur.

Özet olarak, Mert, niteliği tanıma karakteristiğinin bir gerekliliği olan nesne veya şekillerin uzunluklarını doğrudan karşılaştırma noktasında problem yaşamaktadır. Bu problemin sebepleri, Mert'in uzunluğu toplamsal olarak değerlendirmemesi, uzunluğu uzaklıkların birikimi olarak algılamaması olabileceği gibi, doğrudan karşılaştırmanın nasıl yapılması gerektiğini şekiller ve eğriler üzerinde uygulayamamaktan veya ötelemeden de kaynaklanabilir. Yukarıda belirtilen sebeplerden dolayı ilk ihtimal olarak öteleme düşünülmüştür. Bu durumda niteliği tanıma karakteristiğinin önemli bileşenlerinden biri olan doğrudan karşılaştırma için tasarlanan derste, Mert'in öncelikle ötelemede mi yoksa uzunlukların karşılaştırılmasında aynı hizaya getirilmeleri gerektiği bilgisinde mi problem yaşadığının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bunun için öğrencinin verilen nesne ve şekillere öteleme ve gerekirse dönme dönüşümü uygulamasına yönelik bir etkinlik hazırlanır. Öğrencinin ötelemede yaşadığı bir güçlüğün olmadığı tespit edilirse, doğrudan

karşılaştırmada nesnelerin başlangıç noktalarını aynı hizaya getirme ve bu şekilde karşılaştırması gerektiği bilgisine dair bir etkinlik planlanacaktır. Eğer öteleme de bir güçlük tespit edilirse, öteleme yapabilmesini amaçlayan etkinlikler tasarlanacaktır.

4.2.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 4-M. Söz konusu öğretim oturumunda *Etkinlik 5: Öteleme Etkinliği* uygulanmıştır. Etkinliğin amacı öteleme ile nesne üzerindeki herhangi iki noktanın aralarındaki uzaklığın korunduğunu fark ettirmektir. Etkinlikte öteleme, kaydırma kelimeleri kullanılır. Sınıfta bulunan çubuk, tel, ip ve diğer nesnelerden yararlanılır. Öğrencinin önce somut nesnelerle öteleme yapması sağlanır. Daha sonra ise 3-boyutun 2-boyutta temsilleri üzerinde çalışılır. Önce kareli kağıt daha sonra düz bir kağıt üzerinde, önce tek bir nesneyi öteleme sonra iki nesneyi aynı hizaya getirme için öteleme (bu nokta doğrudan karşılaştırmanın söz konusu olduğu noktadır) şeklinde etkinlik gerçekleştirilir. Nesne üzerinde işaretlenen iki nokta arasındaki uzaklığın nesnenin ötelenmesi sonucu değişip değişmediğine dair sorular sorulur:

A: Biz bunu (kalem) kaydırdığımızda iki noktanın arasındaki uzaklık?

M: Aynı... Değişen bir şey yok.

[…]

A: Uzaklığın korunması ile ne kastediyorum?

M: Yani uzaklığın birbirleri ile eşit olması.

A: Ben silgiyi buradan alıp ötelediğimde de A ile B arasındaki uzaklık?

M: Değişmiyor.

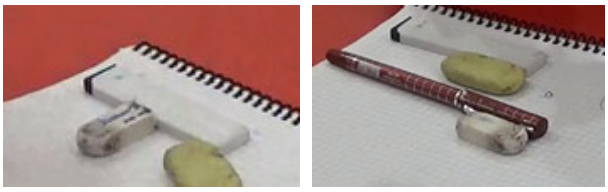
Öğrenci öteleme ile nesnenin uzunluğunun değişmediğinin, uzaklıkların korunduğunun farkındadır. Mert'in nesneler üzerinde eylemleri incelendiğinde, Mert öteleme dönüşümü altında nesnenin uzunluğunun değişmediğini, uzaklıkların korunduğunu açıkça ifade eder. Fiziksel nesneler üzerinde seçilen iki nokta arasındaki uzaklığın nesne ötelendiği durumda da değişmediğini ifade eder. Dolayısıyla Mert'in korunum eylem şeması öteleme dönüşümü altında uzunluğun değişmeyeceği bilgisini içerir. Sıra öteleme ile nesneleri aynı hizaya getirmeye geldiğinde,

A: Aynı hizaya getirmek ne demek?

M: Yanına.

A: Yani? Gösterebilirsin bana şu demek diye.

M: Bunun böyle yanına falan gelebilir [Mert beyaz silgiyi alıp uç kutusunun yanına koyar Resim 11a]



(a) (b)

Şekil 11. (a) ve (b) Mert'in öteleme ile nesneleri aynı hizaya getirmesi

[…]

A: Başlangıç noktalarını hizalar mısın? (Şekil 11b)

Mert nesneleri doğru bir şekilde aynı hizada konumlandırabilmektedir. Öğrenci nesneleri aynı hizaya getirdikten sonra:

M: Ama boyu aynı olmadı.

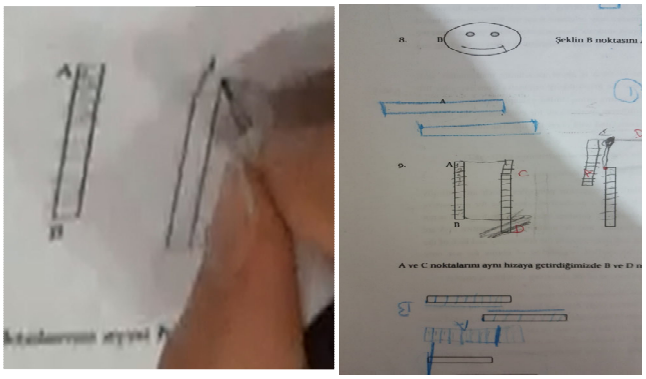
A: Olmak zorunda mı?

M: Hayır.

Öğrencinin bu tepkisinden aynı hizada olmayı aynı boyda olmak olarak algıladığı düşünülebilir. "Hayır" cevabını vermiştir ancak aynı hizada olmanın aynı boyda olmak olduğu düşüncesi dersin ilerleyen kısımlarında öteleme etkinliğinde tekrar ortaya çıkacaktır. Mert'in aynı hizada olma şeması, aynı hizadaki nesnelerin aynı uzunlukta olduğu algısını içerebilir. İki şekli öteleyerek aynı hizaya getirmesi istendiğinde, şekilleri aynı boyda olacak şekilde çizer:

A: A ile C'yi aynı hizaya getirdiğimde B ve D nerede olur? (Şekil 12a)

M: [AB şeklini karelere ayırır ve sayar. CD şeklini karelere ayırmaya başlar] 11 … C'yi biraz daha uzatmamız lazım [C'nin üzerine çizgi eklemeye başlar. Sonra CD'yi B ile aynı hizada bitecek ve 11 kare olacak şekilde tekrar karelere ayırır].



(a) (b)

Şekil 12. (a) ve (b) Mert'in öteleme ile şekilleri aynı hizaya getirmesi

M: Evet … [B'den CD'ye doğru bir çizgi çizer. Şekil 12b] İşte böyle. Burası fazla [D'nin olduğu kısmın üzerini çizer. Şekil 12b]

Aynı hizada olmanın aynı boyda olmak olduğu şeması gereğince Mert ötelenmesi gereken şekli ötelemek yerine diğer şekille aynı boyda olacak şekilde kendi deyimiyle "uzatmıştır". Bunun üzerine öğrenciye silgi ve kalem örneği hatırlatılır.

A: Bunları aynı hizaya getir deyince böyle ötelemiştin ya [silgi ve kalem ötelenerek hizalanır]

M: Hı hı.

A: Şimdi de aynı şeyi yapman lazım. Ama sen bunu (silgiyi) tuttun bunun (kalem) kadar uzattın mesela şu an. Farkında mısın?

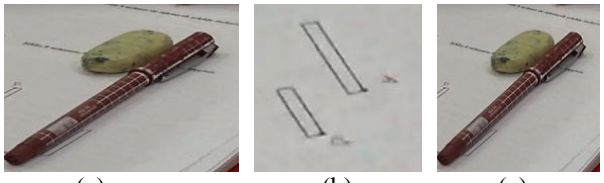
M: Hı hı.

A: O zaman ne yapman lazım?

M: ….

A: [Şekillere dönülür] A ile C'yi aynı hizaya getireceğiz bak.

M: Nasıl getireceğimizi bilmiyorum.



(a) (b) (c)

Şekil 13. (a), (b) ve (c) Mert'in öteleme ile nesneleri aynı hizaya getirmesi

Dolayısıyla klinik görüşmelerin analizinde yapılan tahminin yerinde olduğu, öğrencinin şekilleri öteleyerek aynı hizaya getirme noktasında güçlük yaşadığı söylenebilir. Demek ki

Mert'in farklı hizalarda verilen şekilleri ayrı ayrı karşılaştırmasının bir sebebi de öteleme ile ilgilidir. Aynı örnek üzerinde devam edilir:

A: Bunları aynı hizaya getirmeyi konuştuk değil mi? Ne demek oluyordu aynı hizaya getirmemiz?

M: Boylarının eşit olması.

A: Bunları aynı hizaya getirdim ben. Şu an boyları eşit mi? (Şekil 13c)

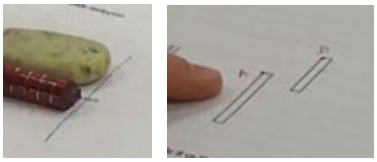
M: Başladığı noktanın eşit olması.

Mert başlangıç noktalarının aynı hizada olmasının boyların eşit olması demek olmadığını görmüştür. Şimdi ise aynı hizada olma şemasını, başlangıç noktalarının eşit olması anlamına geldiğine sınırlamıştır. Mert'in aynı hizada olma şemasının, nesneler noktalar olduğunda, eşit olmaları algısını içerdiği düşünülebilir. Öğrenci her durumda bir eşitlik aramaktadır. Dolayısıyla bir sonraki adımda aynı hizada olmanın ne demek olduğu; "Aynı hizada olmak aynı uzunluğa sahip olmak demek değildir. Aynı hizada olmak nesnelerin ve şeklin konumu ile ilgilidir; İki noktanın aynı hizada olması ile eşit olması birbirinden farklıdır; İki noktanın aynı hizada olması demek noktaların aynı doğru (çizgi) üzerinde bulunması demektir." fikirleri çerçevesinde netleştirilmelidir. Bu aşamada öncelikle Mert'e nesneleri ve şekilleri aynı hizaya getirmek için öteleme yapılması gerektiği fark ettirilmelidir. Çünkü Mert ötelenmesi gereken şekli uzatmaya odaklanmıştır. Etkinliğin devamında nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirme eyleminden yola çıkarak, öğrencinin şekilleri aynı hizaya getirmek için öteleme eyleminin gerekliliğini fark etmesi ve gerçekleştirmesi amaçlanmıştır. Aynı zamanda aynı hizada olmanın aynı boyda olmak olmadığı vurgulanmıştır.

A: […] Başlangıç noktalarını bir araya getirmemiz ya da şu noktayla şu noktayı aynı hizaya getirmemiz... Hiza dediğimiz şey şöyle bir şey ise [bir çizgi çizilir] aynı hizaya geldiler bak. Gördün mü? (Şekil 14a)

M: Evet. [Kalemleri aynı hizaya getirmeye dair de benzer bir örnek verilir]

A: […] Şimdi burada (Şekil 14b) yapacağımız da o değil mi? A ile D'yi aynı hizaya getir dediğimde ne yapman lazım?



(a) (b)

Şekil 14. (a) ve (b) Aynı ve farklı hizada olma

M: …

A: Bu kalemi herhangi bir yere koyup şu kalemle aynı hizada olması için ne yapman lazım? Şunu alıp kaydırman lazım değil mi aynı hizada olsun diye [kalemle gösterilir]?

M: Hı hı.

A: O zaman şu kağıt üzerindeki şekiller aynı hizada olsun diye ne yapman lazım?

M: Bunu kaydıracağım [A noktasını D'ye doğru parmağıyla kaydırırmış gibi yapar].

A: Ya da D noktasını A noktası ile aynı hizada olacak şekilde buraya kaydırcaksın değil mi?

M: Onu da devam ettirip...

A: Onu devam ettirebilecek misin? Sen kalemi devam ettirebiliyor musun? [Kalem tutulup sündürülmeye çalışılır]

M: Hayır.

A: O zaman ne yapman lazım?

Bu noktadan sonra Mert tekrar aynı hizada olmanın aynı boyda ya da başlangıç noktalarının eşit olması düşüncelerini tekrarlar. Aynı hizada olmanın aynı boyda olmak demek olmadığı iki nesne çifti üzerinde tekrar tartışılır, aynı zamanda öğrencinin eşitlik algısı anlaşılmaya çalışılır:

A: Şöyle (Şekil 15a) koyduğun zaman bu ikisi için eşit dediğin nedir?



(a) (b)

Şekil 15. Aynı hizada olma

M: Boyları da eşit başlangıç noktaları da eşit.

A: Şunlar? (Şekil 15b)

M: Eşit değil sadece başlangıç noktaları eşit.

[…]

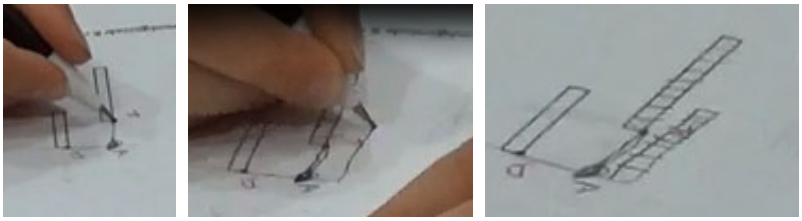
A: O zaman başlangıç ve bitiş noktalarının aynı hizada olması boylarının eşit olduğu anlamına gelir mi?

M: Boylarının eşit olduğu anlamına gelmez çünkü buraları eşit değil bu kısa bu uzun.

Bu noktada Mert'e aynı hizada olmanın, başlangıç noktalarının eşit olması demek olmadığı açıklanmıştır ancak öncelikle öğrencinin eşit kavramını kavraması gerekmektedir. Dolayısıyla, kısa bir uyarıdan sonra bu bir sonraki derse bırakılarak, şekilleri öteleme eylemine dönülür:

A: A noktası ile D noktasını aynı hizaya getirmek istiyoruz. O zaman [D'den geçen bir çizgi çizilir. Şekil 16a]… O zaman ne yapmalıyız şunu? [A noktası gösterilir Şekil 16a]

M: Bunu (A noktasını) da buraya almalıyız […] Böyle böyle mi çiziyim? [İlkinde yaptığı gibi A noktasına sahip şekli uzatma- ona yeni uzunluk eklemeyi kasteder]… Yok.



(a) (b) (c)

Şekil 16. Mert'in verilen bir şekli ötelemesi

Sonra bu düşüncesinden vazgeçer ve A'yı kendi birim karelerine ayırır. Kaç kare olduğunu tespit ettikten sonra D hizasından başlatarak biraz yanına A'yı çizmeye başlar. Göz kararı çizer ve karelere ayırarak A ile eşit sayıda kareden oluşup oluşmadığını kontrol eder (Şekil 16b ve 16c). Mert birimleri eş olarak çizememiş olsa dahi uzunluğun korunumunu dikkate alarak şeklin ötelenmiş halini çizebilmiştir.

A: Sen ne yapmayı bilmiyorum demiştin onu oraya nasıl taşıyacağımı bilmiyorum mu dedin?

M: Hı hı. Ama öğrendim oraya yeni çizeceğiz.

A: Nasıl yapman gerektiğini düşünüyordun?

M: Böyle (uzatarak) çizmem gerektiğini.

Dolayısıyla bu ders kapsamında Mert'in, aynı hizada olmanın aynı uzunluğa sahip olmak demek olmadığını ve iki nesneyi aynı hizaya getirmek için öteleme yapılması gerektiğini fark etmesi sağlanmıştır. İlerleyen derslerde bu farkındalığın kalıcılığı incelenecek ve geliştirilecektir. Öğrencinin kareli kağıt üzerinde önceki yaptığı bir öteleme sonucu oluşan şekil ikilisi gösterilerek, uzunlukları karşılaştırması istenir. Amaç öğrencinin doğrudan

karşılaştırmayı hala başlangıç ve bitiş noktalarına odaklanarak karar verip vermediğini anlamaktır.



Şekil 17. Doğrudan karşılaştırma

A: Peki burada uzunlukları karşılaştırsan?

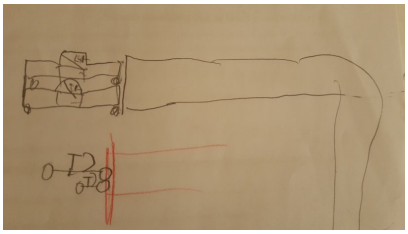
M: Kareleri saydığımızda zaten o boyunu gösterecek. Bu kareleri sayarak yaparsak olur.

Görüldüğü üzere öğrencinin kavrayışını tespit amaçlı uygulanmış olsa dahi, bu etkinlikte yer alan aynı şeklin ötelenmiş halini çizmek bile, Mert'i (uzunluğun korunumunun farkında olmasının da katkısıyla) farklı hizada bulunan iki şekli doğrudan karşılaştırırken, önceden sahip olduğu başlangıç ve bitiş noktalarının konumuna göre uzunlukları karşılaştırmak eğiliminden, uzaklıkların birikimini göz önünde bulundurarak karşılaştırmaya yöneltmiştir. Aynı zamanda gerçekleştirilen öğretim oturumu ile öğrencinin, aynı hizada olmanın aynı uzunluğa sahip olmak demek olmadığını ve iki nesneyi aynı hizaya getirmek için öteleme yapılması gerektiğini fark ettiği söylenebilir.

Öğretim Oturumu 5-M. Gerçekleştirilen öğretim oturumunun amacı Mert'in aynı hizada olmanın doğrusal bir çizgi üzerinde olmak (TDK, 2011) anlamına geldiği fikrini edinmesidir. Dolayısıyla Mert nesnelerin başlangıç noktalarının aynı hizada olmasının, başlangıç noktalarının eşit olması değil aynı doğru üzerinde bulunması olduğunu anlamalıdır. Aynı hizada olmanın ancak başlangıç noktalarının eşit olmasının doğal bir sonucu olduğunu anlamalıdır. Dolayısıyla etkinliğin sonunda öğrenciden nesneleri aynı hizaya getirmenin ne demek olduğunu kavraması; aynı boyda olma ve eşit olma durumlarından farklı olduğunu anlaması; aynı hizaya getirmek, hizalamak fiillerini anlayıp gerçekleştirebilmesi ve ulaşılması amaçlanan fikirleri açıkça ifade etmesi beklenir. Kullanılan sözcükler aynı hizaya getirme, öteleme ve eşit olmadır. Öğretim esnasında, verilen ilk örnek ve sorularda aynı hizada olan nesne ve şekillerin farklı boyda olmasına özellikle dikkat edilmiştir.

Öğretime başlarken Mert'e önceki ders neler yapıldığı hatırlatılır. Neleri fark ettik? Ötelemeyi yaparken nelere dikkat ettik? Bir nesneyi ötelediğimizde neler değişmiyor? şeklinde sorularla nelerin değişmediğini listelemesi istenir. Ötelemeye dikkati çekmek ve

nesne üzerinde belirlenen noktaların yeni konumlarını incelemek, öğrenciye uzunluğun korunduğunu fark ettirmek açısından önemlidir. Öteleme sonucunda uzunluğun değişmediği, belirlenen iki nokta arasındaki mesafenin korunduğu Mert'e açıkça ifade ettirilir. Öncelikle eşitlikten yola çıkılmıştır. Çünkü Mert'e aynı hizada olmayı açıklaması istendiğinde Mert yine "Eşit olmak" demiştir. Bunun üzerine birlikte ayağa kalkılır. Sonra sorulur: "Koşucular yarışa başlarken nasıl bekler ve başlarlar?" Biri önde diğeri arkada mı beklerler?" "Hayır aynı hizada beklerler" şeklinde Mert'in verdiği cevap canlandırılır. Daha sonra yüzme yarışmalarının, at koşularının nasıl gerçekleştirildiği üzerine konuşulur ve çamaşır ipi örneği verilir. Çamaşır ipinde çamaşırların aynı hizada asıldıkları belirtilir. Daha sonra öğrencinin aynı hizada olmayı açıklaması beklenir. Mert "Bir çizgi üzerinde olmaktır" der. Mert sadece başlangıç noktaları aynı hizada olan nesnelere örnek olarak Şekil 18'i çizer:



Şekil 18. Mert'in aynı hizada olan nesnelere dair çizimi

Devamında eşitliği ve noktaların eşit olmasını vurgulamak için "İkimiz birer koşucuyuz. Koşucular yarışa başlarken nasıl başlar? Belirli bir noktadan koşmaya başlarlar demiştik. Peki başlangıç noktaları eşit olursa ne olur?" soruları ile ayağa kalkılır ve Mert'ten bir nokta belirlemesi istenir. Daha sonra eşit kavramı üzerinde konuşularak (Eşit olmak ne demek? Bir nokta için aynı olmak demek değil mi? Terazinin kefeleri dengedeyse ne olur? Ağırlıklar eşit olur değil mi? Yani aynı ağırlıklığa sahip olunur) "Biz ikimiz koşucuyuz. Başlangıç noktalarımız eşit olsun. O zaman ne olacak? Aynı başlangıç noktası olacak değil mi? Burası başlangıç noktamız olsun. İkimiz de koşuya başlayacağız. Aynı anda başlamamız gerekmez mi yarışa? Ama ikimiz aynı anda aynı noktada nasıl olacağız?" sorusu sorulur ve eklenir "O zaman ne yapmamız lazım?" Mert "Benim şurda durmam lazım" diyerek aynı hizada başka bir noktaya geçer. Aynı noktadan değil de aynı hizadan başlanmalı sonucuna ulaşılır ve tekrarlanır:

A: O zaman başlangıç noktalarımızın aynı hizada olması ile başlangıç noktalarımızın eşit olması aynı şey midir?

M: Hayır değil. Çizgisi aynı.

Öğretim Oturumu 6-M. Söz konusu öğretim oturumu ile öğrenciden 3-boyutun 2-boyutta temsilinde veya 2 boyutta aynı hizaya getirmenin ne demek olduğunu anlayabilmesi, yapılması gerekeni tespit edebilmesi, doğru bir öteleme ile uzunluk niteliğinin korunumu ilkesini gözeterek şekilleri aynı hizaya getirebilmesi beklenir. Mert'e öncelikle iki nesne üzerinde "Bu kalemi silgi ile aynı hizaya getirebilmek için ne yapmalıyım?" diye sorulur. Ötelenmesi, kaydırılması gerektiği fikrine ulaşıldıktan sonra şekil üzerinden konuşmaya başlanır. İlk çalışmalar kareli kağıt üzerinde yapılacaktır. O zaman "A noktasını D ile aynı hizaya getirirsem D noktası nerede olur?" sorusu sorulur. "Bunun için ne yapmamız gerekir? Kaydırmalıyız nasıl kaydıracağız?" gibi yeterince örnekten sonra belirlenen noktanın konumunu tahmin etmesi istenir. Daha sonra boş bir kağıt üzerinde çeşitli örnekleri çizmesi ve tahmin etmesi istenir. Boş kağıt üzerinde etkinliklerin sürdürülme amacı Mert'in uzaklığı korumak için nasıl bir strateji geliştireceğini ortaya çıkarmaktır. Dersin sonunda aynı hizada yerleştirilmeyen iki şeklin uzunluklarını karşılaştırması istenir. Örneklerin doğrusal olan ve olmayan eğrileri içermesine dikkat edilmiş, hep aynı veya benzer şekillerin ötelenmesinden kaçınılmıştır. Önceki derslerde öğrenilenler tekrar edilir:

A: Aynı hizada olmak ne demekti?

M: Aynı çizgide ama aynı yerde değil.

A: *Her zaman* [vurgulu] aynı yerde olmak zorunda değil değil mi?

M: Hıhı.

A: Kalemle silgiyi aynı hizaya getirmek için ne yapmalıyım?

M. Böyle [Silgiyi öteleyerek kalemle aynı hizaya getirir]. Boyları farklı olsa da olur.

A: Kalemle silgiyi aynı hizaya getirmek için ne yapıyorum? Yaptığım hareketin adı ne?

M: …

A: Burada kalemi kaydırıyorum değil mi? Öteliyorum.

[…]

A: Bu iki kalemi versem boylarını karşılaştır dersem ne yaparsın?

M: Öteleyerek aynı hizaya getiririm.

Şeklinde cevaplar, bu araştırmacı tarafından istenilen bir cevaptır. Ardından doğrudan karşılaştırma eylem şemasının öteleme ile aynı hizaya getirme eylemini içerip içermediğini anlamak için uç kutusu verilip "Uzunluklarını karşılaştır desem ne yaparsın?" sorusu sorulur.

Mert ”Aynı hizaya getiririm" der. Mert’in bu cevabı da istenilen bir cevaptır. “Peki, bize kağıt üzerinde bir şekil verilse?” şeklinde sorulur ve bu soruya da "Öteleyerek aynı buraya [diğeri ile aynı hizayı gösterir] getireceğiz” der. Dolayısıyla Mert’in nesneleri doğrudan karşılaştırırken aynı hizaya getirmesi gerektiğini fark ettiği söylenebilir. Aynı zamanda bunu öteleme dönüşümü ile yapabileceğini de fark etmiştir. Ancak uygulaması istendiğinde önceki öğretim oturumunda yaptığı gibi aynı hizaya getirmek için şekli ötelemek yerine uzatır. Mert gerçekleştirilen ilk etkinlikte de öteleme yapmayıp şekilleri uzatmıştır. Daha sonra uzatmaması gerektiğini “Aa kaydıracağız!” şeklinde bir tepkiyle fark etmiş ve öteleyerek aynı hizaya getirmeye başlamıştır. Aynı hizada olma şemasına odaklanan öğretim oturumu sebebiyle araya bir hafta gibi bir sürenin girmesi bunları unutmasına sebep olmuş olabilir. Ancak kısa bir hatırlatmayla Mert yeni oluşturduğu eylem şemasını tekrar uygulamaya başlar. Öncelikle aynı örnek üzerinde öğrenciye önceki ders sorulan sorular ve öğretim dizisi sırasıyla tekrarlanır. Şekli uzattığı örnek üzerinde niteliğin korunumu ilkesi vurgulanır:

A: Mert bunu ötelemen gerekiyor ya bunun ötelenmiş hali buranın hepsi mi [uzatılmış şekil]?

M: Hayır.

A: Aynısının ötelenmiş halini başka bir yere çizer misin?

M: Bunu bir tepkiyle arkadan buraya aynı hizaya iteriz.

A: Ama itemiyorsun şu an. O yüzden bunu yeniden çizeceksin.

denilir ve tekrar ilk dersteki gibi sorulur:

A: A noktasını buraya ötelemiş oluyorsun. B nereye gelecek diye düşünmen gerekmiyor mu?

M: Gerekiyor.

A: Yap bakalım.

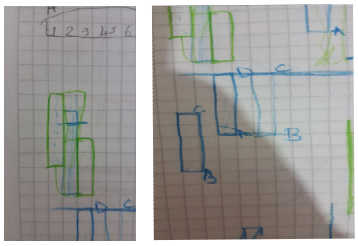
M: [Şeklin istenilen yere ötelenmiş halini çizer] Buraya geliyor.

A: Neye göre dedin?

M: Karelerine göre.

Görüldüğü üzere Mert tekrar uzaklıkların korunumunu dikkate alarak ötelemeye başlamıştır. Bunun üzerine uzaklıkların korunumunu dikkate almadan yaptığı önceki örneğe dikkati

çekilir ve öğrenci Şekil 19a'da görüldüğü üzere çizimini mavi kalemle düzeltir. Şekil 19b öğrencinin BC şeklini öteleyerek D ve C'yi aynı hizaya getirmesine bir örnektir.



(a) (b)

Şekil 19. Mert'in uzaklıkların korunumunu dikkate alarak yaptığı öteleme

Düşeyde, yatayda ve farklı şekillerle ve eğrilerle kareli kağıt üzerinde öteleyerek aynı hizaya getirme çalışmaları yapıldıktan sonra çizgisiz kağıt üzerinde etkinliğe devam edilir. Amaç öğrencinin öteleyerek aynı hizaya getirme eyleminde niteliğin korunumunu sağlamaya yönelik geliştireceği stratejileri incelemek veya bir strateji geliştirmesine yardımcı olmaktır. Ancak öğrenci kareler çizmekte ısrar etmiştir. Öteleyeceği şekli birim kare olarak düşündüğü karelere ayırır ve sayar, diğeri ile aynı hizadan başlayacak şekilde göz kararı bir uzunluk çizer ve çizdiği şekli yine (gerekirse aynı sayıyı verecek şekilde karelerin büyüklükleri üzerinde değişiklik yaparak) karelere ayırır, şeklin bitiş noktasını kare sayısına göre ayarlar ve böylelikle eşit ya da yakın uzunlukta ötelenmiş halini çizmiş olur. Bu esnada masada cetvel bulunduğu ve cetveli kullanabileceği belirtildiği halde Mert bu stratejiyi kullanmakta ısrar etmiştir.

Daha sonra farklı hizada verilen şekilleri karşılaştırması istenmiştir. Mert artık başlangıç ve bitiş noktalarının konumlarına odaklanarak onları karşılaştırmamakta; şekillerin tüm uzunluğunu dikkate almakta ve öteleyerek veya da bulundukları halleriyle zihinden veya çizerek karelere ayırma yoluyla karşılaştırmaktadır. Örneğin:



Şekil 20. Mert'in uzaklıkların korunumunu dikkate alarak yaptığı öteleme

A: Bu şeklin (A) bundan (C) daha kısa olduğunu mu düşünüyorsun?

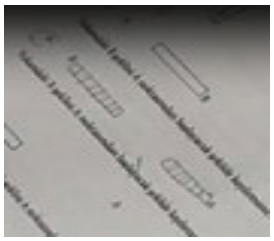
M: Hıhı.

A: Nasıl anladın? Neye göre karar verdin?

M: Karelerini sayarak.

Mert'in kareleri sayması ve yalnızca kare sayısına odaklanmasının sebebinin ilk yapılan örneklerde kareli kağıt üzerinde çalışılmış olması olduğu düşünülebilir.

Mert karelere ayırırken, eş karelere ayırmaya çalışmaktadır ancak buna çok fazla özen göstermemektedir.



Şekil 21. Mert'in eş karelere ayrıma eylemi

Bu yine uzaklığın birikimi, uzunluğun toplamsal olmasının göz ardı edilmesidir. Aynı zamanda eş birime ihtiyacın farkında olmamasıyla da ilişkili olduğu düşünülebilir. Önceki derste:

A: Neye dikkat ettin çizerken?

M: Kareler.

A: Karelerinin neyine?

M: Bulmaya.

A: Uzunlukları eşit mi oldu?

M: Hayır eşit değil ama kareleri eşit.

A: Hımm… Uzunlukları eşit değil ama kareleri eşit. Peki aslında dikkat etmemiz gereken şey uzunluklarının mı eşit olması? karelerinin mi (kare sayısı) eşit olması?

M: Uzunlukları… ama öyle yapabildim.

Şimdiki derste ise benzer bir konuşma daha gerçekleştirilmiştir:

A: Peki senin böyle karelere ayırıyor olman sağlıklı mı? Doğru mu?

M: Doğru.

A: Ama bunlar (kareler) birbirine eşit mi? Şu kareyle bu kare [iki farklı şekil üzerindeki kareler gösterilir]

M: Hayır.

A: O zaman buna göre karşılaştırma yapman?

M: Doğru değil.

A: Başka bir şey bulmamız lazım değil mi?

M: ….

A: Neden bu şekilde karelere ayırmakla doğru birşey yapmıyoruz sence?

M: Neden çünkü doğru yaptığımızı bilemeyiz.

Mert yaptığının doğru olmadığının farkındadır ancak yine de özen göstermemekte veya cetvel kullanması gerektiğini ya da başka bir nesneyi referans alarak dolaylı karşılaştırma yapabileceğini aklına getirmemektedir. Yapılan klinik görüşmelerde Mert genellikle eş birime ihtiyacın farkında değildir, kendisi farklı birimler kullanarak bir nesnenin uzunluğunu ölçebilmektedir ancak iki ayrı uzunluğun karşılaştırılmasında farklı birimlerin kullanıldığı durumda karşılaştırma yapabilmek için birimlerin uzunluklarının bilinmesi gerektiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla burada da Mert kendisiyle çelişmemekte ve kendi kendisine yaptığı karelere ayırmanın "tehlikeli" olduğunu ifade etmektedir. Buna rağmen Mert bu duruma nasıl bir çözüm bulabileceği konusunda çaresiz olduğunu düşünmektedir. Bu noktada cetvel kullanımını veya birim kareyi referans aldığı gibi belirli uzunluğu referans almayı, başka bir birimi dikkate alarak dolaylı karşılaştırmayı işe koşmamaktadır.

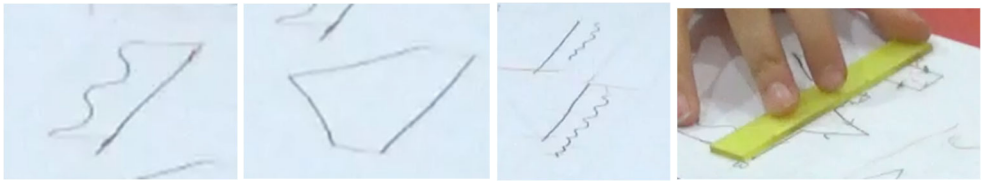
Özetlenecek olursa, öğretim öncesi düşünme seviyesinde, öğrencinin farklı hizalarda konumlanmış olan iki doğrusal şekli veya eğriyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırırken, şekilleri yalnızca başlangıç ve bitiş noktalarının konumlarına odaklanarak karşılaştırdığı görülmüştür (Bkz: Tablo 4). Fiziksel nesnelerle niteliğin korunumuna ve diğer karakteristiklere dair yapılan etkinliklerin mikro analizine göre öğrencinin verilen şekil veya eğrileri zihinsel olarak öteleme ve aynı hizaya getirme noktasında farklı kavrayışları olabileceği varsayılarak bu varsayım çeşitli etkinlikler dizisi ile test edilmiş ve doğrulanmıştır. Bunun üzerine öğrencinin sahip olduğu kavrayışlar ve düşüncelerine dayalı, eğri veya şekilleri öteleyerek aynı hizaya getirebilmesini amaçlayan etkinlikler tasarlanmıştır. Bu etkinliklerde öğrenci öncelikle aynı hizada olmanın nesnelerin konumu ile ilgili olduğunu anlar, nesne üzerindeki iki nokta için eş olma ile aynı doğru üzerinde olmanın birbirinden farklı olduğunu anlar. Ancak sözel ifadelerinde buna çok dikkat etmeyebilir. İki nokta için aynı hizada olmanın aynı doğru üzerinde olma olduğunu fark eder.

Bunu "Aynı çizgi üzerinde" şeklinde ifade edebilir. Sonraki adımda öğrenci iki nesneyi aynı hizaya getirmek için yapılması gerekeni tespit edebilir (bu ötelemedir). Nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirmeyi, niteliklerin korunumunu ve aynı hizada olma ilişkisini göz önünde bulundurarak gerçekleştirebilir. Dolayısıyla doğrudan karşılaştırma yapabilmek için doğrusal nesnelerin ötelenerek başlangıç noktalarının aynı hizada konumlanması gerektiğini fark eder. Mert bu eğri veya şekilleri öteleyerek yan yana getirmesi gerektiğini ve ötelemeyi nasıl yapması gerektiğini öğrendikten sonra, sonraki birkaç örnekte eğri ve şekilleri zihinsel eylemlerle karşılaştırabilmiştir. Kısacası Mert farklı hizadaki iki doğrusal nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilir. Ancak şeklin öteleme dönüşümü altında görüntüsünü çizerken, görüntü ile şeklin aynı uzunlukta olması gerektiğinin farkında olmasına rağmen, yaptığı çizimlerde özellikle eş birimlerle karşılaştırma noktasında buna yeterince özen göstermeyebilir. Dolayısıyla bundan sonraki aşamada sırasıyla dolaylı karşılaştırma ve eş birime olan ihtiyaç vurgulanmalıdır.

4.3. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3: Doğrudan Karşılaştırma

4.3.1. Öğretim Öncesi

İlk iki öğretim etkinlikleri dizisi boyunca, Mert'in doğrudan karşılaştırma eylemlerinin (kavrayışı ve öğretim etkinliklerinin içeriği bakımından) doğrusal nesnelerle sınırlı tutulduğunun hatırlanması önemlidir. Dolayısıyla Mert'in iki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırma eylem şeması, öğretim öncesinde, aynı hizada yerleştirilmiş olan doğrusal nesneler ile sınırlı iken, öğretim yoluyla bu şema farklı hizada yerleşen iki doğrusal nesneyi doğrudan karşılaştırabilme ile zenginleştirilmiştir. Bundan sonraki aşama doğrusal olmayan iki nesnenin uzunlukları bakımından karşılaştırılmasıdır. Mert'in uzunluk şeması aynı hizada başlayıp biten eğrilerin her durumda aynı uzunluğa sahip olduğu düşüncesini içerir. Bu şemanın temelinde yatan düşüncenin doğrusal olmayan eğrilerin uzunluğunun başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki doğrusal uzaklık olduğu düşüncesi olduğu düşünülmüştür. Mert'ten başlangıç ve bitiş noktaları aynı hizada olan biri doğrusal olan diğeri olmayan iki eğriyi karşılaştırması istenir. Bunun için Mert, başlangıç ve bitiş noktalarına çizgi çizer ve aynı hizada olduklarını görünce "Uzunlukları aynı" der (Şekil 22a).



(a) (b) (c) (d)

Şekil 22. Doğrusal olmayan iki nesnenin uzunlukları bakımından karşılaştırılması

Sonra Mert'e Şekil 22c'de görülen başlangıç noktaları farklı hizada iki eğri verilir.

M: Aynı değil.

A: Hangisi daha uzun?

M: [Doğru parçasını işaretler, bitiş noktasını belirlemek amacıyla yatay bir çizgi çizer] Bu.

Dolayısıyla Mert'in ikinci eğriyi doğrusal bir hale getirerek karşılaştırması gerektiğinin farkında olmadığı düşünülebilir. Bir karıncanın A şehrinden B şehrine aldığı yolu hesaplaması istendiğinde, Mert cevap olarak, karıncanın aldığı toplam yol uzunluğunu değil Şekil 22d'de görüldüğü üzere sarı renkli kesir çubuğunu kullanarak A şehri ile B şehri arasındaki uzaklığı gösterir. Dolayısıyla Mert, doğrusal olmayan eğrilerin uzunluğunu başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki doğrusal uzaklık olarak ele almaktadır. Bu durum Mert'in nesnenin tüm parçalarının tek boyutta kapladığı yeri toplam uzunluğa dahil etmemesi ile ilgilidir. Mert uzunluğun toplamsal olduğunu, dolayısıyla uzaklıkların birikimini göz ardı etmektedir. Bu ise Mert'in uzunluk şemasının uzunluğun tek boyutta yer kaplama olduğunu içermemesinden kaynaklanabilir.

Eda'ya göre ise doğrusal olmayan eğriler uzunluğa sahiptir ancak uzunlukları ölçülemez. Sebebi ise doğrusal olmamalarıdır.

A: Koni için… Neden ölçemiyoruz?

E: Ölçecek yeri yok… Şuralarını ölçemeyiz (dairesel kesitler).

A: Neden ölçemeyiz?

E: Çünkü yuvarlak.

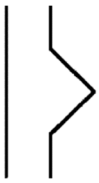
[…]

A: Nasıl olsaydı ölçebilirdik?

E: Düz olsaydı ölçebilirdik.

Eda bir nesnenin uzunluğunu ölçebilmemiz için doğrusal olması gerektiğini ifade eder. Ancak parçaları doğrusal olacak şekilde kırık bir çizgi verildiğinde bunun uzunluğunu ölçer.

Dolayısıyla dikkat ettiği nokta doğrusal olma durumudur. Nesnenin uzunluğundan ancak, nesne doğrusal hale getirildiğinde söz edilebileceğini düşünmektedir. Eda uzunluğu doğrusallık kavramı ile kısıtlamıştır. Dolayısıyla Eda'nın uzunluk şemasının uzunluğu doğrusallığa *aşırı özelleştirdiği* düşünülebilir. Eda'nın doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarına dair sahip olduğu zihinsel şema, nesneleri yalnızca başlangıç ve bitiş noktalarına göre karşılaştırmayı değil aynı zamanda nesnelerin doğrusal olup olmamalarına göre değerlendirilmesini içermektedir. Örneğin, klinik görüşmelerde yer alan ve aşağıdaki eğrilerin (Şekil 23) uzunluklarının karşılaştırılmasını isteyen soruda literatürün aksine Eda, ikinci eğrinin "eğri gittiğini" belirterek ölçülemeyeceğini ifade etmiştir (Bkz: Ek 1).



Şekil 23. Klinik görüşmeler 11. soru görseli

Eda'nın uzunluk şemasına göre birinci eğri doğrusal olduğu için ölçülebilirdir. Eda "İkincisi düz yerleşmiş olsaydı o uzun olurdu ama öyle yerleşmediği için birincisi daha uzun" der. Dolayısıyla iki eğrinin başlangıç ve bitiş noktalarının aynı olması Eda'yı yanıltmaz. Eda sezgisel olarak ikinci eğrinin doğrusal hale getirildiğinde daha uzun olduğunu fark etmektedir, ancak uzunluklarının karşılaştırılması için nesnelerin doğrusal yerleştirilmesi gerektiğini yoksa ölçülemeyeceğini belirtmektedir. Dolayısıyla; Eda'nın var olan bilgilerine (uzunluğun doğrusallıkla ilişkili olduğu ve başlangıç ve bitiş noktaları dikkate alınarak incelendiği) ek olarak edindirilmesi gereken ana fikir, uzunluğun doğrusal olarak incelendiği ancak bunun doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğa sahip olmadığı veya uzunluklarının ölçülemeyeceği anlamına gelmediği, doğrusal olmayan nesnelerin de uzunluğunun ölçülebileceği ve bunu dolaylı karşılaştırma yoluyla yapabileceğidir. Öğrenciye fark ettirilmesi gereken dolaylı karşılaştırmayı gerçekleştirirken, bu eğrilerin koparılmadan düzleştirilmiş veya doğrultulmuş hallerinin dolaylı olarak elde edildiğidir. Elde edilen doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktası arasındaki mesafenin ise onun uzunluğu olduğudur.

"Nesnenin uzunluğu, nesneye ait belirli iki nokta arasındaki uzaklıktır" veya "Uzunluk, nesnenin başlangıç ve bitiş noktalarının birbirinden uzaklığıdır" (Clements & Stephan, 2004) gibi anlayışların Mert'in yaşadığı kavram yanılgısına yol açtığı tahmin edilmektedir. Öğrenci doğrusal olmayan bir eğrinin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığı, eğrinin tek boyutta kapladığı yerleri dikkate almaksızın başlangıç ve bitiş noktaları arasına doğrusal

bir çizgi çizerek incelemektedir. Dolayısıyla bu tanımın ve bu tanımı baz alarak yalnızca başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığa odaklanarak işlenecek olan dersin bu kavram yanılgısına yol açtığı (veya açacağı) düşünülmektedir. Uzunluk niteliğinin incelenmesinde doğrusallığa yapılan vurgu ise Eda'da olduğu gibi, çember, elips vs. gibi doğrusal olmayan eğrilerin uzunluğunun ölçülemeyeceği şeklinde bir kavram yanılgısı doğurabilir. Dolayısıyla bu aşamada uzunluğun doğrusallıkla ilişkisinin aşırı özelleştirilmesinden kaynaklanabilecek kavram yanılgılarına da fırsat verilmemelidir. Uzunlukla ilgili daha önce bahsedilen tanımlar farklı kavram yanılgılarına yol açabileceğinden; doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık; doğrusal olmayan bir nesnenin ise doğrusal hale getirildiğinde başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık, o nesnenin uzunluğudur (Argün vd., 2014) tanımının öğrencilerin anlayabileceği şekilde incelenmesi uygun görülmüştür.

Bu bağlamda Mert'e öncelikle doğrusal olmayan bir eğrinin uzunluğunun her zaman başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olmayacağı fark ettirilerek bilişsel bir çatışma yaşamasının sağlanması gereksinimi doğmuştur. Daha sonra Mert, böyle eğrilerin uzunluklarını ölçme yollarını aramaya teşvik edilmelidir. Eda için ise öğretime bu noktadan başlanılabilir. Doğrudan cetvel kullanılamayacağını öğrenciler kendileri de ifade ettiği için öncelikle, dolaylı karşılaştırmaya olan ihtiyacı hissetmelidirler. Daha sonra bir nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil ederek ölçebileceklerini ve iki nesneyi uzunluk niteliğine sahip uygun başka bir nesne ile dolaylı karşılaştırabileceklerini (CCSM, 2010, K.LAV.B) anlamalıdırlar. Bu amaçlar *Etkinlik 6-Robinson Crusoe ve Maceraları* etkinliği ile gerçekleştirilmiştir (Bkz: Ek 3)

Dolaylı karşılaştırma yoluyla doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunun ölçülmesinden önce onun koparılmadan doğrusal hale getirilmesi söz konusudur. Son durumda elde edilen doğrusal nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık nesnenin uzunluğudur. Dolayısıyla doğrusal olmayan eğrilerin uzunluklarının belirlenmesinde öncelikle onların doğrusal hallerini temsil eden uzunluk niteliğine sahip nesneler bulup, bu nesnelerin uzunluğunun ölçülmesi ve elde edilen uzunluk miktarının orijinal nesnelerin uzunluğu olarak kabul edilmesi fikrinin vurgulanması gerekmektedir. Böylece, doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunun başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olmadığı, onun bir yönde uzanmış hali ile, yani doğrusal hali ile incelenmesi gerektiği fikri edindirilmelidir. Bu amaçlar Etkinlik 6 ile gerçekleştirilir (Bkz: Ek 3). Robinson Crusoe ve Maceraları etkinliği bir nesnenin uzunluğunu belirlemede o nesnenin doğrusal formunun dikkate alınmasını fark ettirme açısından önemlidir. Etkinlik 7'de ise doğrusal olmayan eğrileri doğrusal hale

getirme yoluyla uzunluğun doğrusallık ile ilgili yapısına vurgu yapılması amaçlanmıştır. Bu, uzunluk ölçümünde doğrusallığın nesnelere değil de uzunluk niteliğine ait olduğunu fark ettirme açısından önemlidir.

Yapılan klinik görüşmelerden anlaşıldığı üzere, Mert ve Eda doğrusallığı ifade etmek için "düz" ve "düzleştirme" ifadelerini kullanmaktadır. Bu ifadeler günlük hayattaki kullanımdan ve doğrusal olmamanın karşıtı olarak "düz" kelimesinin kullanılmasından kaynaklanabilir. Bu yanlış değildir, ancak düz ifadesi yüzeyler için de kullanıldığı zaman uzunluğa has bir kavram olmaktan çıkar. Dolayısıyla uzunluğun tek boyutta söz konusu olduğu algısında karmaşaya sebep olabilir ya da uzunluğun tek boyutta incelendiğini fark ettirme noktasında yeterince yardımcı olmayabilir. Bu sebeplerden dolayı, yukarıda belirtilen fikirlere ulaştırmada ilk adım olarak doğrusallık kavramının Eda ve Mert'e edindirilmesi gerekli görülmüştür.

Doğrusallık kavramını edindirmeyi amaçlayan etkinlikte, öğrencilere öncelikle sınıftan doğrusal olan bir nesneyi örnek vererek (örn. Sınıfınızda bulunan masanın ayakları doğrusaldır) başlayan, sonra çeşitli nesneler arasından doğrusal olanların seçilmesini amaçlayan bir çalışma kağıdı verilir. Bu şekilde doğrusal nesne örnekleri ve özelliklerinin soyutlanması yoluyla doğrusallık kavramı tanımlanır. Bu etkinlik Mert ve Eda ile sırasıyla, 9-M ve 9-E isimli öğretim oturumlarında gerçekleştirilmiştir.

4.3.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 7-M. Doğrusallığa değinmeden önce Mert'in doğru kavramına dair bilgisi incelenir. Mert doğruyu "çizgi" şeklinde ifade etmekte ve "dümdüz", "uzun" ve "sınırsız" özelliklerini de eklemektedir. Doğrusallık kavramı öğrencinin halihazırda sahip olduğu "düz olma" kavram şemasına hakim olacak yeni bir isimdir. Mert öncelikle kelime kökünden dolayı doğrusallığı doğru kavramı ile karıştırmıştır:

A: Doğrusal ne demek olabilir sence?

M: Yani doğru.

A: Masanın ayakları doğru mu?

M: Hıhı.

A: Ama hani doğrunun iki ucu sınırsızdı?

M: …

A: Masanın ayakları doğrusal diyor yani şekli doğru gibi. Bir doğruyu izliyor gibi.

Ancak doğrusallık şemasının sezgisel olarak bir doğruyu izleme yoluyla oluşmasının daha kolay olması beklendiğinden, bu kavram onun için biraz daha açıklığa kavuşmuştur.

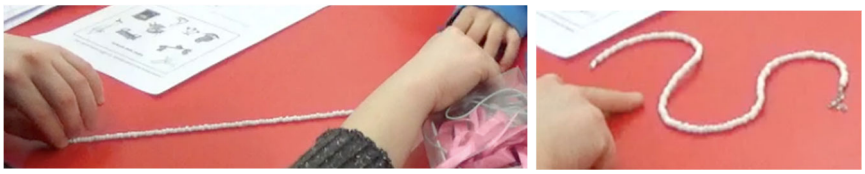
A: Doğrusal ne demek sence?

M: Aa! Dönüşleri [masanın yuvarlak kısmını gösterir] var doğrusal değil.

Mert'ten sınıfta bulunan doğrusal nesnelere örnekler vermesi istenir. Kalem yardımıyla seçtiği örnekler üzerinde nesnenin doğrusal ayrıtları belirlenir (Şekil 24). Daha sonra çalışma kağıdında yer alan nesnelerin doğrusal ayrıtlarını belirler. Doğrusallık kavramının "Bir doğruyu izleyen nesneler doğrusaldır" şeklinde tanımlanmasının ardından tanım tekrar bir kalem yardımıyla çeşitli nesneler üzerinde açıklanır. Doğrusal olmayan nesneler için tekrar örnek vermesi istendiğinde "Gülen yüz" der, "Bardak" der ve kağıda çizer.



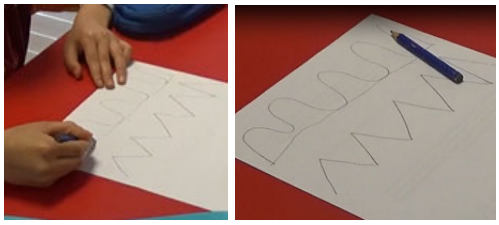
Şekil 24. Nesnenin doğrusal ayrıtlarının incelenmesi



Şekil 25. Zincirin doğrusal olmayan ve doğrusal hale getirilmiş halleri

Mert'in doğrusal olan ve olmayan nesnelere yeterince örnek verdiği kararına varıldığında, Şekil 25'deki zincirin doğrusal olmayan ve doğrusal hale getirilmiş hallerinin üzerinde kavram tartışılarak ders sonlandırılmıştır.

Öğretim Oturumu 8-M. Daha önce de belirtildiği gibi, öncelikle Mert'in doğrusal olmayan nesnenin uzunluğu şemasına uyumsuz durumlar yoluyla şemayı gözden geçirmesinin sağlanması kararlaştırılmıştır. Dolayısıyla, öncelikle doğrusal olmayan bir eğrinin uzunluğunun her zaman başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olmayacağı fark ettirilerek bilişsel bir çatışma yaşaması amaçlanmıştır. Öğretime başlarken, çeşitli doğrusal olmayan eğriler çizdirilerek, eğrilerin doğrusal olmadıkları Mert tarafından teyit edildikten sonra, Mert'ten uzunluklarını belirlemesi istenir. Mert Şekil 26'da görüldüğü gibi her biri için başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığı çizer.



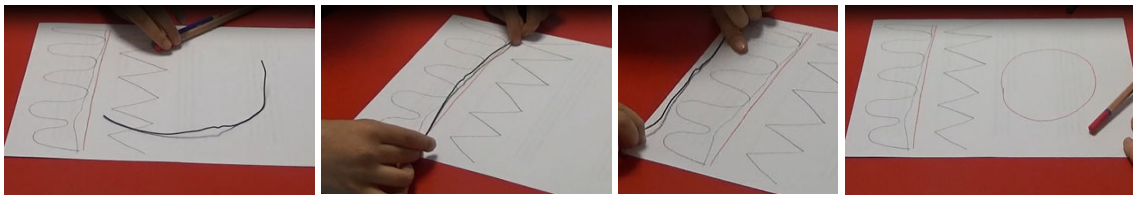
Şekil 26. Mert'in eğrilerin uzunluklarını belirlemesi

A: Bunun uzunluğu şu çizginin uzunluğu kadardır diyorsun öyle mi? Sana hayır öyle değildir desem, beni nasıl ikna edersin?

M: …

A: Şöyle bir tel versem sana?

Amaç; teli bir dolaylı karşılaştırma aracı olarak, eğrinin ve onun doğrusal halinin uzunluklarını karşılaştırmak için kullanmasını ve böylece eğrinin kendisiyle telin doğrusal halinin uzunluklarının eşit olmadığını keşfetmesini sağlamaktır.



Şekil 27. Mert'in eğrilerin uzunluklarını belirlemesi

Mert önce kalemi çizdiği çizginin üzerine koyar, sonra teli alır. "Tel bunun boyunu geçmiş." diyerek telin ucunu kıvırır (Şekil 27). "Şimdi aynı boyda" der. Mert telin uzunluğu ile doğrusal olmayan eğrinin uzunluğunun aynı olduğunu düşünmektedir.

A: Peki bu çizdiğim çemberin çevre uzunluğu ile şu doğrusal olmayan eğrinin uzunluğu birbirine eşit desem o zaman ne dersin? [çember çizilir]

M: Ölçerim.

A: Neyle?

M: Cetvelle.

A: Peki cetvelle ölçerken mesela her yerini ölçebilecek miyim? Başka yerler kaybolmaz mı arada?

M: Kaybolabilir çünkü yuvarlak, dümdüz bir çizgi değil.

A: O zaman başka bir araca mı ihtiyacımız var sence?

M: Evet galiba.

A: Peki bu araç ne olabilir?

M: …

Görüldüğü gibi burada Mert'in teli etkili ve amaçlandığı gibi kullanmamasından dolayı, ona, doğrusal olmayan eğri ile onun doğrusal halinin uzunluklarının eşit olmadığının fark ettirilmesi mümkün olmamıştır. Dolayısıyla öğretim oturumunun amacı, dolaylı karşılaştırmada uzunlukların farklı nesnelerle temsil edilebileceği fikrini edindirmeye dönüşmüştür. Çünkü Mert klinik görüşmelerde de ölçme araçlarının söz konusu edildiği her durumda cetveli öne sürmüş, cetvelden başka bir araç bulması için teşvik edildiğinde kalem gibi doğrusal araçlar önermiştir. Mert'in uzunluk şeması doğrusallığı içerdiğinden, bu anlayış Mert'in hep cetvel, kalem gibi doğrusal araçlara odaklanmasına sebep olmuştur. Nitekim Mert'in doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğuna dair sahip olduğu zihinsel şema, Mert'in cetveli veya diğer araçları eğrinin üzerine koyduğunda, eğrinin uzunluğunu başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olarak algılamasından kaynaklanmış olabilir. Sonuçta, doğrusal nesnelerin uzunluklarının ölçümünde bu eylem işe yaramaktadır. Öğrenci bu eylem şemasını doğrusal olmayan nesnelere de aşırı genellemiş olabilir. Dolayısıyla Mert'e dolaylı karşılaştırmada uzunlukların farklı nesnelerle temsil edilebileceği fikrinin öncelikle edindirilmesi uygun görülmüştür. Dolayısıyla, Robinson etkinliği ile öğrencinin iki nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil ederek, bu temsile dayanarak doğrudan karşılaştırma yapması ve bu karşılaştırmadan elde ettiği sonucu söz konusu iki nesneye atfedebilmesi amaçlanmıştır.

Öğretim Oturumu 9-M. Söz konusu dolaylı karşılaştırma etkinliğinde "Robinson'a uzunlukları karşılaştırmasında yardım edin" sorusu Mert'e yöneltildiğinde;

M: Tahtadan bir cetvel yapar. Uzun bir cetvel.

A: Sonra?

M: Sonra girip giremeyeceğini bir de eşyasınınkini ölçer.

A: Sırasıyla anlat mesela ne yapması lazım?

M: Önce tahta yapması lazım sonra taşla çiviyle falan yazı yazar. Uzunluklarını yazar cetvelin santimini falan. Sonra ilk önce mağarayı ölçer. Ondan sonra gider. Bir tane de onu ölçer eşyalarını ölçer. Sonra girip girmeyeceğini bulur.

şeklinde bir diyalog yaşanır. Mert, Robinson'un cetvel seçeneğini kullanamayacağı için, kendisi tahtadan bir cetvel yapabileceğini ifade etmiştir. Mert'ten klinik görüşmelerde cetvel

yapması istendiğinde cetveli kendi belirlediği birim uzunluklara göre eş olmalarına dikkat etmeden oluşturduğu için burada tekrar birimlerin eşliği ve birim uzunlukların nasıl belirlenebileceği sorgulanmamıştır. Başka bir seçenek olarak da ağaç dallarını kullanabileceğini belirtir:

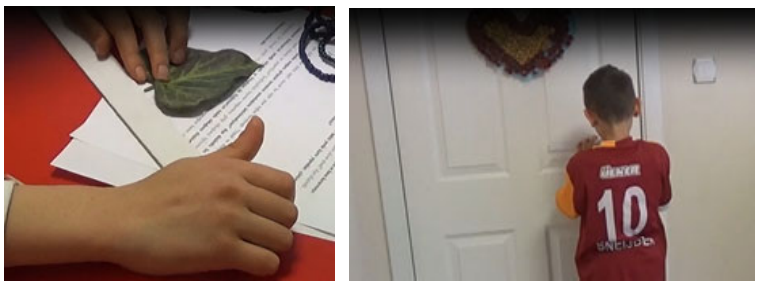
M: Robinson ağacın dallarındaki yapraklarla karşılaştırabilir. Ağacın dalını koparacak üzerindeki yapraklar santim olacak.

A: Robinson'un şu an illaki uzunlukları santimetre cinsinden ölçmeye ihtiyacı var mı sence?

M: Evet var.

Görüldüğü üzere, Mert ağacın yapraklarının eş uzaklıklarda yerleşip yerleşmediği kaygısına sahip değildir. Ağaç yaprakları Mert için gerekli olan çentikleri oluşturacak ve Mert de onları sayacaktır. Bununla birlikte Mert santimetrenin uzunluk ölçümünde tek ve vazgeçilmez olduğunu düşünmektedir, Robinson 'un bulunduğu ortamda belirlediği bir birim uzunluğa göre karşılaştırma yapabileceğini düşünmemektedir. Bu durum Mert'in santimetreye dair zihinsel şeması ile ilgili olabilir. Mert santimetrenin belirli bir uzunluğa verilen bir isim olduğunun farkında olmayabilir, uzunluk ölçümünde kullanılan birim ne olursa olsun, ölçüm sonucunun cm cinsinden ifade edilmesi gerektiği şemasına sahip olabilir. Nitekim klinik görüşmelerin büyük çoğunluğunda ölçüm sonuçlarını cm ile ifade etmiştir.

Masaya birini seçmesi istenerek doğrusal olan ve olmayan çeşitli nesneler konulur. Mert, içlerinden en uzun ve doğrusal olanını seçer. "Yaprakları" diyerek tesadüfen bulunan bir yaprağı koyar ve sözünü ettiği dalı oluşturur (Şekil 28a).



(a) (b)

Şekil 28. (a) Mert'in oluşturduğu dal (b) Mert dal ile kapının uzunluğunu ölçmektedir

A: Dalı neden seçtin?

M: Öylesine.

A: Öylesine diye bir şey olmaz. Her şeyin bir gerekçesi vardır. Senin gerekçen ne?

M: …

Mert Şekil 28b'de görüldüğü üzere dal diye düşünerek tuttuğu nesneyi bir cetvel gibi düşündüğü için, dal üzerinde göz kararı ile ayırdığı birimleri saymaktadır. "Peki sen bir dal uzunluğu, iki dal uzunluğu, üç dal uzunluğu… diye ölçüp sayamaz mıydın?" diye sorulduğunda Mert, "Evet" der. "Çünkü böyle ölçtüğünde gerçekten santimetreye göre bir ölçüm yapabiliyor musun? sorusunu "Hayır" şeklinde cevaplar ve elindeki dalın uzunluğu cinsinden uzunluğu hesaplar. Buna yönlendirilmesindeki amaç, kendi belirlediği eş olmayan birimler yerine belirli bir uzunluğu yineleyerek o uzunluk cinsinden kapının uzunluğunu ifade edebileceğini fark ettirmektir.

A: Mesela ben başımın çevresi ne kadardır diye merak ediyorum. Sence nasıl yapabiliriz? Ne ile ölçeceğim?

M:[Önce küçük bir ipi tutar. Eline uzun olan ip verilir. Onu tutarken] Ağacın dalıyla.

A: Ağacın dalı doğrusal onu nasıl tutacağım? Başka şekilde yapsak olmaz mı?

M: Yok. Düzle yapmamız lazım.

A: Mesela şu iple yapamaz mıyız? Bak bunu da şöyle doğrusal hale getirdik [ip doğrusal hale getirilir]. Bunu da kullanamaz mıyız araç olarak?

M: Kullanırız.

A: Masanın kenar uzunluğunu ölçerken kullanamaz mıyım ben bunu? [ip doğrusal hale getirilerek masanın kenarında tutulur]

M: Kullanabiliriz.

Mert'in uzunluk ölçümünde doğrusallıkta ısrarı yadsınamazdır. Ancak gerektiğinde, nesnelerin uzunluğunun, doğrusal hale getirebileceğimiz bir araçla dolaylı karşılaştırma yoluyla ölçülebileceğini de fark etmesi istenir. Bunun sebebi Mert'in ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilen bir araçla doğrusal olmayan eğrinin uzunluğunu kendisinin ölçmesini sağlayarak, bu yolla, doğrusal olmayan eğrilerin uzunluklarına ait şemasını tekrar gözden geçirmesini sağlamaktır.

A: Peki şöyle başımın çevresini ölçerken de kullanamaz mıyım? [gösterilir]

M: Kullanabiliriz.



Şekil 29. Mert başının çevresini ölçmektedir

Mert başının çevresini ölçer (Şekil 29). Aynı anda ip ve cetvel verilerek başının çevresini ya da çöp kovasının çevresini santimetre cinsinden ifade etmesi istenir. Ancak ipi kullanmak yerine doğrudan cetveli kullanmakta ısrar eder:

A: O kadar uğraşmadan daha kolay bir yol olabilir mi acaba? Hem şu kurdeleyi kullansan hem cetveli.

M: Kurdelenin boyunu ölçeceğim.

A: Nasıl?

M: Cetvelle.

Cetveli kullanarak kurdele ile belirlediği uzunluğu ölçer. Başka bir örnek olarak, çöp kutusunun çevresini de ölçmesi istenir. Yine cetveli alır:

A: Peki daha kolay bir yol yok mu biraz önce yaptığın gbi?

M: Yok. Var.

A: Mesela?

M: [Kurdeleyi alır, çevreyi ölçer ve sonra açar] Bu kadar.

A: E burada bırakacak mısın?

M: Cetvelle ölçeceğim bir de.

Dediğinde kurdelenin uzunluğunu cetvelle ölçeceği düşünülür, ancak Mert cetveli alır ve yine kovayı onunla ölçmeye çalışır.

A: Neden ipi kullandın o zaman?

M: Böyle de ölçebilirdik de hepsini toplamak zor.

A: Evet o zaman kolay olan şey ne?

M: Çarpmak.

A: Efendim?

M: Toplamak… çarpacağız.

A: Tamam cetvelle ölç bakalım.

Mert bunu dener ancak devam ettirip sonuca ulaşamaz "(ipi) böyle tutacağız sonra cetveli çıkaracağız." der ve kurdelenin uzunluğunu cetvel ile ölçer ve ölçüm miktarının "80 santim" olduğunu söyler.

Özetlenecek olursa, Mert dolaylı karşılaştırmada cetvel kullanımına odaklanır, seçtiği kalem gibi doğrusal nesneleri de cetvele benzeterek kullanmayı düşünür. Doğrusallığa fazlasıyla vurgu yapar, ancak dolaylı karşılaştırma yoluyla nesnelerin doğrusal hallerini elde ederek uzunluklarının ölçülmesini anlamlandıramaz. Dolaylı karşılaştırmayı bu bağlamda kullanamaz. Nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil etme noktasında cetvel ve benzeri araçlara odaklanır. Dolayısıyla dolaylı karşılaştırma eylem şeması yalnızca cetvel ve benzeri araçları içerir. Mert önce iple sonra onu cetvelle ölçmeyi anlamlandıramamış ve bu Mert'e gerektiği gibi açıklanamamıştır. Dolayısıyla Mert sebebini anlayamadığı bu eylemleri anlamlandırmakta ve gerçekleştirmekte zorlanmıştır. Mert'in doğrusallık şeması ve doğrusal birimlerde ısrarı yerindedir. Uzunluğu başka bir araçla temsil edebiliriz fikri Mert'i ikna etmemiştir. Bundan ziyade Mert'e ip kullanımındaki amacın nesnenin doğrusal halini elde etmek olduğunun daha açık bir biçimde hissettirilmesi gerekmektedir. Bu Mert'in sahip olduğu şema ile örtüşecektir.

Öğretim Oturumu 10-M ve 11-M. Mert'e ip kullanımındaki amacın nesnenin doğrusal halini elde etmek olduğunun hissettirilmesi amacıyla öncelikle Mert'in doğrusal olmayan nesnenin uzunluğuna dair şeması ile bilişsel çatışma yaşaması amaçlanmıştır. Bunun için Mert'e öncelikle Türkiye haritası üzerinde kıyı şeridinin ne demek olduğu açıklanır ve daha sonra hangi kıyı şeridinin en uzun olduğu sorusu yöneltilir. Tahmin edildiği üzere Mert Karadeniz'i seçer. Hatta "En uzunu tabi ki Karadeniz kıyıları… Ege kıyı uzunluğu 3. sırada olmalıdır" der. Daha sonra Türkiye kıyı şeritlerinin uzunluklarını açıklayan bir video izlenir.



Şekil 30. Türkiye haritası

Videoyu izledikten sonra "Olamaz çünkü bu (Ege) bundan (Karadeniz) daha kısa" der. Videoda "Ege'de dağlar denize dik uzandığı için çok girintili çıkıntılıdır" denmektedir. Girintili çıkıntılı olma durumu vurgulanır.

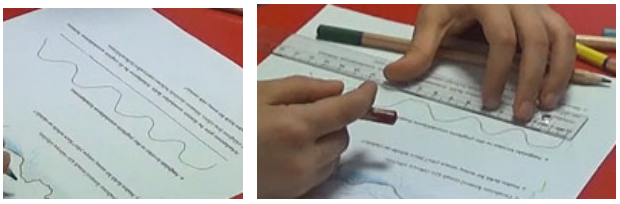
A: Neden böyle oldu sence?

M: Bana göre en uzunu bu (Karadeniz).

A: Ama videoda söylüyorlar, meğer Ege en uzunuymuş. Neden öyle acaba?

M: Çünkü onun yolları girintili çıkıntılı.

A: Evet girintili çıkıntılı. O zaman bu iki eğrinin (Şekil 31a) uzunluklarını karşılaştırsan ne söylersin?



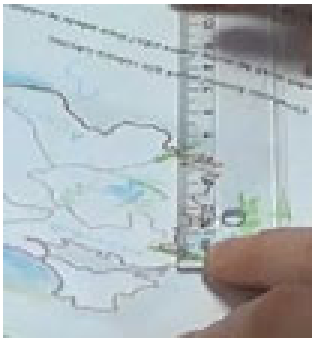
(a) (b)

Şekil 31. (a) Doğrusal olan ve olmayan iki eğri (b) Mert doğrusal olmayan eğrinin uzunluğunu ölçmektedir

Görüldüğü üzere doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarına dair sahip olduğu şemanın hatırlatılması amacıyla Mert'ten Resim 31a'daki doğrusal olan ve olmayan iki eğriyi karşılaştırması istenir. "En büyük km'si olan" diyerek doğrusal olmayan eğriyi seçer. Biraz önce harita ve yol örneği üzerinde tartışıldığı için hala km'den söz etmektedir. Nedeni sorulduğunda cetveli alır ve yine başlangıç ve bitişi arasını ölçer (Şekil 31b).

M: Çizmeme gerek yok 15 bunlar eşitler [başlangıç ve bitişlerini işaretler].

A: Şimdi senin burada ikisini ölçme yönteminle şunları deneyelim mi [harita gösterilir]? Şurayı bir deneyelim bak Ege'nin kıyı şeridine bak o zaman.



Şekil 32. Mert'in harita üzerinde yaptığı uzunluk ölçme eylemi

M: 4 cm.

A: Senin ölçme yöntemine göre şimdi Karadeniz'e bak. O da 9 buçuk, 10 cm olur. E neden öyle oldu?

M: Bilmiyorum ki.

A: Normalde Ege daha uzundu.

M: …

A: Ama biz senin yönteminle ölçtük farkında mısın? Yani sadece başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığa baktık.

M: Kilometresini ölçecektik.

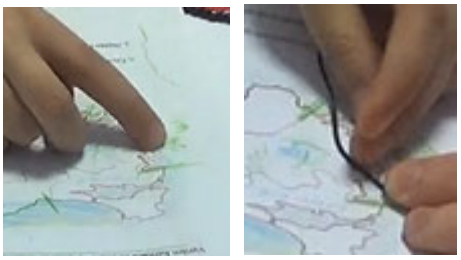
Bu noktada Mert'e somut nesneler üzerinde uyguladığı niteliklerin korunumu ilkesinin, yani uzunluğun toplamsal olduğu bilgisinin hatırlatılması gerekmektedir. Çünkü Mert uzunlukların farklı olmasının sebebini kilometre ve santimetre farkına (yani gerçekte ve kağıt üzerinde olma durumuna) bağlamak üzeredir. Mert uzunluğun toplamsal olması ilkesini iki boyutlu şekiller ve eğriler üzerinde uygulamasa da somut nesneler üzerinde uygulamaktadır. Zihnindeki bu yapıdan (şemasından) yararlanılmalıdır. Dolayısıyla, Mert'in de yardımıyla bir telle doğrusal olmayan eğrinin üzerinden geçilir. "Bak buraya kadarmış" denilerek eğrinin şeklini alan ve artık doğrusal olmayan tel gösterilir. "Böyle bir tel verdiğimde uzunluğunu nasıl buluyorsun?" sorusu sorulur. Mert beklendiği gibi, "Topluyorum" yanıtını verir. Bu noktada Mert'in ne yapması gerektiğini keşfedebilmesi için tekrar harita üzerine dönülür. Ege kıyı şeridi gösterilerek "Bunu kıvrılan bir çizgi gibi görebilir miyiz?" diye sorulur "Evet" der; aynı soru Karadeniz kıyı şeridi için de sorulur ve "Evet" cevabı alınır.

A: Ege'de sen neyi hatalı yapmışsın acaba?

M: Ölçmemi… Santimetre şuradan şuraya olan alanını ölçtüm [Başlangıç ve bitiş noktaları arasını gösterir].

A: Aslında ne yapman lazımdı?

M: Yavaş yavaş böyle böyle [parmaklarını çizginin üzerine ilerletir. Şekil 33a]. Ben böyle baktığımda ondan düşük buluyorum [teli iki nokta arasına koyar. Şekil 33b]. Böyle böyle yavaş yavaş gitmem lazım [telin ucunu çizgide gezdirir].



(a) (b)

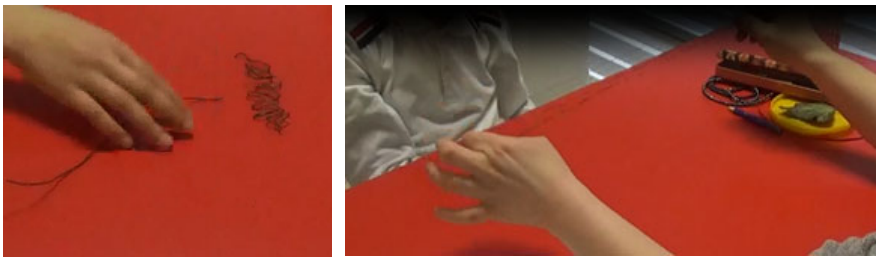
Şekil 33. (a) ve (b) Mert'in harita üzerinde yaptığı uzunluk ölçme eylemi

A: Şu (diğer) soru için?

M: Onun için de öyle. Böyle böyle… [parmağını eğri üzerinde gezdirir].

Dolayısıyla Mert bu etkinlikle, doğrusal olmayan nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklıktan ziyade çizgilerin ya da eğrilerin her bir parçasını tek tek dikkate alması gerektiğini fark etmiştir ve ip veya teli her bir çizginin üzerinden devam ettirmesi gerektiğini belirtmiştir. Mert'in sadece başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeden ziyade başlangıç ve bitiş noktaları arasında nesnenin kapladığı yeri dikkate alması gerektiğini fark ettiği düşünülebilir. Bunu daha çok pekiştirmek adına Mert'in önceden eşit uzunlukta olduğunu ifade ettiği doğrusal olan ve olmayan eğriler üzerinde tel ile tekrar incelemeler yapılır. Bir sonraki öğretim oturumunda önceki dersi hatırlatmak için, biri doğrusal diğeri doğrusal olmayan ama daha uzun olan iki tel verilir.

A: Bu iki telin uzunluklarını karşılaştırmanı istesem bunun uzunluğu (kıvrılan tel) bu kadarmış (başlangıç ve bitiş noktaları arası kadar) mı diyeceksin artık yoksa?



(a) (b)

Şekil 34. (a) ve (b) iki telin uzunluklarının karışılaştırılması

M: Açarsam böyle olduğu için […] Açmadan emin olamam.

A: Aynen öyle. Şöyle doğrusal hale getirip (Şekil 34b)

M: Ölçmem lazım.

Dolayısıyla Mert'in artık doğrusal olmayan nesneleri görülen haliyle başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığı dikkate alarak karar vermemesi gerektiğini, doğrusal olmayan

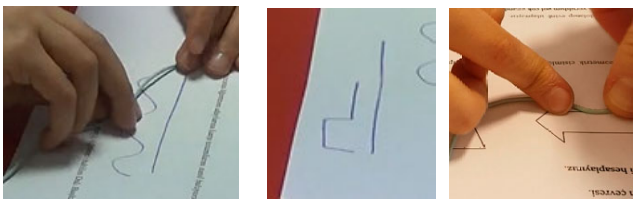
nesneyi önce doğrusal hale getirip sonra ölçmesi gerektiğini sezdiği düşünülebilir. Bunu pekiştirmek için farklı nesneler üzerinde tekrar tartışılır, onları karşılaştırması istendiğinde doğru kararlar verir. Nedeni sorulduğunda "Çünkü kıvrım. Ama bir açtığımda daha uzun gözüküyor" şeklinde açıklar. Görüldüğü üzere doğrusal ve doğrusal hale getirme sözcüklerini kullanmamaktadır. Doğrusal olan ve olmayan eğriler çizilir ve "Bunlara doğrusal olan, doğrusal olmayan desek daha iyi anlaşamaz mıyız?" denilir ancak Mert "Ben kıvrımlı diyorum" şeklinde cevaplar. O sırada haritayı görür.

M: Ben en uzun bura (Karadeniz) diyordum ama kilometresini ölçtük bura oldu (Ege).

Nedeni sorulduğunda ise,

M: Ben onu doğrusal hale getirmedim. O nedenle Karadeniz'i dedim.

Doğrusal olmayan başka bir nesnenin uzunluğunu ölçmesi istendiğinde "Böyle ölçersek yanlış olur" veya "Bunu önce düz yapacağız" der ve onu doğrusal hale getirir. Görüldüğü üzere Mert soruya yanlış cevap vermesinin nedenini yani eğrinin doğrusal halini dikkate almadan kestirimde bulunduğunu fark etmiştir. Dolayısıyla Mert'in doğrusal hale getirmenin önemini artık kavradığı, bununla birlikte başlangıç ve bitiş noktaları arasında nesnenin tek boyutta kapladığı yerleri dikkate alması gerektiğini sezdiği düşünülebilir. Bununla birlikte, doğrusal kelimesini kullanması da önemlidir. Mert nesnenin doğrusal hale getirildiğinde o anki halinden daha uzun olacağının artık farkındadır. Doğrusal olmayan bir eğrinin uzunluğunu kastederek "Açtığında büyür" der.



(a) (b) (c)

*Şekil 35.*Mert ip kullanarak uzunlukları ölçmektedir

Mert kıvrımlı eğriler ile cetvelle ölçebileceği nesneleri tespit edebilmektedir (Şekil 35a ve Şekil 35b) ancak artık ip ve teli kullanmayı daha kolay bir yol olarak görmeye başlamıştır ve cetvelle doğrudan ölçebileceği uzunlukları da (örn. Şekil 35c) ip ve tel ile üzerinden geçerek ölçmeye başlar.

A: Cetvelle de ölçemez miydik?

M: Ölçerdik de iş uzun.

A: En azından yarısına kadar öyle ölçer misin?

Mert ölçer ve “Ben bunu yapamam” diyerek bırakır. Nedeni sorulduğunda cevaplamaz ancak sonraki örneklerde anlaşılır ki, parça parça ölçtüğü uzunlukları toplamaktan kaçınmaktadır. Onun için iple tek seferde uzunluğu belirleyip cetvelle karşılaştırarak ölçmek daha kolaydır. “Mert cetvelle ölçemiyor musun? Neden böyle yapıyorsun hepsinde?” diye sorulduğunda "Ben böyle ölçmeyi daha rahat buluyorum.” der. Başka bir seferde ise “Öyle de toplama yapamıyorum” der.

A: Bir tanesini de cetvelle ölç.

M: Ben böyle ölçeyim (ip ile).

A: Hepsini böyle ölçtük (iple). Bunu da hesapla ve topla lütfen.

M: Bununla (ip) da ölçsek yine aynı sonuç çıkacak.

A: Evet öyle ama toplayarak yapsan? Hadi öyle bir deneyelim toplayalım.

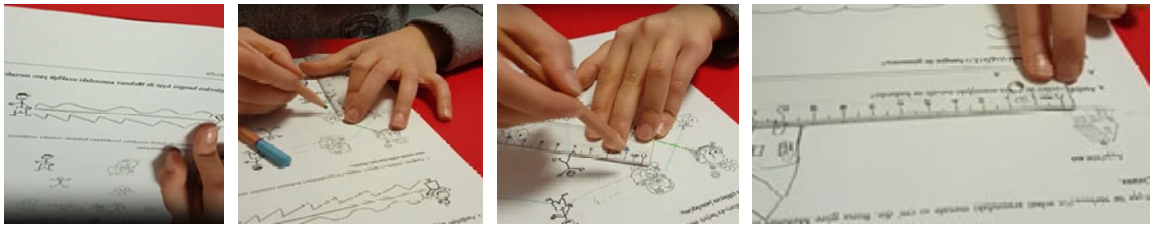
Mert cetvelle ölçer, ancak “Hepsini 2 buldum” der ve yazar. Sonra “Kontrol edeyim” diyerek eline ipi alır ve toplama işlemini yapmadan çevreyi iple hesaplar. Mert’in sayılar ve onlarla işlemlerden kaçınmak için iple ölçmekte ısrar ettiği düşünülmektedir.

Öğretim Oturumu 12-M ve 13-M. Mert’in uzunluk kavramını anlamlandırabilmesi için kavramı ifade ederken kullanılan kelimeleri anlamlandırmış olması gerekmektedir. Doğrusal olma, doğrusal hale getirme, başlangıç ve bitiş noktaları kelimelerinin ne anlama geldiğini bilmektedir ancak mesafe (uzaklık) kavramının da anlaşılması amaçlanmıştır. Önceki öğretim oturumlarında görüldüğü üzere, Mert uzaklık kavramının farkındadır. Örneğin doğrusal olmayan bir nesne üzerinde konuşulurken:

A: Evet. Bunun uzunluğuna şuradan (başlangıç noktası) şurası (bitiş noktası) kadarmış demiyorum. Çünkü o farklı birşey.

M: Uzaklık dediği o.

şeklinde cevaplamıştır. Kendisine mesafe ile ilgili bir etkinlik kağıdı verilir.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 36. (a), (b), (c) ve (d) Etkinlik kağıdı ve Mert’in çalışmaları

İlk soru (Şekil 36a) verilen iki nokta arasındaki mesafeyi gösteren eğriyi tespit edebilmesine yöneliktir ("Aşağıdakilerden hangisi Ayşe ile Mehmet arasındaki uzaklığı yani mesafeyi gösterir?) Mert "ortadaki" diyerek doğru olanı seçer.

A: Neden?

M: Ortadaki... Çünkü orası çizgiyi gösteriyor [ortadakinin ucuna dokunarak].

A: Neden şu kıvrılan çizgiler göstermez de o gösterir?

M: Çünkü bunu dümdüz bir çizgi gösterir.

A: Peki diğerlerinin göstermeme sebepleri nedir?

M: Çünkü eğri.

A: Eğri yani doğrusal değil demek istiyorsun?

M: Evet.

Görüldüğü üzere, Mert'in mesafe kavramına ait şeması iki nokta arasındaki uzaklığın (mesafenin) doğrusal olması gerektiği bilgisini içerir. Mert'in önceki doğrusal olmayan eğrilerin uzunluğuna dair sahip olduğu şemanın, mesafeye ait bu şemayı, doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarına aşırı genellemesinden kaynaklandığı düşünülebilir. Mert'in belirli bir kavramı ait olmadığı durumlara genelleyerek *aşırı genelleme* yaptığı söylenebilir. Dolayısıyla öğrencilerin mesafe kavramını anlamaları önemlidir.

Sonraki görev aralarındaki mesafe eşit olan resim çiftlerini belirlemektir. Mert cetvel yardımıyla bu belirleme işini doğru bir şekilde gerçekleştirir. Bir diğer soru verilen bir noktaya verilen bir mesafedeki noktayı belirlemeyi amaçlamaktadır (Ayşe ile Mehmet'in evleri arasındaki mesafe 10 cm' dir. Buna göre Mehmet'in evi nerede olmalıdır? Çiziniz). Mert cetvelle ölçer ve aradaki mesafe 10 cm olacak şekilde bir ev çizer (Resim 36d). Sonra doğrusal nesnenin uzunluğunun, nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olması durumu ile yani, bir nesnenin uzunluğu ile mesafe arasındaki ilişkiyi biraz daha vurgulamak için "Bu iki ev arasında doğrusal bir yol var diyelim [diye bir çizgi çizilir]. Bunun uzunluğu ne kadardır?" sorusu sorulur. "Bunun uzunluğu direkt doğrusal olduğu için 10 cm" şeklinde yanıtlar. Mert'in bu cevabı doğru parçasının uzunluğunu mesafe ile ilişkilendirmesi ve doğrusal olduğunu vurgulaması bakımından değerlidir.

A: Şöyle bir yol olsa [doğrusal olmayan bir eğri çizilir] kaç cm olur sence? Tahmin et.

M: Onunki az olur. Kıvrımlının doğrusal olması gerekir.

A: Onunki 10 cm'den daha mı fazla olur? Daha mı az olur?

M: Daha fazladır.

Diyalogdan da anlaşılacağı üzere, Mert yolun doğrusal hale geldiğinde daha uzun olacağının farkındadır. Mert'in iki nokta arasındaki mesafe ile iki nokta arasında alınan yolun uzunluğu arasındaki farkı sezmesi önemlidir.

A: Önceki ders ne yapmıştık?

M: Mesafelere bakmıştık. 3 santimlik.

A: 3 santimlik mesafe ne demekti?

M: Aralarında... birbirlerine uzaklığı...yakınlığı.

A: Birbirlerinden?

M: Uzaklığı ve yakınlığı.

Mert her ne kadar açık bir şekilde ifade edemese de "aralarında" , "uzaklık" ve "3 santimlik" kelimeleri ile Mert'in mesafe kavramının iki nesne (nokta) arasındaki uzaklık olduğunun ve uzunlukla ilişkili olduğunun farkında olduğu söylenebilir.

Söz konusu öğretim etkinlikleri dizisinin sonunda, basit bükme ve eğmelerin esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğini ancak o anki ölçüm sonucunun değişeceğinin fark ettirilmesi amaçlanmıştır. Bunun için bir lastik alınır ve esnetildiğinde ne olacağı tartışılır. Mert "çekersen uzar bırakırsan kısalır" der. Lastik tutularak kıvrılır, katlanır ve Mert her iki durumda da uzunluğunun değişmeyeceğini ifade eder.

Özetlenecek olursa, söz konusu öğretim etkinliklerinde, öncelikle bilişsel bir çatışma yoluyla Mert'in doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarına dair sahip olduğu şemayı gözden geçirmesi amaçlanır. Mert'in bir ip veya tel yardımıyla dolaylı karşılaştırma yapması beklenir. Mert ip veya telle uzunluğu ölçmeyi anlamlı bulmadığı için amaçlanan bilişsel çatışma yaşatılamaz. Bu aşamada Mert'e ip veya tel kullanımının gerekçelerinin hissettirilmesi amacıyla Robinson etkinliği uygulanır. Bu etkinlik ile Mert iki nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil eder, bu temsile dayanarak doğrudan karşılaştırma yapar ve bu karşılaştırmadan elde ettiği sonucu söz konusu iki nesneye atfedebilir. Böylelikle, nesnelerin uzunluğunun, gerektiğinde doğrusal hale getirebilen bir araçla dolaylı karşılaştırma yoluyla ölçülebileceğini de fark eder. Ancak bu etkinlikte Mert, nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil etme noktasında cetvel ve benzeri araçlara odaklanır.

Dolayısıyla dolaylı karşılaştırmada yalnızca cetvel ve benzeri araçlara odaklanır. Mert önce iple sonra onu cetvelle ölçmeyi anlamlandıramamıştır. Ancak yine de Mert bu etkinlikle doğrusal olmayan eğri ve nesnelerin uzunluklarının ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilen araçlar yardımıyla ölçülebileceğini görmüştür. Ancak sebebi konusunda ikna olmamıştır. Dolaylı karşılaştırmada uzunlukların farklı nesnelerle temsil edilebileceği fikrinin gerekçelendirilmesi gerekir. Dolayısıyla Mert'in sahip olduğu zihinsel şemaya uygun olan, ip kullanımındaki amacın nesnenin doğrusal halini elde etmek olduğu fikrinin hissettirilmesine karar verilir. 12. ve 13. öğretim oturumlarında verilen harita örneği ile Mert'in ip kullanımındaki amacın da farkına varmakla birlikte, doğrusal olmayan nesnenin uzunluk ölçümünün yanlış olduğuna ve sebebinin nesnenin doğrusal halini incelemek olduğuna ikna olduğu söylenebilir. Mert bu etkinliklerde doğrusal olmayan nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklıktan ziyade nesnenin tek boyutta kapladığı her bir parçasını tek tek dikkate alması gerektiğini fark etmiştir ve ip veya teli her bir çizginin üzerinden devam ettirmesi gerektiğini belirtmiştir. Mert artık doğrusal olmayan nesneleri görülen haliyle başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığı dikkate alarak karar vermemesi gerektiğini, doğrusal olmayan nesneyi önce doğrusal hale getirip sonra ölçmesi gerektiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla bu etkinlik dizisi ile Mert'in doğrusal ve doğrusal olmayan kelimelerini anladığı ve sıklıkla olmasa da kullanmaya başladığı, doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunun başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olmadığını fark ettiği söylenebilir. Mert'in doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunu, onun doğrusal halini dolaylı karşılaştırma yoluyla elde ederek ölçmesi gerektiğini anladığı düşünülmektedir. Dolayısıyla Mert'in nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasında tek boyutta kapladığı yerleri dikkate alması gerektiğini sezdiği düşünülebilir. İp ve teli dolaylı karşılaştırma aracı olarak kullanmaya başladığında toplama işleminden kaçınmak için cetvel kullanımından kaçınabilir. Aynı zamanda Mert'in, mesafe kavramının iki nesne (nokta) arasındaki uzaklık olduğunun ve uzunlukla ilişkili olduğunun farkında olduğu söylenebilir. Ancak uzunlukla ilgili zihinsel şemasının aşağıdaki gibi evrildiği düşünülmektedir.

A: Peki mesela bu kağıdın şu kenarının uzunluğu… Ne demiştik başladığı noktadan [kağıdın başladığı nokta işaretlenir]

M: Bittiği noktaya kadar [kağıdın bitiş noktasına gelinir]

A: Olan neydi?

M: Çizgi.

A: Bu çizginin kendisi uzunluk mu diyorsun?

M: Evet.

A: Bu çizginin uzunluğu buranın da uzunluğu değil mi? Yoksa çizginin kendisi mi uzunluk?

M: Çizginin kendisi uzunluk.

A: [doğrusal olmayan bir eğri çizilir] Mesela şu çizginin kendisi uzunluk mu?

M: Kıvrımlı.

A: Evet?

M: Onu açarsan uzunluk olur.

A: Bu şu an kıvrımlı ama açarsak uzunluk olur diyorsun, öyle mi?

M: Evet.

Bir önceki mesafe kavramını edindirmek için işlenen derste yapılan iki nokta veya iki nesne arasındaki mesafeyi bulma, verilen mesafeye göre noktaları belirleme ve o mesafeyi ifade eden eğriyi belirleme çalışmalarının Mert'in uzunluk doğru parçasıdır, uzunluk çizgidir şeklinde bir şema oluşturmasına sebep olmuş olabileceği düşünülmektedir. Ancak Mert eğri doğrusal olmadığında buna uzunluk denmeyeceğinin doğrusal hale getirildiğinde uzunluğu temsil edebileceğinin farkındadır. Uzunluğun doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktası arasındaki mesafe olduğunu fark etmesi, doğrusal olmayan nesnenin ise doğrusal hale getirildiğinde başlangıç ve bitiş noktası arasındaki mesafe olduğunu fark etmesi amaçlanmıştır. Mert ise mesafeyi bir çizgi şeklinde kodlamıştır. Dolayısıyla doğrusal nesnenin uzunluğu için bir çizgi şeklinde, doğrusal olmayan nesnenin uzunluğu için ise doğrusal hale getirildiğinde elde edilen çizgi şeklinde bir şema oluşturmuştur. Bu şemayı bir nesnenin uzunluğu üzerinde tekrar ettiğimizde ise nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki doğru parçası olduğu bilgisini içerir. Ancak Mert'in doğru parçasının uzunluğunun nesnenin uzunluğu olduğu fikrinden ziyade, doğru parçasının kendisinin nesnenin uzunluğu olduğunu düşündüğü anlaşılmaktadır. Mert'in uzunluğun tek boyutta kapladığı yeri bir doğru parçasıyla ifade etme yöneliminin, onun somut düşünme eğiliminden kaynaklı olduğu düşünülebilir.

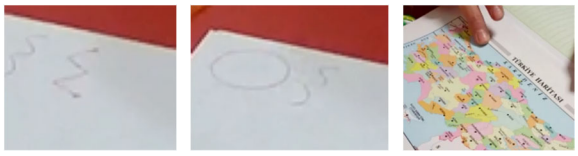
4.3.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 9-E. Eda doğrusal kelimesini hiç duymadığını belirtmiştir. Etkinliğin ilk cümlesi okunur ve:

A: Masanın ayakları doğrusalmış. Sence ne demek istiyor?

E: Yani dümdüz.

Dolayısıyla Eda'nın sezgisel olarak doğrusallık kavramını kavradığı düşünülebilir. Eda etkinlikte verilen resimler üzerinde doğrusal olanları doğru bir şekilde seçer. Yalnızca yatay yerleştirilen nesnelere odaklanmaz; farklı doğrultuda olan doğrusal nesneleri de göz önünde bulundurur. Doğrusal olmayan nesnelerin doğrusal olmadığını belirtir. Doğrusal olmayan nesneleri açıklaması istendiğinde "Böyle kıvrık kıvrık" der ve Şekil 37'deki örnekleri gösterir.



Şekil 37. Eda'nın doğrusal olmayan nesne örnekleri

Bir kare çizilir ve Eda "Bunun hepsi doğrusal değildir" der. Doğrusal olan kısımları göstermesi istendiğinde "Şuraları" diyerek kenarlarını gösterir. Sınıftan örnek vermesi istendiğinde ise "Masanın ayakları, duvarın diki, yatayı" şeklinde ifade ederek en ve boy uzunluklarını veren kenarların doğrusal olduğunu belirtir. Bu aşamadan sonra dolaylı karşılaştırma etkinliklerine geçilir.

Öğretim Oturumu 10-E. Eda'nın uzunluk kavramına ait şeması doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarının ölçülemeyeceği bilgisini içermektedir. Bunun sebebinin ise Eda'nın uzunluğu doğrusallığa aşırı özellemesi ve dolaylı karşılaştırma eylem şemasının doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarının karşılaştırılmasını içermemesi olduğu düşünülebilir. Bu öğretim etkinlikleri dizisi ile Eda'nın özellikle uzunluğun doğrusal olarak incelendiği, ancak; bunun doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğa sahip olmadığı veya uzunluklarının ölçülemeyeceği anlamına gelmediği, doğrusal olmayan nesnelerin de uzunluğunun ölçülebileceği ve bunun bir başka nesne yardımıyla dolaylı karşılaştırma yoluyla gerçekleştirilebileceği ana fikirlerini edinmesi amaçlanmıştır. Robinson ve Maceraları etkinliği sırasında Eda gerekli görevleri yerine getirir ve Robinson 'un kullanabileceği ağaç dalı, ip gibi farklı ölçme araçları önerir ve kendisi de sınıfta bulunan nesneler yardımıyla çeşitli incelemelerde bulunur. Eda, Mert'ten farklı olarak ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek olan nesnelerin kullanılabileceğini belirtir. Masayı Robinson'un yatağı olarak kabul eder ve kapıdan geçip geçemeyeceğini inceler. Etkinliğin sonunda Eda ile birlikte, nesnelerin uzunluklarını doğrudan karşılaştırmak mümkün olmadığında, başka

araçlar yardımıyla uzunlukların dolaylı olarak karşılaştırılabildiği ve cetvel olmadığında başka nesnelerin kullanılabildiği sonucuna varılır. Bunun üzerine;

A: Peki her şeyin uzunluğu vardı, demek ki çember gibi doğrusal olmayan nesnelerin de uzunluğu var. Onları cetvelle ölçmemiz çok zor ama acaba dolaylı olarak ölçebilir miyiz? Dolaylı karşılaştırma yoluyla bulabilir miyiz?

E: Evet.

A: Neyi kullanabiliriz?

E: ….

A: Hani sen ip demiştin ya…

E: Evet iple dolayıp sonra ipi cetvelle ölçebiliriz.

Robinson etkinliği ile yalnızca dolaylı karşılaştırmaya vurgu yapılması amaçlanırken, Eda dolaylı karşılaştırma yoluyla doğrusal olmayan nesnelerin doğrusal hallerinin elde edilerek uzunluklarının ölçülebileceğini de sezmiştir. Mert ile bu sonuca ulaşmak için biraz daha fazla zaman gerekmiştir. Dolayısıyla sonraki aşamada doğrusallığa tekrar vurgu yapılarak, doğrusal olmayan nesnelerin doğrusal hallerinin elde edilerek uzunluklarının ölçüldüğü fikrine ve böylece uzunluk tanımına ulaşmayı amaçlayan etkinlik gerçekleştirilir.

Öğretim Oturumu 11-E, 12-E ve 13-E. Eda'ya önceki Robinson ve Maceraları etkinliğinde edinilen uzunluğun doğrusal olarak incelendiği ancak bunun doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğa sahip olmadığı veya uzunluklarının ölçülemeyeceği anlamına gelmediği, doğrusal olmayan nesnelerin de uzunluğunun ölçülebileceği ve bunun dolaylı karşılaştırma yoluyla yapılabileceği fikri tekrar hatırlatılır. Doğrusal olmasa da nesnelerin uzunluğa sahip olduğunu, dolaylı olarak uzunluklarının ölçülebileceğini ve doğrusallık kavramını edindikten sonra, uzunluk kavramının tanımına öğrenciyi biraz daha ulaştırmak adına artık doğrusallık kavramının öğrenci için anlamlı olduğu göz önünde bulundurularak, "Her eğri koparılmadan düzleştirildiğinde bir doğru parçası haline gelir. Böyle oluşturulan doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki Öklid uzaklığına bu eğrinin uzunluğu adı verilir" (Argün vd., 2014, s. 543) tanımı gereğince öğrenciyi, doğrusal olmayan eğrilerin dolaylı karşılaştırma ile (bir araç yardımıyla) doğrusal hallerinin elde edildiği ve bu elde edilen doğru parçalarının uzunluğunun-başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığın nesnenin uzunluğu olduğu fikrine ulaştırmak için tanım ikiye ayrılarak incelenmiştir. İlk olarak nesnelerin uzunluğunu incelerken, bir yönde uzatılmış hali ile (doğrusal hali)

ilgilenildiği fikri yaşatılmış, daha sonra ise nesnenin uzunluğunun, "nesnenin ve şeklin bir yönde uzatılmış hali üzerinden başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığı olduğu" fikri edindirilmeye çalışılmıştır. Bunun için öncelikle Eda'nın Robinson etkinliğini hatırlaması sağlanır. Sonrasında Etkinlik 7 (Bkz: Ek 4) yardımıyla doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunu ip, tel gibi araçlar yardımıyla ölçmesi ve bu süreci dikkatli bir şekilde gözden geçirmesi amaçlanır. Robinson etkinliği bir nesnenin uzunluğunu belirlemede o nesnenin doğrusal formunun dikkate alınmasını fark ettirme açısından önemlidir. Bu etkinlikle ise doğrusal olmayan eğrileri doğrusal hale getirme yoluyla uzunluğun doğrusallık boyutuna vurgu yapılması amaçlanmıştır. Bu, uzunluk ölçümünde doğrusallığın nesnelere değil de uzunluk niteliğine ait olduğunu fark ettirme açısından önemlidir. Eda Robinson etkinliğini hatırlar ve etkinlikte sorulan sorulara uygun cevaplar verir.

A: Robinson'un yatak ve dolabını direkt taşıyamasak bile… Neyi keşfetmiştik?

E: Evet çubuk sonra ağaç parçası sonra ip varsa ip. Orada olan birşey ile ölçebiliriz.

A: Buradan yola çıkarak ne demiştik? Mesela şu kapağın uzunluğunu, doğrusal olmayan bir nesnenin uzunluğunu?

E: Evet ölçebiliyorduk.

A: Nasıl? Ne yardımıyla ölçebiliyorduk?

E: İp, tel. İple ölçüp sonra cetvelle onu ölçeriz.

A: Bu şekilde olan nesnelerimize ne isim vermiştik? Doğrusal olmayan değil mi? Peki ipi kullanarak doğrusal olmayan nesnelerin hangi halini elde etmiştik?

E: Düz halini elde etmiştik bunların.

A: Yani doğrusal halini elde etmiştik değil mi?

E: Evet.

A: Şöyle (Şekil 38b) doğrusal hale getirmiştik



(a) (b) (c) (d)

Şekil 38. (a) ve (b) kolyenin doğrusal olmayan ve doğrusal halleri (c) ve (d) Eda taşın ve şişe kapağının çevrelerini ip yardımıyla ölçmektedir

Eda Şekil 38c ve Şekil 38d'deki gibi yaprağın, taşın, şişe kapağının çevrelerini ip yardımıyla ölçer. İp yardımıyla nesnenin doğrusal halini elde ettiğimiz sonucu vurgulanır. İp yardımıyla elde edilen hali sorulduğunda "Düz" şeklinde cevaplar.

A: Düz demeyelim de onlara artık ne diyorduk?

E: ıı… Doğrusal [kağıda yazar "Doğrusal halini elde ettik."]

A: Neden bu halini elde ettik?

E: Çünkü aslında yuvarlaktı. Biz onun doğrusal olanını elde etmek için ve ölçmek için.

Eda'dan verilen bir kolyenin uzunluğunu ölçmesi istenir. Tereddütlü bir şekilde;

E: Bunu da iple ölçeriz sonra cetvelle ölçeriz.

A: Bunu kendisini de uzatarak doğrusal halini elde edebilir miyiz?

E: Ederiz.

A: Ama kapağı eğip bükerek doğrusal halini elde edebiliyor muyduk?

E: Hayır.

A: O yüzden mi ipten yararlandık?

E: Evet.

A: Ama mesela bu kolyenin doğrusal halini şöyle [uzatarak] elde edebilir miyiz?

E: Evet.

A: Demek ki neymiş?

E: Uzatabiliyorsak uzatıyoruz. Uzatamıyorsak iple doğrusal hale getiriyoruz.

Eda'nın iple ölçmede temel amacın doğrusal halini elde etme olduğunu kavradığı düşünülmektedir:

A: Kapak, yaprak, taş gibi doğrusal olmayan nesnelerin uzunluklarını ölçerken ip kullanmamızın amacı neydi sence?

E: Çünkü bunlar doğrusal değildi. Bunu doğrusal hale getirmek istedik.

A: Neden doğrusal hale getirmek istedik?

E: Çünkü bunu ancak öyle ölçebilirdik. Doğrusal şekliyle ölçebiliriz.

Dolayısıyla bu öğretim oturumu ile ilk olarak amaçlanan doğrusal olmayan eğrilerin dolaylı karşılaştırma ile (bir araç yardımıyla) doğrusal hallerinin elde edildiği, nesnelerin uzunluğunu incelerken doğrusal hali ile ilgilenildiği fikrinin Eda'ya yaşatıldığı söylenebilir. Etkinliğin devamı olan sonraki aşamada, doğrusal olan veya doğrusal hali elde edilmiş olan nesnenin uzunluğunun "nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklığı olduğu" fikrinin yapılandırılması amaçlanır. Bunun için öncelikle Eda'ya uzunluk ölçümünde nelere dikkat ettiğini fark ettirmek amaçlanır.

A: […] Doğrusal hale getirdikten sonra ne yaptın?

E: Cetvelle ölçtüm.

A: Cetvelle ölçerken neye dikkat ettin?

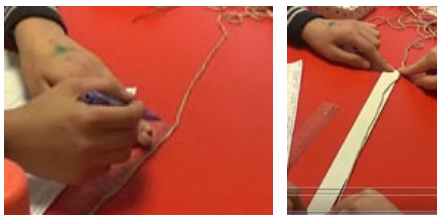
E: Bunun ne kadar uzunluğunu ölçmüşsek mesela taşın. Bunun çevresi 15 ama biz kaydırdık 17 çıktı. O zaman onun tam şeyini belirleyemeyiz. O yüzden onu kaydırmamaya dikkat etmemiz lazım.

A: Kaydırmakla kastın ne olabilir?

Cetvelle gösterir. Cetveli sağa sola fazla kaydırmayı kastetmektedir.

A: O zaman hangi noktaları dikkate aldık ölçerken?

E: Bunların hiç bir yerini boş bırakmayacağız [cetveli ipin yanına koyar]. Mesela burada bitti bunu alıp hemen böyle yapacağız.



(a) (b)

Şekil 39. (a) Eda cetvelle ipin uzunluğunu ölçmektedir (b) Eda kurdelenin başlangıç ve bitiş noktalarını göstermektedir

Eda uzunluk ölçümünde cetvelin yinelenmesi durumunda üst üste binmemesi ve boşluk kalmaması gerektiğini vurgulamaktadır.

A: Uzunluğu ölçerken nerede başladın nerede bitirdin? Hangi noktalar arasını dikkate almış oldun?

E: Şu iki kenarını (Şekil 39b).

A: Başladığı ve bittiği noktalar mı bunlar?

E: Evet.

A: [Bir tel alınır] Bunun uzunluğu ölçerken şuradan başlasam olur mu (başlangıcın ilerisi)?

E: Hayır.

A: Burada bitirsem olur mu (bitişin ilerisi)?

E: Hayır.

A: Nereden başlayıp nerede bitireceğim?

E: Bunu buradan başlayıp burada bitirmemiz lazım çünkü bunun tam uzunluğunu ölçmek istiyoruz biz o yüzden tam bitiş ve başlangıç noktasında ölçeceğiz [doğrusal bir nesne üzerinde konuşulmaktadır]

A: Peki bu kıvrılarak doğrusal olmasaydı?

E: Zaten bunu doğrusal hale getirebiliriz.

Görüldüğü üzere, Eda uzunluk ölçümünde doğrusal bir nesnenin başladığı ve bittiği noktalara dikkat edilmesi gerektiğinin, bu iki nokta arasındaki mesafenin dikkate alınması gerektiğinin de farkındadır. Bu aşamadan sonra doğrusal bir nesnenin uzunluğunun başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olduğunu vurgulamak amacıyla mesafe kavramına değinilir. Konuşmalar doğrusal bir nesne üzerinde gerçekleştirilir ancak yukarıdaki diyalogda görüldüğü üzere, doğrusal olmayan bir nesne söz konusu olduğunda ne yapacağı öğrenciye sorulur. İki ev arasındaki mesafeyi belirten eğriyi göstermesi istendiğinde doğru parçasını kastederek "Şu doğru olan gösterir mesafeyi. Çünkü bunları (diğer iki eğri) doğrusal hale getirsek daha uzun olur. Hatta bundan da daha uzun olabilir o yüzden ben bunu diyorum" şeklinde açıklamıştır. Eda'ya uzunluk ile mesafe arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda "Uzunluk aslında mesafedir" der. Bunun üzerine aşağıdaki diyalog gerçekleştirilir:

A: Bir nesnenin uzunluğu başlangıç ve bitiş noktası arasındaki mesafedir uzaklıktır diyebilir miyiz?

E: Evet.

A: Peki uzaklıktan mesafeden ne anlıyorsun?

E: Yani bitiş noktası ve başlangıç noktası onun şey böyle şey ıı çok uzak. Bitiş ve nokta şeyi o yüzden ona öyle diyebiliriz.

Eda'nın mesafe kavramını iki noktanın birbirinden uzak olma durumuna vurgu yaparak ifade etmeye çalıştığı düşünülebilir.

A: Çok uzak değil de mesela şu kalem çok uzak mı?

E: Hayır.

A: Bitişi ve başlangıcı arasındaki?

E: Mesafe.

A: Şu mesafeye biz uzunluğu diyebilir miyiz?

E: Evet.

A: Ama şöyle doğrusal değilse öyle diyebilir miyiz? Doğrusal olmayan bir nesnenin uzunluğu bitişi ve başlangıcı arasındaki mesafedir diyebilir miyiz?

E: Hayır.

A: Neden?

E: Yani doğrusal olmayan. Yani daha onu doğrusal hale getirmedik o yüzden.

A: Haklısın daha doğrusal hale getirmedik [bir kıvrılan eğri ve onun başlangıç ve bitişi ile aynı uzunluğa sahip bir çizgi çizilir]. Bak şu (doğrusal eğri) burada başladı burada bitti. Uzunluğu şu [aralarındaki mesafe gösterilerek] kadardır diyebilir miyiz?

E: Diyebiliriz.

A: Bunun uzunluğu bu kadardır diyebilir miyiz? [doğrusal olmayan eğrinin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe gösterilerek]

E: Hayır.

A: Neden hayır?

E: Çünkü biz bunu bir tek buradan şey yaptık ama bunu doğrusal hale getirdiğimizde bu daha çok uzun olacak o yüzden.

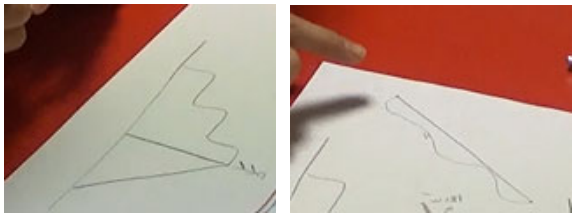
Görüldüğü üzere, Eda uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğuna dair şeması ışığında doğrusal olmayan nesne ile doğrusal nesnenin uzunluğunu ve belirli noktalar arasındaki mesafenin hangi durumlarda nesnenin uzunluğu olduğu konusunu farklı durumlara göre yorumlayabilmiştir. Eda çok uzun olduğu için uzunlukların ölçülemeyeceği gibi bir şemaya sahiptir.

A: Doğrunun uzunluğunu ölçmeye kalksak karşılaşabileceğimiz zorluklar ne olur?

E: Çünkü çok uzun. Ölçemeyiz çünkü çok fazla sınırsız o yüzden onu ölçmek için 45 gün 45 ay falan gerekebilir.

Eda doğrunun uzunluğunun ölçülememesini çok uzun olması ile gerekçelendirmiştir. Bunun üzerine ona Ay, Güneş ve Dünya'nın birbirlerinden çok uzak oldukları belirtilerek, aralarındaki uzaklığın ölçüldüğü bir video ile izletilir. Çok uzak oldukları halde uzunluğun ölçülebilmesinin sebebinin başlangıç ve bitiş noktalarının belli olması olduğu vurgulanır.

Eda zikzaklı biçimde verilen eğrilerin uzunlukları için "Hepsini ayrı ayrı ölçüp toplayacağım" der.



(a) (b)

Şekil 40. Eda'dan uzunluklarını karşılaştırması istenen eğriler

Şekil 40a'daki üç farklı eğriden en kısa olanını seçmesi istendiğinde, Eda ortadaki eğriyi seçer "Bence bu yol daha kısa" der. Nedeni için ise "Doğru şeklinde gitmiş hiçbir sapma yok. O yüzden bu yol daha küçük yani daha kısa olacağını düşünüyorum." der. İkinci olarak da sağdaki doğrusal olan eğriyi seçer. Nedeni için ise,

E: Çünkü bu [doğrusal olmayanı gösterir] doğrusal değil biraz kıvrık kıvrık ama bu (Şekil 40a, sağdan ilk eğri) biraz buna bakarsan doğru gitmiş.

A: Peki illa doğrusal olunca daha kısa mı olacak?

E: Hayır bu şey şuraları daha şey… kıvrık. Bunu doğrusal hale getirsek daha uzun olacak.

A: [Resim 40b gösterilir] Bir arkadaşın bu iki eğrinin uzunluğu birbirine eşit diyor.

E: Hayır.

A: Peki nasıl açıklarsın arkadaşına düşüncesinin yanlış olduğunu?

E: Şey bunu (doğrusal olmayan eğri) ölçemiyorsak, bunu cetvelle ölçebiliriz, sonra toplayabiliriz. Çünkü bu daha uzundur çünkü kıvrık kıvrık. Bunları doğrusal hale getirseydik bunlar dümdüz olurdu ve daha uzun olurdu. (Şu an değerlendirirsek) Tek biz bunun şeyini

ölçmüş olduk şurasını [başlangıç ve bitiş noktaları arasında hayali bir doğru parçası çizer] ölçmüş olduk o yüzden bu daha uzundur.

Görüldüğü üzere Eda eylemlerinde uzunluk niteliğinin korunumu ilkesini işe koşmaktadır. Eda'nın uzunluk şeması uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğu bilgisini içerir. Eda nesnenin tek boyutta kapladığı yerleri göz ardı etmemektedir. İki nokta arasındaki mesafe ile nesnenin uzunluğu arasındaki ayrımın farkındadır: Eda'nın uzunluk şeması iki nokta arasındaki mesafenin ne zaman nesnenin uzunluğu olarak ele alınabileceği ve ne zaman alınamayacağı bilgisini içerir. Bununla birlikte Eda doğrusal terimini kendi ifadeleri ile dümdüz olmak biçiminde açıklamakta ve "doğru gitmek" ifadesi ile birlikte sıklıkla kullanmaktadır. Eda'nın hedeflenen amaca Mert'ten daha çabuk ulaştığı görülmektedir. Sebebinin ise Eda'nın niteliklerin korunumu ilkesini öğretim öncesi de göz önünde bulundurması ve ip, tel gibi araçların kullanımını Mert'e göre daha kolay anlamlandırması ve kabullenmesi olduğu söylenebilir.

Söz konusu öğretim etkinlikleri dizisinin sonunda Eda'ya basit bükme ve eğmelerin esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğinin ancak o anki ölçüm sonucunun değişeceğinin fark ettirilmesi amaçlanmıştır. Bunun için bir lastik alınır ve uzunluğunun ne zaman değişip ne zaman değişmeyeceği sorulur. Eda ancak ortasından kesilirse değişebileceğini söyler. Eda'dan lastiği esnetmesi istenir.

A: Ne oldu?

E: Büyüdü.

A: O zaman?

E: Büyümesi de değiştiriyor.

A: [kalem gösterilir] mesela bu kalemi öyle büyütebilir misin?

E: Hayır

A: Kalemi esnetemiyorsun ama lastiği esnetebiliyorsun değil mi?

E: Evet.

A: Esnetebildiğimiz için?

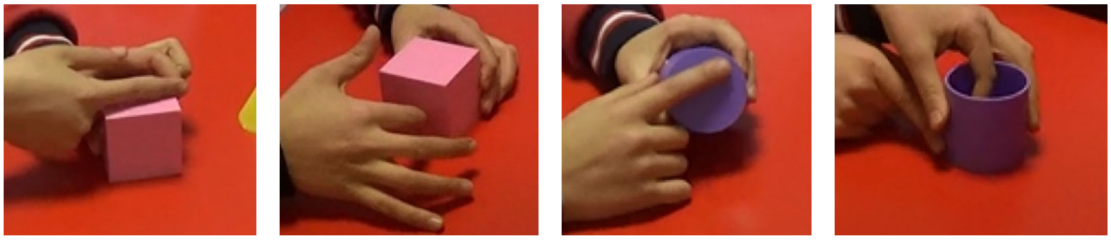
E: Bu değişiyor.

Dolayısıyla Eda'nın lastik gibi esnek bir nesnenin esnetilme durumunda uzunluğunu değiştiğini fark ettiği ifade edilebilir.

4.4. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 4: Niteliğin Farklı Temsillerini Tanıma

4.4.1. Öğretim Öncesi

Öğretim Etkinlikleri Dizisi 4 ile öğrencilerin uzunluğun farklı temsilleri olan çevre, kalınlık-incelik, derinlik-sığlık, genişlik-darlık ve en, boy ve yükseklik kavramlarını yapılandırmaları amaçlanmıştır. En, boy ve yükseklik kavramları nesnelerin ebat uzunluklarıdır. Nesneye ait bu uzunluklar referans alınarak nesnelerin kalın, ince, geniş, dar olduğuna karar verilebilir. Ebat uzunlukları uzunluk, alan ve hacim kavramlarının birbirlerinden ayırt edilebilmeleri için önemli olduğu gibi (Kamii & Clark, 1997; Lehrer vd., 1998, s. 156), boyut kavramının anlaşılması için de önemlidir (Ural, 2011). Öğrencilerin ebat uzunluklarını anlamaları ve fark etmeleri için nesnelerin ayrıtlarını tanımaları ve tespit edebilmeleri gerekir. Mert ve Eda verilen bir nesne üzerinde, en, boy, yükseklik şeklinde adlandırmaksızın nesnenin en az bir uzunluğunu gösterebilirler.



Şekil 41. Eda nesneler üzerindeki uzunlukları göstermektedir.

Mert ilk klinik görüşmelerde yaptığı tanımlamalarında uzunluğu boy temsili ile sınırlandırmıştır ancak uzunluğa ait farklı temsilleri nesneler üzerinde gösterebilmektedir. Dolayısıyla Mert'in uzunluk şemasının sözel-dilsel formda boy temsili ile sınırlı olsa dahi, uzunluğun farklı temsillerini duyumsal-somut olarak içerdiği düşünülebilir. Bunun sebebinin Mert'in uzunluk niteliğinin tek boyutta yer kaplama olduğuna dair şemasını işe koşarak nesneler üzerinde farklı temsilleri belirleyebilmesi olduğu söylenebilir. Yine ilk klinik görüşmelerde Mert genişlik, çevre, alan kavramlarının her birini birbiri cinsinden tanımlamıştır. Mert "Genişlik alandır", "Çevre etraftır", "Alan etraftır", "Etraf çevredir" gibi açıklamalarda bulunur. Dolayısıyla Mert etraf kavramından yola çıkarak alan ve çevreyi ilişkilendirmektedir. Ancak Mert genişliğin doğrudan alan olduğunu ifade eder. Mert "Odanın genişliği alanlarıdır" der.



Şekil 42. Eda'nın çevre gösterimi

Mert çevrenin alan veya uzunluk olduğu konusunda kararsızdır ancak Resim 42'deki gibi çevreyi göstermesi istendiğinde kenar uzunluklarını gösterir. Mert çevre hesaplamada ise kenar uzunluklarını sayabilmektedir. Örneğin bir kenarı 6 cm olan bir dikdörtgen için "Bir çevresi 6 cm" diyebilmektedir. Mert en, kalınlık, genişlik temsillerini yüzey tarayarak gösterebilmektedir. Dolayısıyla bu temsillerin uzunluğun birer temsili olduğunun farkında olmadığı söylenebilir. Mert'e bu temsillerin birer uzunluk olduğu vurgulanmalıdır. Niteliğin farklı temsillerini tanıma karakteristiğinde, Mert'in günlük dilden etkilendiği söylenebilir. Mert çevre kavramı için "Etraf" der ve örnek vermesi istendiğinde "Doğa… Gördüğümüz şeyler" der. Genişlik kavramını "Alanın dar değil de geniş olması" şeklinde açıklar. Bir nesnenin yüksekliğini yüksek olma durumunda arar, elindeki kitabın ancak onu dik duruma getirdiğinde yüksekliğe sahip olduğunu ifade eder. Kalınlık kavramının uzunluğun bir temsili olmadığını düşünmektedir ve kalınlık için "Kaba olması, şişkin olması" der. Mert derinlik kavramı için verilen bir örnek üzerinde nesnenin derinliğini gösterirken tabanı gösterir ve "Alta doğru inme" şeklinde açıklar (Şekil 43). Mert'in derinliğin uzunluk temsili olduğunun farkında olduğu söylenebilir.



Şekil 43. Mert'in derinlik gösterimi



*Şekil 44.*Eda'nın kalınlık gösterimi

Eda'nın uzunluğun farklı temsillerini tanıma eylemi incelenecek olursa, Eda'dan odanın genişliğini göstermesi istendiğinde ellerini havaya kaldırarak "Buraları genişliği" der. Dolayısıyla Eda'nın genişlik kavramını alan veya hacim kavramlarından ayırt edemediği söylenebilir. Yapılan klinik görüşmelerde ve öğretim oturumlarında Eda aynı derinliğe

ancak farklı hacimlere sahip iki nesne için hacmi büyük olanın daha derin olduğunu belirtir. Dolayısıyla Eda'nın derinlik kavramının uzunluğun bir temsili olduğunun farkında olmadığı söylenebilir. Çevrenin bir uzunluk olduğunu ifade eder ancak göstermesi istendiğinde nesnenin yüzeyini işaret edebilmektedir (Şekil 45a).



(a) (b)

Şekil 45. (a) Eda'nın kapağın çevresini gösterimi (b) Eda'nın en gösterimi

Eda aşina olduğu geometrik cisimlerde (buzdolabına benzetebileceği bir dikdörtgen prizma gibi) yüksekliği tespit edebilir. En, boy ve yükseklik ebat uzunluklarının birer uzunluk olduğunu ifade eder ancak özellikle en gösteriminde yüzeyi işaret edebilmektedir (Şekil 45b).

A: [yüzey taranarak] Buraların hepsi mi en?

E: Evet.

Eda temsillerin birer uzunluk olduğunu ifade edebilmektedir ancak gerekçelerini açıklayamamaktadır. Kalınlık kavramının uzunluktan farklı olduğunu düşünür, Mert gibi sözel olarak ifade etmese de şişe kapağının kalınlığını Şekil 45a'daki gibi gösterir.

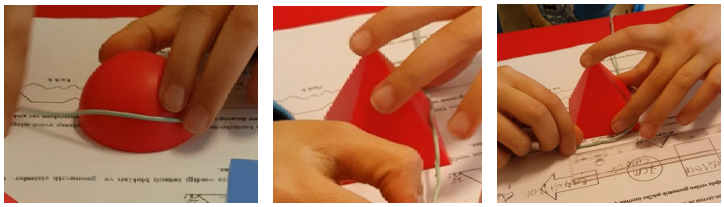
Özetlenecek olursa, yapılan ilk klinik görüşme bulgularına göre, Mert ve Eda'nın uzunluğun farklı temsillerini tanıma eylem şemalarının farklılaştığı görülmüştür. Ancak genel olarak öğrencilerin, temsillerin uzunluk olduklarını sözel olarak ifade etseler dahi nedenlerini gerekçelendiremedikleri, bazı temsillerin (ebat uzunlukları, kalınlık, derinlik) hangi ayrıtlarla belirlenebileceğini ayırt edemedikleri ve bazı temsilleri (çevre, en, genişlik, derinlik) ise alan veya hacim ile karıştırdıkları söylenebilir. Dolayısıyla her iki öğrencinin de eylem şemalarında uzunluğun farklı temsillerinin uzunluk olduğu bilgisi sözel-dilsel formda yer alsa dahi öğrencilerin bunu içselleştiremedikleri söylenebilir.

Eda ve Mert ile gerçekleştirilen uzunluğun farklı temsillerinin yapılandırılmasını amaçlayan Öğretim Etkinlikleri Dizisi 4 boyunca öncelikle teker teker kalınlık, derinlik ve genişlik kavram çiftlerinden sonra, genişlik ve darlık kavramlarından yararlanarak en kavramının yapılandırılması amaçlanmıştır. Daha sonra boy ve yükseklik kavramları tanıtılmış ve birer uzunluk oldukları vurgulanmıştır. Öğrencilerin bu kavramları verilen nesneler üzerinde

tanıyıp tanımadığı incelenerek etkinlikler tamamlanmıştır. İlk olarak çevre daha sonra, kalınlık-incelik ve derinlik-sığlık kavramları incelenmiştir. İlk klinik görüşmelerde özellikle Mert'in somut nesneler üzerinde nesnenin ayrıtlarını belirleyebilirken, 3-boyutlu nesnelerin 2-boyutlu temsillerinde görülenleri de dâhil olmak üzere ayrıtları ayırt edemediği görülmüştür. Bu noktada öğrencilerde görsel-uzamsal yetenekle ilgili olan bu beceriden ziyade, uzunluğun diğer temsillerinden yararlanarak en, boy ve yükseklik temsillerinin yapılandırılması amaçlanmıştır.

4.4.2. Öğrenciler ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 14-M ve 15-M (Çevre Kavramı). Mert verilen tanımı okur: "Çevre, bir nesnenin etrafında dolandığımızda aldığımız toplam yolun uzunluğudur." Bu tanım üzerinde çeşitli örnekler verilerek tartışılır. Bir karınca olduğunu düşünerek çevre tanımını tekrar düşünmesi istenir. "Mesela şu kalemliğin çevresini gösterir misin? Hangi uzunlukların toplamıdır?" sorusunu Resim 46'daki gibi gösterir. Kenarların uzunluklarının toplamının, kalemliğin etrafında dolandığımızda aldığımız yolun uzunluğunun çevre olduğu vurgulanır. Mert bu konuşmalar sonucunda yine çevrenin etraf olduğunu ifade eder. Ancak etrafı ile ne kastedildiği sorulduğunda uzunluğu şeklinde ekler. Mert çevre hesaplarken uzunlukların bir kere toplanması ya da bir kere dikkate alınması gerektiğinin farkındadır.

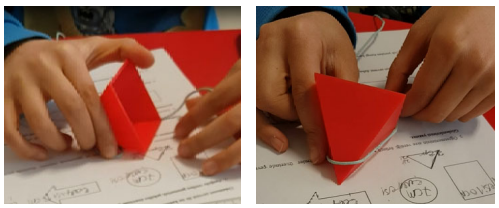


(a) (b) (c)

Şekil 46. (a), (b) ve (c) Mert'in çevre ölçme eylemi

Mert Resim 46a'da görüldüğü üzere bir yarı kürenin çevresini ölçmesi istendiğinde ip ile ölçer. Ancak doğrusal uzunlukları ölçmek için de ipi kullanır (Şekil 46b ve 46c). Çevre hesaplamaya dair yeterince örnek yapılır. Mert'in tüm kenarları dikkate alarak ayrı ayrı toplaması sağlanır. Çevre hesaplamaya önem verilmesinin sebebi, bu aşamada uzunluk ölçümünün yapıldığını, çevrenin uzunluklar toplamı olduğunu fark etmesini sağlamaktır. Sonra bir piramit üzerinde piramidin konumlanmasına ve tabanının değişmesine göre çevre hesaplamayı nasıl yapacağını görmek için piramidin farklı konumlanmasına dikkati çekilerek (örn. Böyle koyduğumda çevresini ölçmeni istersem?) çevresi sorulur. Mert her seferinde taban uzunluklarını ölçer. Bu şekilde hareket ederek tabanlara göre çevrenin değişebildiğini görmesi ve bunun sebeplerinin tartışılması amaçlanmıştır ancak amaçlandığı

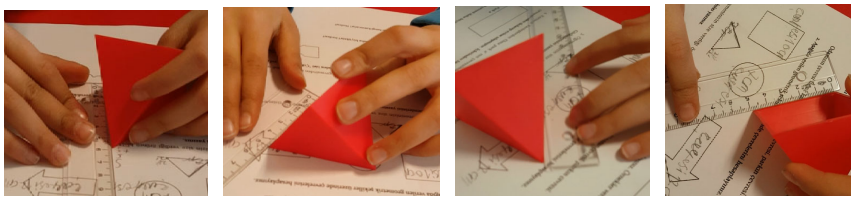
gibi olmaz. Çünkü Mert iki şekilde de çevrenin aynı olması gerektiğini düşünürken bunu destekleyecek sonuçlara ulaşır.



(d) (e)

Şekil 47. (d) ve (e) Piramidin farklı konumlandırılması ve Mert'in çevresini ölçmesi

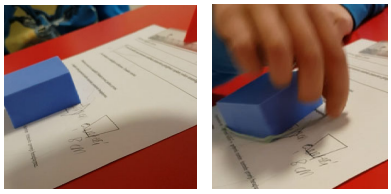
Mert çevrenin aynı olması gerektiğini düşünmektedir ve farklı olan çevreleri yaptığı hata ile aynı uzunlukta hesaplamıştır. Dolayısıyla amaçlanan tartışma başlatılamamıştır. Bunun üzerine cetvelle tekrar ölçmesi ve doğru sonuçlara ulaşması amaçlanır.



(f) (g) (h) (ı)

Şekil 48. (f), (g), (h) ve (ı) Mert piramidin çevresini cetvelle ölçmektedir

Mert teker teker ölçüp sonra toplama işlemini yapmak zorunda olduğu ve sonucun iple yaptığı ölçüme eşit çıkması gerektiğini düşündüğü için, bu şekilde konumlandırıldığında kenar uzunluklarını ölçmede ve toplamada sıkıntı yaşar ve bu süreç yaklaşık 20 dakika sürer. Ancak yaşadığı bu problemlerin sebebinin sayılar ve toplama işlemi ile ilgili olduğu düşünülmektedir. Bir süre sonra cetvel yerine ip kullanılarak toplama işlemi söz konusu edilmeden benzer etkinlik tekrarlanır ve beklenen cevap Mert'ten alınır. Prizma, çevresi farklı olacak şekilde farklı iki yüzü üzerine konulur. Mert tabandaki uzunlukları dikkate alarak ip yardımıyla çevreyi hesaplar. Sonra "Daha kısa. Neden kısaldı? Kenarların uzunlukları değişti farkında mısın?" şeklindeki soruya "Kısaldı şurada (önceki konum Şekil 49) daha fazla yol gidiyorduk" şeklinde cevap verir.



Şekil 49. Mert prizmanın çevresini ölçmektedir

Mert soruyu okur: “Karınca kardeşlerden biri Park a’nın etrafından dolanıp evine ulaşmıştır. Diğeri ise park b’nin etrafından dolanıp evine ulaşmıştır. İçlerinden biri “Çok yoruldum. Yol çok uzundu” demiştir.”



Şekil 50. Karınca kardeşlerin etrafında dolandığı Park a ve Park b

Herhangi bir soru sorulmadan Mert Park b’yi gösterir.

A: Neden o?

M: Çünkü bu kadar yolu git gel dön çık falan [kıvrımları gösterir]

A: Park a’ya göre daha mı çok yol almıştır?

M: Hıhı.

Görüldüğü üzere Mert Park b’de karıncanın daha fazla yol alacağını ifade etmiştir. Fikirlerini anlamak için aynı soru çevre ifadesi kullanılarak sorulur:

A: Hangi parkın çevresi daha büyüktür?

M: Bu parkın [Park a’yı gösterir.]

A: Neden?

M: Çünkü kalın.

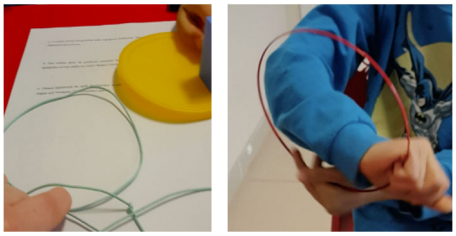
Bu soru öğrencinin hala çevreyi alan kavramıyla karıştırıp karıştırmadığını tespit edebilmek için sorulmuştur. Park a ve b’nin kısa kenarları özellikle eşit uzunlukta çizilmiştir. Mert karıncanın Park b’de daha fazla yol alacağını ifade etmesine rağmen, hangi parkın çevresinin daha büyük olduğu sorulduğunda alanı daha büyük olan Park a’yı seçer ve daha kalın olduğunu ifade eder. Dolayısıyla Mert’in çevreyi alanla-yüzeyin kaplama miktarı ile karıştırdığı düşünülebilir.

A: Ama çevre neydi?

M: Hımm et...etraf. Bunu seçiyorum [Park b’yi gösterir]. Bunu (Park b) seçtim. Etrafından uzunluğu, yürüdüğümüz uzaklık. Ben b diyorum.

Mert’in çevre kavramı üzerine düşünmesi sağlandığında, bir uzunluk, alınan bir yol miktarı olduğunu hatırlayarak fikrini değiştirmiştir ve 2. satırda "Etrafından uzunluğu, yürüdüğümüz uzaklık” ifadesiyle neden fikir değiştirdiğini açıklamıştır. Dolayısıyla sezgisel olarak

Mert'in alan ile uzunluğun dolayısıyla alan ile çevrenin farkına dair kavrayışının geliştiği düşünülebilir. Daha sonra iki parkın kenar uzunluklarını ve toplamlarını karşılaştırması sağlanarak Park b'nin çevresinin neden daha uzun olduğu incelenir. Devamında "O zaman çevre için kalın olup olmaması fark eder mi? sorusu sorulur Mert "Hayır" der ancak yine bir açıklamada bulunmaz. Çevrenin (dolayısıyla uzunluğun) yüzeyin örtme/kaplama niteliğinin miktarından farkını vurgulamak için, bir kapak ve ip alınır, ip Mert'in de yardımıyla kapağın etrafına sarılır ve şekildeki gibi yan yana konulur. Daire ve çember modellenmeye çalışılmıştır:



(a) (b)

Şekil 51. (a) ve (b) Daire ve çemberin modellenmesi

M: Çevresinde bir tur dolanınca çevresini ölçmüş oluyorsunuz.

A: Uzunluğunu hesaplayınca değil mi?

M: Evet.

A: Peki kapağın çevresi ile bu ipin çevresi eşit midir?

M: Eşit.

A: Neden?

M: Çünkü bunun (kapak) etrafında dolandık.

A: Peki buna (ip) baktığımızda bunun içi dolu mu?

M: Hayır.

A: Boş. Parmağımı geçirebiliyorum bak.

M: Ben de geçireyim [Elini içinden geçirir]

A: Bu ikisinin içlerinin dolu veya boş olması çevrelerini etkiler mi sence?

M: Hayır etkilemez.

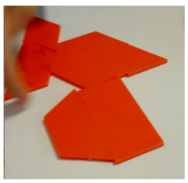
A: Neden etkilemez?

M: Çünkü etrafıdır [parmağını gezdirir]. Sadece etrafına bağlı çevresi.

A: Etrafının neyine bağlı?

M: Uzunluğuna.

Dolayısıyla Mert'in çevrenin, düzlemde yer kaplama özelliğine sahip olmadığını sezdiği düşünülebilir. Sonra örüntü blokları verilir ve "Öyle bir şekil oluştur ki çevresi en büyük olsun" denir.



Şekil 52. Mert'in oluşturduğu şekil

Görüldüğü üzere şekil en büyük çevreye sahip olacak şekilde oluşturulmamıştır. "Bu şeklin çevresini hesaplarken nereleri dikkate alacağız?" sorusu sorulur. Mert parmağıyla Şekil 52'deki gibi kenarları gezdirerek gösterir.

A: Peki ben bu şekli değiştirsem çevresi değişir mi sence?

M: Hayır… Değişir.

A: Neden?

M: Bilmem.

A: Ben değişmiyor desem bana değiştiğini nasıl ispatlarsın?

M: [Bir örüntü bloğunu tutarken] Bu küçük de olabilir büyük de.

A: Bu dediğin bu blok mu? Yoksa oluşan şeklin kendisi mi?

M: Şeklin kendisi.

A: Şeklin kendisi büyük de olabilir küçük de olabilir diyorsun?

M: Hıhı.

A: Peki [tek bir blok alınır] ben bunu şu şekilde döndürdüğümde çevresi değişir mi?

M: Hiçbir zaman değişmez.

A: [Başka bir blok alınıp diğerlerinin yanına getirilir] Bunlardan bir şekil oluşturduğumda?

M: Değişir.

A: Değişebilir diyorsun?

M: Evet.

A: Peki neden değişebileceğine dair nasıl bir açıklama getirirsin?

M: Bilmem… Nasıl açıklayabiliriz? Onu ölçerek…

A: Neden çevre değişiyor acaba?

M: Çünkü alan falan değişiyor.

A: Alan değişiyor mu?

M: Hayır… bilmiyorum.

Mert çevre kavramı için alan, bölge veya da "doğa da gördüğümüz şeyler" ifadelerini kullanabilmektedir. Doğa da gördüğümüz şeyler ifadesi fen bilgisi derslerinden kaynaklanabilir, ancak Mert'in bölge ve alan sözcükleri ile bu sözcüklerin bilinen matematiksel anlamını kastettiği düşünülmemektedir. Nitekim Mert'e alan nedir diye sorulduğunda "Etrafı" der. Ya da bir sonraki ders:

A: Bölge ile ne kastediyorsun?

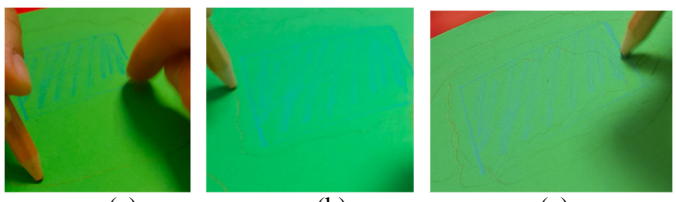
M: Etrafında yürüdüğümüz mesafelerin toplamlarını.

A: Bölge başka bir şey oluyor. Bölge dememelisin. Senin kastettiğin şey daha farklı birşey. [Bir düzlemsel bölge çizilerek karalanır] Burası bölgedir. Sen bunu mu kastediyorsun bölge derken?

M: Hayır etrafı. Bölge değil etrafı.

A: Mesela çevresiyle nereyi kastediyorsun bunun üzerinde çiz. Nerenin uzunluklarını topluyoruz?

M: Gezdiğimiz yerlerin (Şekil 53a).



(a) (b) (c)

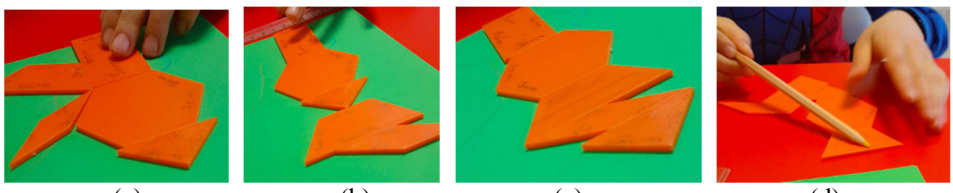
Şekil 53. (a), (b) ve (c) Mert ile bölge kavramının incelenmesi

A: Mesela ben bir karıncayım şuraları (iç bölge) geziyorum. Sen çevre deyince nereleri anlıyorsun?

M: Ben dış tarafını anlıyorum buraları anlıyorum [kenarları işaret eder (Şekil 53b)]

Dolayısıyla diyaloğa göre, öğrencinin alan ve bölge kelimelerini matematiksel anlamlarının farkında olmadan, kendi zihninde yapılandırdığı şekilde kullandığı düşünülebilir. Çizilen dörtgenin iç bölgesini dahil etmemesi, kenarlarını kastetmesi ve çember ve daire modelleme örneklerine verdiği cevaplar ışığında yine Mert'in çevrenin, düzlemde yer kaplama özelliğinden ziyade tek boyutta yer kaplama özelliğine sahip olduğu fikrini verilen somut desteklerin de katkısıyla soyutladığı düşünülebilir. Çünkü Mert yalnızca uzunluğa odaklanılması gerektiğini düşünmektedir. Etrafı şeklinde ifade etmesine rağmen bu kelime ile etrafının uzunluğunu kastettiği söylenebilir. Diğer taraftan çevre kavramının kenar uzunlukları toplamı olduğuna daha çok vurgu yapabilmek ve üzerinde düşündürebilmek için örüntü blokları ile yapılacak olan etkinliğe bir giriş yapılır. Mert çevrenin önce değişmeyeceğini, sonra şeklin büyük veya küçüklüğüne göre değişebileceğini ifade eder ancak sebebini açıklayamaz. Dolayısıyla Mert'in çevre hesaplamaya dair zihinsel eylemi gerçekleştirirken çevrenin nesnenin kenar uzunlukları toplamı olduğu şemasını göz önünde bulundurmadığı düşünülebilir. Bu ise bu şemayı içselleştirememesinden kaynaklanmış olabilir. Bir sonraki öğretim oturumunda amaç Mert'in bu durumun sebeplerini keşfedebilmesi ve zihinsel temsillerine dayanan somut anlamalar geliştirebilmesini sağlamak olmalıdır.

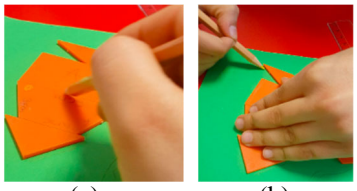
Mert örüntü bloklarıyla yeni bir şekil oluşturur (Resim 54a). Sorulur: "Şimdi hangi uzunlukları toplayacağız?" Cetvelle kenarları gösterir ve "Kenar uzunluklarının toplamı" der. Oluşan şekilden birkaç örüntü bloğunun yerleri çevreyi değiştirecek şekilde değiştirilir. Mert'e çevrenin değişip değişmeyeceği sorulur ve Mert "Değişir. Uzar" der.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 54. (a), (b) (c) ve (d) Örüntü bloklarıyla oluşturulan şekiller

Sonra en uzun çevreye sahip bir şekil oluşturması istenir. İlk şekli (Resim 54a) tekrar oluşturur. "Bundan daha uzun çevreye sahip olacak şekilde de bir şekil oluşturabiliriz desem? Mert "Yapabiliriz" der ve yeni bir şekil oluşturmaya başlar. Resim 54c'yi oluşturur. Çevreyi hesaplarken hangi kenarların dikkate alınacağı teker teker sorulur. "Bütün kenarları toplayacağız bütün kenarları" diye vurgular. "Peki şurayı (iki bloğun kesişimi Şekil 55a) da toplayacak mıyız?"



(a) (b)

Şekil 55. (a) İki örüntü bloğunun kesişimi (b) Mert'in şekli saran eğri takibi

Şeklinde farklı uzunluklar sorulur Mert "Hayır" der. Nedeni sorulduğunda "Çünkü orası toplanmaz. Çünkü iç ama biz dışlarını topluyoruz." der. "Nereleri toplayacağız gösterir misin?" denildiğinde Şekil 55b'deki gibi kenarları doğru bir şekilde gösterir.

M: Çevre… geçerken … ölçtüğümüz… birimlerle.

A: Nereden geçerken? Nasıl?

M: Etrafından geçerken … Bir kere dolaşınca etrafında çevresini ölçmüş oluruz. Bir yerin etrafından geçerken ya da yürürken ölçüp topladığımız…

A: Çevre o zaman?

M: Nedir? Etrafının toplamıdır.

A: Neyin toplamıdır?

M: Uzunluğunun toplamıdır.

Görüldüğü üzere somut nesneler üzerinde gerçekleştirilen çevre hesaplama eyleminde Mert çevrenin nesnenin kenar uzunlukları toplamı olduğuna dair şemasını işe koşmuştur. Gerçekleştirilen öğretim oturumu ile Mert'in çevre kavramına dair oluşturduğu zihinsel temsilin çevrenin bir uzunluk olduğu, tek boyutta yer kaplama olduğu- düzlemde yer kaplamadan farklı olduğu özelliklerini içerdiği düşünülebilir. Mert'in çevre hesaplama eylem şemasının ise bir nesnenin çevresinin, nesnenin etrafında bir kere dolanma ile elde edilen uzunlukların toplanması olduğu bilgisini içerdiği söylenebilir.

Öğretim Oturumu 14-E ve 15-E (Çevre Kavramı). Öğretim oturumunun başında Eda'ya çevre kavramı için ne düşündüğü sorulduğunda "bir şeyin çevresi" der ve cetvelin kenarlarını gösterir. Parmaklarını resimde görüldüğü gibi aşağı yukarı cetvelin kenarlarında kaydırır. Kısa kenarların dahil olup olmadığı sorulduğunda dahil olduğunu ifade eder. Mert ile gerçekleştirilen aynı etkinlikler Eda ile de gerçekleştirilir. Çevre tanımı üzerinde çeşitli örnekler verilerek tartışılır. Eda çevre hesaplarken dahil edilen uzunlukların bir kere hesaplanması gerektiğini vurgular: "Bir şeyin çevresini bir kere dolanacağız. 2 kere dolanırsak 2 kere ölçmüş oluruz." Eda çevre kavramı için kağıdın çevresi, odanın, tavanın,

karesel bölgenin çevresi şeklinde başka örnekler verir. Eda verilen cisimlerin taban uzunluklarının dikkate alındığının ve taban uzunluklarına göre çevrelerinin değiştiğinin farkındadır:



(a) (b) (c) (d)

Şekil 56. (a), (b) (c) ve (d) Eda piramidin çevresini göstermektedir

Eda Şekil 56a ve Şekil 56d'de görüldüğü gibi taban uzunluklarının çevreyi oluşturduğunu ifade eder ve "Böyle koyduğumuzda buraları olmuş oluyor" şeklinde örneklendirir.

A: Çevreyi hesaplarken neler yaptığını sayar mısın?

E: İlk önce ölçtüm ...

A: Neleri ölçtün?

E: Çevrelerini ölçtüm. Sonrada onları topladım gerçek şeylerini buldum.

A: Çevreleri dediğin yani neyi ölçtün?

E: Yani çevresinin uzunluğunu ölçtüm.

A: O zaman çevre neymiş?

E: Çevre bir şeyin uzunluğu ... uzunlukmuş.

Görüldüğü üzere Eda çevre tanımı ve yapılan ölçümler yoluyla çevrenin bir uzunluk olduğu fikrine ulaşabilmiştir. Daha sonra sıra kapak ve tel örneğine gelmiştir. Eda ile birlikte kapağın çevresine göre belirlenen telin uzunluğu ile kapağın çevresi üzerinde tartışılır.



Şekil 57. Eda ile daire ve çemberin modellenmesi

A: Çevreleri sence aynı mıdır farklı mıdır?

E: Bence aynıdır çünkü buna (kapağa) koyarak şey yaptık ölçtük.

A: Bunun içi (tel) nasıl?

E: Boş.

A: Bunun içi?

E: Dolu.

E: Bu çevreyi etkiler mi sence?

A: ıı hayır.

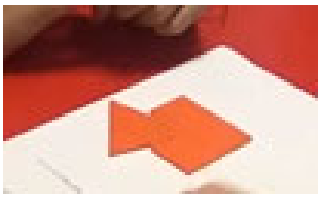
E: Neden etkilemez?

A: Çünkü biz bunun çevresini ölçüyoruz içi boş dolu onları ölçmüyoruz o yüzden.

E: Çevre nedir sence?

A: Çevre bunların uzunluğu…

Görüldüğü üzere Eda'nın çevre şemasının çevrenin bir uzunluk olduğu ve yüzey kaplama özelliğine sahip olmadığı fikrini içerdiği söylenebilir. Eda farklı örnekler üzerinde de (küp yüzeyi ve bir kare) yalnızca kenar uzunluklarına odaklanarak çevrelerin eşit olduğunu belirtmiştir. Nitekim Eda karınca kardeşler sorusunu "b parkı çünkü biraz doğrusal olmayarak gitmiş, eğri gitmiş. Onu doğrusal hale getirirsek daha uzun olur. O yüzden park b daha uzundur." şeklinde cevaplayarak parkların kalınlık, incelik genişlikleri yerine yalnızca kenar uzunlukları ile ilgilenmiştir. Ancak yine de öğrencilerin akıl yürütmelerinin önceki algılarıyla sınırlandırıldığı düşünülebilir. Örneğin örüntü bloklarıyla bir şekil oluşturulur ve Eda'ya sorulur: "Bu şekli değiştirsek çevresi değişir mi?"



Şekil 58. Eda'nın oluşturduğu şekil

Eda'nın cevabı "Değişmez. Çünkü bunun şeklini değiştiriyoruz. Çevresini değil" dir. Eda'nın şekle göre ele alınan uzunlukların değişebileceğini fark etmesi amacıyla önce şeklin sonra oluşturulan yeni şeklin çevrelerini ölçmesi istenir. Öncesinde bir örüntü bloğu üzerinde şu diyalog yaşanır:

A: Ben bu bloğu şuraya alıp götürdüğümde uzunluğu değişiyor muydu?

E: Hayır.

A: Döndürdüğümde değişiyor muydu?

E: Hayır.

A: Ama burada biz ne ile ilgileniyoruz? Şekillerin çevre uzunluğundayız. Bir bakalım değişecek mi? Değişmeyecek mi?

Eda ölçerek çevrelerin farklı olduğunu görür. Bunun üzerine sorulur:

A: Neden böyle oldu sence?

E: ıı şey şekillerini değiştirdiğimiz için… bu şekillerini… Onun uzunluğunu biraz daha arttırmış olabilir.

A: Aslında bu örüntü bloklarının her birinin kendi uzunlukları?

E: Eşit.

A: Ne yaptık değişti? Şurada mesela şöyle koymuştuk [eski hali tekrarlanır]. Şimdi neden değişti?

E: Değişti çünkü şekillerini koymamıza bağlı olduğunu düşündüm. Çünkü şekil… Burada aynıydı hepsi (blokların her biri) ama ikincide ölçtüğümüzde farklı çıktı.

A: Şu üçgen bloğun kenar uzunluğu değişti mi?

E: Hayır.

A: Şöyle koyduk bunu [Üçgen bloğun yeri ikinci şekli oluşturacak şekilde değiştirilir]. Burada uzunluğu aynı mı? Ne değişti mesela?

E: Şekilleri.

A: Şu bloğu şuraya koyunca mesela önceden şu kenarları saymıyorduk şimdi ne yaptık şu iki uzunluğu da saydık. Önceden şu iki kenar yoktu değil mi?

Eda'nın örüntü bloklarının uzunlukları değişmezken, yerleşimine göre dikkate alınan kenar uzunluklarının değişmesi sebebiyle çevrenin değiştiğini fark etmesi amaçlanmıştır. Eda'nın çevrenin değişmesine sebep olarak şeklin değişmesini görmesi yanlış değildir ancak çevreyi oluşturan uzunlukların değiştiğini görmesi amaçlandığından son açıklama yapılmıştır. Nitekim Eda'nın çevrenin oluşan şekle göre neden değiştiğine dair "Çünkü biz bunu burada ölçüp çizmiştik ama orada bir başka çizdik [oluşan şeklin etrafından kalemle kağıda kopyası çizilmiştir] o yüzden. yani şeklin uzunlukları değişmedi ama şeklin çizdiğimiz yer değişti" açıklaması Eda'nın çevrenin neden değiştiğine dair gerekçeleri anladığını göstermektedir.

Farklı örneklerin verilmesinin ardından Eda'dan aynı 4 örüntü bloğu ile en uzun çevreye sahip olacak şekilde bir şekil oluşturması istendiğinde, Şekil 59'da görüldüğü üzere Eda elindeki 4 blokla çevresi en büyük olabilecek olan şekli oluşturur.



Şekil 59. Eda'nın en uzun çevre için oluşturduğu şekil

A: Çevre neydi bir hatırlayalım?

E: Çevre bir şeyin … nesnenin çevresinin uzunluğunu… uzunluğunun çevresi.

Eda çevre kavramını beklenildiği gibi tanımlayamasa da çevre kavramına dair yapılan öğretim etkinlikleri dizisi ile tanımlamaları daha anlaşılır hale gelmiştir:

E: Bunun (örüntü bloğu) uzunluğunun çevresi yani kaç adım attıysak bunun çevresi. Kaç adım attıysak onun adına çevre diyoruz.

A: Mesela 10 adım attım ona çevresi mi diyoruz?

E: Hayır bunun etrafında bir kere dönme hakkımız var. Çünkü bunun mesela buradan başladık 2 kere dönersek 2 kere çevresini ölçmüş oluruz.

Eda'nın adım atmak ile kastettiği herhangi bir yürüme değil adımı birim kabul ederek yapılan uzunluk ölçmedir. Eda ile daha fazla örüntü bloğuyla en uzun ve en kısa çevreyi bulma etkinliği yapılır. Eda ilk olarak Şekil 60a'daki şekli oluşturur. Daha sonra çevresi en kısa olacak şekilde bir şekil oluşturması istenir.



(a) (b) (c)

Şekil 60. (a) Eda'nın en uzun çevre için oluşturduğu şekil (b) Eda'nın en kısa çevre için oluşturduğu şekil (c) Eda'nın en uzun çevre için oluşturduğu son şekil

A: Çevresinin en kısa olması için ne olması lazım?

E: Hımm küçük.

[…]

A: Küçük hale derken neyini küçük? Olabildiğince az neyi işin içine katmalıyız?

E: Olabildiğince bunları daha birleşik yani bunları daha birleşik olacak.

Eda Şekil 60b'deki şekli oluşturur. Görüldüğü üzere Eda dikkate alınan uzunlukları olabildiğince azaltmaya çalışmıştır. Bunu bilinçli bir şekilde yapıp yapmadığını anlamak için Eda'dan tekrar en uzun çevreye sahip şekli bulması istenir.

A: Olabildiğince az kenarı işin içine katmaya uğraştık değil mi?

E: Evet.

A: Çevresi en uzun olan çevre olsun diye önceki şekli mi yaparsın bir şeyleri değiştirir misin?

E: Değiştirim [der ve örüntü bloklarını Şekil 60c'deki gibi yerleştirir].

A: Böyle yaptığımızda ne olur?

E: Daha fazla gelir.

A: Neden?

E: Çünkü bunun her yerini içine almış oluyoruz. Daha çok gelir.

Görüldüğü üzere Eda çevresi en uzun olacak şekli oluşturmuş ve şeklin çevresinin diğerlerinden uzun olmasının sebebinin tüm kenarların dikkate alınması olduğunu ifade etmiştir.

Öğretim Oturumu 16-M (Kalınlık ve İncelik). Bu öğretim oturumunda gerçekleştirilen etkinliklerde TRT Çocuk Kare çizgi filmlerinin ilgili bölümlerinden (Bölüm: İnce-Kalın, Sığ-Derin) yararlanılmıştır. Öncelikle öğrencilere kalın-ince kavramları hakkında ne düşündükleri sorulmuş, sonra çizgi filmde yer alan kalın-ince şarkısına ait klip izletilmiştir. Klipte hangi kavramlardan söz edildiği tartışılmış, öğrencilerin verilen nesneleri kalınlık ve inceliklerine göre gruplandırması ve nesneleri gruplandırırken kalın ya da ince olduklarına nasıl karar verdiğini açıklamaları istenmiştir. Bu kararı verirken nesnenin iki ayrıtı arasındaki mesafeyi dikkate aldığını fark etmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin bu sorunun cevabını daha net verebilmeleri için bir kalın ve bir ince kalem ve aynı şekilde birer ağaç çizmeleri istenir. Kalınlık ve inceliğin miktarı belirlenen bir nitelik olduğunun fark ettirilmesi amacıyla "Çizdiğiniz kalemin kalınlığı ne kadardır" sorusu sorulur ve ölçülebilirliği üzerine tartışılır. Bunun üzerine Kare çizgi filminin ilgili kısmı (dakika 06:40) izlenir. Videoda Kare ve arkadaşları tahtaların kalınlıklarını karışlarıyla ölçmektedir. Bu aşamadan sonra öğrenciden kendi çizdiği ağaçların, sınıfta bulunan nesnelerin kalınlıklarını ölçmesi istenir. Daha sonra kalınlık ve inceliği ölçerken hangi ayrıtı ve nasıl ölçtüğünü açıklaması beklenir. Bu aşamada hangi aracı kullandığı ve aslında hangi özelliğin miktarını ölçtüğü sorulur. Kalınlık ve inceliğin nesnenin hangi özelliği ile ilgili olduğunun tartışılması

ile aslında uzunluğun birer temsili oldukları sonucuna ulaşılması amaçlanır. Daha sonra 3-boyutlu nesnelerin 2-boyutlu temsilleri üzerinde kalınlık ve incelik incelenir.

Mert verilen nesneleri kalınlık ve inceliklerine göre doğru bir şekilde gruplandırır. Neye göre buna karar verdiği sorulduğunda Şekil 61a'daki köşe ayrıtını gösterir ve "Bilmiyorum. Ama kalınlıkları uzunlukları gibi bir şey" der. Mert'in bu farkındalığında uzunluk tanımını kavramasının etkisi olduğu düşünülmektedir.



(a) (b) (c) (d) (e)

Şekil 61. Mert'in kalınlık gösterimi ve kalınlığı ölçme eylemi

Bunun üzerine "Hangi uzunluk kalınlıktır?" sorusu sorulur Şekil 61a, 61b ve 61c'de görüldüğü üzere kalınlığa ait uzunluğu gösterir. Söz konusu uzunluğu cetvelle ölçmeye çalışır (Şekil 61d ve 61e).

A: Peki kalınlığın uzunluk olduğunu neye dayanarak söylüyorsun?

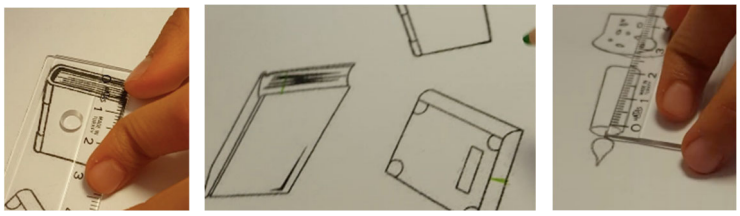
M: Çünkü zaten hem uzunluğa benziyor hem zaten kendisi de uzunluk.

A: Peki ben mesela uzunluk olduğuna ikna olmadım. Beni nasıl ikna edersin? Ya da bir arkadaşını. Kalınlık gerçekten bir uzunluktur bak deyip nasıl ikna edersin?

M: Bilmem… [diyerek cetveli alır ve nesnenin kalınlığını cetvelle ölçer.]

İkinci kez "Kalınlığın bir uzunluk olduğunu nasıl söylüyorsun?" diye sorulduğunda Mert yine cetveli Şekil 61d'deki gibi koyar. "Cetvelle ölçebildiğim için mi diyorsun?" diye sorulur ve onaylar. Mert kalınlığın bir uzunluk olduğunu cetvelle ölçüldüğünü göstererek ispatlayacağını düşünmüş olabilir. Mert'e Şekil 61e'deki kitaplar üzerinde, kalınlığın başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olduğu vurgulanır. "Bu şekilde, doğrusal iki nokta arasındaki mesafeye ne demiştik?" sorusunu Mert "Uzunluk" şekinde cevaplar.

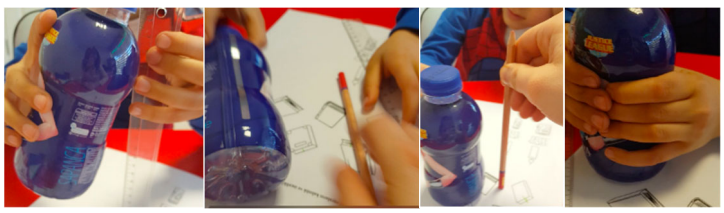
Etkinliğin devamında 3 boyutun düzlemsel temsilleri üzerinde kalınlıkları belirlemesi beklenir. Mert "Belki böyle ölçebiliriz" diyerek cetveli Şekil 62a'deki gibi koyar ve ölçer.



(a) (b) (c)

Şekil 62. Mert'in 3 boyutun düzlemsel temsilleri üzerinde kalınlıkları belirlemesi

Dolayısıyla Mert'in fiziksel nesne üzerinde yapılan eylemi zihinsel olarak temsil etmeye başlamış olabileceği söylenebilir. Hangi uzunlukları ölçmesi gerektiğini resimler üzerinde çizmesi istenir (Şekil 62b, yeşil çizgi). Sıra mumların kalınlığını ölçmeye geldiğinde Mert mumların yüksekliğini ölçer. "Kalınlık ölçeceksin. Hangi uzunluğu ölçüyorsun?" "Kalınlığı" der ve "E işte böyle bunlarda da böyle böyle ölçtük" diyerek kitapların kalınlığını ölçerken cetveli nasıl tuttuysa mumların üzerinde de cetveli aynı şekilde tutarak "Bunda da yukarıdan aşağı olan yer" der. Dolayısıyla Mert nesneyi değil cetveli tutma biçimini dikkate almaktadır. Bunun üzerine resimdeki muma benzeyen somut bir nesne olarak su şişesi verilir ve kalınlığının neresi olduğu sorulur. Mert Şekil 63a'daki gibi ölçmeye çalışır. Mert kalınlık için şişenin yüksekliğini ölçmektedir. Mert nesnelerin kalınlıklarını duyumsal somut olarak doğru bir şekilde tespit edebilmesine rağmen, cetveli tutma biçimini aşırı genellemesinden kaynaklı olarak, kalınlığın nesnenin tabanları arasındaki uzaklığın ölçülmesiyle elde edileceğine dair bir eylem şeması oluşturmak üzeredir:



(a) (b) (c) (d)

Şekil 63. (a) Mert şişenin kalınlığını ölçmektedir (b) ve (c) Mert şişe ve kalemin kalınlıklarını karşılaştırmaktadır

Bunun üzerine şişe ve kalem yan yana konularak (Şekil 63b) hangisinin daha kalın olduğu sorulur. Mert şişeyi seçer. Ancak bu durum Mert'in genellemek üzere olduğu kalınlığı ölçme eylem şeması ile çelişecektir çünkü daha ince olduğunu düşündüğü kalemin yüksekliği şişeden daha fazladır. "Neye göre karar verdin?" sorusu sorulur ve "Göz kararı" diyerek yine şişenin yüksekliğini ölçmeye çalışır. Bunun üzerine "Şişe en kalını diyorsun ama senin gibi karşılaştırırsak kalem daha uzun" denilerek kalem ve şişe yan yana konulur (Şekil 63b ve 56c).

A: Nasıl şişe en kalını oluyor?

M: Kalınlığı farklı.

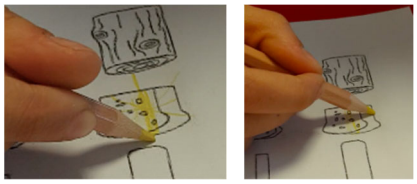
[…]

A: O zaman başka bir uzunluğu mu karşılaştırmamız lazım?

M: Genişliğini.

A: Genişliği neresi?

Mert Resim 63d'deki gibi gösterir. Su şişesi gibi silindirik cisimlerin kalınlığı yüzeylerinden geçen eğrinin belirlenmesi ile bulunur. Mert kalem ve şişeyi karşılaştırma yoluyla bunu fark etmiştir. Peynir dilimi için yine yüksekliği ölçmeye yönelir. "Ya böyle, ya böyle" diyerek yüksekliğe ek olarak cisim köşegenine benzer bir çizgi çizer ki bu çizgi hem eni hem de boyu içerir (Şekil 64a ve 64b).



(a) (b)

Şekil 64. Mert'in kalınlık gösterimi

"Sen hangisini karşılaştırıyorsun peki kalınlık için?" denildiğinde "Ben böyle yapıyorum yukarıdan aşağı" diyerek yüksekliği çizer. Kalınlık için boyu belirlemesi gerekmektedir. Ancak Mert klinik görüşmelerde tespit edildiği üzere 3-boyutun 2-boyutta temsilinde boya ait ayrıtı belirlemekte güçlük çekmektedir. Bunun üzerine "Ama bunların yukarıdan aşağı mesafeleri eşit gibi duruyor (Şekillerin hepsi özellikle aynı en ve yükseklikte çizilmiştir). Bir bak bakıyım." denilir ve Mert'in göreceği şekilde ölçülür. "Bak eşit ama sen buna (sağdaki peynir dilimi) daha kalın dedin? Ve gerçekten bu daha kalın… Acaba neden dolayı?"

M: Bilmem en olabilir.

A: Tamam bir bakalım.

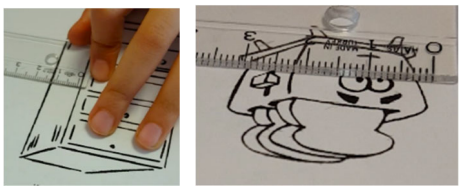
M: Ama eni nasıl ölçeceğiz?

A: Kitaplarda kalınlığa nasıl baktık [kitap üzerinde ilgili uzunluk gösterilir ve ince peynir dilimine gelinir] ince olan yeri neresi?

M: Ha yanlarından… kitaplardaki gibi.

der ve boyları ölçer. Ancak bu ölçümde ayrıta paralel olacak şekilde ölçmeye dikkat etmez yalnızca iki kenar arasındaki mesafeyi ölçer. Daha sonra ölçtüğü bu uzunlukların en olmadığı vurgulanır.

Mert somut nesneler üzerinde kalınlığı belirleyebilmektedir. Ancak Mert somut nesnelerin düzlemsel temsilleri üzerinde ayrıtları ayırt edemediğinden dolayı kalınlığı belirlemekte problemler yaşamaktadır. Mert nesneye kalınlığı veren ayrıtın bulunduğu kenarlar arasına odaklanmakta, ayrıta paralel uzunluğu ele almamaktadır (Resim 65). Bu iki durum arasındaki fark vurgulanmasına rağmen Mert diğer örneklerde de hata yapmaya devam eder.



Şekil 65. Mert'in kalınlık belirlemede yaptığı hatalar

Dolayısıyla Mert somut bir nesne üzerinde kalınlığı daha kolay belirleyebilirken, 3-boyutun 2-boyutta temsilinde söz konusu ayrıtı ayırt edememektedir. Mert'in kalınlık şeması, kalınlığın uzunluk olduğu bilgisini gerekçeleriyle birlikte içermektedir. Mert'in kalınlığı sağlayan ayrıtı tespit edebilme ve ölçme eylem şeması ise somut nesneler ile sınırlıdır. Mert'in nesnelerin düzlemsel temsilleri üzerinde kalınlığa dair zihinsel eylemlerinin görsel-uzamsal yeteneğin de etkisiyle sınırlandığı söylenebilir.

Öğretim Oturumu 16-E (Kalınlık ve İncelik). Mert ile benzer şekilde Eda da verilen nesneleri kalınlık ve inceliklerine göre doğru bir şekilde karşılaştırır ve gruplandırır. Eda "Şu enine baktım" diyerek Şekil 66a'daki gibi hangi uzunluğa göre karşılaştırdığını belirtir ve aynı zamanda "Şuralarına baktım şu yüzeylerine" şeklinde ekler (Şekil 66b). Tekrar sorulduğunda Eda Şekil 66c ve 66d'de gösterdiği kısımlara bakarak karar verdiğini ifade eder.

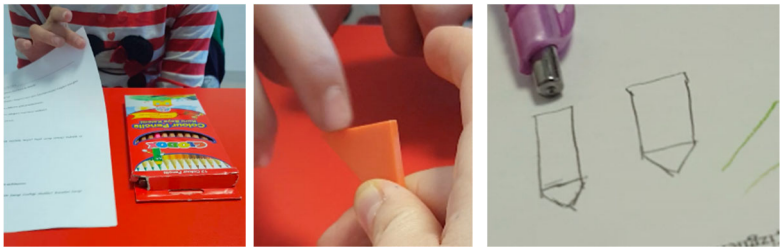


(a) (b) (c) (d)

Şekil 66. Eda'nın kalınlık gösterimi

Eda'dan gösterdiği yerlerin bir uzunluk olduğunu fark edebilmesi amacıyla nesnelerin kalın veya ince olduklarına nasıl karar verdiğini dikkatlice incelemesi istenir. Eda şurası diyerek

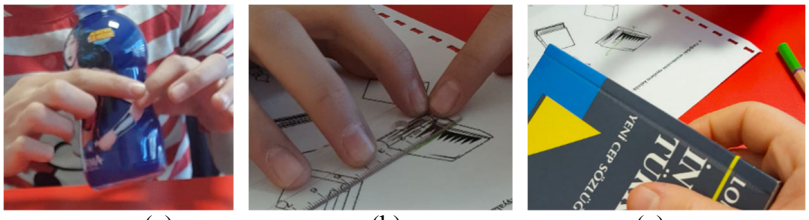
parmağıyla Şekil 66d'deki gibi hayali bir çizgi çizer. Eda boya kalemi kutusunun yüzeyine baktığını ifade ettiği için Şekil 66d'deki mavi kutunun yüzeyine de bakıp bakmadığı sorulur ve Eda bakmadığını ifade eder. Sebebi sorulduğunda ise sebebini bilmediğini belirtir. Yüzeyi dikkate alıp almadığını anlamak için boya kalemi kutusu ile bir A4 kağıdının kalınlıklarını karşılaştırması istenir. Eda A4 kağıdının daha ince olduğunu belirtir. Neye göre karar verdiği sorulduğunda kağıdı Şekil 67a'daki gibi tutar. Boya kalemi kutusunun yine Şekil 66a'daki kısmını gösterir. Yüzeye tekrar bakıp bakmadığı sorulduğunda bakmadığını söyler.



(a) (b) (c)

Şekil 67. Eda'nın kalınlık gösterimi

Çeşitli nesneler üzerinde nesnelerin kalınlıklarını neye göre karşılaştırdığı sorulduğunda Eda yine nesneye kalınlığı veren ayrıtları doğru bir şekilde gösterir. Neye baktığını tarif etmesi istendiğinde "Eni galiba burası" der. "Peki kendi işaretlerine dikkat etsen ne çiziyorsun oraya?" diye sorulduğunda "Çizgi" der ve "uzunluk" diyerek ekler. "O zaman bir nesnenin kalınlığını belirlerken neye bakmış oldun?" sorusunu "uzunluğuna" şeklinde yanıtlar. Çeşitli nesneler ve Eda'nın yaptığı çizimler üzerinde kalınlığın başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olduğu tartışılır (Şekil 67c). Hangi noktalar arasındaki mesafelerin incelendiği tartışılır. Eda kalınlığın/inceliğin cetvelle ölçülebileceğini belirtir. Buradan yola çıkarak da kalınlığın bir uzunluk olduğunu tekrar ifade eder.

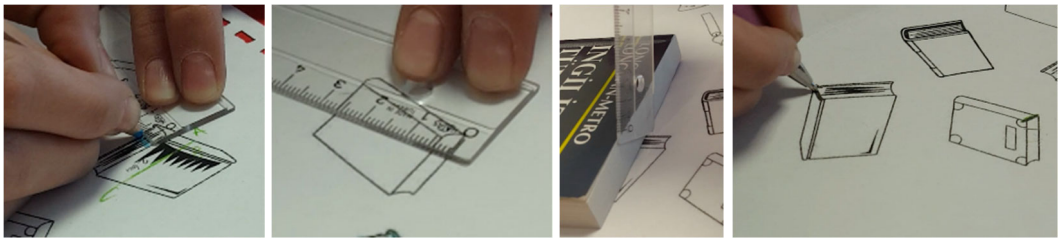


(a) (b) (c)

Şekil 68. (a) Eda su şişesinin kalınlığını göstermektedir (b) Eda 3 boyutun düzlemsel temsilleri üzerinde kalınlığı ölçmektedir (c) Kitabın modellenmesi

Su şişesinin kalınlığını şekildeki gibi gösterir ve ip ile ölçer. Bu ölçümde şişenin en kalın olduğu noktaları dikkate almamıştır. Söz konusu etkinlikte milimetrik uzunlukların ölçülmesi söz konusudur. Bu uzunlukların ölçülmesi ve tanıtılması Öğretim Etkinlikleri

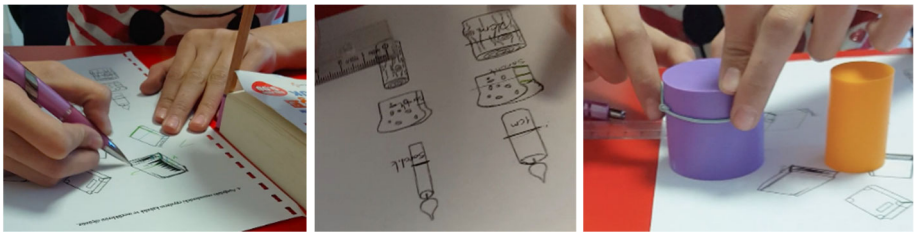
Dizisi 8'de yapılacaktır ancak yine de milimetrik uzunlukların nasıl ölçüleceği, cetvelde aralıkların nasıl sayılacağı ve sonucun aralık cinsinden nasıl ifade edileceği üzerine öğrencilerle anlaşılmıştır. 3 boyutun düzlemsel temsilleri üzerinde kalınlığın belirlenmesinde Eda, kitabın kalınlığını Şekil 68b'deki gibi ölçer. Bunun üzerine resimdeki kitabın üç farklı ayrıtı üzerinde üç ayrı nokta belirlenir ve Eda'dan somut bir nesne olarak verilen kitabın üzerinde bu noktaları göstermesi istenir (Şekil 68c). Eda belirlenen noktaların birini yanlış ayrıt üzerinde diğerini de yüzey üzerinde olacak şekilde gösterir. Kitap, kendi temsili ile aynı köşe Eda'ya bakacak şekilde yerleştirilmiştir. Eda'dan temsil üzerinde köşeye bakması istendiğinde hatasını fark eder ve noktalar üzerinde tekrar konuşulmaya gerek duyulmadan Eda temsil üzerinde kitabın kalınlığını belirler.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 69. (a) ve (b) Eda ilgili ayrıta paralel olmayan uzaklığı ölçmektedir, (c) Fiziksel nesneler üzerinde kalınlığın incelenmesi, (d) Eda kalınlığı doğru bir şekilde belirlemiştir

Ancak Eda, Mert gibi ayrıta paralel olmayan uzaklığı ölçmektedir (Şekil 69a ve 69b). Eda'ya ölçümünün hatalı olabileceği cetvel ve kitap gibi fiziksel nesneler yardımıyla açıklanmaya çalışılır (Şekil 69c). Eda çözüm yolunu ayrıtların kesiştiği köşedeki ayrıtla kalınlığı ölçmekte bulur (Şekil 69d). Eda'nın çizim ve somut nesne arasında ilişki kurması için çeşitli karşılaştırmalar yapması sağlanır ancak perspektif ve görsel uzamsal yeteceğin bu beceride önemli olması sebebiyle daha derine inilmemiştir. Ancak Eda'dan temsil üzerindeki ayrıtları nesne üzerinde ve nesne üzerindeki ayrıtları temsil üzerinde göstermesi istenir (Şekil 70). Eda her bir örnekte temsil üzerindeki ayrıtları somut nesne üzerinde gösterebilir. Eda mum, şişe gibi silindirik cisimlere ait temsillere geldiğinde ölçmek için benzer bir ayrıt arar ancak bulamaz. Bunun üzerine mum gibi somut bir nesnenin kalınlığını nasıl ölçeceği sorulduğunda çevresini belirten bir eğri çizer. Ancak çap uzunluklarını ölçer. Her iki ölçüm de doğrudur.



Şekil 70. Eda'nın kalınlık gösterimi

Gerçekleştirilen öğretim oturumu sonucunda Eda'nın kalınlık şemasının kalınlığın uzunluk olduğu bilgisini içerdiği ve Eda'nın 3 boyutlu nesneler ve onların düzlemsel temsilleri üzerinde bu nesnelerin kalınlığını belirleyebildiği söylenebilir.

Öğretim Oturumu 17-M (Derinlik ve Sığlık). Mert derinliği, "Çok fazla aşağıya genişliği. Havuzun derinliği falan… Çok fazla derin yani çok fazla su kaplıyor ve çok altta." şeklinde tanımlar ve sığlığı bilmediğini ifade eder. Mert'in, örneğin, bir havuzun yüzeyinden tabanına kadar olan uzaklığı, "aşağıya genişliği" şeklinde ifade etmeye çalıştığı düşünülebilir. Ancak "Çok fazla su kaplamak" ifadesinden Mert'in derinliği hacimle karıştırıyor olabileceği de düşünülebilir.

A: Neden çok fazla su kaplıyor sence?

M: Çünkü o kadar derin yapmışlar ki bir sürü su kaplayabiliyor.

A: Bunların derinlikleri konusunda ne söylersin? [hacimleri farklı ancak derinlikeleri aynı olan iki silindirik cisim verilir (Şekil 71a), Mert iki nesneyi yan yana koyar (Şekil 71b ve 71c)].

M: Bu (mor silindir) daha derin.

A: Neyi karşılaştırdın?

M: Aşağı yani [Şekil 71d'deki gibi parmaklarını içine sokar. Sonra tekrar yan yana koyar]. Şöyle bakınca bu (turuncu silindir) birazcık altta olduğu için bu (mor silindir) derin.

A: Neyi karşılaştırdığını kalemle çizebilir misin?

M: Derinliği.. çizdiğim yerleri [Derinliği doğru bir şekilde ifade eden bir çizgi çizer.]

A: Derinliği ne ile ölçeriz sence?

M: Cetvelle..cetvelle ölçemeyiz havuzunkini. Metreyle.

A: Metreyle biz nesnenin hangi özelliğinin miktarını ölçüyoruz?

M: Derinliğini ve sığ onu ölçüyoruz.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 71. (a) Hacimleri farklı ancak derinlikeleri aynı olan iki silindirik cisim, (b), (c) ve (d) Mert cisimleri derinliklerleri bakımından karşılaştırmaktadır

Görüldüğü üzere, Mert derinliği uzunluğa bakarak belirlemektedir. Hacmi daha fazla olan mor silindiri seçer ancak bunu seçmesinin sebebi onun uzunluğunun daha fazla olduğunu düşünmesidir. Nitekim derinliği belirlerkenki ölçütünü bir uzunlukla ifade etmiştir ve uzunluk ölçüm birimi ile ölçüldüğünü belirtmiştir. Bu konuşmadan sonra derinlik ve sığlık şarkısına ait klip izlenir ve sorulur:

A: Sığ neymiş?

M: Derin olmayan.

Daha sonra verilen resim üzerinde sığ ve derin olan yerleri belirlemesi istenir ve Mert Resim 72a'da görüldüğü gibi doğru bir şekilde belirler.



(a) (b)

Şekil 72. (a) Mert'in derinlik gösterimi (b) Derinliklerin ölçülmesi

Şekil 72b'de görüldüğü üzere videoda derinlikler bir doğru parçası ile gösterilmektedir. Bu noktalarda derin ve sığ arasındaki farkın uzaklığa bağlı olduğu vurgulanır. Aynı zamanda:

A: Denizin sığ olduğu yerde ne yapıyorlar?

M: Yürüyorlar.

A: Derin olduğu yerde?

M: Yüzülüyor.

A: Derin olduğu yerde su onun boyunu aşmış mı?

M: Evet.

Şeklinde soru ve cevaplarla sığ ve derinliğin uzunluğa ait bir temsil olduğu hissettirilmeye çalışılır. Çizgi filmde suyun derinliği ölçülmekte ve derin ve sığ olan noktalar belirlenmektedir.

A: Şurası denizin yüzeyi şurası da dibi değil mi?

M: Evet

A: Derinliği ne ile ölçtü Mert?

M: Bir tane oltayla.

A: Peki hangi birimi kullandı?

M: Metre.

A: Hangi nesne özelliğinin birimi?

M: Uzunluk.

A: Demekki derinlik ve sığlık?

M: Uzunluk.

Şeklinde bir soyutlama yapıldıktan ve çeşitli örnekler üzerinde tartışıldıktan sonra uzunluğun diğer temsillerine geçilir.

Öğretim Oturumu 17-E, 18-E, 19-E ve 20-E (Derinlik ve Sığlık). Eda derinlik kavramını "Denizin aşağısı derin olur" şeklinde açıklar ve denizde derinlerde yüzmenin tehlikeli olduğunu ifade eder. Ancak derinliğin deniz dibinde bir nokta mı yoksa bir uzunluk mu olduğu konusunda Eda'nın ne düşündüğü açık değildir. Eda ile Kare Çocuk çizgi filminden derin sığ şarkısına ait klip izlenir ve yöneltilen sorularla üzerinde konuşulur. Eda "Yukarısı sığ, aşağısı derin… tam altı denizin derin. Yukarısı da sığ" der. Eda'nın derinlik ve sığlık şemasının belirli bir konum, belirli bir nokta ile sınırlı olduğu düşünülebilir. Nitekim bir deniz resmi verilerek göstermesi istendiğinde tabana sığ (Şekil 73a) yüzeye derin der. Tekrar tekrar sorulduğunda sığ ve derin için sırasıyla Şekil 73b'deki işaretlemeyi yapar.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 73. Eda'nın derinlik ve sığlık gösterimi

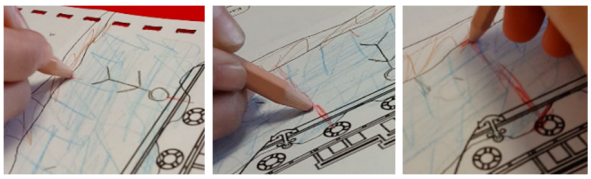
Bunun üzerine klip tekrar izlenir. Klipte derinlik ve sığlık deniz yüzeyinden dibine kadar çizilen bir doğru parçası ile temsil edilmiştir. İzlediği klipte derinlik ve sığlığın nasıl belirlendiği üzerine konuşularak Eda'dan tekrar göstermesi istenir ancak Eda denizin dibinde bir yer gösterir. Bunun üzerine bir insan figürü çizilerek, çizilen figürün denizin hangi kısımlarında boğulma tehlikesi yaşayabileceği tartışılır ve Eda denizin derinliğini Şekil 73d'deki gibi parmağı ile hayali bir doğru parçası çizerek gösterir. Eda'ya derinlik ve sığlığın ne ile ölçülebileceği sorulduğunda ip yardımıyla ölçülebileceğini ifade eder.

A: Nasıl kullanacağız ipi?

E: Şey denizin yukarısında bir adam ipi tutarsa ve yüzen kişi de onu bitiş yerine yerleştirirse der.

A: Göstersene nereden nereye kadar?

E: Buradan buraya kadar [diyerek denizin yüzeyi ve dibini işaretler. Şekil 74b ve 74c; kırmızı kalem]



(a) (b) (c)

Şekil 74. Eda'nın derinlik ve sığlık gösterimi

A: İpi sonra ne ile ölçebilir sence?

E: Cetvel, sonra büyük yerleri ölçme için bir şey vardı?

A: Metre mi?

E: Evet metre ile ölçebilirler.

A: Cetvel ve metre neyi ölçmemize yarıyor?

E: Uzunluk.

A: O zaman derinlik ve sığlık da …

E: Uzunluktur.

A: Neden uzunluk?

E: Çünkü bunu ölçmek için ip falan kullanırız. O yüzden uzunluğa sahip olduğu için o yüzden uzunluktur.

A: Peki derinlik nereden nereye olan mesafedir?

E: Mesela şurası uzunluktur [Şekil 74c'de görüldüğü gibi çizer]

Bu diyaloğun üzerine Eda ile derinlik ve sığlık kavramları tanımlanarak resim üzerinde örneklendirilir. Eda'nın derinliğin bir uzunluk olduğu fikrini yapılandırmaya başladığı söylenebilir. Çizgi filmin ilgili kısmı da izlenir ve Eda çizgi filmde geçen olayları özetler ve üzerinde tartışılır. Eda etkinlikte yer alan sorular ve görevleri doğru bir şekilde tamamlar. Sonraki öğretim oturumunda Eda'ya hacimleri farklı ancak derinlikleri aynı olan iki silindirik cisim verilerek derinliklerini karşılaştırması istenir.



Şekil 75. Hacimleri farklı ancak derinlikleri aynı olan iki silindirik cisim

Eda hacmi daha fazla olanın daha derin olduğunu ifade eder. Sebebi sorulduğunda parmağını cisimlerin içinde gezdirir. Neye dikkat ettiği sorulduğunda ise "içine baktım" der. Kalınlık ve inceliklerine göre karşılaştırması istendiğinde mor cismin daha kalın olduğunu ifade eder ve nasıl karar verdiği sorulduğunda parmakları ile çevresini sarar. Ancak hatırlanacak olursa derinlikte parmağını cismin içinde sürekli gezdirmiştir. Bu hareketlerinden dolayı Eda'nın derinliği hacimle karşılaştırma ihtimaline daha çok ağırlık verilmiştir. Bunun üzerine sorulur:

A: Bunların içine ne kadar su koyabileceğimiz derinlikle ilgili bir şey mi?

E: Evet.

A: Hangisi daha fazla su alır?

E: Bu (mor olan).

Ancak bu konuşmadan da Eda'nın derinlik kavramını tam olarak hacimle karıştırdığı söylenememektedir. Eda'dan genişliklerine göre karşılaştırması istendiğinde mor olan cismin daha geniş diğerinin daha dar olduğunu ifade eder ve çap uzunluğunu kastederek "Şuradan şuraya olan mesafeye baktım" der. Dolayısıyla Eda'nın genişlik ve kalınlığın birer uzunluk olduğunun farkında olduğu ve doğru tespit edebildiği bu bağlamda da derinliği bu kavramlarla ilişkilendirmediği daha çok hacimle karıştırmaya eğilimli olduğu kararına varılmıştır. Oysa ki Eda derinlik ve sığlığın uzunluk olduğunu ifade etmiştir. Dolayısıyla Eda'nın derinlik ve sığlığa dair bu şemasının sözel-dilsel formda yapılandırıldığı

düşünülebilir. Tekrar derinlik ve sığlık kavramlarına dönülerek izlenen çizgi filmi hatırlaması sağlanır:

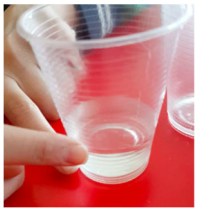
A: Derinliği ölçerken neyi ölçmüşlerdi?

E: Uzunluğunu.

A: Nereden nereye olan uzunluğu ölçmüşlerdi?

E: Suyun başlangıcı ve bitiş noktasına kadar ölçmüşlerdi.

Eda'dan derinliğin bir uzunluk olduğunu daha fazla hissedebilmesi için fiziksel nesnelerden yardım alarak göstermesi istenir:



Şekil 76. Eda'nın derinlik gösterimi

E: [Eda iki parmağıyla göstererek, Şekil 76] şuradan şuraya kadar ölçtüler der.

A: Oradan oraya kadar olan neyi ölçüyorlar?

E: Uzunluğunu.

A: Peki o zaman derinlik ne ile ilgili?

E: Uzunlukla ilgili.

Eda'nın derinliğin uzunlukla ilgili olduğunu ifade etmesinin hemen ardından silindirik cisimler üzerinde bunu gözden geçirmesi için tekrar sorulur. Eda yine aynı şekilde mor olanın daha derin olduğunu ifade eder. Nedeni sorulduğunda "Çünkü içinde su olduğunu düşünürsek bunda (sarı) daha az alır" der ve nedeni sorulduğunda "bu (mor) daha geniş olduğu için" der. Dolayısıyla Eda yukarıdaki diyalogda ifade ettiği ve uzunlukların belirlendiğini söylediği halde derinliğe ait şemasında derinliğin bir uzunluk olduğu fikrinin yalnızca sözel-dilsel formda yer aldığı ancak Eda'nın bunu içselleştiremediği söylenebilir.

Şekil 77'de görülen mavi ipin yüzeyden dibe kadar alması gereken yolun hangisinde daha uzun hangisinde daha kısa olduğu üzerinde tartışılır.



Şekil 77. İçi su dolu bardaklar

Eda'nın derinliği kalemin suyun içinde kalacağı uzunluğu ile ilişkilendirmesi için kalem yardımıyla ip bardağın dibine getirilir ve sorulur "İpin alacağı yol hangisinde daha fazladır?" Eda soldakini seçer. Yüzeyden dibe kadar ipin alması gereken yolun derin suda daha fazla sığda daha az olduğuna karar verilir. "Burada ipin yüzeyden dibe kadar alması gereken yol için ne söylersin?" gibi sorulara Eda'nın uzun, kısa kelimelerini kullanarak cevap vermesine dikkat edilir. Benzer şekilde Eda'nın derinde ve sığda yüzmeye çalışırsa neler olabileceği üzerine konuşulur. Derinde veya sığda olup olmadığını nasıl kontrol edeceği sorulur. Ayağının yere basma durumuna göre veya da tabana daha çabuk veya daha geç ulaşma durumuna göre buna karar verebileceği noktasında anlaşılır. Bunun üzerine silindirik cisimlerin içine su doldurulur.

A: Eda dediğin gibi mor olan daha çok su aldı, sarı daha az su aldı.

E: Evet.

A: Ama derinlik içine aldığı suyla mı ilgili?

E: Hayır.

A: Acaba yüzeyden dibe kadar olan yol ile mi ilgili?

E: Evet onunla ilgili.

A: O zaman bunların derinliklerini değerlendirsen?

E: İkisi de derin yani ikisi de aynı yerde bitmek üzere. Bitiş ve başlangıç noktası aynı. Bu (sarı olan) daha az olsaydı sığ olurdu

A: Mesela nerede olsaydı

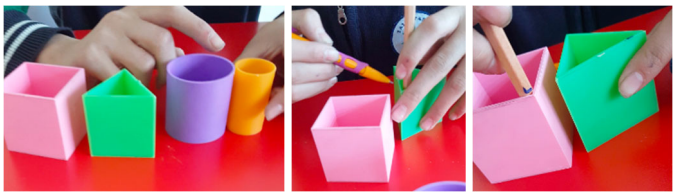
E: Şurada [diyerek silindirin yarısı hizasını gösterir].

Eda başlangıç ve bitiş noktalarını karşılaştırmaktadır. Eda'dan derinliğini ölçmesi istendiğinde "İple veya cetvelle" der ve cetvelle ölçer, ikisinin derinliklerinin eşit olduğunu görür (Şekil 78).



Şekil 78. Eda'nın derinlik ölçümü

Bunun üzerine silindirik cisimler bağlamında ikisinin farklı miktarlarda su aldığı ancak bunun derinliklerini etkilemediği, tabanlar arasındaki başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafelerin aynı olduğu vurgulanır. Ancak aynı öğretim oturumunun sonunda Eda tekrar mor cismin daha derin olduğunu ifade etmiştir. Dolayısıyla sonraki öğretim oturumunda yine derinlik ve sığlık kavramları ele alınır. Eda'dan derinlikleri aynı hacimleri farklı daha fazla nesnenin derinliklerini karşılaştırması istendiğinde, Eda yine hacme göre karar verir ve derinlikleri eşit olduğu halde nesneler arasında bir sıralama yapar. Örneğin, küpün üçgen prizmadan daha derin olduğuna dair düşüncesinin nedeni sorulduğunda "Çünkü bunun (üçgen prizma) içine bakarsak bu daha küçük bir alan. O yüzden şuradan (üçgen prizmanın bir yüzeyi) basacak insanın ayağı daha çabuk ulaşır. Burada (küp) daha zor ulaşır çünkü buradan buraya (tabanlar) çünkü daha böyle geniş olduğu için" der. Görüldüğü üzere Eda önceki öğretim oturumunda tabanlar arasındaki mesafeye yapılan vurgu sonucu, bir tabandan diğerine ulaşmada alınan yolu alınan süre ile ilişkilendirmiş ve bu ilişkilendirmeyi hacimle yaptığı ilişkilendirmeye bir destek olarak algılamış olabilir. Aslında Eda önceki oturumda genişlikle ilgili olmadığını yalnızca tabanlar arasındaki mesafe olan uzunluğa bağlı olduğuna ikna olmuştur, ancak bunu içselleştirmesi için yeterli tekrar ve vurgu sağlanmamış olabilir. Eda'dan önceki ders neler yapıldığını anlatması istenir ve Eda doğru bir şekilde hatırlar ancak buna rağmen ulaşılan sonucun daha geniş olan cismin daha derin olduğunu düşünmektedir. Eda'ya tekrar bir kalem verilir ve Eda kalem üzerinde cisimlerin derinliklerini işaretler.



Şekil 79. Eda'nın derinlik ve sığlık gösterimi

Ancak ilk denemede yine kararının gerekçesini "Bu daha geniş bu daha dar" şeklinde açıklar. Üzerinde konuşulduğunda genişlik ve darlıklarıyla ilgisi olmadığını, tabanlar arasındaki mesafe ile ilgili olduğunu ifade eder ancak son kararını vermesi istendiğinde yine hacmi

daha büyük olanın daha derin, diğerinin daha sığ olduğunu söyler ve "Geniş olduğu için daha çok su kaplayacağını düşünüyorum" şeklinde açıklar. Dolayısıyla Eda'nın her ne kadar geniş şeklinde ifade etse de hala hacimle ilişkilendirerek derinliğe karar verdiği söylenebilir. Dolayısıyla daha etkili desteklerin gerekli olduğuna karar verilerek sonraki öğretim oturumunda derinlik ve sığlık kavramlarına tekrar değinilmesine karar verilir.

Sonraki öğretim oturumunda Eda'ya hacmi daha büyük ancak daha sığ ve hacmi daha küçük ancak daha derin olan iki kap gösterilir. Hacmi küçük olan bardak ağzına kadar su ile doldurulur (Şekil 80a). Daha sonra içindeki su diğer kaba boşaltılır. Bardağı dolduran su diğer kabı dolduramamıştır. Dolayısıyla aldıkları su miktarlarının farklı olduğu ve hangisinin daha fazla su alabileceği noktasında Eda'nın da ikna olduğundan emin olunduktan sonra Eda'dan derinliklerini karşılaştırması istenir. Eda Şekil 80b'de soldaki kabı göstererek "Bunda ayağı daha hemen iner, ulaşır. O yüzden bu daha sığ" der.



(a) (b) (c)

Şekil 80. (a), (b) ve (c) Hacim ve derinlikleri arasında ters orantı bulunan kaplar

A: Ama bunun (kap) içine biz daha çok su koyuyoruz bak bu daha çok su alır.

E: Yine de kabın sığ olduğunu düşünüyorum. Çünkü böyle hemen daha küçük olduğu için hemen ayağı ulaşır. Ama bu (bardak) biraz daha büyük olduğu için daha zor inebilir diye düşünüyorum.

A: Küçük ve büyük derken? Bunun (kap) neresi küçük?

E: Boyu [derinliği gösterir] boyu daha küçük.

Görüldüğü üzere Eda kabın daha fazla su almasına ve daha geniş olmasına rağmen onun daha sığ olduğunu düşünmekte ve boy olarak ifade ettiği yüksekliği referans olarak göstermektedir. Eda'ya silindirik cisimler tekrar gösterildiğinde yine geniş olduğu için mor olanın daha derin olduğunu ifade eder. Bir deniz resmi çizilerek sığ ve derin olan yerlerini göstermesi istenir ve Eda doğru bir şekilde gösterir. Sonra burada göz önünde bulundurduğu noktaları silindirleri karşılaştırırken de göz önünde bulundurması istenerek tekrar sorulur ve Eda yine aynı cevabı verir. Kap ve bardak örneğine tekrar dönülür. Hangisi geniş diye

sorulduğunda kabı seçer, derinliklerini karşılaştırması istendiğinde yine kabın daha sığ olduğunu ifade eder.

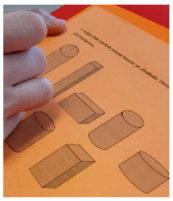
A: O zaman genişlik derinliği etkiliyor mu?

E: Hayır.

A: [Silindirik cisimler gösterilerek] O zaman burada neden öyle bir sonuca vardın?

E: Bilmem.

Bunun üzerine "Bana bunun (mor silindirik cisim) neden daha derin olduğunu ispatla" denilir ve Eda kalemle olabilir diyerek kalem yardımıyla inceler ve kalem üzerinde işaretlediği noktaların her iki cisimde de aynı olduğunu görür. Eda "İkisi de eşit" der. Derinliği tanımlaması istendiğinde "Derinlik bir şeyin altına ulaşmak için bu kadar zaman alan, zor olan bir şey, ayağımız hemen değmeyen yerlere derin diyoruz" şeklinde bir tanımlama yapar. Bunun üzerine sorulan "Öyle şeylere derin diyoruz ama derinlik dediğimiz ne?" sorusuna cevap veremez. Cismin en derin ve en sığ olduğu doğrusal noktaları belirlemesi istenir ve Eda doğru bir şekilde belirler. Bu noktada derinliği belirlerken neyin ölçüldüğü sorulur. Kalemle başlangıç ve bitiş hizasının belirlenmesi, ayrıca en derin ve en sığ olduğu noktaların belirlenmesi Eda'nın derinliği belirlerken neye dikkat edildiğini sezmesine yardımcı olmuştur ve "Yüksekliğini… bu ikisinin (belirlenen noktalar) arasındaki mesafeyi" der. Belirlenen iki nokta arasındaki uzaklığın derinlik olduğu ifade edilir. Sonraki aşamada Eda derinliğin yükseklik olduğunu tekrarlar. Yüksekliği bir nesne üzerinde göstermesi istendiğinde "Buradan şuraya (tabanlar arası) kadar olan mesafe" der. Derinlik kavramı farklı nesneler üzerinde de tanımı dikkate alınarak örneklendirilir.



Şekil 81. 3 boyutun düzlemsel temsilinde Eda'nın derinlik belirlemesi

3 boyutun düzlemsel temsilinde Eda derinlikleri belirlerken "Buradan buraya olan mesafe yani uzunluk derinlik oluyor" şeklinde açıklamalarda bulunur. Dolayısıyla Eda'nın derinlik şemasının yükseklikle yaptığı ilişkilendirmenin de katkısıyla derinliğin bir uzunluk olduğu fikrini içerdiği düşünülebilir. Eda ile derinlik kavramına dair gerçekleştirilen öğretim oturumlarının uzamasının sebebinin Eda'nın söz konusu oturumlarda moralinin bozuk olması sebebiyle dikkatinin dağınık olması olduğu düşünülmektedir. Nitekim ilk öğretim

oturumunda Eda'ya motivasyonunun düşük olduğu belirtildiğinde bir problem olmadığını ifade etmiş ancak öğretim oturumu sonunda sınıf arkadaşı ile yaşadığı bir probleme üzüldüğünü belirtmiştir. Dolayısıyla ilk oturumda Eda'nın dikkat dağınıklığı etkisiyle zihninde oluşan şemanın değiştirilmesi için 3 ayrı öğretim oturumunun gerçekleştirilmesi daha gerekmiştir.

Öğretim Oturumu 18-M ve 19-M (En, Boy ve Yükseklik). Mert'e öncelikle 3 boyutlu bir nesnenin ebat uzunluklarının isimlendirilmesine duyulan ihtiyaç hissettirilmeye çalışılır. Kavramlara olan ihtiyacı hissettirmek için bir hikaye ile etkinliğe başlanır (Bkz: Ek 5; Etkinlik 8). Mert hikayeyi kendisi okumaktadır. Hikayede bir marangoz ustası ile müşterinin telefon görüşmelerine ve sonrasında yaşananlara yer verilmiştir. Müşteri ve marangoz ebat uzunluklarına değinmeden bir dolap siparişi üzerinde konuşurlar ve bittiğinde dolabın müşterinin istediği şekilde yapılmadığı anlaşılır. Bu esnada Mert'ten yaşanan bu sorunun neden kaynaklandığını tahmin etmesi istenir. Ancak Mert ebat uzunluklarının birbirleri ile karıştırılmış olma ihtimalini düşünmemiştir:

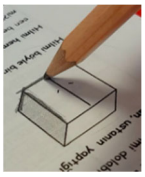
A: Sence sorun ne?

M: Telefonla konuşurken metre demeyi unutmuş.

A: Yo… santim demiş işte bir kenarı 90 cm, bir kenarı 60 cm demiş. Ama o böyle (Bkz: Etkinlik 8; 1. dolap) beklerken böyle bir şey bulmuş (2. dolap).

M: Yani yanlış demiş santimi.

Müşteri Hilmi'nin istediği uzunluklar hatırlatılır ve hikayeye geri dönülür. Hikayenin sonunda marangoz ve Hilmi tarafından ebat uzunluklarının isimlendirilmesi gerektiği ve bu şekilde böyle karmaşaların bir daha yaşanmayacağı kararına varırlar. Okuması bittiğinde Mert'in hikayeyi anladığından emin olunur ve açıklanır.



Şekil 82. Hikayede sözü geçen dolap

A: Ahmet usta demiş ki sen bana 70 cm dedin ama neresi 70 cm şurası mı [bir kenar ayrıtı gösterilir Şekil 82] burası mı onu söylemedin demiş.

M: O da kendisine göre yapmış.

A: Evet. Hilmi usta da bunların her birine bir isim verelim karışmasın demiş.

Şeklinde en, boy ve yükseklik kavramlarının kullanımına olan ihtiyaç hissettirildikten sonra en kavramını tanımlamak üzere genişlik ve darlık kavramlarına geçilir.

Genişlik ve Darlık. Kare çizgi filminin geniş-dar şarkısına ait klip izlenilerek etkinliğe başlanır. Amaç Mert'in nesneler için geniş ve dar şeklinde verdiği kararın nedenlerini tespit edip edemediğini anlamaktır. Mert nesnelerin genişlik ve darlığına, hangi uzunluğa bakılarak karar verildiğini ve genişlik ve darlığın uzunluk olduğunu fark edebilmelidir. Sınıfta bulunan çeşitli nesneleri genişliklerine göre gruplandırması istenir. Mert bu nesneleri doğru bir şekilde gruplandırır. Kendisi bir kağıdı keser (Şekil 83a ve 83b).

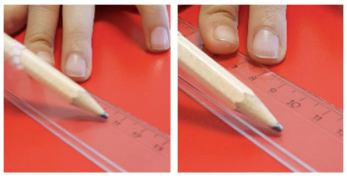


(a) (b) (c)

Şekil 83. Mert'in genişlik ve darlık gösterimi

M: Bunlar (parçalar) dar oldu. Ama böyle olunca (parçalar birleştirildiğinde Şekil 83b) geniş olur.

Görüldüğü üzere Mert hangi uzunluk üzerinde değişiklik yaptığında darlık veya genişliğin değişeceğinin farkındadır. Bunu açıkça ifade edebilmesini sağlamak için diğer örnekler üzerinde devam edilir. Öğrenciye verilen şekilleri genişlik ve darlıklarına göre gruplandırması istenir. Geniş olanları kırmızı kalemle, dar olanları mavi kalemle gruplara ayırır. Buna göre "Nesnelerin darlığına ve genişliğine nasıl karar verdin?" sorusu sorulduğunda "Kalınlıklarına, uzunluklarına göre" der. Göstermesi istendiğinde ise cetvelin kalınlığını gösterir (Şekil 83c). Mert ilk örnek üzerinde sorulduğunda da kalınlığını ifade etmiştir. Öğrenci nesneleri doğru bir şekilde gruplandırabilmekte, darlık ve genişliklerini doğru bir şekilde değiştirebilmektedir. Ancak hangi uzunluğa bakarak buna karar verdiğini açıklayamamaktadır. Bunun üzerine konuşmaya devam edilir:



(a) (b)

Şekil 84. (a) ve (b) Mert cetvelin genişliğini göstermektedir

A: Kalınlığına mı bakıyorsun?

M: Evet.

A: Ama bak bu kağıda geniş, bu cetvele dar diyorsun.

M: Eveet… İçinin uzunlukları… Böyle. (Şekil 84a ve 84b)

Görüldüğü üzere Mert verdiği kalınlık cevabı ile kendisi de tatmin olmamış ve hangi uzunluğa bakarak karar verdiğini keşfedebilmiştir. Kağıdın enini göstererek "Burası (kağıt) büyük, burası (cetvel) küçük" der.

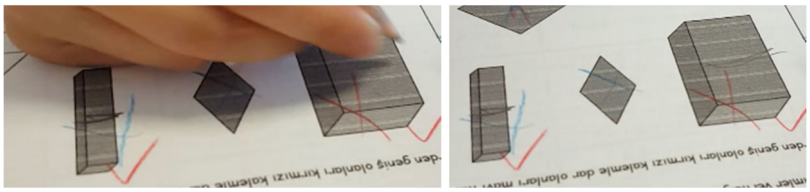
A: Peki diğerlerinde de öylemiydi? Kontrol et.

M: Burası büyük burası küçük [nesnelerin enini gösterir].

A: Burası dediğin bu ne?

M: Oradan (bir kenar) oraya (diğer kenar) olan uzaklık, mesafe.

Şeklinde cevapladıktan sonra diğer örnekler üzerinde de tekrar edilir. 2-boyutlu şekillerin yanında, 3-boyutun 2-boyutta temsilleri üzerinde de çalışılır.



Şekil 85. Mert'in genişlik ve darlık gösterimi

Mert şekildeki (Şekil 85) gibi nesnelerin enlerini çizer. Mert nesnelerin genişlik ve kalınlığını ifade eden ayrıtları belirlerken, farkında olmadan da olsa, nesnelerin en ve boyunu belirleyebilmektedir. Eda ve pilot öğrencilerden bazıları nesnelerin enini belirlerken boyu da ene dahil etmiştir. Mert ise en ve boya ait ayrıtları birbirinden ayırt edebilmektedir. Mert'e özellikle sorulur:

A: Burası [boy ayrıtı gösterilerek] da var mı?

M: Sadece burası [eni gösterir].

A: O zaman nesnelerin genişlik veya darlığını belirleyen nedir Mert?

M: Hı?

A: Genişlik veya darlığı neye göre belirledik?

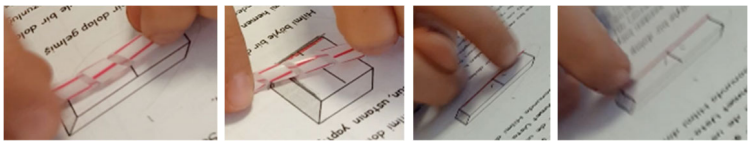
M: Uzunluk.

A: Demekki genişlik ve darlık aslında ne imiş?

M: Uzunluk.

A: Bu aşamadan sonra artık geniş ve darlığa karar verdiğimiz uzunluğa bir isim verebiliriz değil mi?

denilerek tekrar Hilmi ustanın dolaplarına dönülür. Soldaki dolabın daha geniş olduğunu belirtir.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 86. Mert'in genişlik ve darlık gösterimi

A: Hangi uzunluğuna bakarak karar verdin?

M: Buradan (Şekil 86c) buraya (Şekil 86d) olan uzunluk.

A: İşte Hilmi usta ve arkadaşı uzunluklara bir isim vermeye çalışıyorlar ya geniş mi dar mı şeklinde inceledikleri bu uzunluğa biz en diyormuşuz.

şeklinde en kavramı hemen ardından da boy kavramı tanıtılır. Mert "En, boy" şeklinde tekrar eder. Mert'ten resimler üzerinde en ve boyu belirlemesi istenir ve doğru bir şekilde belirler.

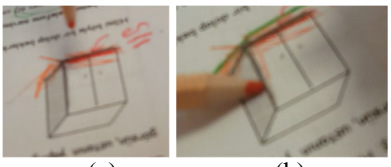
A: Hilmi üç ayrı uzunluktan söz ediyordu fark ettin mi?

M: Evet.

A: Biz şimdiye kadar iki uzunluğu mu isimlendirdik?

M: Evet.

A: Hangilerini isimlendirdik şurada mesela?



(a) (b)

Şekil 87. Mert'in en ve boy gösterimi

M: Boy en [boy ve eni gösterir].

A: Bir iki e bir tane daha... 90 cm demiş mesela hangisi 90 cm? Dolaba baktığımızda isim vermediğimiz bir uzunluk var mı?

M: Var [Şekil 87b'deki gibi işaretler]

A: Burası var değil mi? Evet.

M: Aslında oralar da uzunluk oluyor.

A: Evet. Bakalım bu uzunluğun bir ismi var mıymış?

Mert ile gerçekleştirilen bu diyalogdan sonra etkinliğe dönülür. Etkinlikte en ve boya sahip bir nesne bunlardan farklı bir uzunluk kazandığında bunun adının yükseklik olacağı fikri edindirilmeye çalışılmıştır. Bununla birlikte yüksekliğin nesnenin en yüksek ve en alçak noktası arasındaki mesafe olduğu vurgulanmıştır. 3-boyutun düzlemsel temsilinde Mert doğru bir şekilde ebat uzunluklarını belirler. Mert'ten "Sizce Ahmet ustanın ebat uzunluklarına verdiği isimler nelerdir?" sorusunu cevaplaması istenir.

M: En, boy, uzunluk.

A: En, boy?

M: Yükseklik.

A: Ebat uzunluklarının isimleri neymiş bir daha söyle.

M: En, boy, yükseklik.

A: O zaman Hilmi usta sipariş verirken aslında ne söylemeliydi?

M: Enini, boyunu, yüksekliğini.

A: En boy ve yüksekliğin üçünün birlikte adı o zaman neymiş? Ebat uzunluklarıymış.

[…]

A: Mesela silginin ebat uzunluklarını söyler misin?



(a) (b) (c)

Şekil 88. (a), (b) ve (c) Mert'in en, boy, yükseklik gösterimi

M: [Sırasıyla Şekil 88a, Şekil 88b, Şekil 88c] En, boy, yükseklik.

Aynı sorular farklı nesneler üzerinde sorulur ve Mert doğru bir şekilde gösterir. Ancak Mert ebat uzunluklarının isimlendirilmesinin önemli olmadığını düşünmektedir.

A: […] O yüzden önemli.

M: Bence pek de değil.

A: Emin misin?

M: Sadece ev ve dolap için. O da hazır alınır.

A: Ev ve dolabın dışında da bir sürü şey var mesela araba alacaksın.

M: Arabalar kolay. Zaten hazır.

A: Bir tane garaj yaptırmak istiyorsun. Araban garaja sığar mı sığmaz mı karar vermek istiyorsun. Nasıl karar vereceksin? [Çalışma kağıdındaki ilk resim gösterilir]

M: …

A: Arabayı tam emin olmadan garaja sokmaya çalışırsan çizilebilir. Nasıl karar vereceksin o zaman?

M: Onun boyuna bakacağız.

A: Başka?

M: Kalınlığına genişliğine.

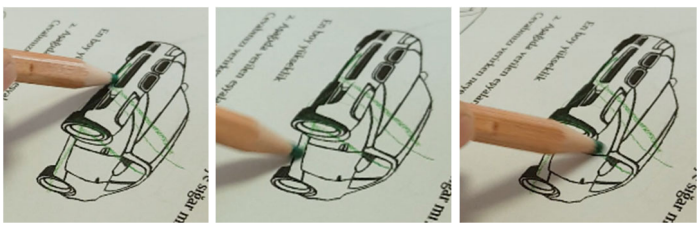
Mert'in verilen örnekle kalınlığın genişliğin önemli olduğunun farkına vardığı düşünülebilir. Sonraki aşamada bu uzunlukların en, boy, yükseklik gibi ebat uzunluklarıyla temsil edildiğinin hissettirilmesi gerekmektedir.

A: Garaja sığar mı sığmaz mı diye nerelerine bakarak karar vereceksin?

M: Genişliği, içinin genişliği. Uzunluğu.

A: Bu arabanın enini, boyunu, yüksekliğini gösterir misin?

M: [Sırasıyla Şekil 89a, Şekil 89b, Şekil 89c] En, boy, yükseklik.

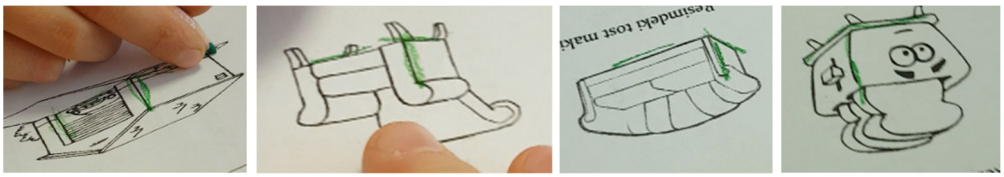


(a) (b) (c)

Şekil 89. (a), (b) ve (c) Mert'in ayrıtları birbirine eşit olmayan nesneler üzerinde en, boy ve yükseklik gösterimi

Görüldüğü üzere Mert en, boy ve yüksekliği doğru ayrıtlar üzerinde belirleyebilmektedir. Ancak yüksekliği belirlerken en uzun mesafeyi dikkate almamaktadır. Dolayısıyla bir

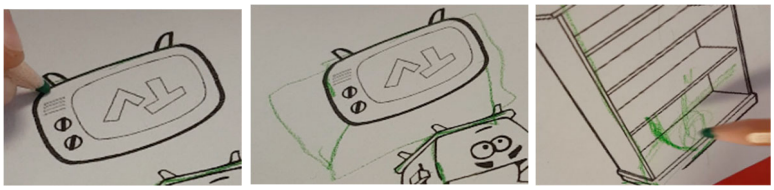
sonraki aşamada Mert ile ayrıtları birbirine eşit olmayan nesnelerin en, boy ve yüksekliklerinin incelenmesi gereklidir.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 90. (a), (b), (c) ve (d) Mert'in ayrıtları birbirine eşit olmayan nesneler üzerinde en, boy ve yükseklik gösterimi

Mert yükseklik ve boyu belirlemede her iki örnekte de "Boy ve yükseklik aynı" diyerek aynı ayrıtı seçer (Şekil 90a) ancak daha sonra herhangi bir müdahalede bulunulmadan düzeltir ve boy ve yüksekliği doğru bir şekilde gösterir.



(a) (b) (c)

Şekil 91. (a), (b) ve (c) Mert'in yükseklik ve boy belirlemesi

M: Bununki zaten eniyle boyu aynı. Dönüş yok (köşedeyken). Televizyon böyle giderse var. Bunda televizyonun arkasını çizersem boyu çıkar belki dedim [diyerek 2-boyutlu nesneyi, 3-boyutu temsil eder hale getirmiştir (Şekil 91a) ve bu şartlar altında boya sahip olacağını belirtmiştir]

A: Peki arkasını çizmediğinde hangi ebat uzunluklarına sahip?

M: En boy, boy yükseklik aynı zaten.

der ve yalnızca iki ebat uzunluğu sayar, boy ve yüksekliğin aynı olduğunu ifade eder. En-yükseklik, en-boy ikilisine ait durum, analitik uzayın XY, XZ, YZ düzlemleri bağlamında düşünülerek öğrenciye açıklanmaya çalışılmıştır. Ancak öğrenci boy ve yüksekliğin aynı uzunluk olduğu fikrine ulaşmıştır. Daha fazla detaya inmek boyut kavramı gibi daha kompleks bilgi ve sezgileri gerektireceğinden bu nokta daha fazla ayrıntılandırılmamıştır. Ancak Mert'in 2-boyutta nesnenin en, boy veya yükseklikten yalnızca ikisine sahip olacağını sezebildiği söylenebilir. Mert kitaplığın en, boy ve yüksekliğini doğru bir şekilde belirler ancak raf derinliğini yüksekliğe göre belirler (Şekil 91c) ve alttan ilk rafa derin üstündekine ise sığ der. Bu durumun derinlik ve sığlık kavramlarının deniz, havuz bağlamında ve yükseklik bağlamında tanıtılmasından kaynaklandığı düşünülebilir.

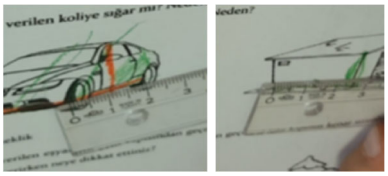
A: Bu derste neler öğrendik?

M: Yeni bir uzunluk ismi öğrendik.

A: Neymiş bunlar?

M: En, boy, yükseklik arabanın garaja girip girmemesi, tost makinasının rafa girip girmemesi.

Sığar mı sığmaz mı? etkinliğinde Mert doğru uzunlukları birbirleriyle karşılaştırır. Ancak araba ve garajın yalnızca en ve yüksekliklerini karşılaştırır. Bunun üzerine "Diğer ebat uzunluğunu da karşılaştırsak? Ne kaldı karşılaştırmadığımız?" soruları sorulur ve "Boy kaldı." diyerek nesnenin boyunu doğru bir şekilde ölçer (Şekil 92a ve 92b).



(a) (b)

Şekil 92. (a) ve (b) Mert araba ve garajın en, boy ve yüksekliklerini karşılaştırmaktadır

Mert bu dersle birlikte ebat uzunlukları ifadesini kullanmaya başlar. Örneğin ikinci ders aynı hikaye tekrar hatırlatılır ve Hilmi ustanın neden beklenenden farklı bir dolap yaptığı sorulur. Mert "Çünkü ebat uzunluğunu ikisi de bilmiyor" şeklinde bir açıklamada bulunur.

Eda genellikle ayrıt uzunlukları eşit olmayan nesnelerin en boy ve yüksekliğini belirlerken, en uzun uzaklığı dikkate almıştır, ancak daha önce de belirtildiği üzere Mert'in bunu dikkate almadığı görülmüştür. Bunun üzerine Mert'ten ayrıtları paralel ve eş olmayan çeşitli şekil ve nesnelerin en, boy ve yüksekliklerini belirlemesi istenir. Sırasıyla, Mert'in düzgün olan ve olmayan şeklinde yerleştirilen şekillerin ve cisimlerin 2 boyutta temsillerinin ebat uzunluklarını belirlemesi ve daha sonra iki şekil grubu arasındaki farkı görerek, ebat uzunluklarına dair bir sonuca varması amaçlanır. Mert ilk olarak şeklin enini belirler ve nasıl belirlediği, hangi uzunluğu dikkate aldığı sorulduğunda "Bir uçtan bir uca olan mesafe" der.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 93. (a), (b), (c) ve (d) Mert düzgün olmayan şekillerin ebat uzunluklarını belirlemektedir

Mert düzgün olmayan şekil için de yine yatay bir uzunluk belirlemeye yönelir ancak "Bir öncekinde bir uçtan bir uca demiştin. O zaman uç noktalarını belirlemen gerekmiyor mu?" sorusu yöneltilir. Mert "Evet" der ancak belirlemez. Belirlediği uzunluğa göre uç noktaları incelenir. "Bu uzunluğun en olduğunu düşünüyorsan uç noktaları burası olması lazım. Ancak bakıyorum şu nokta da var bu şekle ait" denilerek uç nokta işaretlenir (Şekil 93b). Uç noktaların belirlenmesinin ardından, belirlenen iki uç nokta arasındaki uzaklığın en fazla olduğu ve dolayısıyla genişliği sağlayan uzunluğun en olduğu hatırlatılarak, şeklin en geniş olduğu noktalar arası mesafenin o uzunluk olduğundan yola çıkılarak şeklin eni Mert ile birlikte belirlenir. Daha sonra Mert'ten boyu göstermesi istenir. Mert doğrudan en uzun olan mesafeyi boy olarak belirler. Diğer şekiller üzerinde de teker teker şekillerin en geniş oldukları noktalar arası ve en uzun oldukları noktalar arası mesafeler belirlenir. Dolayısıyla Mert'in ebat uzunlukları şemasının, nesnenin en, boy ve yüksekliğinin, nesnenin üç eksen doğrultusundaki doğrusal noktaları arasındaki en uzak mesafeler olduğu şeklinde genişlediği söylenebilir. Ancak Mert Şekil 93c'de görüldüğü üzere doğrusal olan iki nokta arasını dikkate almada başarılı olamayabilir. Aynı zamanda Mert 3. boyutu veren ayrıtı, 3-boyutun 2-boyutta temsilleri üzerinde önceden belirleyebildiği halde bu etkinlikte fark etse dahi isimlendirememiş, diğerlerinden ayırt edememiştir. Oysaki, Mert aynı etkinliğe başlarken 2-boyutlu bir şekle bir ayrıt ekleyerek onun boy olduğunu ifade etmiştir (Şekil 91b). Mert'in 2-boyutta tek bir boyutu hem yükseklik hem boy olarak algılama durumu söz konusu olduğundan, 2-boyutlu şekillerin incelenmesinin hemen ardından 3-boyutun temsiline geçilmesi, Mert'in şemaları arasındaki geçişi zorlaştırmış olabilir. Bu durumun ise Mert'in boyut kavramına dair sahip olduğu kavrayıştan kaynaklandığı düşünülebilir. Bu noktada somut bir nesne (dolap) üzerinde en, boy ve yükseklik hatırlatılır ve aynı durumun kağıt üstünde de uygulanabileceği belirtilir. Mert doğru bir şekilde ebat uzunluklarını tekrar belirlemeye başlar. Daha sonra soyutlama yapabilmesi için Mert'e kağıt üzerindeki şekillerin en, boy ve yüksekliklerini nasıl belirlediği sorulur. Mert "Bir yerden bir yere olan…" der. Bunun üzerine düzgün olmayan şeklin üzerinde yatayda kısa olan bir uzunluk gösterilir (Şekil 93d):

A: Neden burası değil de burası dedik eni için?

M: Çünkü en uzun orası. [Boy için de benzer şekilde sorulur] Çünkü bir tek boyu var o da orası.

A: Neden orası?

M: Çünkü orası en uzun yeri.

Daha sonra düzgün ve düzgün olmayan biçiminde iki şekil gösterilerek aralarındaki fark sorulur. Mert enleri der ancak açıklanır: Düzgün şeklin eninin şeklin her noktasında aynı olduğu ama düzgün olmayan şekilde genişliğin farklılaştığı gösterilir. Tekrar düzgün olmayan nesnelerde nesnenin en geniş olduğu noktalar arasındaki uzaklığın en olarak ele alındığı vurgulanır. Boy ve yükseklik için de benzer tartışmalar tekrarlanır.

Öğretim Oturumu 21-E, 22-E ve 23-E (En, Boy ve Yükseklik). Eda'nın en, boy ve yükseklik kavramlarına olan ihtiyacı hissetmesi amacıyla öğretim oturumuna Mert'e de anlatılan hikaye ile başlanır (Bkz: Ek 5; Etkinlik 8). Eda'nın hikayeyi anladığından emin olunur:

E: […] Hilmi usta ve Ahmet anlaşmışlar. Her bir şeye bir ad vermek istemişler. Böylelikle daha çok daha net yani anlaşılır siparişler alabilirlermiş. Bunu insanların nasıl söyleyeceğini onlara öğretmeliyiz demişler.

A: Her bir şey derken neye isim vermeye karar vermişler anladın mı?

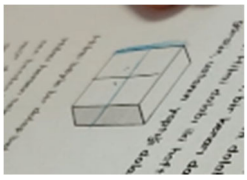
E: Yani biraz.

A: Gösterebilir misin?

E: [dolabın yüksekliğini çizer] kenarı böyle diyecekti yani. [eni çizer] buranın şeyini de söyleyecekti aslında elinin uzunluğunu.

A: Neyin?

E: Eni enin.

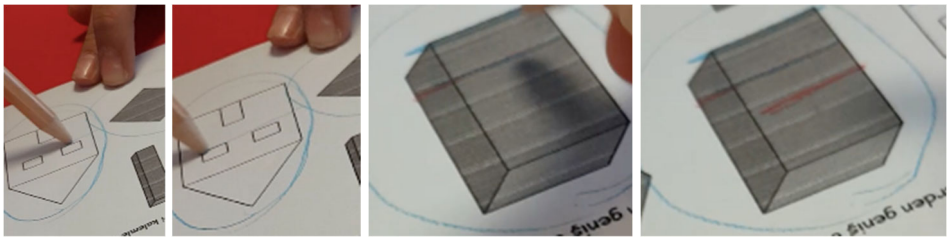


Şekil 94. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi

Görüldüğü üzere Eda ebat uzunluklarının isimlendirilmesine olan ihtiyacı fark etmiştir. Her ne kadar en ve boy uzunluğunu bir olarak (Şekil 94) ele alsa da Eda'nın bu uzunluklara birer isim verileceğinin farkında olduğu söylenebilir. Dolayısıyla bu aşamadan sonra en kavramını tanımlamak üzere genişlik ve darlık kavramlarına geçilir.

Genişlik ve Darlık. Kare çizgi filminin geniş-dar şarkısına ait klip izlenilerek etkinliğe başlanır. Eda'dan nesneleri genişlik ve darlığına göre karşılaştırması ve gruplandırması istenir. Bu etkinlikle Eda'nın nesnelerin genişlik ve darlığına, hangi uzunluğa bakılarak karar verildiğini ve genişlik ve darlığın uzunluk olduğunu fark edebilmesi amaçlanır. Eda

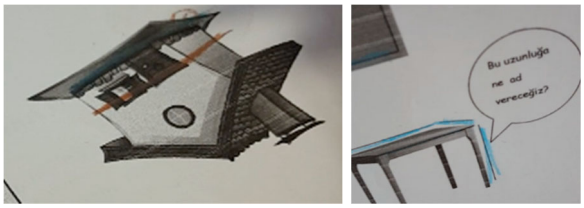
verilen nesneleri genişlik ve darlıklarına göre doğru bir şekilde karşılaştırır. Nasıl karar verdiği sorulduğunda "bu (geniş olan) daha uzunluğu uzun yani uzun, bu (dar olan) daha kısa" bu esnada Eda'nın el hareketleri genişliği tarif eder niteliktedir. "Peki bunun neresi daha uzun da bu daha geniş?" diye sorulduğunda "Şurası daha uzun" diyerek Şekil 95b'deki uzunluğu çizer.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 95. Eda'nın genişlik ve darlık gösterimi

Eda her bir nesnede dikkate aldığı uzunluğu çizer ve her birinde genişlik için doğru uzunluğu dikkate almıştır. Ancak 3-boyutun 2-boyutta temsilinde Eda iki farklı ayrıtı da (en ve boy) bir arada ele alır veya da cisim köşegenine benzer bir uzunluğu ele alır (Şekil 95c). Özellikle en ve boy için iki ayrı uzunluk çizilerek (Şekil 95d) hangisini dikkate aldığı sorulduğunda da Eda yine önceki çizimini ele alacağını (Şekil 95d, siyah çizgi) ifade eder. Mert'te sözü edildiği gibi o böyle bir yanılgıya düşmemiş, ayrıtları ayırt edebilmiştir. Bunun üzerine Eda'nın fiziksel nesneler üzerinde incelemeler yapması sağlanır. Eda fiziksel nesneleri genişlik ve darlıklarına göre doğru bir şekilde karşılaştırabilmekte ve hangi uzunluğa bakarak karar verdiğini doğru bir şekilde tespit edebilmektedir. Eda'ya özellikle boy ayrıtını dikkate alıp almadığı gösterilerek sorulur ve Eda "Oraya bakmadım" der. Farklı örnekler üzerinde konuşulur. Diğerlerinden daha ince ama daha geniş olan A4 kağıdı gösterilerek bu özelliği vurgulanır. Bu noktadan sonra tekrar düzlemsel temsillere geçilir ve "O zaman burada da şu uzunluğa bakmana gerek var mı?" diye sorulur Eda "Yok" der. "Nereye bakman yeterli sence?" denilir ve Eda doğru uzunluğu gösterir. Diğer düzlemsel temsiller üzerinde de tartışılır. "Biz sadece neye bakıyoruz?" sorusunu Eda "Enine" şeklinde yanıtlar. Dolayısıyla Eda dikkate alınan uzunluğun en olduğunun farkındadır. Dolayısıyla söz konusu uzunluğun en şeklinde adlandırıldığı vurgulandıktan sonra boya geçilir ve etkinlik üzerinde tanımlanır. Eda alışılandan farklı bir şekilde yerleştirilen düzlemsel temsilin en ve boy uzunluklarını belirlemekte zorlanır. Bu durumun öğrencinin görsel uzamsal yeteneği ile ilgili olduğu düşünülmektedir. Eda'nın ayrıtları daha net görmesi sağlandıktan sonra en ve boy şeklinde isimlendirebilmiştir.



(a) (b)

Şekil 96. (a) Eda'nın en ve boy gösterimi, (b) Eda'nın yükseklik gösterimi

Mert ile benzer şekilde, 3-boyutun düzlemsel temsilleri üzerinde çalışıldıktan sonra sıra 2-boyutlu şekilleri incelemeye geldiğinde Eda şeklin enini belirleyebilmiş ancak boy için sol köşeden farklı bir ayrıt aramıştır (Şekil 96a). Bulamadığında ise bir karmaşa yaşamıştır. Ancak açıklandıktan sonra diğer örnekleri de doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Etkinliğin devamında yükseklik kavramı tanımlanmış ve farklı nesneler üzerinde tartışılmıştır (Şekil 96b). Dünyanın en yüksek noktasını ve Everest dağının yüksekliğini anlatan bir video izlenmiş ve üzerinde tartışılmıştır. Ahmet ustanın sözünü ettiği uzunluk isimlerinin neler olduğu sorulmuş, Eda "En, boy ve yükseklik" demiştir. Bu uzunlukların genel isimlerinin ebat uzunlukları olduğu vurgulanmıştır.

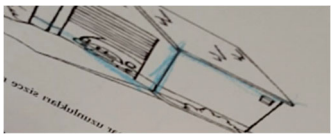
A: Hilmi sipariş verirken aslında ne demeliydi?

E: Eni kaç santimetre olsun, boyu kaç santimetre olsun, yüksekliği kaç santimetre olsun, bunları söylemeliydi.

Daha sonra sınıfta bulunan fiziksel nesneler üzerinde ve daha sonra onların düzlemsel temsilleri üzerinde ebat uzunluklarını belirleme çalışmaları yapılır. Eda ilk aşamada zorlanmasına rağmen ebat uzunluklarını doğru bir şekilde belirlemiştir. Eda nesnenin yerleşimi değiştiğinde, ebat uzunlukları adlandırmasının değişmeyeceğini düşünmektedir. Örneğin Eda'dan kitabın ebat uzunluklarını belirlemesi istendiğinde, yatay halde bulunan kitabı dik duruma getirir ve bu şekilde ebat uzunluklarını belirler. Bunun ardından kitap yatay duruma getirilir ve bu haldeyken yüksekliği hangi uzunluğun sağlayacağı sorulur. Eda hala dikey durumdaki uzunluğun yükseklik olduğunu ifade eder ancak kitap yatay duruma getirildiğinde söz konusu uzunluk boyu sağlayan uzunluktur. Eda'dan tekrar incelemesi istendiğinde doğru bir şekilde karar verir.

Eda nesnenin ebat uzunluklarını sürekli farklı köşelerde aramakta ve yüksekliği tespit edemeyebilmektedir. Ancak yeterince örnek üzerinde konuşulduktan sonra Eda ebat uzunluklarını fiziksel nesneler üzerinde doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Eda, 3 boyutun düzlemsel temsillerinde yükseklik ve boyu karıştırabilmektedir. Bunun için Kare Çocuk çizgi filminin yüksek ve alçak şarkısına ait videosu izlenir. Eda fiziksel nesnelerde olduğu

gibi düzlemsel temsiller üzerinde de farklı köşeleri referans alarak her bir uzunluğu belirlemektedir (Şekil 97).



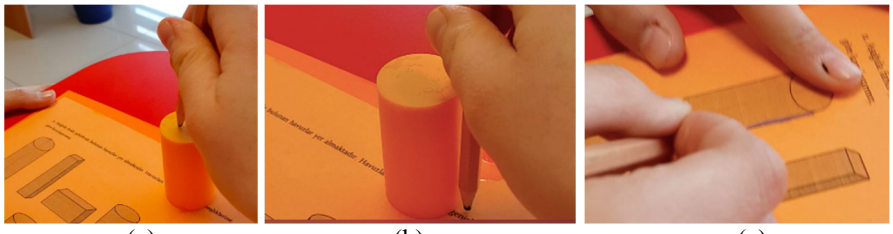
Şekil 97. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi

Eda'nın uzunlukları veren ayrıtları belirleme eylem şemasının önceki örnekleri aşırı genelleyerek oluştuğu düşünülebilir. Eda belirli bir köşeyi belirleyerek oradan bakmaya teşvik edilir. Ancak bunu yapmakta zorlanır. Eda ilk bulduğu uzunluğun bittiği noktada diğer bir uzunluğu aramaktadır. Dolayısıyla farklı köşelerde uzunlukları aramakta ve bu da hangi uzunluğu aradığı ve bulduğunu karıştırmasına sebep olmaktadır. Eda'nın belirlediği uzunluğun bittiği noktada diğer uzunluğu araması nesnenin doğrultularını ve böylelikle boyutlarını fark etmesini zorlaştırmaktadır. Eda'nın bu boyutları görmekte zorlandığı için bu şekilde ebat uzunluklarını belirlemeye çalıştığı da düşünülebilir. Geriye kalan örneklerde ebat uzunluklarını doğru bir şekilde belirlemiştir. Ancak 3 boyutun 2 boyutta temsilinde boy uzunluğunu belirlerken Şekil 98'de görüldüğü üzere hep aynı köşeye yönelmektedir.



Şekil 98. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi

Eda silindirik cisimlerin de en, boy ve yüksekliklerini bulabilir. Ancak yükseklikte hala problem yaşamaktadır. Bu yüzden yüksek alçak çizgi filmi tekrar izlenir. Aynı zamanda 3 boyutun 2 boyutta temsilini zihninde canlandırabilmesi için fiziksel nesnelerden yararlanılır (Şekil 99).



(a) (b) (c)

Şekil 99. Eda'nın en, boy ve yükseklik gösterimi

Eda'dan dairesel bir kapağın ebat uzunluklarını belirlemesi istenir. Yataydaki çap uzunluğuna en derken, sol taraftan bir kirişe ise boy der. Bunun üzerine en uzun olduğu noktalar arasındaki mesafeyi dikkate alması gerektiği hatırlatılır ve Eda dikey de çap uzunluğunun boy olduğunu ifade eder. Mert'in olduğu kadar olmasa da Eda'da ayırtları birbirine eş olmayan nesnelerin ebat uzunluklarını belirlerken en uzun uzunlukları dikkate almayabilmektedir. Eda'nın böyle bir yanılgıya düşme sebebi eylem şemasının bulduğu her iki nokta ikilisinin de nesnenin üzerinde olması gerektiği bilgisini içermesi olabilir. Eda'dan ayrıtları paralel ve eş olmayan çeşitli şekil ve nesnelerin en, boy ve yüksekliklerini belirlemesi istenir ve Mert ile gerçekleştirilen etkinliğin aynısı Eda ile de yapılır. Öncelikle şeklin en uç noktalarını belirlemesi ve en geniş olduğu uzaklığı bulması istenir. Ama nesneyi veya şekli bir bütün olarak görebilmesi için,

A: Sen bunu bir yere sokacaksın. Genişliğini nasıl belirlersin? Şuraya göre soksan [dar olan kısım gösterilir] diğer kısımlar dışarıda kalmaz mı?

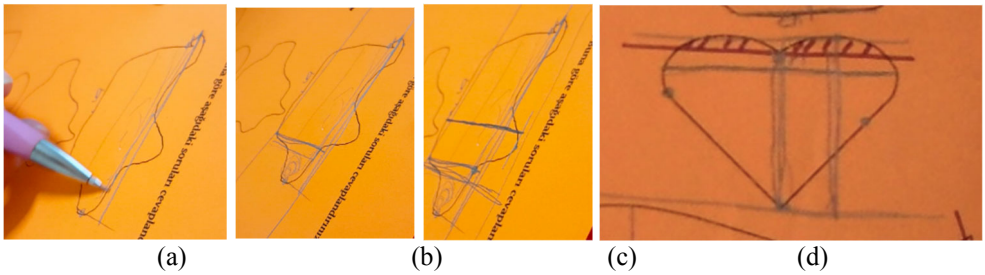
E: Kalır.

A: O zaman nereleri dikkate alman lazım?

E: Şuraları [şeklin en geniş olduğu yerleri gösterir] dikkate almam lazım. Çünkü buralarda böyle yuvarlaklar var yani düzlük değil. O yüzden onlar girmeyebilir. Orayı belirlersek girebilir.

A: O zaman hangi uzunluğa göre koyarsak sığar? En geniş olduğu uzunluk?

E: Şurası [en geniş olduğu noktalar arası mesafeyi gösterir. Şekil 100a]

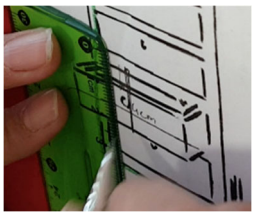


(a) (b) (c) (d)

Şekil 100. (a), (b), (c) ve (d) Ayrıtları paralel ve eş olmayan çeşitli şekil ve nesnelerin ebat uzunluklarının belirlenmesi

Nesnenin en geniş olduğu bu uzunluğun nesnenin eni olduğu belirtildikten sonra boy incelenir. Eda boy için de aynı şekilde diğerlerine göre daha kısa olan bir uzunluğu seçer. Aynı şekilde nesne bu uzunluğa göre yerleştirildiğinde dışarda kalan bir yerinin olup olmayacağı sorulur. Eda bunu tespit etmekte zorlanır yine genişliğe göre düşünmektedir. Bir raf temsili çizilerek tekrar sorulduğunda (Şekil 100b) sığamayacak yerleri görebilir ve şeklin

en uzun olacağı uzunluğu tekrar belirler (Şekil 100c). Nesnenin en uzun olduğu bu uzunluğun nesnenin boyu olduğu vurgulanır. Sonraki örnekte de Eda yardıma ihtiyaç duyar ancak geriye kalan örneklerin en ve boyunu doğru bir şekilde belirler ve gerekçelerini de "Çünkü sadece burayı alırsak şurası dışta kalıyor" şeklinde açıklar. Yükseklik için de benzer tartışmalar gerçekleştirilir. Etkinliğin sonunda Eda'dan özetlemesi istendiğinde "Düzgün bir şekilde, hiçbir yer dışarda kalamayacak şekilde belirledik uzunlukları" der. Söz konusu öğretim etkinlikleri dizisi ile Eda'nın en, boy ve yükseklik kavramlarına air şemasının bunların birer uzunluk temsili olduğu, ortak isimlerinin ebat uzunlukları olduğu ve nesnenin en geniş, en uzun olduğu mesafelerin ebat uzunluklarını belirlediği fikirlerini içerdiği söylenebilir. Eda'nın nesnelerin ebat uzunluklarını belirleme eylem şeması, fiziksel nesneler ve 3-boyutun 2-boyutta temsili üzerinde bu uzunlukları belirleyebilmeyi içerse de, bu şemanın temel olarak Eda'nın görsel uzamsal yeteneği ve görsel muhakemesi ile sınırlı olduğu söylenebilir. Örneğin, Eda çekmecenin yüksekliğini doğru yerde aramaktadır ancak Şekil 101'deki çekmecenin açık halini zihninde canlandıramadığı için cisim köşegenine benzer bir uzunluk çizmektedir.



Şekil 101. Eda'nın yükseklik ölçme eylemi

4.5. Öğretim etkinlikleri Dizisi 5: Birim Kavramı ve Sayı ve Ölçme 1

4.5.1. Öğretim Öncesi

Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5 birim kavramı ve sayı ve ölçme karakteristiklerine yöneliktir. Öğrencilerin birim kavramına dair bilgi ve düşüncelerini ortaya çıkarmak için öncelikle uzunluk niteliğine uygun birim seçimlerine ait eylem şemaları incelenmiştir. Gerçekleştirilen klinik görüşmelerde Mert uzunluk niteliğine sahip birimleri seçer ve uygun birim için birimin doğrusallığına vurgu yapar.



Şekil 102. Mert'in birim seçimi

Mert seçtiği birimde dikkate aldığı özelliği yüzey kaplama özelliği ile karıştırmazken, bu durum Eda'da söz konusudur. Eda uzunluk ölçümü için birim seçiminde birimin yüzey kaplama özelliğini dikkate alabileceğini ifade etmiştir. Mert ise birim seçiminde genellikle doğrusal bir eğri arar ve uzunluk niteliğine dikkat eder. Ancak Mert birimde esas olanın belirli bir uzunluğun referans alınması olduğu noktasına çok önem vermeyebilir; Mert uzunluk ölçmede ölçtüğü birim uzunluk cinsinden ölçüm sonucunu ifade edebilir. Ancak genellikle buna dikkat etmeyerek hangi uzunluğu birim olarak alırsa alsın sonucunu cm cinsinden ifade etmeye yönelir. Örneğin 3 kalemle ölçtüğü bir uzunluğa 3 cm diyebilmektedir. Bir diğer örnek olarak Şekil 103 üzerine gerçekleştirilen diyalog verilebilir:



Şekil 103. Mert'in üçgen bloklarla uzunluk ölçümü

A: Bu turuncu çubuğun uzunluğu nedir?

M: Her biri bir şey ediyor.. bir, iki, üç, dört, beş.

A: 5 ne?

M: 5 santim

Mert birimin uzunluk niteliğinin dikkate alındığının farkındadır ancak birimin ne ifade ettiğinin, birimin belirlenen ve referans olarak alınan belirli bir uzunluk olduğunun farkında değildir. Örneğin; 2 milimetrelik bir uzunluğu ölçmesi istenir ve Mert "2 cm" der. Hemen ardından 2 cm'lik bir uzunluk ölçtürülür ve Mert onun uzunluğuna da 2 cm demekte bir sakınca görmez. Dolayısıyla Mert'in santimetre kavramına dair şemasının santimetrenin belirli bir uzunluğa verilen bir isim olmasından ziyade, uzunluk ölçümünde ölçüm sonucunun yanına eklenmesi gereken bir isim şeklinde olduğu düşünülebilir. Bu bağlamda Mert'in cetveli tanıması, cetveli kullanarak doğru ölçüm yapması, cetveldeki sayıların, çentiklerin ne anlama geldiğini bilmesi, Mert'in birim kavramı, santimetre ve bir uzunluğu referans alarak ölçme kavrayışı bakımından da birer gösterge niteliğindedir ve önemlidir. Dolayısıyla birim kavrayışının bir sonucu olarak Mert cetvelde çentikleri sayarak ölçüm yapabilmektedir. Örneğin Mert cetvelde 6-7 noktaları arasında yerleştirilen bir nesnenin uzunluğuna 7 cm diyebilmektedir. Aynı şekilde Eda da 3-8 noktaları arasına yerleştirilen bir nesnenin uzunluğuna "8" diyebilmektedir. Bu durum, öğrencilerin uzunluğun yer kaplama

özelliğinin farkında olmadıklarını gösterdiği gibi, ölçüm sonucunda ifade edilen birim ve birim sayısını anlamlandıramadıklarını da gösterir.

Nitekim Mert'ten kendisinin bir cetvel oluşturması istendiğinde, çizdiği çentiklerin eş aralıklarda olmasına dikkat etmez, cetveli doğrusal olarak çizmeye ve üzerine çentikler ve sayılar yazmaya odaklanır. Nitekim kendisine sorulduğunda cetvelin doğrusal olmasına ve sayılarına dikkat ettiğini belirtir. Mert çentikler arasındaki mesafelerin ne anlama geldiğini bilmediğini ifade eder. Milimetrik uzunlukları belirten çentikler için "Aralıklar buçukları" der. Orada uzunlukların olduğunu kabul eder ancak bu durum yine Mert'in çentik sayma eylem şeması ile çelişmemektedir.

Mert *5 cm* ifadesinde 5'in ne anlama geldiğini, santimetrenin ne anlama geldiğini bilmediğini ifade eder. Bu ise sayı ve ölçme karakteristiği ile ilgilidir. Mert birim sayısının nesnenin incelenen birimle kaplanan uzaklığı ifade ettiğinin farkında değildir. Dolayısıyla Mert'in bir nesnenin uzunluğu n birim olduğunda bunun aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına geldiğinin farkında olmadığı söylenebilir.

Eda ise uzunluk niteliğine uygun birim seçimi noktasında, doğrusal bir nesne söz konusu olduğu zaman uygun birimi seçebilmektedir. Bu seçiminde "Bununla ölçebiliriz çünkü şurası (kenar) bizim için önemli olduğu için bunun da bu kenarı olduğu için ölçebiliriz diyorum." şeklinde nesnenin bir kenar ayrıtını gösterir. Ancak Eda'nın uzunluk niteliği dışında yüzeyi tarayarak yüzey kaplama miktarını dikkate aldığını ima ettiği durumlar da söz konusu olabilmektedir. Örneğin ilk klinik görüşmelere ait 13. soruda Eda'ya uzunluğunu ölçmesi için bir kurdele ve araç olarak kullanması için çeşitli nesneler verilir. Eda silindirik cisimi alır ve "Bununla ölçemeyiz" diyerek kurdelenin yanına koyar (Şekil 104a).

E: Böyle ölçemeyiz çünkü bunun (silindir) şeyleri yok. ıı ölçemiyoruz o yüzden. [Üstüne koyarak] böyle de ölçemeyiz.

A: Öyle ölçemez miyiz?

E: Hayır.

A: Neden?

E: [Üstüne koyarak kaydırır ve düşünür] Hımm bilmem ölçe.... [Silindiri ters çevirir ve kapalı tabanını kurdelenin üzerine koyar. Şekil 104b] O zaman da şuradan çıkıyor [yandan dışarı çıkan kısımları gösterir (Şekil 104c)] O yüzden ölçemeyiz. Bununla ölçemeyiz diyorum.



(a) (b) (c)

Şekil 104. (a), (b) ve (c) Eda'nın uygun birim seçimi

Görüldüğü üzere, Eda cisim doğrusal bir kenara sahip olmadığından dolayı onunla uzunluğun ölçülemeyeceğini düşünmekte ve cismin tabanına ait çap ile ölçüm yapılabileceğini aklına getirmemektedir. Bu durum şişe kapağında da geçerlidir. Eda onunla da ölçüm yapılamayacağını ifade eder. Dolayısıyla Eda'nın uzunluk niteliğine uygun birim seçiminde uzunluk niteliğine odaklanamadığı düşünülebilir. Ancak bunun temel sebebinin Eda'nın öğretim öncesi sahip olduğu doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunun ölçülemeyeceği şeması olduğu düşünülmektedir (Bkz: Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3). Bunun yanında önemli olan asıl nokta ise Eda'nın-silindiri kurdelenin üzerine koyduğunda çapı düşünmemesinin yanında-silindiri ters çevirerek, özellikle bir yüzeye sahip olan tabanı kurdelenin üzerine koymasıdır. Bu davranış Eda'nın uzunluk niteliğine odaklanmadığı düşüncesini desteklediği gibi, Eda'nın yüzeyin düzlemde yer kaplama özelliğini dikkate aldığını da düşündürmektedir. Nitekim demir para örneğinde Eda eğer para kurdelenin dışına taşmamış olsaydı, onunla kurdelenin uzunluğunun ölçülebileceğini ifade etmiştir. Dolayısıyla Eda'nın kriteri kurdelenin tek boyutta kapladığı yer miktarını değil, düzlemde kapladığı yer miktarını ölçmeye kaymıştır. Eda'ya özellikle kurdeleyi tamamen kaplayabilecek bir dikdörtgen blok verilerek bununla uzunluğunu ölçtüğünde bloğun hangi özelliğinden ve neresinden yararlandığı sorulur ve Eda bloğun tüm yüzeyini tarayarak "hepsini" kullandığını ifade eder. Eda böyle ölçümlerde çevreyi dikkate aldığını da ifade edebilmektedir. Şişe kapağı için de benzer ifadeleri kullandıktan sonra

A: Böyle (kurdele dışına taştığında) ölçemeyiz mi diyorsun?

E: Ölçeriz ama çıkmadan.

A: Peki çıkmadığını düşün. Ben böyle ölçüyorum bunu çıkmıyor. Ne kullanmış oluyorum birim olarak?

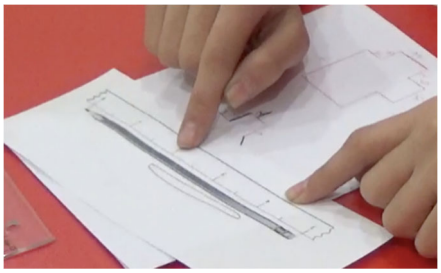


Şekil 105. Eda'nın birim olarak kapağın çevresini işaret etmektedir

sorusuna cevaben Eda Şekil 105'deki gibi kapağın çevresi etrafında parmağını gezdirir. Dolayısıyla Eda'nın uygun birim seçimi eylem şemasının nesnelerin doğrusal ayrıtlarının birim olarak ele alınabileceği bilgisini içerdiği ancak bu seçimde uzunluk niteliğinin esas olduğunun içselleştirilemediği düşünülebilir. Eda birim kullanımında eş birim kullanımının önemini vurgulamasına rağmen birim de esas olanın belirli bir uzunluğun referans alınması olduğu noktasına çok önem vermeyebilir. Cetvelle yaptığı bir ölçümde 5,3 cm uzunluğunu ifade etmek için 5 cm ve 3 mm'lik uzunlukları ifade eden çentikleri 5'in üzerine ekleyerek uzunluğu 8 şeklinde ifade edebilmektedir. Mert'in aksine Eda cetvelle yaptığı ölçümleri bile santimetre cinsinden ifade etmeyebilmektedir. Eda'dan 1 veya 2 cm'lik bir uzunluğu tahmin etmesi istendiğinde "1 çizgi" diyebilmektedir. Aynı zamanda "-" böyle bir uzunluğa "Sıfır çizgi" diyebilmektedir. Buna rağmen bir eş parçalama etkinliğinde Eda'nın ayırdığı her bir eş parçaya verdiği isim 1 cm'dir. Görüldüğü üzere Mert ve Eda'nın santimetreye ait şemaları farklılaşmaktadır. Mert kullandığı herhangi bir birimi bile cm ile ifade ederken Eda cetvelle yaptığı ölçümleri bile cm ile ifade etmez. Ancak Mert'e benzer şekilde Eda'nın da santimetreye ait şemasının belirli bir uzunluğa verilen bir isim olduğu bilgisini içermediği ve santimetrenin ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihninde bir temsil oluşturmadığı söylenebilir. Eda'nın santimetreye ait şemasının santimetrenin birim olmasından ziyade eş parçalara verilen isimler olduğu bilgisini içerdiği düşünülebilir. Bu şemanın ise Eda'nın birim kavrayışından kaynaklandığı düşünülmektedir. Temel olarak Eda'nın birim kullanımını anlamlandıramadığı düşünülmektedir. Eda yapılan klinik görüşmelerde ölçüm sonuçlarını birim kullanarak ifade etmek yerine yalnızca birim sayısı ile ifade etme eğilimindedir. Örneğin yaptığı bir ölçüm sonucunda 14 der. "14 ne?" diye sorulduğunda "şey 14… hımm… uzunluk" der veya "14 ölçüm" de diyebilmektedir. Dolayısıyla Eda'nın birim kullanarak ölçüm sonucunu ifade etme eylemini anlamlandıramadığı söylenebilir. Örneğin ek klinik görüşme sorularından "Fatma arkadaşlarıyla ip atlayacakmış. İpim yeter mi yetmez mi diye uzunluğunu ölçmek istemiş. Evinde bir pipet bulmuş. Bu pipeti ipin başladığı noktadan sonuna kadar 15 kere tekrarlamış. İpin uzunluğu için Fatma ne diyebilir?" sorusunu "hımm 15… uzunluk… ölçümü" şeklinde yanıtlar. Ne uzunluğu olduğu

sorulduğunda ise “ipin uzunluğu” der. Bu sorunun hemen üzerine Eda’ya “15 çubuk uzunluğunda” ifadesinde 15 sayısının neyi ifade ettiği sorulduğunda ise bilmediğini söyler.

Dolayısıyla Eda’nın birim kavramı kullanımının, birimin yapılan ölçümdeki öneminin ve birim sayısının nesnenin incelenen birimle kaplanan uzaklığı ifade ettiğinin farkında olmadığı, bir nesnenin uzunluğu n birim olduğunda bunun aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına geldiğinin farkında olmadığı söylenebilir. Mert ile benzer olarak, cetvel çizmesi istendiğinde Eda cetvelin doğrusal olmasına, çentiklerinin olmasına ve sıfır sayısına dikkat ettiğini ifade eder. Eda cetvelde sıfırın “başlangıç yeri” olduğunu ifade eder. Cetvel çizimini kareli kağıt üzerinde yaptığı halde birimlerin eş olmasına özen göstermez. Yine Mert ile benzer bir şekilde Eda cetvelde çentikleri saymaktadır (Şekil 106).



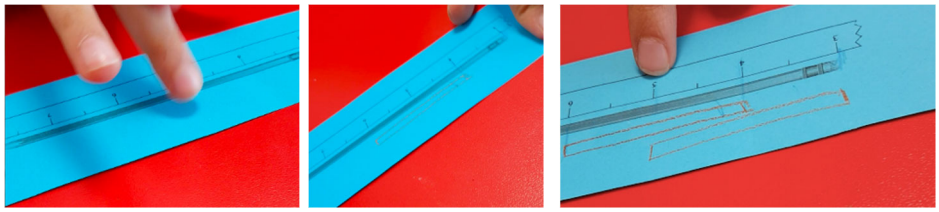
Şekil 106. Eda cetvelde çentikleri saymaktadır

Cetveldeki 4 sayısının ne anlama geldiği sorulduğunda Eda “Buraya kadar 4 tane çıkık (çentik)” anlamına geldiğini ifade etmiştir. Cetvel üzerindeki aralıkların ne anlam ifade ettiği sorulduğunda ise “Sayılar birbirine karışmasın diye verilmesi gereken boşluklar” olduğunu söyler. Bu kavrayışların temel olarak Eda’nın birimin ne ifade ettiğinin, birimin belirlenen ve referans olarak alınan bir uzunluk olduğunun farkında olmamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin ölçme eylem şemalarının, ölçme eyleminin referans olarak alınan birimin uzunluğu ile ölçülen nesnenin uzunluğunun kıyaslanması olduğu şeklinde yapılandırılması gerekmektedir. Dolayısıyla söz konusu öğretim etkinlikleri dizisinde uygun birim seçimine vurgu yapılması adına seçilen birimde dikkate alınan niteliğin uzunluk olduğunun vurgulanması için çeşitli etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Aynı zamanda birim kavramının ve ölçme eyleminin anlamlandırılması adına birim sayısının nesnenin o birimle kaplanan kısmını ifade ettiği, diğer bir ifadeyle bir nesnenin uzunluğu n birim olduğunda bunun aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına geldiği vurgulanmıştır. Birim ile ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisinin kurulması birim ve ölçme eylemine ilişkin kavrayış için önemlidir. Bu bağlamda öğrencilerin santimetre

şemaları göz önünde bulundurularak, cetveli anlamak bağlamında bu amaçları içeren bir etkinlik tasarlanması uygun görülmüştür.

4.5.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 20-M. Öğretim öncesi yapılan klinik görüşmelerden bilindiği üzere, Mert santimetrenin belirli bir uzunluğa verilen bir isim olduğunun farkında değildir ve genellikle yaptığı her ölçüm sonucunu cm cinsinden ifade etmektedir. Mert'in dikkatini bu noktaya çekmek ve Mert'e sahip olduğu birim şeması ile uyumsuz durumlar yaşatmak amacıyla, öncelikle farklı bir birim uzunluğuyla oluşturulmuş bir cetvel yardımıyla belirli uzunlukları ölçmesi istenir. Mert beklendiği gibi verilen cetvele göre 6 birim uzunluğunda olan kalemin uzunluğunun 6 santimetre olduğunu ifade eder. Bu ölçümde neyi saydığı sorulur ve "Bir birim oluyor. İki birim oluyor" diyerek çentikleri saydığını gösterir (Şekil 107a).



(a) (b) (c)

Şekil 107. (a), (b) ve (c) Mert'in cetvelle uzunluk ölçümü

Yaptığı ölçüm (çentikleri sayma) ile uzunluk tanımının uyuşmadığını Mert'e hissettirmek için uzunluk tanımı hatırlatılır, kalemin başlangıç ve bitiş noktaları işaretletilir ve "Bu iki nokta arasındaki mesafeyi söyler misin?" denir. "E altı birim. Altı santim" der. Mert bu sayımıyla iki nokta arasındaki uzaklığı ölçtüğünü düşünmektedir. Dolayısıyla Mert uzaklıkların birikimini göz ardı etmektedir. Doğrusal olan kalemin uzunluğunun başladığı ve bittiği noktalar arasındaki mesafe olduğu özellikle vurgulanır, Mert bu tanımlamaya kendisi de katkıda bulunduğu halde cetveli okuma biçimindeki ya da sayma biçimindeki hatayı fark edememektedir. Dolayısıyla Mert'in uzunluk tanımını içselleştiremediği, bu tanıma dair zihinsel bir temsil yapılandıramadığı düşünülebilir. İki birimlik bir şekil daha çizilir (Şekil 107b). Mert yine çentikleri sayar ve "3 birim" der. Sonraki adımda cetvelin başladığı noktadan itibaren iki birimlik bir şekil daha çizilerek (Şekil 107c) uzunluğunu ölçmesi istendiğinde "2 birim" der. Nasıl hesapladığı sorulduğunda başladığı ve bittiği nokta arasındaki mesafeyi ifade eder ancak daha sonra tekrar çentikleri sayarak şeklin uzunluğuna "3 birim" der.

Bu noktadan sonra Mert'in bir alışkanlık sonucu cetveli sıfırdan başlatarak yaptığı doğru ölçüm sonuçları ile çentik sayarak yaptığı ölçümlerin tutarsız olduğu durumların Mert'e yaşatılarak hatasını farketmesi amaçlanmıştır. Bir cetvel ve bir kalem verilerek uzunluğunu ölçmesi istenir ve Mert 17 cm olarak doğru bir şekilde ölçer. Daha sonra kalem alınır, cetvel üzerinde 2'den başlatılır ve uzunluğu sorulur. Mert kalemin başladığı nokta için "Yine burası 1 olur. Ay 0 olur 1 olur…" şeklinde sıfırdan başlatarak ölçmeye başlar ancak çentikleri saydığı için 18 cm elde eder. Tekrar ilk verilen örnek (Şekil 107a) hatırlatılır. Mert çentikleri sıfırdan başlatarak numaralandırır ve bu durumda kalemin uzunluğunu 5 birim olarak elde eder. Ancak önceki ölçümünde 6 birim olarak tespit ettiği hatırlatılır ve nedeni sorulur. Mert sorunun cetvelin kırık olmasından kaynaklandığını söyler. Bu noktada birimlere dikkati çekilmeye çalışılır. Birimleri göstermesi istendiğinde çentikler arasındaki mesafeleri belirten doğru parçalarını çizer. "Birimlerin sayılar mı? Yoksa şu aralıklar mı?" sorusu sorulduğunda ise "Sayılar" der. Mert dikkate aldığı birimler olarak sayılar arasındaki mesafeleri gösterir ancak uzunluk ölçümünde çentikleri sayar ve sözel olarak birimlerinin sayılar dolayısıyla çentikler olduğunu belirtir. Örneğe tekrar dönülür ve "Hangi sonuç doğru? Sıfırla başlayan mı 6 olan mı?" diye tahminini kolaylaştırmak için sorulur, Mert "Sıfırla başlayan doğru" der. Mert "Peki birinde 5 olurken neden birinde 6 oluyor?" sorusunun cevabını bilmediğini belirtir ancak bu durumu cetvelin kırık olmasına bağlar. Sorunun başka bir sebebi olduğu ve Mert'in ölçümüyle ilgili olduğu belirtilir. Aynı örnek üzerinde devam edilirken Mert "Sıfırdan başlatmadığım için" der. Mert'in cetveli sıfırdan başlatmaması uzaklığın birikimini göz ardı ettiğinin bir göstergesidir. Ancak Mert'in alışılageldiği biçimiyle cetvel sıfırdan başladığı için kendisinin de bunu uygulaması gerektiğini düşünmektedir. Mert bunun altında yatan sebebi kavramamış olabilir. Bu düşünceyle tekrar birim kavramına dönülür.

A: Birim dediğimiz şey ne Mert?

M: Bunun (cetvel) sayıları.

A: Mesela cetvel üzerindeki 5 ne demek istiyor?

M: 5 birim.

Daha sonra 2 birimlik şeklin uzunluğu sorulur ve "2 birim" der.

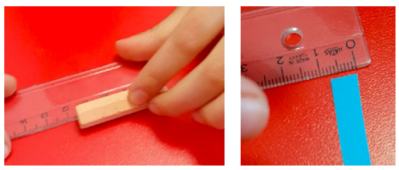
A: Ne saydın?

M: Bir şey saymadım.

A: Birimini gösterir misin?

M: ….

Görüldüğü üzere Mert belirli bir uzunluğun birim olarak ele aldığını ifade etmemiştir. Bunun üzerine Mert'ten bir kırık cetvelle verilen boyanın uzunluğunu ölçmesi istenir.



(a) (b)

Şekil 108. (a) ve (b) Mert'in kırık cetvelle yaptığı ölçme eylemi

M: 4.

A: Ne yaptın?

M: Sıfırdan başlattım.

Mert sıfırdan başlatır ve çentikleri sayar ancak bu sefer çentiklerin sayısını değil sıfırdan başlattığında çentiğin alacağı sayıyı söyler. Dolayısıyla sıfırdan başlattığı için doğru sonuca ulaşır ancak temelde hala çentikleri saymaktadır. Bunun üzerine bir santimden daha kısa bir uzunluğu (Şekil 108b) ölçmesi istenir. "7 santim" der. Ne saydığı sorulduğunda "Bunun küçüklerini de saydım bunu da saydım. Buradan (başladığını nokta) buraya (bittiği) kadarını saydım" der. Mert milimetrik uzunlukları gösteren çentiklerle beraber sıfırın yazılı olduğu çentiği saymıştır. Dolayısıyla Mert başlangıç ve bitiş noktalarına ve aralarındaki mesafeye dikkati çeker ancak bu mesafeyi hala çentikleri sayarak ölçebileceğini düşünmektedir. Biriminin ne olduğu sorulduğunda Mert "Birimlerim bunlar küçük olanlar" der. Onlara ne isim verileceği sorulduğunda "Birim" der. Dolayısıyla Mert ölçme eyleminde, uzunluğun nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olduğuna dair şeması ile uzunluğun tek boyutta yer kaplama olduğuna ve uzaklıkların birikimi olduğuna dair şemasını birlikte işe koşmamaktadır. Ancak santimetre ve birimin uzunluğunun dikkate alınması gerektiğini fark ettirmek için Mert'in 7 santimetre ifadesi bir fırsat olarak değerlendirilir. "Peki 7 santim nereden nereye kadardır?" denilir ve Mert cetvel üzerinde doğru bir şekilde gösterir. "O zaman bu (Şekil 108b) 7 santimle aynı mı?" sorusunu "Hayır birim farklı" şeklinde yanıtlar. Görüldüğü üzere Mert referans alınan uzunlukların farklı olduğunun farkındadır ancak yine de çentikleri saymakta ve milimetrik ölçümünü santimetre ile ifade etmektedir. Bu aşamadan sonra Mert'e birim kullanımında esas olanın uzunluk olduğunun, birim uzunluğun referans alınarak ölçülen nesne ile karşılaştırıldığının, santimetrenin ise belirli bir uzunluk olduğunun

ispatlanması yoluyla fark ettirilmesi amaçlanır. “Peki bu cetvelde bir santimetrelik bir uzunluğu gösterir misin?” Mert “0 dan 1’e olan uzaklık” diyerek gösterir. Cetvelin orta kısımlarından da bir örnek vermesi istenir. Mert 5’i göstererek “Burası sıfır olsa burası (6) bir santim olur” der. Birkaç örnek üzerinde daha tartışılır. Görüldüğü üzere Mert cetvel üzerinde herhangi iki çentik arasındaki uzaklığın 1 cm olduğunu ifade edebilmektedir ancak ölçümünde bunu işe koşmamasından kaynaklı hatalar yapmaktadır. Ancak cetvelde her bir aralığın 1 cm uzunluğunda olduğunu sıfırdan bağımsız olarak idrak edebilmesi ve çentiklerde yazılan sayıların ne anlama geldiğini anlaması lazımdır. Mert’in cetvel üzerinde herhangi iki çentik arasındaki uzaklığın 1 cm olduğunu ve santimetrenin yalnızca o uzaklığa verilen bir isim olduğunu kavraması amacıyla cetveli eş parçalama etkinliğine başlanır:

A: O zaman cetveli tanıyalım mı? Tüm bir santimetreleri yazalım mı şuraya?

M: Cetvel 20 santim gelir.

A: Kaç tane bir cm var bu cetvelde?

Mert düzensiz de olsa çentikleri değil 1 cm’lik uzunlukları sayar. Bu birim uzunlukları sezmesi için önemlidir. Öncelikle “10 tane bir var” der ancak “10 tane mi? Cetvel 20 santimmiş?” denildiğinde düzenli bir şekilde sayar ve “20… 20 tane bir var” der. Cetveli eş parçalara ayırma etkinliği için 20 cm uzunluğunda bir kağıt kesilir ve Mert’ten bunu 20 eş parçaya ayırması istenir. Mert verilen kağıt üzerine cetveli kopyalar. Şekil 109’da görüldüğü üzere kendisi birer santimetrelik uzunlukları belirler.



Şekil 109. Mert birer santimetrelik uzunlukları belirlemektedir

Çizdiği uzunlukların eş olması gerektiğini vurgulamak amacıyla Mert “Parçalar birbirine eş olacak. Birbirinin aynı uzunluğunda olacaklar. O yüzden kaçırmamaya dikkat et” şeklinde uyarılır. Belirlediği uzunlukların 1 cm olduğu netleştirildikten sonra, çentiklerde yazılı sayılar kastedilerek “1 ve 2 arasındaki mesafe ile 14 ve 15 arasındaki mesafe için ne söylersin?” denilir. Mert “Ölçerim” der. “Ölçmene gerek var mı?” diye sorulur ancak Mert ilkini ölçer "Burası bir santim” der ve diğerini ölçmeden “Burası da bir santim” diye ekler. “Peki, 16 ile 17 arasındaki mesafe?” diye sorulduğunda “1 cm” der. Sırasıyla 9 ile 10

arasındaki, 7 ile 8 arasındaki mesafeler sorulur. Hepsine cevabı “1 cm” dir. Bunun üzerine sorulur:

A: E neden öyle oldu?

M: Çünkü hepsini cetvelin bir santimlerine göre yaptım o yüzden bir cm oldu.

A: O zaman cetvelde şunların hepsi neymişki?

M: Bunların hepsi birim.

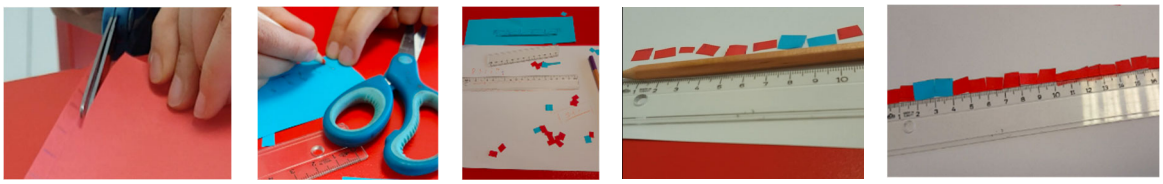
A: Onların hepsi birim. Ne kadarmış uzunlukları hepsinin?

M: Hepsinin uzunlukları 20 cm.

A: Toplamda 20 cm ama tane tane mesela 10 ile 11 arasındaki uzunluk neymiş?

M: 1 cm.

Bu noktada Mert’e sezdirilmek istenen cetveli oluşturan parçaların çentikler değil 1 cm’lik birim uzunluklar olduğudur, burada uzunluğun toplamsal olması ilkesi işe koşulmaktadır. Mert’ten sonraki adımda birer santimetrelik birimleri kesmesi istenir. “Bunları kesmeni istiyorum. Elimizde 1 cm, 1 cm kağıtlar olsun” Mert öncelikle nasıl keseceğini bilemez “1 cm uzunluğunda olması için tam olarak nereden kesmen lazım?” şeklinde sorularla yardımcı olunur. Kestiği tüm parçaların birbirine eşit uzunlukta ve bir cm olması gerektiği vurgulanır. Yapılan eylem temelde eş parçalamadır ancak eş parçaların her biri cetvel üzerinde belirli olduğu için ve Mert toplam uzunluğu 20 eş parçaya ayırmanın nasıl yapılacağı üzerine düşünmek zorunda kalmadığı için bu etkinliğin söz konusu öğretim oturumunda gerçekleştirilmesinde bir sakınca görülmemiştir.



(a) (b) (c) (d) (e)

Şekil 110. (a), (b), (c), (d) ve (e) Mert birer santimetre uzunluğundaki birimler keser ve onlarla uzunluk ölçer

Mert Şekil 110a’daki gibi keser.

A: Elimizde ne var bizim?

M: 20 tane var.

A: 20 tane ne var?

M: 1 cm.

Elde edilen birer santimetre uzunluğundaki birimlerle önceden cetvelle ölçülen kalemin uzunluğunu ölçmesi istenir. Mert öncelikle birimleri yinelemede üst üste binmemesine dikkat etmez. Bunun üzerine "Üst üste binerse ne olur?" diye sorulur. Mert "Anlaşılmaz" der ve düzeltir ancak bu seferde boşluklar bırakarak ölçmeye başlar. Boşluklar gösterilerek "Şuralar ne oldu? Oralarda kalemin uzunluğu yok mu?" diye sorulur. Mert "Oralar da var" diyerek boşluklara da birimleri koymaya çalışır. Son hali olarak Şekil 110d'yi oluşturur. Bunun üzerine "Tam uzunluğunu bulmalıyız böyle bulabilecek miyiz?" sorusunu Mert "evet" şeklinde cevaplar. Mert'in kağıt parçalarını yan yana getirme işinin zorluğundan kaynaklı olarak soruları bu şekilde cevapladığı düşünülmektedir. Mert birimleri saydığında cetvelle yaptığı ölçüme göre farklı çıktığını görecek ve hatasını fark edecektir. Birimleri sayarak "15 santim" der. "Ama biz kaç bulmuştuk? Bunu ölçmüştük" denilir ve cetvelle tekrar ölçülür "Bak 17 cm". "Sen kaç eksik buldun?" Mert yeniden sayar ve "15. 2 eksik" der. "Neden acaba böyle?" diye sorulduğunda "Bunu (birimlerden biri) yanaştırayım" diyerek yeniden başlar. Kağıt parçalarını bir araya getirmek ve kaymalarını önlemek zor bir görevdir. Bunun için

A: Birlikte yapalım mı? Yaparken neye dikkat ettiğini söyle birlikte yapalım. Ben de ona göre yapıyım.

M: Birşeye dikkat etmiyorum.

A: Mesela üst üste binmesi problem mi?

M: Evet. Ama bunların boşluk olması da problem.

A: Boşluk da mı olmaması lazım ona göre dikkat edeyim ben de.

M: Hı hı.

Bittiğinde sayar (Şekil 110e) ve "17 santim" der.

A: Nasıl tam 17 cm'i bulduk? Neye dikkat ettik yaparken?

M: Boş yerin kalmamasına, eksik olmamasına.

A: Boşluk kalmamasına. Boşluk kalsaydı ne olurdu?

M: Ölçmemiş olurduk oraları.

A: Evet. Üst üste binse ne olurdu?

M: Anlamazdık diğerinin nasıl olacağını.

A: Peki insanlar da bu yüzden cetveli icad etmiş olabilirler mi?

M: Evet böyle zor ölçüldüğü için… İnsanlar ölçerken sinir olmuştur.

A: Evet bir santim bir santim birleştirmekle uğraşana kadar …

M: Cetveli icat etmişlerdir.

Görüldüğü üzere Mert birimlerin yinelenmesinde boşluk kalmaması gerektiğinin gerekçelerini doğru bir şekilde açıklamıştır. Birimlerin üst üste binmemesi gerektiğinin gerekçeleri üzerine tekrar değinilmesi gerekmektedir. Cetvelin inşa sürecinin yaşatılmasıyla, Mert'in cetvelin sağladığı kolaylığı ve cetvelin bir insan icadı olduğunu fark etmesinin yanında; cetvelin 1 cm'lik birimlerden oluştuğunu ve aslında 1 cm'lik birimlere göre yapılan ölçmeyi kolaylaştırdığını fark etmesi amaçlanmıştır. Aynı zamanda cetveli birer santimlik parçalara ayırırken eş parçalara ayırması gerektiğine yapılan vurgu 1 santimetrenin belirli bir uzunluk olduğunu ve yapılan ölçümün eş birimlerle sağlandığını fark etmesi açısından önemlidir. Mert'in cetvelle cm dikkate alınarak yapılan ölçmenin, 1 cm'lik birim sayısının belirlenmesi ve uzunluğu ölçülen nesnenin 1 cm'lik birimlerle karşılaştırılması olduğunu fark etmesi amaçlanmıştır. Sonraki aşamada çentikler ve onları numaralandırma işlemine geçilir. Mert ile cetveldeki sayıların ne anlama geldiği üzerine konuşulur. Birimleri sayması istenir. "5'e gelene kadar bir santimlerimizi say" denilir. Birinci bir santim, ikinci bir santim, …, dördüncü bir santim şeklinde birimler sayılır. "Sonra burayla (0 noktası) burası (5 noktası) arası kaç santim oluyor?", "5 santim" der ve ilgili yere yazması istenir.

A: Şuraya kadar geldim (başlangıçtan 1 cm'ye kadar). Burası kaç? Buraya 1 santim denmiş. Şuraya geldim. Burası kaç? 2 santim 2 denmiş. Şuraya 1, 2, 3 geldim. 3 cm geldim 3 denmiş. Peki, şuraya neden sıfır denmiş sence?

M: Çünkü sıfır anlamı yok ama o da bir sayıdır diye oraya...

A: Sıfır bir sayıdır. Sıfır deyince aklına ne gelir?

M: Yani sıfır hiç bir şey olmayan.

A: Mesela cüzdanımda hiç para yok. Kaç liram var?

M: Sıfır lira. Sıfır lira olan her şey bedavadır.

A: Mesela avucumda hiç elma yoksa kaç elmam var?

M: Hiç ama burada bir tane [eline bir kağıt koyup gösterir]

A: Ama benim avucumda hiç elma yok. Kaç elmam var derim?

M: Sıfır elma. Evet.

A: Sınıfımıza bir bak. Yazı tahtası var mı?

M: Yok.

A: Ne kadar kaç tane var?

M: Sıfır.

A: Peki şuraya (cetvel üzerine 1 noktası) geldim şurdan (cetvel üzerinde 0 noktası) başladım. Kaç tane bir santimim var?

M: 1 tane … 1 tane bir santimim var.

A: Şuraya (cetvel üzerinde 2 noktası) geldiğimde kaç tane bir santimim var?

M: 2.

A: Burada kaç santimim var o zaman? [Başlangıç noktası gösterilir]

M: Sıfır yani hiç yok.

A: Değil mi? Yani burada benim hiç uzunluğum yok. Sıfır tane santimim var.

M: Hı hı.

A: O yüzden sıfırın anlamı bu. Buraya geldiğimde benim hiç uzunluğum...

M: Olmaması… yok diyor.

Özellikle sıfır kavramını ve sıfırın cetvelde ne anlama geldiğini anlaması, cetveli anlamlandırması açısından önemlidir. Sıfır kavramına dair algılayışında, Mert hiçliği ifade etmek için kullanılan sıfırın bu anlamını sıfıra yordayarak, sıfıra hiçlik atamaktadır. Dolayısıyla dersin ilerleyen kısımlarında bu noktaya tekrar değinilir:

[…]

A: Bir arkadaşın cetveli 1'den başlatsa ona ne dersin?

M: Cetvelde sıfırdan başlaması gerektiğini söylerim.

A: Neden ki derse? Sana itiraz ederse?

M: Çünkü sıfır da bir sayıdır.

A: Sıfır da bir sayı olsun ne olacak ki derse?

M: …

A: Birden başlatırsa ne demek oluyordu ki bir? Şuradaki (cetvel üzerindeki) bir ne diyordu?

M: Bir uzunluk olduğunu diyor, ama sıfır uzunluk olmadığını diyor.

Dolayısıyla Mert'in sıfırın cetvelde ne anlama geldiğini fark ettiği düşünülebilir. Genel olarak cetvel üzerindeki sayıların ne anlama geldiği konusunda ise Mert "Hepsi kendi sayısını veriyor" ifadesini kullanır.

A: O ne demek?

M: ... yani kendi sayısı.

A: Mesela örnek verir misin?

M: Mesela bu kaç santim deyince kendisini söylüyorsun 13 cm.

A: Evet aslında ne demek istiyor?

M: …

A: 1, 2, 3, …, 13'e kadar buradaki şu [1 cm'lik doğru parçasının üzeri çizilir] uzunlukları toplamışım ben.

M: Hepsini toplamışız.

A: 16'ya geldiğimde 16 tane 1 cm'i toplamışım yani değil mi?

M: Evet.

A: 13'e geldiğimde kaç tane 1 cm'i toplamışım?

M: 13'e geldiğinde… yani 13'e geldiğimde 13 tane 1 cm'yi topladım.

A: 17'ye geldiğimde kaç tane bir santimetreyi toplamışım?

M: 17.

Mert'in cetvel üzerindeki birim sayısı olan 14'ün 14 tane 1 cm'nin birikimini ifade ettiğinin farkına vardığı söylenebilir. Kırık cetvelle bir soru sorulur ve Mert yine çentikleri sıfırdan başlatarak sayar ve doğru sonuca ulaşır. Ancak amaç birimleri saydığını fark ettiğinden emin olmaktır. Doğrudan ifade edilir: "Buradaki çentikler, sayılar bizim için önemli değil. Biz 1 santim 2 santim şeklinde bir santimetrelik uzunlukları topluyoruz. Bunu anlamanı istiyorum." Mert "Zaten anladığım için öyle yapıyorum. Zaten anlamıştım" şeklinde cevaplar. Bunun üzerine (kağıt üzerine kırık cetvelle) dersin başında sorulan ilk soru tekrar sorulur. Mert "Burası yine 0 oluyor burası 1 cm burası 2 cm" şeklinde açıklar. Mert hala

birimleri santimetre ile ifade etmeye devam etmektedir. Bunun üzerine özellikle belirtilir: "Bak bir cm bu kadar bir uzunluk" diyerek kestiği 1 cm'lik uzunluklar gösterilir.

A: Buna (mavi cetveldeki birimler) bir cm diyebilir miyiz?

M: Hayır.

A: O zaman buna birim diyebiliriz şimdilik. Şu birimden [uzunluk kalemle üzeri çizilerek vurgulanır] buraya kadar bir birim olmuş, şuraya kadar iki birim olmuş. Şuraya kadar?

M: 3 birim.

A: Şuraya kadar ?

M: 4 birim, 5 birim.

A: Birimleri sayıyoruz değil mi biz aslında?

M: Evet.

A: Şu çentiklerle işimiz var mı?

M: Yok.

Bu dersle Mert'in 0'dan başlayan cetvel üzerindeki 5 sayısının 5 tane bir santimetrenin birikimini kastettiğini, cetvel üzerindeki sayıların o kadar birimle kaplanan yer miktarını ifade ettiğini anlaması amaçlanmıştır. Kırık cetvel kullanımı öğrencilerin sahip oldukları kavrayışların ve kavram yanılgılarının ortaya çıkarılması bakımından önemlidir. Öğrencilerin birim kavramını fark etmeleri, uzunluk ölçümünde temelde yapılan eylemin çentikleri saymak değil birimleri saymak olduğunun fark ettirilmesi adına önemli görülmüştür ve öğretim etkinlik dizileri boyunca kırık cetvel kullanımına özen gösterilmiştir. Mert'in cetvelin 1 cm'lik uzunlukların birikimi ile oluştuğunu fark ettiği söylenebilir. Mert cetvel üzerindeki her bir sayı için "Kendi sayısını verir" ifadesiyle cetvel üzerindeki 5 sayısının 5 tane birimin yan yana gelmesini kastettiğini ifade etmektedir. Nitekim birim sayısı baştan sona kadar o birimlerce kaplanan uzaklığı temsil eder. Birimlerin arasında boşluk kalmaması gerektiğinin vurgulanması Mert'in uzunluğun sürekli olduğu düşüncesine katkı sağlamıştır. Mert'e santimetrenin referans alınan belirli bir uzunluk birimi olduğu tekrar vurgulanmalıdır. Belirli bir uzunluğun referans alınarak nesnelerle karşılaştırılması yoluyla yapılan ölçümde referans alınan uzunluk, birimi oluşturmaktadır. Öğrencilerin bunu fark etmesi önemlidir.

Sonraki öğretim oturumunda Mert'e 6 eş çubuğun yinelenmesiyle oluşan bir uzunluk gösterilir. "Bu şekilde ölçtüğümüzde uzunluğu belirlerken nasıl sayarsın?" sorusu sorulur. Mert "6 çubuk uzunluğunda" der. Daha sonra birim uzunlukları oluşturan çubukların aralarına çentikler konulur. "Bir arkadaşın bunun uzunluğu 6 çubuk kadar değil diyerek çentikleri saysa…" denilirken Mert "Aynı benim yaptığım" der ve çubukları saymak gerektiğini belirtir ve çentikleri kastederek "Oraları sadece buradan başlayıp burada bittiğini belirtiyor" der. Dolayısıyla çentiklerin çubukların uzunluklarını yani birim uzunluğunu belirttiğini ifade eder. Mert'in çentikleri saymanın bir hata olduğunu ve birimleri sayması gerektiğini fark ettiği düşünülebilir.

A: Mesela benim 6 cm uzunluğunda bir su şişem olmuş olsa nasıl ölçmüşüm onu?

M: 6 tane koyarak.

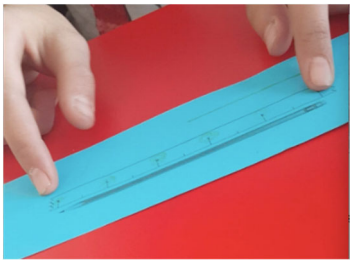
A: Ne koydum?

M: 6 tane 1 santimlik kağıt.

Bir nesnenin uzunluğu n birim uzunluğunda olduğunda bu aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına gelir. Dolayısıyla Mert'in bunu kavramaya başladığı söylenebilir. Bir sonraki öğretim oturumunda birim olarak santimetre kullanımına dair farkındalığını incelemek amacıyla sorulur. Mert 20 santimetre uzunluğunda bir cetvelde birimi 1 cm olduğunda 20 tane aralık olduğunu ifade eder ve 1 cm'lik bir uzunluk olarak cetvelde ardışık iki nokta arasındaki mesafeyi gösterir. Daha sonra bir turuncu kesir çubuğunun uzunluğunu yeşil kesir çubuklarıyla ölçmesi sağlanır ve 4 yeşil çubuk uzunluğunda olan turuncu çubuğun uzunluğunu santimetre cinsinden ifade etmesi istenir. Mert'in yeşil çubuğun uzunluğunu cetvelle ölçmesi sağlanır. Uzunluğu 5 cm'dir. Buradan yola çıkarak turuncu çubuğun uzunluğunun 20 cm olduğu birlikte bulunur. Dolayısıyla gerçekleştirilen öğretim etkinlikleri dizisi ile Mert'in santimetre şemasının santimetrenin yalnızca belirli bir uzunluğa verilen bir isim olduğu şeklinde özelleştiği ve Mert'in her ölçüm sonucunun cm ile ifade edilmemesi gerektiğini fark ettiği söylenebilir. Esas olarak Mert'in birim kavramının belirli bir uzunluk olduğunu fark etmesi ile birimleri sayma eylem şemasının değiştiği de düşünülebilir. Bu zihinsel temsillerin değişiminin bir sonucu olarak Mert'in artık n birim uzunluğu ifadesinin ne anlama geldiğinin farkında olduğu söylenebilir.

4.5.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 24-E, 25-E ve 26-E. Eda'ya bir kalem verilir ve cetvelle uzunluğunu ölçmesi istenir. Eda ölçer ve 17 cm der. Bunu üzerine 1 cm'nin ne kadar olduğunu göstermesi istendiğinde "Buradan buraya olan" diyerek Şekil 111'deki uzaklığı gösterir.



Şekil 111. Eda 1 santimetrenin ne kadar bir uzunluk olduğunu göstermektedir

A: 1 cm deyince ne anlıyorsun Eda?

E: Bunun ne kadar… yani… kalemin santim olduğu.

A: Kaç santimetre olduğunu mu diyorsun?

E: Evet.

A: Peki 1 cm ne kadar diyorum. Neden buradan buraya olan uzaklık?

E: Şey buradan başladığı ve burada bittiği için.

Şekil 112'deki aynı kalemi cetvelle ölçmesi istenir. "Bir bak bakalım cetvele göre kaç santimetreymiş?" denilir. Eda ölçer ve

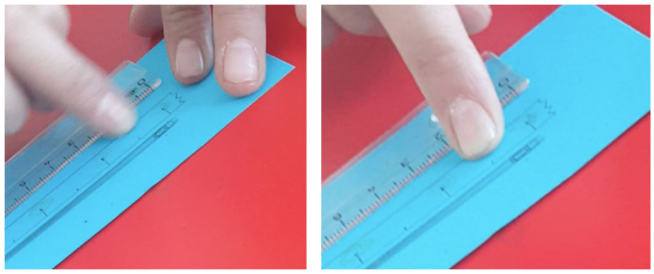
E: ıı 13. Ay…

A: O zaman?

E: …

A: 1 cm demiştin ama kaç santimetreymiş? 13. O zaman 1 cm ne kadar acaba?

E: Hımm şey şuralarda [cetvel üzerinde 1 cm etrafında parmağını gezdirir. Daha sonra cetveli çeker mavi kağıt üzerinde gösterir] Şuralarda bir yerde (Şekil 112a).



(a) (b)

Şekil 112. Eda'nın 1 santimetre gösterimi

A: Oralarda bir yerde derken?

E: Hımm… şurada (Şekil 112b)

Bunun üzerine Eda'dan 1 cm uzunluğunda bir şey çizmesi istenir. Eda cetveli alarak 0 ile 1 arasındaki mesafeyi dikkate alarak 1 cm uzunluğunda bir çizgi çizer.

A: O uzunluk 1 santimetre mi?

E: Evet.

A: Açıklar mısın nasıl çizdin?

E: Cetveli böyle koydum. Şöyle tam noktasından (0) şu 1 cm'e kadar şey yaptım, çizdim.

A: O zaman 1 cm ne kadarmış?

Eda çizdiği uzunluğu gösterir. Tekrar 1 cm'lik bir uzunluk çizmesi istenir.

A: Peki 1 cm'i nasıl tarif edebilirsin artık birisi sana sorsa?

E: …

A: Bana tarif et. Ne yaptın? Nasıl buldun 1 cm'yi?

E: Şey… sıfırdan bire kadar olan yeri çizdim.

A: Cetveldeki sıfırla bir noktası arasındaki?

E: Mesafe.

A: Peki 7 ile 8 arasındaki mesafe?

E: Hımm şey… 2… değil. 8…

A: Orası kaç santimetre acaba 7 ile 8 arasındaki mesafe?

E: 3 olabilir.

Bunun üzerine vurgulanır "7 ile 8 derken anladın değil mi? Şu 7 ile şu 8 arasındaki." diyerek cetvel üzerinde 7 ve 8 noktaları gösterilir. Bunun üzerine Eda sevinçle 1 der. Görüldüğü

üzere Eda öğretim öncesinde yaptığı hataları tekrarlamaktadır; tek boyutta kaplanan yer miktarını göz önünde bulundurmadan önce çentikleri sayar 2 der, daha sonra yalnızca çentikte yazan sayıyı okuyarak 8 der. Ancak 0 ile 1 noktası arasındaki mesafeye dikkatinin çekilmesi ve ardından 7 ile 8'in de cetvelde birer nokta olduğunun gösterilmesinin ardından aralarındaki mesafeye odaklanabilmiştir.

A: Nasıl söyledin?

E: Buradan bura (7 ve 8). Bunu da şey gibi düşünürsek sıfırla bir gibi düşünürsek 1 cm.

A: Peki mesela 11 ile 12 arasındaki mesafe?

E: Hımm bir.

A: 1 ne?

E: Santim.

A: 13 ile 14 arasındaki mesafe?

E: 1 cm.

Farklı nokta ikilileri arasındaki mesafeler sorulur ve Eda her birinin 1 cm olduğunu ifade eder.

A: Cetvelin uzunluğu ne kadar?

E: 20.

A: 20 ne?

E: Santim.

A: 20 santim. O zaman cetvel acaba kaç tane 1 cm'den oluşmuş?

E: …

Bunun üzerine kalan tüm aralıklar sorulur ve Eda 1 cm olduğunu ifade eder. "O zaman 20 cm uzunluğunda bir cetvelimiz var. Acaba kaç tane 1 cm'den oluşmuş?" diye tekrar sorulur ve Eda bilmediğini ifade eder ve sayabileceğini söyler. Eda çentikleri sayar ve atlayarak saydığı için 15 bulur.

A: 15 tane 1 cm'den mi oluşmuş?

E: Evet.

A: 15 tane 1 cm toplamda kaç cm eder? Yan yana getirsem 15 tane 1 cm'yi?

E: 18 ile 1'i toplarız.

A: 15 tane 1 cm'yi yan yana getirirsem toplam uzunluğum ne olur?

E: 16.

A: Nasıl?

E: 1 ile 15'i topladım.

Cetvelin 20 cm uzunluğunda olması ile Eda'nın birim sayımı arasındaki farkın tespiti ile Eda'nın bir bilişsel çatışma yaşaması ve çentikleri saymasının yanlış olduğunun gösterilmesi amaçlanmıştır. Ancak aritmetik hesaplamalar bunu zorlaştırmıştır.

A: Cetveli icat edenler 0 ile 1 arasındaki mesafeye 1 cm diyelim demişler. 2 ile 3 arasındaki mesafe ne kadar?

E: 1 cm.

Tekrar farklı aralıklar arasındaki mesafeler sorulur ve Eda yine hepsini 1 cm olarak cevaplar.

A: Peki aralarındaki mesafe 1 cm'den farklı olan ama ard arda gelen noktalar var mıdır bu cetvelde?

E: Vardır.

A: Hangileri?

E: Bunlar [milimetrik uzunlukları gösterir].

Eda'nın bunu fark edebilmesi birimin uzunluğuna dikkat etmeye başladığını gösterir.

A: Büyük çentikler 0'dan 20'ye kadar numaralandırılan çentikler arasında birbirinden uzaklığı 1 cm'den farklı olan var mıdır?

E: Yok.

A: Neden yoktur sence?

E: Çünkü biraz aralık var ve hepsinde de öyle. O yüzden yok.

A: Peki cetvel kaç tane 1 cm'den oluşuyor sence?

E: Hımm o zaman… 11.

Neleri saydığı sorulduğunda "Şununla şunun arasındaki diye böyle böyle gittim" diyerek çentikler arasındaki mesafeleri gösterir. Eda çentikler arasında aralıkların olduğunu ve bu aralıkların hepsinin aynı olduğunu ifade etmiş ve çentikleri değil aralıkları saymaya

başlamıştır. 11 bulmasının sebebi dikkatsizliği nedeniyle aralıkları atlayarak saymasıdır. Eda'nın kaçırdığı aralıkları fark ederek sayması sağlanır ve 20 tane 1 cm olduğunu sayar.

A: Neymiş?

E: 20 santim.

A: Kaç tane 1 cm var?

E: 20 tane.

Yapılan bu konuşmaların Eda'nın 15 cm, 3 kalem uzunluğu gibi ölçüm sonuçlarını anlamlandırmasında da katkısının olacağı düşünülmüştür. Daha sonra "Cetvelde kaç tane 1 cm varmış kendimiz de görelim" diyerek bir kağıda cetveli kopyalaması istenir. Kaç tane 1 cm olduğu sorulur ve Eda 20 şeklinde cevaplar. Daha sonra cetvelin 9 noktasından kırıldığını düşündüğünde kaç tane 1 cm'i olacağı sorulur. Eda aralıkları sayar ve 9 tane olduğunu bulur.



Şekil 113. Eda kestiği 1 santimetrelik kağıt parçalarıyla kalemin uzunluğunu ölçmektedir

Daha sonra Mert ile gerçekleştirilen etkinliğin aynısı tekrarlanır. Eda'dan cetvele göre 1 cm uzunluğuna sahip kağıt parçaları kesmesi istenir. "Kaç tane 1 cm'lik kağıdın olması lazım o zaman?" sorusunu Eda 20 şeklinde cevaplar. Hepsinin 1 cm olması gerektiği, birbirlerine eşit olması gerektiği vurgulanır. Uzunluğu daha önceden bilinen kalemin uzunluğunu elindeki 1 cm uzunluğundaki kağıt parçalarıyla tekrar ölçmesi istenir. Bu etkinlik yoluyla Eda'nın cetvelde dikkate alınması gerekenin birimler olduğunu ve ölçümde esas olanın birimlerle kaplanan yer miktarını saymak olduğunu sezmesi amaçlanmıştır. Başka bir nesneyi daha bir cm'lik kağıt parçasıyla ölçmesi istenir.

A: Birimimiz ne?

E: 1 cm.

A: Evet 1 cm'lik bir uzunluğu dikkate alarak ölçümümü yapıyorum. Şu kare pulları kullanırsam birimim ne olur?

E: 2 cm.

A: İlla cm olmak zorunda mı? Ölçerken neyi kullanıyoruz?

E: Kareleri.

A: Karelerin kendilerini mi kullanıyoruz? Tam olarak neyi kullanıyoruz?

E: Şu tarafı kullanıyoruz [kenarı gösterir]

A: O tarafın neyini dikkate alıyoruz?

E: Uzunluğunu.

A: O zaman bizim birimimiz ne oluyor?

E: Şu karenin [kenarı gösterir] uzunluğu. […] Kenarının uzunluğu.

Dolayısıyla Eda'nın kestiği 1 cm'lik birimlerin uzunluklarının eş olması gerektiğine yapılan vurgu ile birlikte bu diyalogun, Eda'nın birim kullanımında esas olanın birimin uzunluğu olduğunu fark etmesine yardımcı olduğu düşünülebilir. Daha sonra 1 cm'lik kağıt parçalarının birim olarak kullanımında nelerinin dikkate alındığı sorulur ve Eda uzun kenarını göstererek "kenarının uzunluğu" der. Eda ölçerken birimleri kaydırmamak için zorlanır. Ölçme eylemi sonlandıktan sonra sorulur:

A: Peki biz her şeyi böyle ölçmeye kalksak nasıl olur Eda?

E: Çok zaman alır. Zor olur.

A: O yüzden demişler ki biz bir alet oluşturalım ölçmemizi kolaylaştırsın. Sence neyi icat etmiş olabilirler?

E: Cetveli.

A: Haydi biz de oluşturalım mı cetveli? 20 cm'lik bir cetvel oluşturalım.

Bunun üzerine 1 cm'lik birimler yerleştirilerek cetvel oluşturulur. Eda'ya "Birimleri nasıl yerleştirmemiz lazım?" sorusu sorulduğunda "Tam ve doğrusal" der. Tamamen kaplanması gerektiğini ve doğrusal olması gerektiğini kastetmektedir. Cetveli okuma ile 1 cm'lik birimlerle yapılan ölçümde birimlerin toplanmasının kolaylaştırıldığını ve aslında aynı eylemin yapıldığını fark ettirmek amacıyla,

A: Demişler ki burada yapacağım ne? Biz kalemi ölçerken 1 cm'lik birimleri yan yana koyduk. Sonra uzunluğunu belirlemek için ne yaptık? Sen ne yaptın bir düşün.

E: Yan yana koydum sonra saydım.

der. Dolayısıyla Eda'ya cetvelde de gerçekleştirilen eylemin temelde birimleri saymak olduğu fark ettirilmiştir. Bunun üzerine 1 birim ilerledikten sonra sorulur:

A: Buraya geldim kaç birim saydım?

E: 1.

A: O zaman burasına 1 olsun demişler. Birimimiz ne 1 cm. Şuraya geldim saydığımda kaç tane 1 birim var?

E: 2.

A: O zaman buraya 2 olsun demişler.

Şeklinde 10'a kadar çentikler numaralandırılır.

A: O zaman ben bir uzunluğu ölçerken birimleri bu şekilde yan yana koyduğumda tutup bu çentikleri mi saymam lazım yoksa birimleri mi saymam lazım?

E: Şuradan şuraya olan aralıkları saymam lazım.

A: Evet bu uzunluktan kaç tane var diye saymam lazım değil mi? Şu çentiği saymam mantıklı mı?

E: Hayır.

A: Çünkü biz burada neyi sayıyor muşuz aslında?

E: Uzunluk birimini.

A: O zaman cetvelde ne yapmamız lazım?

E: Şey aralık yani şuradan şuraya olan (iki nokta arasındaki) mesafeyi saymamız lazım.

A: Cetvelde 18'e geldiğimde kaç tane birimim var o zaman?

E: 18.

A: 19'a geldiğimde?

E: 19.

A: 19 tane 1 cm'lik uzunluğa sahibim. Peki şurada [başlangıç noktası gösterilir]?

E: Sıfır yani yok hiç.

A: Hiç olmayan ne?

E: Yani hiçbir şey yok anlamında.

A: Biz neyi sayıyoruz burada?

E: Aralıkları.

A: Uzunlukları sayıyoruz değil mi?

E: Evet.

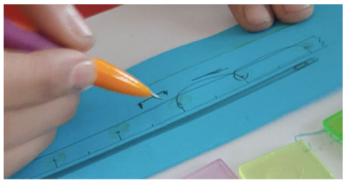
A: O zaman sıfır yok derken neye yok diyor?

E: Birim yok yani aralık yok demek.

A: Hiç uzunluk yok buraya kadar demek değil mi?

E: Evet.

Daha sonra mavi cetvel verilir ve birimlerinin farklı olduğu vurgulanır. Eda Şekil 114'deki gibi birimleri sayar ve 5 bulur.



Şekil 114. Eda birimleri saymaktadır

A: 5 tane ne?

E: San… şey birim.

Bunun üzerine bir santimetrenin ne kadarlık bir uzunluk olduğu Eda'ya tekrar hatırlatılır. 5 cm'nin ne kadar bir uzunluk olduğu gösterilir ve bu birimlere 1 cm diyemeyeceğimiz üzerinde anlaşılır. Mavi cetvelde birimi göstermesi sağlanır ve "O birim kadar 5 taneymiş bu kalemin uzunluğu" denilir. Cetvel üzerinde kalem 5 noktasından itibaren yerleştirilir ve uzunluğu sorulur. Eda birimleri sayarak doğru bir şekilde ölçer.

A: O zaman cetvel üzerindeki 9 bana ne diyormuş?

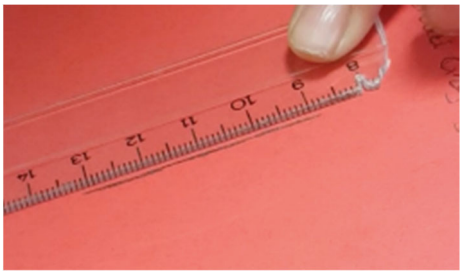
E: Ben 9 tane birimim. Buraya gelene kadar 9 tane birimim var.

A: Cetvelde birimimiz santimetre olduğu için 9 cm. Ama mesela başka bir birim uzunluğa göre bir cetvel oluşturmuş olsaydık. Bundan 9 tane olsaydı 9 tane ne kadar diyecektik?

E: Bu birim.

Sonraki öğretim oturumunda Eda'ya sorulduğunda cetvel üzerindeki 5'in "Ben sıfırdan başlayarak buraya kadar 5 tane santimle geldim diyor" der. 5 tane kaç santimle geldiği sorulduğunda 1 cm olduğunu belirtir. Başka bir seferde Eda 7 birim ifadesinin "Ben buraya gelene kadar 7 tane birim sayısıydım" anlamına geldiğini ifade eder. Eda'nın ifadesinden uzunluğun sürekli ve toplamsal olduğunun farkında olduğu da söylenebilir. Bu konuşmanın

üzerine Mert'in farklı birimleri cm ile ifade ederek yaptığı hatayı Eda'nın da yorumlayabilmesi için farklı bir birimle bir kalemin uzunluğu ölçtürülür. Sonucu ifade etmesi istendiğinde Eda da Mert gibi 4 cm der. Öğrencilerin santimetreyi öğrendikten sonra bu şemayı tüm ölçüm sonuçlarına uygulamak gibi bir yönelimlerinin olduğu düşünülebilir. Bunun üzerine Eda'ya 1 cm'nin ne kadar olduğu sorulur ve Eda kullanılan birimin yarısını gösterir. Eda'dan 4 tane 1 cm'nin ne kadarlık bir uzunluk olduğunu çizmesi istenir ve 8'den başlayan bir kırık cetvel verilir. Eda doğru bir şekilde 4 cm'lik bir uzunluk çizer (Şekil 115).



Şekil 115. Eda'nın çizdiği 4 cm'lik bir uzunluk

A: Bunun uzunluğu kaç oldu şimdi?

E: Hımm 13.

Eda'nın önceki öğretim oturumlarında ve bu oturumun başında verdiği cevaplarının, 4 tane 1 cm'lik bir uzunluğu kırık bir cetvelle doğru bir biçimde çizmesinin ve şimdiki verdiği cevapların birbirleri ile çeliştiği görülmektedir. Eda'nın ölçme eylemine ve birim kavramına dair oluşturduğu şemanın tek bir öğretim oturumuyla içselleştirilemediği ve içselleştirme için daha çok tekrarın gerektiği söylenebilir. Ancak öğrencilerin her kavram veya eylem için bu şekilde tekrara ihtiyaç duymadıkları düşünülmektedir. Bunun üzerine Eda'ya cetvel ve cetvel üzerindeki sayıların ne anlama geldiği tekrar sorgulanarak hatırlatılır. Daha sonra çizdiği çizgiye dönülür:

A: Sen buradan buraya gelene kadar kaç tane 1 cm ile geldin?

E: 4.

A: O zaman bunun uzunluğu nedir?

E: 4 cm.

A: Aynen öyle. O zaman peki neden bu cetvelle ölçünce 13 cm dedin? Neden böyle bir problem oldu?

E: Şey… bunu gerçek sayısıyla yapmalıydım.

A: Nasıl?

Eda bu seferde çentikleri 1'den başlayarak isimlendirir ve 5 bulur.

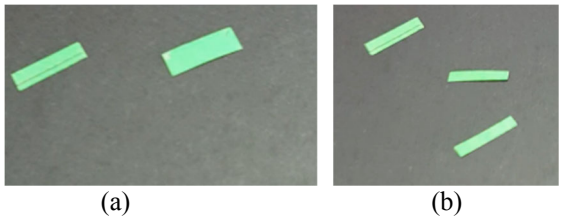
A: Burayı 1'den başlatırsan 1 ne demek oluyor? Bana gelene kadar 1 cm'lik bir mesafe var demek oluyor. Ama var mı burada?

E: Yok.

A: O zaman buraya (9 noktası) ne demeliyiz?

E: Sıfır.

1 cm'lik birimler teker teker Eda ile birlikte sayılarak uzunluğun 4 cm olduğu bulunur. Çentikleri numaralandırmaktansa birimleri sayması gerektiği vurgulanır. 6 cm'lik bir çizgi çizilir ve kırık cetvelle ölçmesi istenir. Eda birimleri sayarak doğru bir şekilde ölçer. Görüldüğü üzere Mert'de olduğu gibi Eda'ya hatasını göstermek için yapılan bir eylemde, o eylemde de hata yaptığı için ilk amaçtan farklı amaçlara yönelmek gerekmektedir. Öğrenciler böyle hataları genellikle dikkatleri dağınık olduğunda yapmaktadır. Hiyerarşik etkileşimciliğin ilkelerinde belirtildiği gibi öğrenciler bir dikkatsizlik ya da bir moral bozukluğu durumunda önceki şemalarına geri dönebilmektedirler (Clements, 2011). Eda'nın önceki öğretim oturumunda neler yapıldığını ayrıntılı bir şekilde hatırlaması sağlanır. Daha sonra 1 cm'nin ne anlama geldiği sorulur. Eda cetvelde iki noktayı gösterir "Şunun arasındaki mesafeye, 8 ile 9 arasındaki mesafeye 1 cm diyoruz" der. Daha sonra "1 cm kağıdı yapalım" diyerek Eda'dan uzunluğu 1 cm olan bir kağıt parçası kesmesi istenir. Aynı Etkinlik Mert ile Öğretim Etkinlikleri Dizisi 9'da gerçekleştirilmiştir. Eda cetvele göre uzunluğunu belirlediği bir kağıdı keser (Şekil 116a). "Nereden nereye olan uzunluğu 1 cm?" diye sorulur ve Eda "şuradan şuraya olan mesafe" diyerek uzun kenarı gösterir.



(a) (b)

Şekil 116. (a) ve (b) Eda uzunluğu bir santimetre olan kağıt parçaları keser

A: Peki ben bu kağıdı şu kısa kenarından şöyle kessem (Şekil 116b). Hala bunu 1 cm olarak kullanabilir miyim?

E: Kullanabiliriz.

A: Neden?

E: Çünkü bunun altını kestiniz. O yüzden.. yani uzunluğu gitmedi 1 cm'nin uzunluğu.

A: Peki bunu alsam bunu da kessem? (Şekil 116b)

E: Uzunluğu bozulmaz yani 1 cm bozulmaz.

A: Peki daha da kessem daha da inceltsem? [yine kesilir]

E: Yine bozulmaz diye düşünüyorum. Bozulmaz.

A: Daha daha inceltsem?

E: Bozulmaz.

A: Hiç göremeyeceğimiz kadar inceltsem?

E: Bozulmaz.

A: Ortasından kesersem? [uzun kenarın ortası gösterilir]

E: Bozulur.

Daha sonra kağıt üzerinde 1 cm uzunluğunda bir çizgi çizilir ve tam çizgi üzerinden kağıt kesilir:

A: Bu iki kağıt arasında bir boşluk var ama çok ince göremiyoruz. Ama orası da 1 cm mi?

E: Evet.

A: Peki bu 1 cm'ye özel bir durum mu?

E: Hayır başka uzunluklarla da geçerli olur.

Eda'dan konuşulanları özetlemesi istendiğinde uzunluğun hangi durumlarda değişeceğini hangi durumlarda değişmeyeceğini doğru bir biçimde açıklar. 1 cm'lik tel parçası kesilir. Ve kesilen kağıt parçalarıyla birlikte kağıda yapıştırılır. Bu etkinlikten sonra tekrar öğretim oturumunun başında sorulan soruya 4 birimle ölçülen kalemin uzunluğunu nasıl ifade edeceği noktasına dönülür. Ölçmek için birimin neresinin kullanıldığı sorulur. Eda doğru kenar uzunluğunu gösterir. Açıklaması istendiğinde "1 cm'yi kullanıyorum. Yani başlangıç ve bitiş noktasını kullanıyorum" Başlangıç ve bitiş noktaları gösterilerek "Şurayla şura arasındaki neyi kullanıyorsun?" sorusunu Eda uzunluğu şeklinde cevaplar. O uzunluğun 1 cm olup olmadığı sorulur ve Eda 1 cm olduğunu ifade eder. Ancak sonra fark ederek "A.. yok" der. Kestiği 1 cm'lik uzunluklarla karşılaştırması istenir. "Kontrol et bakalım 1 cm kadar mı?" Eda karşılaştırır ve olmadığını görür.

A: O zaman başka türlü nasıl ifade edebiliriz bu uzunluğu?

E: Bunu ölçmemiz lazım.

A: Cetvelimiz yok böyle ölçeceğiz ve illa cm cinsinden ifade etmek zorunda mıyız?

E: Hayır.

A: Nasıl ifade ederiz o zaman?

E: Bunları (birimleri) 1 cm olarak düşünebiliriz.

A: Bunları 1 cm olarak düşünürsek kalemin uzunluğu 4 cm olmuş olur. Ama 4 cm ne kadardı? Şu kadarcık bir şey değil mi? [cetvel üzerinde gösterilir]

E: Evet.

A: Başka nasıl ifade edebiliriz?

E: … bulamadım.

[…]

E: Bunları (birimler) ölçebiliriz kaç cm olduğunu. Sonra hepsini toplayıp bunun tam şeyini bulabiliriz.

A: Evet çok güzel. Çünkü bu birimlerin uzunlukları 1 cm mi?

E: Hayır.

A: Biz 1 cm'e çok yakın bir uzunlukla bile ölçsek emin olabilir miyiz? Hemen 1 cm sayabilir miyiz bunu?

E: Hayır.

A: O zaman böyle bir uzunlukla ölçtüğümüzde ne yaparsın?

E: Bunu (birimi) önce cetvelle ölçerim. Bu mesela 2 cm oluyor cetvele göre. Sonra hepsini 2 cm olarak ölçerim yani. 2 cm, 2 cm, 2 cm diye. Sonra onları toplarım toplam şeyini bulurum.

Dolayısıyla nesnenin uzunluğunu cm cinsinden ifade etmek istediğinde, kullanılan birimin cm cinsinden uzunluğunu bularak kaç birim kullanıldıysa o kadar toplayacağını ifade etmesi Eda'nın birim ve eylem şemasını kullanarak yaptığı bir akıl yürütme örneğidir. Birim kavramının bir nesnenin uzunluğunu ölçme eyleminde kıyaslamada dikkate aldığımız uzunluk olduğu vurgulanır. Eda'dan farklı bir birimle bir kalemin uzunluğunu ölçmesi

istenir. Eda ölçme eylemini gerçekleştirir ve birimi göstererek "Bununla 4 tane uzunluk" der. Hangi uzunluk olduğu sorulur.

E: Mesafe… şey… bu…

A: Ne kullandıysan onu söyle. Ne kullandın?

E: Çubuk.

A: O zaman 4 tane

E: Çubuk.

A: 4 tane kırmızı çubuk uzunluğunda. O zaman 4 cm diyebilir miyiz?

E: Hayır.

Eda'ya farklı araçlarla çeşitli ölçme etkinlikleri yaptırılır ve Eda ölçüm sonuçlarını kullandığı birim cinsinden ifade eder. Birimlerden biri için sorulur:

A: 1 cm diyebilir miyiz?

E: Diyemeyiz çünkü 1 cm olduğunu… tam şey değil yani 1 cm değil. O yüzden diyemeyiz.

A: Cm cinsinden ifade etmek istersek?

E: Bunun (birimin) ne kadar 1 cm olacağını bulacağız sonra hepsini toplayacağız.

Görüldüğü üzere gerçekleştirilen etkinlikle Eda'nın santimetreye ait şemasının 1 cm'nin cetvelde kullanılan belirli bir uzunluğa verilen bir isim olduğu, cetvelde kullanılan bir birim olduğu fikirlerini içerecek şekilde yapılandığı söylenebilir. Aynı zamanda 1 cm'nin ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihinsel bir temsil oluşturmasının sağlandığı da söylenebilir. Ancak Eda dikkati dağınık olduğunda veya düşünmeden verdiği cevaplarda birkaç defa ölçüm sonuçlarını cm ile ifade etmiştir veya birimi cm ile karıştırmıştır:

A: Arkadaşın seni arıyor Eda diyor ki "Eda hani bizim mor çubuğumuz vardı ya hatırlıyor musun? Ben onunla evdeki kitabı ölçtüm. 15 tane mor çubuk kadar" diyor. Sen bu ifadeden ne anlıyorsun?

E: Şey… 15 tane mor çubuk uzunluğu kadar anlarım

A: 15 neyi ifade ediyor?

E: Ben buraya gelene kadar 15 santimle geldim

A: Santim?

E: 1 cm'le.

A: Cetvel üzerindeki 15 onu söylüyor ama buradaki 15 mor çubuk ne ile geldim diyor?

E: 15 tane mor çubuğun uzunluğu kadar geldim.

Eda'dan bu ifadenin ne demek olduğunu görsel olarak anlatması istendiğinde mor çubuğu alır ve 15 kere yineler. Bu hataların Eda'nın dikkati dağınık olduğunda ya da düşünmeden cevap verdiğinde görülmesi, öğrencinin böyle anlarda önceki şemalarına döndüğünü gösterebilir. Eda'nın önceki şemasına dönme durumuna güzel bir örnek ise Öğretim Etkinlikleri Dizisi 8'de gerçekleşmiştir ancak söz konusu öğretim etkinlikleri ile ilgili olduğu için burada paylaşılmıştır. Eda Şekil 117a'da görülen uzunluğu öncelikle 2 cm olarak yazar. Daha sonra biriminin ne olduğu sorulduğunda "Aa karıştırmışım" diyerek çentikleri Resim 117a'daki gibi yuvarlak içine alarak sayar ve 3 cm şeklinde sonucu yazar ve milimetre cinsinden de 30 mm olacak şekilde çentik sayımını manipüle ederek 10, 20, 30 şeklinde bir toplama yapar. Bunun üzerine 3 cm ifadesine dikkati çekilir ve

A: 3 cm ifadesinde senin birim uzunluğun ne?

E: 1 cm olarak.

A: 3 neyi ifade ediyor?

E: 3 yani şu aralıktaki (1 cm) 10 tane şeyimiz var. O 10 tane milimetre bir araya gelip 1 cm'i oluşturuyor. Ve o 1 cm, 2 cm, 3 cm diye devam ediyor.

A: 3 cm bize ne diyor?

E: Buraya gelene kadar yani buradan (0 noktası) 2'ye gelene kadar … [Eda burada hatasını fark etmeye başlar] 3 sa…

A: Evet ne söylüyor oradan 2'ye gelene kadar?

E: … [kalemiyle 1 cm'lik birimi tarayarak sayar] şey… 2. Yanlış yazdım 2 olacaktı.

A: Neden 2 olacak ki?

E: Bir iki [birimleri sayar].

A: Bu saydıkların ne?

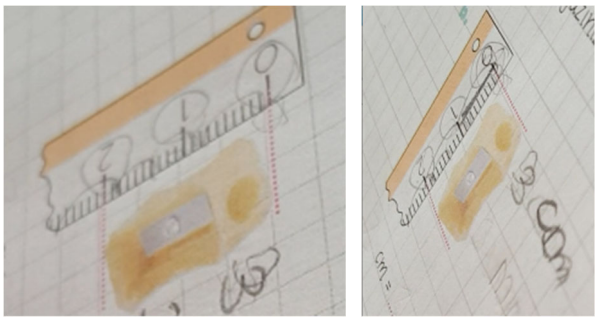
E: 1 santimim

A: 3 cm deyince neden yanlış oldu?

E: Ben şunları saydım (çentikler).

A: O zaman onları saymaman mı lazımmış yani?

E: Şu şeyi sayacaktık [0 ile 1 arasına bir çizgi çizer. Şekil 117b]



(a) (b)

Şekil 117. Eda resimdeki cetvele göre kalemtraşın uzunluğunu ölçmektedir

Görüldüğü üzere söz konusu öğretim oturumu son beş oturumdan biridir. Eda önceki oturumlarında, Öğretim Etkinlikleri Dizisi 8'de görüleceği üzere, milimetrik aralıkları bile sayabilmektedir. Ancak buna rağmen ilk şemasına geri dönebilmektedir. Eda'nın yapılan sorgulama ile akıl yürüterek doğru yapılandırmaya kendisinin ulaştığı görülebilir. Hemen bir sonraki öğretim oturumunda Eda'ya bir cetvel gösterilerek sorulur: "Cetvele acaba ne yaparsak yanlış ölçer?" Eda "0'dan başlamazsa" der ancak böyle bir durumda yine 1 cm'lik birimleri sayarak doğru sonuca ulaşılabileceği sonucuna ulaşılır. Cetvele başka ne yapılırsa yanlış ölçeceği sorulur. Eda soruyu cevaplamaz, bunun üzerine biraz ipucu vermek için "Mesela şuradan (cetvelin eni) ortadan ikiye kessem yanlış ölçer mi?" diye sorulur ve Eda "hayır" der. Eda "Sayıları yanlış yazılırsa" der ancak böyle bir durumda da yine birimleri sayarak doğru sonuca ulaşabileceği konusunda anlaşılır. Bunun üzerine:

A: Ama acaba böyle olduğu halde ne yaparsak yanlış olur? Biz birim uzunlukları sayıyoruz ya 1 cm, 1 cm diye. Ne yaparsak …

E: Bir santimleri büyültüp ya da küçültmek de yanlış olur.

A: Örnek verir misin?

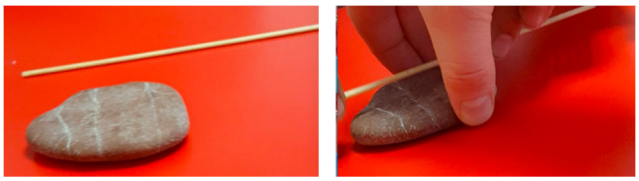
E: Mesela yaparken 1 cm'i küçük alırlarsa ve ona 1 cm derlerse yanlış olur.

A: Evet. Ya da şöyle daha uzun bir birime 1 cm derlerse?

E: Evet.

Görüldüğü üzere Eda cetvelde çentiklerin yanlış isimlendirilmesi ihtimalinde birimleri sayarak doğru sonuca ulaşabileceği fikrine ulaşmış ve birim uzunluğun 1 cm'den uzun veya kısa olması durumunda cetvelin yanlış bir ölçüm yapacağını belirtmiştir. Eda'nın bu

ifadeleri, birimin uzunluğunun esas olduğu fikrini ve aynı zamanda ölçme eylem şemasının çentikleri değil söz konusu birimle kaplanan yer miktarını ölçme olduğunu göstermesi bakımından önemlidir. Alıştırma olması bakımından sonraki öğretim oturumunda Eda'nın bir Eda cetveli oluşturması istenir ve birim uzunluğun adının Eda uzunluğu olmasına karar verilir. Eda birim uzunluğunu 2 cm olarak belirler ve cetvelini çizer ve numaralandırır. Eda'ya cetvel üzerinde 3 noktasında bulunan bir kuşun 4 Eda uzunluğu ilerlediğinde hangi noktada olacağı, 2 Eda uzunluğu geri gittiğinde hangi noktada olacağı, 4 cm ilerlediğinde hangi noktada olacağı gibi hem 2 cm'yi göz önünde bulundurmasını hem de kendi belirlediği birime göre hesaplama yapmasını sağlayan sorular sorulur. Böylelikle Eda'nın ölçme eylem şemasını çentikleri saymak değil birimleri saymak şeklinde şekillendirdiği söylenebilir. Eda'dan Şekil 118'deki gibi çubuğun uzunluğunu bir taş ile ölçmesi istenir. Amaç uzunluk niteliğini dikkate alıp almadığını incelemektir. Eda taşı sabit tutup çubuğu hareket ettirerek ölçer. Taşın boy uzunluğunu referans olarak alır ve ölçüm sonucunu "iki buçuk" şeklinde ifade eder.



Şekil 118. Eda'nın çubuğun uzunluğunu bir taş ile ölçme eylemi

A: İki buçuk ne?

E: İki buçuk… taş…taş.

A: Taşın hangi özelliği kullanarak ölçtün.

E: Şurasını [boy ebatını gösterir] uzunluğunu kullanarak ölçtüm.

A: O zaman bana öyle bir tarif et ki bu ölçüm sonucunu, ben "Aa Eda uzunluk ölçmüş gerçekten" diyeyim.

E: Taşın uzunluğu kadar bu çubuğu ölçtüm.

A: Ne kadar buldun?

E: İki buçuk… […] iki buçuk tane taşın uzunluğu ile buldum.

A: Peki şu silgi ile ölçsen uzunluğu ne olur tahmin et.

E: 10.

A: Nasıl ifade edeceksin?

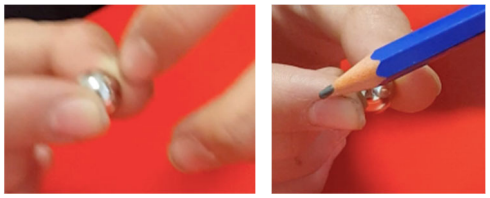
E: 10 tane silginin uzunluğu kadar.

Silginin farklı uzunluklara sahip olduğu hangi uzunluğu referans aldığının önemli olduğu vurgulanır. Eda'nın ölçüm sonuçlarını ifade ederken artık birimi açıkça söyleyebilmesi ve bunu uzunluk biçiminde ifade edebilmesi önemlidir.

A: Ölçümlerimizde farklı farklı araçları kullanıyoruz değil mi? Bu araçların hangi özelliğini dikkate alıyoruz her defasında?

E: Uzunluğunu.

Eda Şekil 119'deki bilyenin uzunluk ölçümünde araç olarak kullanıldığı takdirde parmakları ile tuttuğu haliyle parmakları arasındaki mesafeyi birim olarak kullanabileceğini ifade eder. Eda'nın kalem yardımıyla yüzeydeki eğriyi değil iki nokta arası doğrusal mesafeyi ele aldığı anlaşılır.



(a) (b)

Şekil 119. Eda'nın bilye ile uzunluk ölçme eylemi

Nasıl ifade edebileceği sorulduğunda "15 tane … yuvarlağın… yuvarlağın… yuvarlak kadar" şeklinde ifade eder. Eda'nın belirlediği uzunluğu ifade edecek kelimeleri bulamadığı için bu şekilde ifade ettiği düşünülmektedir. Bunun üzerine "Ama öyle dersen 15 tane bilyeyi bir bardağın içine doldurduğunu düşünebilirim. Ne dememiz lazım?" diye sorulduğunda "Şuradaki [Şekil 119a'daki uzunluğu tekrar göstererek] mesafe kadarını kullandık" diye ekler. Görüldüğü üzere Eda kullanılan aracın, birimin uzunluğunun dikkate alındığını ifade edebilmektedir. Uzunluğun tek boyutta yer kaplama olduğu fikri ve buna uygun birim seçimi eylem şeması birbirini etkileyen şemalardır. Bu bağlamda şimdiki öğretim etkinlikleri dizisi ile Öğretim Etkinlikleri Dizisi 9'un uzunluğun tek boyutta yer kaplama olduğu fikrine dair zihinsel temsillerin yapılandırılmasıyla uygun birim seçimi eylem şemasını birlikte destekleyecekleri düşünülmektedir. Bunlara ek olarak, söz konusu öğretim etkinlikleri dizisi ile Eda'nın uzunluk ölçme eylem şemasının, nesnenin ölçülen birimle kaplanan uzaklığını, o birim cinsinden ifade etmek olduğu ve ölçüm sonucunun nesnenin referans alınan belirli bir uzunluk tarafından kaplanan uzaklığı ifade ettiği fikirlerini içerdiği düşünülebilir. Aynı zamanda Eda'nın birim kullanımın öneminin farkına vardığı da düşünülebilir. Birimlerin

uzunluklarına yapılan vurgu ile Eda'nın uygun birim seçimi eylem şemasının birimde dikkate alınan niteliğin uzunluk olduğu fikrini içerecek şekilde yapılandırıldığı düşünülebilir. Ancak sonraki öğretim oturumlarında da görülmüştür ki Eda cetveldeki çentikleri Mert gibi anlamlandıramaz. Önceki şemasına geri dönmediği takdirde, uzunluk ölçümünde çentikler arasındaki mesafeleri dikkate alır, ancak çentiklerin birimlerin başladığı ve bittiği noktaları ifade ettiğini açıklayamaz.

4.6. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 6: Birimlerin Yinelenmesi

4.6.1. Öğretim Öncesi

Söz konusu öğretim etkinliği dizisinde birimlerin yinelenmesi incelenmiştir. Eş birimleri yineleme eylemi incelendiğinde, Mert birimler arasında boşluk kalmayacak ve üst üste binmeyecek şekilde eylemi gerçekleştirebilmektedir ve bunun gerekliliğini sözel olarak ifade edebilmektedir. Mert bir birimin tekrarlı kullanımında;

A: Sadece bir tanesi olsa elimizde onunla da yapamaz mıyız? Tek onu kullanarak?

M: Evet.

A: Neye dikkat edeceğiz onu yaparken?

M: Çizgiden taşmamasına (birimlerle ölçülen nesnenin tamamen kaplanması gerektiğini ifade etmektedir).

A: Evet bir sonraki adımda?

M: Doğru ilerlemesi yani yamuk yamuk değil boşluk bırakarak değil.

A: Aynen öyle. Peki üst üste koyarak ölçsem olur mu? Şöyle [gösterilir].

M: Üst üste koyarak ölçemeyiz olmaz.

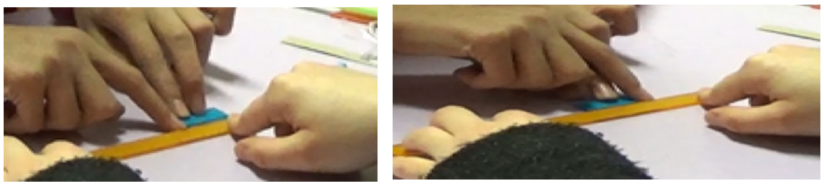
A: Neden olmaz?

M: Çünkü olmaz. Neden olmaz bilmiyorum.

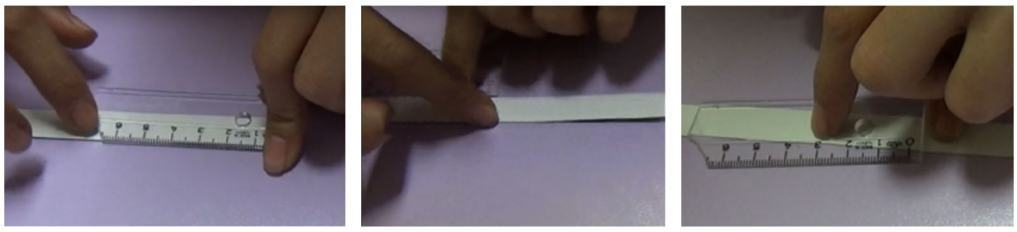
Görüldüğü üzere Mert'in birimleri yineleme eylem şeması, ölçülen nesnenin birimlerce tamamen kaplanması gerektiği, doğrusal olarak uzunluk boyunca ilerlemesi, birimler arasında boşluk olmaması ve birimlerin üst üste binmemesi gerektiği bilgilerini içermektedir. Sözel olarak ifade ettiği bu bilgileri Mert fiziksel olarak da uygulayabilmektedir ancak gerekçelerini açıklayamamaktadır. Dolayısıyla Mert'in

birimlerin yinelenmesine dair bütünleşik somut anlamalar geliştirebilmesi için bu nedenleri kavrayabilmesi gerekmektedir.

Eda birimlerin yinelenmesinde, birimler arasında boşluk olmaması gerektiğini ve birimlerin üst üste binmemesi gerektiğini ifade eder ancak gerekçelerini açıklayamamakta ve uygulamada Şekil 120'de görüldüğü üzere birimler arasına parmaklarını koymaktadır.



Şekil 120. Eda fiziksel bir nesneyi yineleyerek kesir çubuğunun uzunluğunu ölçmektedir



Şekil 121. Eda kırık cetveli yineleyerek kesir çubuğunun uzunluğunu ölçmektedir

Eda kırık cetveli yineleyerek yaptığı ölçümde araya parmağını koyduğu (Şekil 121) için 18 cm uzunluğunda olan kağıdı 14 cm olarak bulmuştur. Eda tek bir fiziksel birimi yineleyerek ölçme eylemini gerçekleştirebilmektedir ancak yineleme esnasında birim uzunluğun bitiş noktasını belirlemek amacıyla birimler arasına parmaklarını koyabilmekte ve sonraki birimi parmağının bittiği noktadan itibaren devam ettirebilmektedir. Dolayısıyla parmağının uzunluğunu toplam uzunluğa dahil etmemektedir. Birimlerin üst üste binmemesi ve aralarında boşluk kalmaması gerektiğini sözel olarak ifade eder. Ancak bu şemaları içselleştiremediği ve üzerlerinde işlem yapamadığı düşünülebilir. Öğrencinin eylem şemasında, birimlerin üst üste binmemesi ve aralarında boşluk kalmaması gerektiğinin sözel-dilsel formda yer aldığı ancak içselleştirilemediği ifade edilebilir. Dolayısıyla Eda birimi yinelemede birimlerin üst üste binmemesi ve aralarında boşluk kalmaması gerektiğini açıkça ifade edebilir ancak fiziksel bir birimle gerçekleştirdiği yineleme eyleminde buna dikkat etmeyebilir veya bunu gerekçelendiremeyebilir:

A: Ölçerken birimlerimiz arasında boşluklar olsa olur muydu?

E: Hayır. Kapalı olması gerekiyor, birleşik olması gerekiyor.

A: Neden öyle?

E: Çünkü bunun tam şeyini bulamayız aralıklar koyarsak. Tam uzunluğunu bulamayız.

A: Daha fazla mı buluruz daha eksik mi buluruz?

E: Daha az buluruz. Daha fazla buluruz. Daha az buluruz.

A: Nasıl?

E: Çünkü aralıklar var bunda. Her birine böyle aralıklar koysak çok az olur.

Eda ölçme eyleminde birimler arasına boşluklar konulduğu takdirde kullanılan birimin daha az olacağından söz etmektedir. Ancak öğrencilerden böyle bir durumda nesnenin tek boyutta kapladığı yerlerin tamamının ölçülemeyeceğinden, ölçülemeyen yerlerin kalacağından dolayı birimler arasına boşluk konulmaması gerektiğini ifade etmesi de beklenebilir. Dolayısıyla, söz konusu öğretim etkinlikleri dizisinde, Mert ve Eda'nın halihazırda sahip oldukları birimler arasında boşluk kalmaması ve birimlerin üst üste binmemesi gerektiğine dair şemalarının gerekçelendirilmesi söz konusu olacaktır.

4.6.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 21-M. Öncelikle Mert'ten birimleri yinelerken dikkat ettiği noktaların hatırlatılması amacıyla kısa bir çubukla başka bir çubuğun uzunluğunu ölçmesi istenir. Mert ölçüm sonucunun "Beş buçuk çubuk çünkü çok fazla gelir yani yarım" şeklinde 5 tam ve bir yarım çubuk uzunluğunda olduğunu ifade eder.

A: Peki bunu yaparken neye dikkat ettiğini anlatır mısın?

M: Saydığım şeyleri unutmamaya, bunu yaparken nerede kaldığımı unutmamaya.

Mert'in kastettiği, birimin bittiği noktayı ve kaç birim saydığını unutmamaktır. Mert öğrenme güçlüğünün karakteristiklerinden biri olan sayısal verileri hatırlama güçlüğü sebebiyle unutmamak için çaba harcamaktadır. Mert'e birimlerin üst üste binmesi veya birimler arasında boşluk kalması durumunda ne olacağı sorulduğunda "İki türlü de fazla bulur" der. Dolayısıyla Mert iki ölçümde de sonucun normalden fazla çıkacağını ifade eder. Bu iki durumda neler olacağının Mert'e yaşatılması için öncelikle birimlerin üst üste bindirilerek ve boşluk bırakılarak ölçüldüğünde ölçüm sonucunun nasıl değişeceğini görebilmesi amacıyla bir tablo hazırlanır. Tabloya çubuğun uzunluğu, birimlerin üst üste binerek ölçülmesi, birimler arasında boşluk bırakılarak ölçülmesi sütunları yazılır ve Mert ile birlikte tabloyu dolduracak şekilde ölçümler yapılarak not alınır. Uzunluğun ölçülmesi esnasında çubuğun sabit durmaması birimlerin yinelenmesini zorlaştırmıştır. Bunun üzerine

Mert'e bu çubuğu sabitlemek için ne yapılabileceği sorulur. Çubuğun masaya yapıştırılma ihtimalinin elenmesinin ardından Mert "Çizip" diyerek çubukla aynı uzunlukta bir çizgi çizer. "O zaman bu çubuğun uzunluğu ile bu çizginin uzunluğu" cümlesini Mert "eşit" şeklinde tamamlar. Bu önerisi ve uzunluğu bir çizgi ile temsil edebileceğini düşünmesi Mert'in nesnenin uzunluk niteliğine odaklandığını, uzunluğun tek boyutta yer kaplama karakteristiğini sezdiğini ve yüzey kaplamadan ayırt edebildiğini göstermesi açısından önemlidir. Eda ise böyle bir ölçümde çubuğun kendisini çizmeyi önermiştir. Gerekli ölçümler yapılıp tablo doldurulduktan sonra Mert'ten tabloyu yorumlaması istenir.

A: Boşluk bırakınca sonucun daha az çıkmasının sebebi nedir?

M: Bilmem. Sebebi… Çünkü çok az kullanıyor. Az az. Az kullanarak… Onun için çok az çıkıyor .

Mert birimler arasında boşluk bırakıldığında normalden daha az sayıda birim kullanıldığını keşfetmiştir. Ancak fark etmesi istenilen nokta birimler arasında kalan boşlukların uzunluklarının ölçülmediği ve bu yüzden sonucun daha az çıktığıdır. Bu kavrayış uzunluğun sürekliliği, toplamsal olduğu ve tek boyutta yer kaplama özelliklerini anlamak için önemlidir.

A: Her yerini ölçüyor mu peki?

M: Her yeri ölçmüyor bazı boşluklar oluyor.

A: Yani nereleri ölçmüyor mesela?

M: Boşlukları ölçmüyor, bıraktığı.

A: Boşluklar uzunluğa sahip midir?

M: Evet. Burada yanlış ölçmüş oluruz boşluklar bırakırız.

Dolayısıyla Mert'in boşluklar bırakıldığında ve uzunluklarının ölçülmediğinde problem yaşanacağını ifade etmesinin, uzunluğun sürekliliğini, toplamsal olmasını ve yinelemedeki önemini göz önünde bulundurduğunu gösterdiği düşünülebilir. Birimlerin üst üste binmesi durumuna gelindiğinde; Mert "Üst üste koyduğumuzda bittiği yerden çok uzaklaşıyor. Buraları doldurmuyor." der. Mert birimler üst üste konulduğunda birimlerce kaplanmayan kısımlardan söz etmektedir.

A: Ölçüm sonucu fazla çıkmış ya acaba nereyi fazladan saymış? Aynı yeri demek ki daha fazla saymış ki daha çok çıkmış.

M: Ölçtüğü birimden çok fazla saymış. Fazla çıkmış.

A: Fazla saymasının sebebi ne?

M: Yanlış ölçmesi.

Birimler üst üste konularak Mert'in hangi uzunluğun birden fazla hesaplandığını fark etmesi için çalışılır. Ancak Mert "Evet ama nedenini bulamadım" der. Mert'in aslında ne yapıldığını fark ettiği ancak bu problemin sebebi olan birimlerin üst üste binerek ölçülmesi noktasını unuttuğu için keşfedilen durumu anlamlandıramadığı düşünülebilir. Mert birimler üst üste bindiği için kaplanmayan uzunluğa odaklandığından, üst üste binen iki birimle tamamen kaplanabilecek bir çizgi çizilir ve Şekil 122'deki gibi bir ölçüm yapılır. Mert'e sorulur:



Şekil 122. Mert'e sunulan bir ölçme eylemi

A: Neresi iki defa ölçülmüş oluyor? Fazladan nereyi saymış oluyoruz?

M: Burayı bu [çubuklardan birine dokunur]. Zaten bu ölçmüş buradan (kesişen kısım) yine bu (diğer çubuk) ölçmüş fazladan.

A: O zaman burayı (kesişen kısım)?

M: Fazladan.

A: İki kere mi ölçmüşüz?

M: Hıhı.

A: Dolayısıyla üst üste koyduğumuzda fazla gelmesinin sebebi?

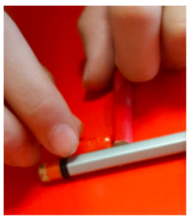
M: Aynı yeri birkaç kere ölçtüğü için.

Dolayısıyla Mert'in birimlerin yinelenmesinde birimlerin neden üst üste binmesinin gerekçelerini kavradığı söylenebilir.

4.6.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 27-E. Eda'dan bir pastel boya yardımıyla verilen bir kalemin uzunluğunu ölçmesi istenir. Eda Öğretim Öncesi başlığı altında sözü edilen birimlerin yinelenmesi eylem

şemasına uygun olarak birimin başladığı ve bittiği noktayı belirlemek için birimler arasına bu seferde parmağı yerine Şekil 123'de görüldüğü üzere kalemi koyar.



Şekil 123. Eda'nın birimleri yineleme eylemi

Bu esnada Eda uyarılır: "Araya kalemi koyuyoruz ya o da uzunluğa sahip değil mi? Eda "Evet" şeklinde yanıtlar ancak hatasını fark edememiştir. Bunun üzerine Resim 123'deki pozisyon değiştirilmeksizin kalemin uzunluğunu görebilmesi için kalemin başladığı ve bittiği noktalar işaretlenir. Daha sonra kalem kaldırılır ve "Sen araya kalemi koyduğun için birimi bu noktadan alıp tekrar şu noktaya kaydırdın." Eda "Aa" şeklinde bir tepki verir. Bunun uygun olup olmadığı sorulur ve Eda uygun olmadığını belirtir.

A: Neden olmaz?

E: Çünkü tam uzunluğunu ölçmüyoruz.

A: Neden ölçemiyoruz?

E: Çünkü bunu buraya koyduk kalemi buraya koyduk sonra bunu aldım buradan ölçtüm [kalem kullandığındaki ölçümünü anlatır]. O yüzden olmaz.

A: Şurayı (arada kalan boşluk) ölçmediğin için mi problem olur? Neden olmaz yani?

E: Orayı ölçmediğim için.

Sonraki oturumda Eda'ya bir birimi tekrarlı yinelerken nelere dikkat edilmesi gerektiği tekrar sorulduğunda Eda boşlukların kalmamasına ve araya parmak konulmamasına dikkat edilmesi gerektiğini belirtir. Nedeni sorulduğunda "Çünkü parmağımızı da ölçmemiz gerekir o zaman" der. Eda artık kalemle çizgi çizerek birimlerin takibini yapmaktadır. Dolayısıyla Eda'nın nesnenin tek boyutta kapladığı yerlerin tümünün ölçülmesi gerektiğini fark ettiği düşünülebilir.

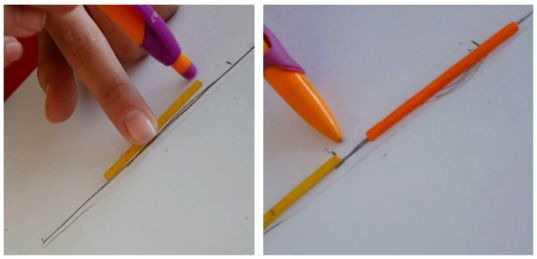
Eda'ya birimlerin üst üste bindiği durum örneklenerek böyle bir ölçüm yapıldığında ne olacağı sorulur ve Eda "Yanlış olur. Çünkü bu (birim) burada bitmişti. Biz bunu tekrar yana kaydırıyoruz ve tam ölçümünü yapamıyoruz" der.

A: Sonuç daha mı fazla çıkar daha mı az?

E: Daha fazla.

A: Neden?

E: Çünkü bunu (birim) buradan alıyoruz. Bunu bir daha ölçüyoruz burada.



Şekil 124. Eda'ya sunulan bir ölçme eylemi

Hangi uzunluğun bir daha ölçüldüğü sorulduğunda Eda doğru bir şekilde birimlerin üst üste binen parçasını gösterir. "Peki, boşluklar bırakıldığında ne oluyor şu şekilde?" diye sorulduğunda Eda aradaki boşluğu göstererek "Bu arasındaki mesafeyi yani uzunluğu ölçemiyoruz. O yüzden daha şey oluyor ıı daha az oluyor" der. Dolayısıyla Eda'nın bir birimin tekrarlı yinelenmesi eylem şemasında birimlerin üst üste binmemesi gerektiği fikrinin öğretim öncesi seviyede gerekçelendirilmiş bir şekilde içerildiği düşünülebilir. Birimler arasında boşluk kalmaması gerektiği fikrinin ise gerçekleştirilen önceki öğretim oturumu ile gerekçelendirildiği söylenebilir.

4.7. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 7: Sayı ve Ölçme 2 ve Eş Birim Kullanım Gerekliliği

4.7.1. Öğretim Öncesi

Söz konusu öğretim etkinlikleri dizisinde farklı ölçme birimlerinin farklı ölçüm sonucunu vermesi ve aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebilmesi ile eş birim kullanımı gerekliliği üzerinde durulmuştur. Mert iki ayrı birimle yaptığı ölçümde de eşit sonuç olması gerektiğini düşünebilmektedir. Örneğin Mert'e uzunluğunu ölçebileceği bir çubuk ve birim olarak kullanabileceği farklı kesir çubukları verilerek çubuğun uzunluğunu ölçmesi istenmiştir. Mert kırmızı kesir çubuğunu kullanarak ölçer ve sonucu "9 kırmızı kesir çubuğu kadar" bulur. Bu esnada aşağıdaki diyalog gerçekleşir:



Şekil 125. Yeşil ve kırmızı kesir çubukları

A: […] Ben şunun uzunluğunu hem yeşil hem kırmızı çubukla ölçemez miyim? Yani farklı birimlerle?

M: [Mert yeşil kesir çubuğu ile ölçer] 5 tane… Ama ben buna (kırmızı çubuk) 9 dedim.

A: Neye?

M: Buna… Şunlarla (kırmızılar ile) ölçünce 9 dedim.

A: Evet. Bir problem var mı sence?

M: Var. Yanlış oldu.

A: Neden?

M: …

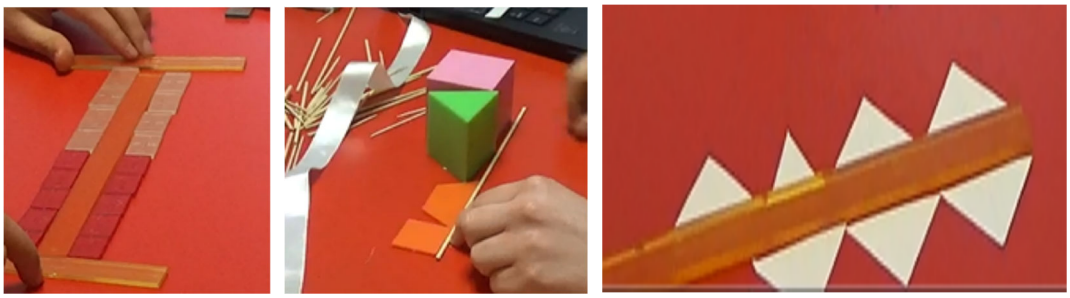
A: Ama sen yeşil çubuktan farklı bir birimle ölçmüştün?

M: İkisi de farklı birim. Böyle ölçseydik bununla da (kırmızı) 5 ederdi bununla da (yeşil).

A: Kırmızıyla ölçseydin de 5 ederdi. Yeşille ölçseydin de 5 ederdi (Şekil 125). Öyle mi? Bununla (yeşille) 5 ettiği için öyle mi diyorsun?

M: Evet.

Görüldüğü üzere Mert birimlerin farklı olduğunun farkında olsa dahi, ölçüm sonucunun her durumda aynı olması gerektiğini ifade etmiştir ancak, başka bir görüşmede farklı birimlerle farklı ölçüm sonuçlarının elde edilebileceğini ifade etmiştir. Mert'in bu tutarsızlığının sebebinin, eş birim kullanımına olan ihtiyacın farkında olmaması olduğu düşünülmektedir. Nitekim Mert farklı birimlerle ölçüm yapıp, onları aynı birimlermiş gibi ifade edebilmektedir. Bu ölçümlerde Mert'in kriteri, ölçülen nesneyi birimlerle tamamen kaplayabilmektir.



Şekil 126. Mert'in ölçme eyleminde eş olmayan birim kullanımı

Ancak Mert aynı görüşmenin başka bir oturumunda ve devamında bundan vazgeçer. 3 farklı birimle yaptığı ölçümde "1 tane büyük dikdörtgen, bir yarım dikdörtgen, bir küçük dikdörtgen uzunluğunda" şeklinde birim uzunluklarını dikkate alır. Aynı zamanda Mert'in uzunlukların karşılaştırılabilmesi için eş birimlerle ölçülmesi gerektiğinin farkına vardığı da söylenebilir: "Ayşe 15 mavi çubuk Merve 7 kırmızı çubuk uzunluğundaymış. Hangisi daha uzun anlayabilir miyiz?" sorusunu Mert "Çubuğun metresini santimini ölçmeden olmaz" şeklinde yanıtlamıştır. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5 ile Mert'e kullanılan birimde önemli olanın birimin uzunluğu olduğunun hissettirilmesi ile Mert'in farklı ölçme birimlerinin farklı ölçüm sonucunu verdiğini anlamlandırdığı söylenebilir. Nitekim daha genel öğretim amaçları çerçevesinde ele alındığında Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5 ile 7'nin yakından ilişkili olduğu ve birbirini destekleyen etkinlik dizileri olduğu görülebilir.

Eda ise aynı uzunluğun farklı büyüklükteki birimlerle temsil edilebileceğinin ve farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabileceğinin farkındadır. Bunun sebebinin birimlerin uzunlukları olduğunu açıklar ancak uzunluk niteliğine ait uzun, kısa terimlerini kullanmaz, "Bu daha büyük, bu daha küçük" şeklinde açıklar. Aynı zamanda Eda birimin uzunluğu ve ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin de farkındadır. Eda'ya biri (yeşil olan) daha uzun olan iki kesir çubuğu verilir ve:

A: Sence ben şu uzunluğu kırmızı birimle mi ölçersem daha fazla birime ihtiyaç duyarım? Yoksa şu yeşil birimle mi ölçersem daha fazla birime ihtiyaç duyarım?

E: Kırmızı.

A: Neden?

E: Çünkü küçük.

A: Küçük olduğu için?

E: Bunla daha da çok ihtiyaç duyarız.

Eda eş birim kullanımı gerekliliğini ifade eder ancak gerekçelendiremez. Eda Şekil 127'deki gibi eş üçgenlerin eş kenar uzunluklarını kullanmaya özen göstererek bir ölçüm yapar. Bunun üzerine sorulur:



Şekil 127. Eda'nın eş birim kullanımı

A: Şunu [Şekil 127'de işaret edilen] çekip mesela şunu (daha küçük olan üçgen) koysam olur mu?

E: Olurdu.

A: Bu (büyük olan) dururken mesela?

E: Öyle olmazdı çünkü bu daha büyük. Hepsi eşit olması gerekiyor.

A: Neden?

E: Hımm yani üçgenle üçgeni.. Küçük üçgenle ölçsek hepsini bir büyük bir küçük o zaman olmaz çünkü onun hepsini ya büyükle ya küçükle ölçmem gerekiyor.

A: Farklı farklı ölçersem ne olur ki?

E: Onun ne kadar şey olduğunu bulamayız o zaman.

Eda eş birimlerle ölçüm yapılmadığı takdirde uzunluğun bulunamayacağını ifade etmektedir ancak yine de tutarlı davranmamıştır ve Öğretim Etkinlikleri Dizisi 6'da görüldüğü üzere farklı birimlerle ölçüm yapmada bir problem görmemiştir. Dolayısıyla Eda için eş birim kullanımı gerekliliğini vurgulayan bir etkinlik gerçekleştirilmelidir. Ölçmenin saymadan daha fazlası olduğuna dair bir örnek olarak verilebilecek ilk klinik görüşme sorusu 24'de (Bkz: Ek 1) Eda'ya aşağıdaki iki uzunluk gösterilerek Eda'dan karşılaştırması istenir.



Şekil 128. Eda'nın görüşme sorusu 24'e dair çözümü

Eda birimleri sayarak ilkinde "9 birim" ve ikincisinde "5 birim" olduğunu ifade ettikten sonra literatürün aksine birim sayısına odaklanmaksızın iki uzunluğun başlangıç ve bitiş noktalarını kıyaslayarak uzunlukların eş olduğunu ifade etmiştir:

E: Eşit diyorum ben.

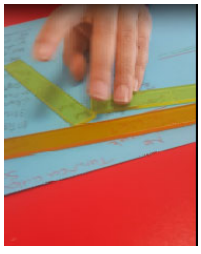
A: Neye göre eşi diyorsun?

E: Şey aynı yerde bitmiş [çizer]

Dolayısıyla Eda'nın ölçme eylem şemasının yalnızca sayma ile sınırlı olmadığı söylenebilir. Ancak bu şemanın eş birim kullanımı ve farklı birim kullanımına dair gerekçelendirilerek içselleştirilmesinin gerekli olduğu düşünülerek, söz konusu öğretim etkinlikleri dizisinde Eda'ya aynı uzunluğun birden fazla birimle ifade edilebilmesi ve farklı ölçme birimlerinin farklı ölçüm sonucu vermesinin, birimlerin uzunluklarından kaynaklandığının fark ettirilmesi ve eş birim kullanımına tekrar dikkat çekilerek eş birim kullanımında önemli olan noktanın birimlerin uzunlukları olduğunu vurgulamak amaçlanmıştır.

4.7.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumu

Öğretim Oturumu 22-M. Söz konusu öğretim oturumunda Mert'e aynı uzunluğu birden fazla birimle ifade edebileceğinin, farklı ölçme birimlerinin farklı ölçüm sonucu vereceğinin ve bunun birimlerin uzunluklarından kaynaklandığının fark ettirilmesi amaçlanmıştır. Masanın üzerine en uzun (turuncu) kesir çubuğu konulur ve bu kesir çubuğunun uzunluğunun farklı nesnelerle ölçüleceği belirtilir. Geriye kalan tüm kesir çubukları ve uzunlukları toplamı turuncu kesir çubuğun uzunluğu kadar olan farklı farklı nesneler de masanın üzerine konulur. Mert ilk olarak masanın üzerindeki nesnelerden en uzun kesir çubuğunu alır ve "En mantıklısı onunla ölçmek" diye ekler. Daha uzun birimle ölçmenin, nesneyi daha çabuk kaplayacağından ve ölçme eylemini daha kısa sürede sonlandıracağından dolayı pilot öğrenciler de dahil olmak üzere öğrencilerin hepsi en uzun birimi seçmeye yönelmektedirler. Bu ölçümden sonra Mert diğer kesir çubuklarını da alır ve eş birimleri kullanarak ölçer.



Şekil 129. Mert'in eş birimleri kullanarak yaptığı ölçüm

Bu esnada "Ne kullandın? Birimin ne oldu? Çubuğun uzunluğu ne?" gibi sorulara "Sarı çubuk kullandım", "2 tane sarı çubuk uzunluğunda" şeklinde uygun cevaplar verir. Bunları tablo halinde yazması sağlanır. Kesir çubukları bitince Mert turuncu çubuğun uzunluğunu

farklı nesnelerle ölçer. Çantasından kendi oyuncağını getirir. Uzunluğu onunla ölçmeye çalışır. Oyuncak düzgün olmayan bir şekle sahiptir. Neresini kullandığı sorulduğunda "Buradan buraya (iki ayağı arası) olan uzunluğu kullandık […] İki ayağı arasındaki mesafe kadar" der. Mert'in doğrusal ve düzgün olmayan bir nesne üzerinde doğrusal bir eğriyi birim olarak ele alması uygun birim seçimi için önemlidir. Bunun yanında Mert'in kullanılan araçta referansın uzunluk olduğunu anlaması da, artık birimin kendisine değil uzunluğuna odaklandığını gösterir. Mert nesnelerin çoğunu kullanarak turuncu çubuğun uzunluğunu ölçmek ister, aynı uzunluğu kaç farklı şekilde ifade edebileceğini görmesi açısından verimli bir etkinlik gerçekleşir. Etkinliğe başlarken "Her şeyi ölçerken farklı olur, uzunlu kısalı" der. Mert'in bu sözü ile ölçme için kullanılan araca göre ölçüm sonucunun farklı olacağını kastettiği düşünülebilir. Daha sonra aynı soru kendisine yöneltilmeden önce sorar "1 santimlik mi olması gerekiyor bunlar?" Mert birimin büyüklüğünü kastetmektedir. "Sence gerekli mi? Öyle bir şartımız var mı?" denildiğinde "Hayır" der.

A: Burada farklı nesneleri farklı birimleri kullanarak uzunluğunu ölçmüş olduk değil mi? Peki ben daha başka başka birimler, nesneler de kullanabilir miyim?

M: Kullanabiliriz. Hep aynı nesneyi kullanacak değiliz.

A: Evet başka ölçme birimlerini de kullanabiliriz.

M: Hı hı.

A: Bir sürü farklı ifadeler elde ettik [denilerek teker teker tabloya yazılanlar okunur]. Buraya yazdığımız bu uzunlukların hepsi aslında hangi uzunluğu anlatmaya çalışıyor?

M: Bu uzunluk aslında… O, bu çubuğun uzunluğunu anlatmaya çalışıyor [turuncu çubuğu göstererek].

A: Birinde dedik ki 4 sarı çubuk, diğerinde 6 kırmızı çubuk uzunluğunda vs. Bunlar ifade olarak farklılar ancak aynı uzunluğu mu temsil ediyorlar?

M: Evet aynı çubuğu temsil ediyorlar aynı şeyi anlatmak istiyorlar.

A: Aynen öyle. Peki neden farklılar böyle? Biri 5 taneyken biri 8, biri 6 taneyken biri 4 tane.

M: Kullandığımız çubukların uzunluklarına bağlı.

A: Değil mi? Mesela örnek verir misin?

M: Mesela çok kısaysa bundan bu (kırmızı-en kısa kesir çubuğu) diyelim bundan bir sürü kullanmamız gerekir. Mesela bundan iki tane (uzun sarı çubuk) çünkü çok uzun.

Başka bir öğretim oturumunda:

M: Bir uzunluğu çubuklarla veya cetvelle buluruz her iki türlü de tam uzunluğunu buluruz

A: Cetvelle ölçersek neye göre ölçmüş oluruz?

M: Santim.

A: Adına santimetre dediğimiz?

M: Birime göre ölçmüş oluruz.

Dolayısıyla Mert'in aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebildiğinin farkında olduğu söylenebilir. Mert'in farklı nesneler kullanarak ölçme eğilimi de bunun bir diğer göstergesidir. Bununla birlikte bu ölçümlerin birimin büyüklüğüne göre değişebildiğinin yani farklı ölçme birimlerinin farklı ölçüm sonucu verdiğinin farkına vardığı ve aynı zamanda birim uzunluğu ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin farkında olduğu söylenebilir.

Bu aşamadan sonra Mert'in eş birimlerin kullanım gerekliliğini anlaması amaçlanır. Aynı etkinlik ve tablo üzerinden devam edilir. Mert turuncu çubuğun uzunluğunu oyuncağı ile yaptığı ölçümde bir kalemi de kullanarak sonucu "bir kalem ve bir canavar uzunluğu kadar" şeklinde belirlemiştir. Diğer ölçüm sonuçlarının hepsi ise eş birim kullanılarak yapılan ölçümlerdir. Bu ölçümlere dikkat çekilir ve Mert'in bir fark görüp görmediği sorulur: "Kalem ve canavar da farklı araçlar kullandık. Diğerlerinde hep aynı" der. Hangisinin en kullanışlı olduğu sorulduğunda ise daha önce de belirtildiği gibi masada olan nesnelerden en uzun olan birimi seçer. Bunun üzerine seçtiği birimle yeniden ölçmesi istenir ve Mert bu ölçümde farklı birimler kullanmak zorunda kalır. Eş birimler kullanarak ölçme yapması sağlanır ve Mert eş birimlerle ölçmenin daha kullanışlı olduğunu ifade eder:

A: Bir ölçme eyleminde hep aynı çubuğu [kırmızı çubuk gösterilir] birim olarak kullansam mı kullanışlı? Farklı farklı kırmızı, mavi, sarı çubukları kullansam mı?

M: Hep aynı ile. Hep aynısını yan yana koyacağız.

Görüldüğü üzere gerçekleştirilen öğretim oturumu ile Mert'in eş birim kullanım gerekliliğinin farkına vardığı söylenebilir. Aynı zamanda bu etkinlikle Mert'in ölçmede birimlerin uzunluklarının temel olduğu eylem şemasının desteklendiği de düşünülmektedir. Aşağıdaki diyalog eş birim kullanım gerekliliği, sayı ve ölçme karakteristiklerine yapılan vurguların bir sonucu olarak görülmelidir:

A: 15 kalem uzunluğunda ne demek?

M: 15 tane aynı kalem.

A: Ne olmuş?

M: 15 tane aynı boyutta eşit boyda.

A: Kalem neyi kastediyor?

M: Kalem… uzunluğu.

A: 15 tane dediğinde de?

M: 15 tane aynı kalem.

A: 15 tane aynı kalem şöyle parça parça ayrı ayrı mı duruyor? Nasıl yani?

M: Yok düz, birleşik [yan yana nesneler koyar].

Başka bir öğretim oturumu sonunda tekrar sorulur:

A: 5 çubuk bize ne diyor?

M: 5 tane çubukla ölçmüş uzunluğuyla.

A: Çubukla bize ne demek istiyor aslında?

M: Uzunluk.

Sonraki adımda Mert'e birim uzunluk kısaldıkça daha hassas, daha kesin ölçüm sonucu elde edilebileceğinin fark ettirilmesi amaçlanır. Mert'e uzunluğu ölçülecek bir çubuk ve birim olarak kullanılacak iki çubuk verilir. Çubuklardan biri ölçülecek uzunluktan uzun, diğeri kısadır. Mert'e sorulur "Hangisiyle ölçersem daha kesin daha net bir sonuç elde ederim?" Mert kısa çubuğu seçer. Mert aynı zamanda önceki etkinlikten yola çıkarak ölçülen nesneden uzun bir birimle ölçmenin zorluğundan dolayısıyla kısa olan birimle daha kolay ölçüleceğinden söz eder:

M: Küçüklerle ölçmesi daha kolay. Onun… ölçeceğimiz şeyin boyundan fazlaysa onunla ölçmek birazcık zor.

A: O zaman birim uzunluğumuz kısaldıkça sonucumuz daha kesin bir hale mi geldi?

M: Evet.

A: Kesin ne demek?

M: Kesin yani tam. Evet o onun gibi yani aynı onun uzunluğu.

Ancak her ikisi de ölçülecek nesneden kısa olan iki çubuk verildiğinde birim olarak uzun olanını seçme eğilimi devam etmektedir Sebebi ise daha önce de belirtildiği üzere uzun birimle nesneyi kaplama işleminin daha çabuk son bulacağı fikrini içeren eylem şemasıdır. Ancak buna rağmen Mert parça bütün ilişkisini ifade etmede yaşadığı güçlükten dolayı birim uzunluğu kısaldıkça daha kolay ifade edebileceği sonuçlar elde edebileceğinin farkındadır.

Birim uzunluğu dikkate alınarak eş birimlere yapılan vurgu öğrencinin başka bir güçlük yaşamasına sebep olmuştur: Ders esnasında öğrenciye birbirinden farklı uzunlukta fakat diğer özellikleri aynı olan iki mavi kalem verilir. Öğrenci ölçüm sonucunu "iki mavi kalem uzunluğunda" şeklinde ifade eder. Ancak kalemlerin uzunluklarının farklı olduğu, uzunluklarının birbirlerine eşit olmadıkları dolayısıyla 2 mavi kalem uzunluğunda diyemeyeceği belirtilir. Öğrenci "Biri uzun biri kısa iki mavi kalem uzunluğunda" der. Birim olarak referans alınanın nesne değil uzunluğu olduğuna daha fazla vurgu yapılması amacıyla aynı renkte farklı uzunlukta ve farklı renkte aynı uzunlukta çeşitli çubuklarla ölçüm yapması sağlanır. Aynı renk farklı uzunlukta çubuklar için "İki uzun büyük çubuk ve bir küçük çubuk" der. Birimlerin hangi özelliğinin dikkate alındığı sorulduğunda "uzunluklarını" şeklinde yanıtlar. Sonrasında eş ama farklı renkte çubuklarla ölçer ve "5 tane uzun çubuk" der. Öğrenci birim olarak uzunluğu dikkate alması gerektiğinin farkına varmıştır ancak tek bir birim cinsinden ifade etmede zorlanmaya başlamıştır. Örneğin "İki uzun büyük çubuk ve bir küçük çubuk" şeklinde ifade ettiği uzunluğu klinik görüşmelerde iki buçuk çubuk uzunluğunda şeklinde ifade ederken (Şekil 130), şimdi yalnızca uzun çubukla ölçüp ifade etmesi istendiğinde yapamamıştır.



Şekil 130. Mert kurdelenin uzunluğunu ölçmektedir

Kısa birimi uzun birim cinsinden ifade etmesi için cesaretlendirilir ancak Mert uzun çubuğu kısa olanla ölçer. Bunun sebebinin Mert'in önceki ölçümlerinde-iki buçuk çubuk şeklinde ifade edebilmesine rağmen- birim fikrinin ve aslında hangi uzunluğu referans aldığının farkında olmaması olduğu söylenebilir. Bu noktada ölçüm sonucu 2 buçuk olacak şekilde aynı uzunlukta 3 çubuk verilir ve bu çubuklarla ölçmesi istenir ki Mert 2 çubuktan sonra

kalan uzunluğun o çubukların yarısı kadar olduğunu görebilsin. Mert "İki büyük çubuk, bir yarım çubuk" der ve sorulur "Neyin yarısı?" ve Mert "Şu uzunun" der. Oysaki klinik görüşmelerde Mert kalan uzunluğu başka bir kısa çubukla tamamlayıp toplam uzunluğu yine 2 buçuk çubuk uzunluğunda şeklinde ifade edebilmiştir. İlerleyen öğretim oturumlarında da bu durum aynı şekilde devam eder (Mert ölçüm sonuçlarını 3 tam çubuk bir yarım çubuk uzunluğunda şeklinde ifade etmeye devam eder). Bu durumun, Mert'in yarımı parça bütün ilişkisi içinde anlama ve ifade etmede yaşadığı güçlükten kaynaklandığı düşünülmektedir. Mert'in birimin ne olduğunu ve aynı birimin yarısını dikkate aldığını fark edemediği düşünülebilir. Nitekim Mert 15 kalem uzunluğu ifadesinde birimi açıkça ifade edebilirken, iki buçuk mor çubuk uzunluğu ifadesinde birimi tespit edememiştir. Dolayısıyla Mert'in birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisini görebilmesi bakımından eş parçalama etkinliğine yer verilmesi önemlidir. Sonraki öğretim etkinlikleri dizisinde standart birimlerle birlikte eş parçalama etkinlikleri birlikte ele alınmıştır.

4.7.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 28-E. Mert ile olduğu gibi Eda için de söz konusu öğretim oturumunda aynı uzunluğun birden fazla birimle ifade edilebileceğinin, farklı ölçme birimlerinin farklı ölçüm sonucu vereceğinin ve bunun birimlerin uzunluklarından kaynaklandığının fark ettirilmesi amaçlanmıştır. Mert ile gerçekleştirilen aynı etkinlik, Eda ile de gerçekleştirilmiştir. Masanın üzerine en uzun (turuncu) kesir çubuğu konulur, bu kesir çubuğunun uzunluğunun farklı nesnelerle ölçüleceği belirtilir ve bir tablo oluşturulur. Eda farklı birimleri kullanarak teker teker ölçer ve sonuçlarını tabloya yazar. Eda'ya bu esnada kırmızı çubukla ölçüldüğünde yeşil çubukla yapılan ölçüm sonucuna göre daha mı az daha mı fazla birim gerekeceği sorulur. Yeşil çubuk kırmızı çubuktan daha uzundur. Eda fazla der. Nedeni sorulduğunda "Çünkü kırmızıya bakarsak daha küçük. O yüzden daha çok gerekir" der. Eda'nın kullandığı sonraki her bir birim için bir öncekinden daha mı çok daha mı az olacağını tahmin etmesi istenir. Eda doğru tahminlerde bulunur ve açıklamalarında büyük-küçük kelimelerinden ziyade daha uzun-daha kısa kelimelerine yer vermeye başlar. Kullanılacak birimler bittiğinde Eda'ya sorulur "Daha fazla aracımız olsaydı turuncu çubuğun uzunluğunu yine onlarla da ölçebilir miydik?" Eda ölçebileceğimizi ifade eder.



Şekil 131. Kesir çubukları

A: Bu tabloda yazdığın ölçüm sonuçlarının hepsi bize hangi uzunluğu anlatmaya çalışıyor?

E: Turuncu çubuğun tam uzunluğunu. Neyle ölçersek ölçelim tam bunun uzunluğunu buluruz.

A: Bu sonuçlar farklı farklı değil mi?

E: Evet.

A: Hepsi farklı ifadeler. Ama hepsi neyin uzunluğunu bize anlatmaya çalışıyor?

E: Turuncu çubuğun.

A: O zaman biz aynı uzunluğu kaç farklı şekilde ifade edebilmişiz burada?

E: 7.

A: Aynı uzunluğu 7 farklı şekilde ifade edebilmişiz değil mi? Peki nasıl olmuş bu sence?

E: Hepsi (birimler) biraz büyük biraz küçük diye gitmiş ve hepsi de buna göre kesilmiş yapılmış.

Görüldüğü üzere Eda aynı uzunluğun farklı şekillerde ifade edilebilmesini, birimlerin farklı uzunlukta olmasına ve ölçülen nesneyi kaplayacak sayılarda var olmalarına bağlamıştır.

A: Burada aynı uzunluğu farklı şekillerde ifade ediyor olmamızın sebebi sence ne?

E: Çubukların küçük olması büyük olması.

A: Çubukların küçük olması derken?

E: Uzunluğunun.

A: O zaman bu birimlerin hangi özellikleri birbirinden farklı olduğu için farklı sonuçlar elde ettik?

E: Küçük büyük.

A: Nelerinin küçük büyük olması?

E: Uzunluklarının.

Dolayısıyla kullanılan birimlerin farklı olmasından dolayı farklı ölçüm sonuçları elde edildiği tekrar vurgulanır. Eda bu farklılığı uzunluklarının farklı olmasına bağlamaktadır ancak bunu küçük-büyük şeklinde açıklamaktadır. Eda'nın bu şekilde ifade etmesinin sebebinin, kullanılan kesir çubuklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bunun yerine uzunluk niteliği daha ön planda olan kürdan veya tel inceliğinde çubukların kullanılmasının bu etkinlik için daha etkili olacağı düşünülmektedir. Dolayısıyla Eda'nın ölçme eylem şemasının bir nesnenin uzunluğunun farklı birimlerle ölçülebileceği ve birimlerin uzunluklarına bağlı olarak farklı ölçüm sonuçları elde edilebileceği fikirlerini içerdiği düşünülebilir.

A: En az hangisinden gerekmiş?

E: Sarı çubuk.

A: Kaç tane?

E: 2.

A: Neden acaba en az ondan gerekmiş?

E: Çünkü tam kesilmiş 2 tane olacak şekilde.

A: En çok hangi çubuktan gerekmiş?

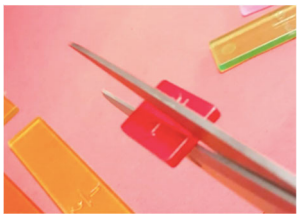
E: Kırmızı.

A: Kaç tane?

E: 10.

A: Neden kırmızı çubuktan en çok kullanmamız gerekirken sarı çubuktan en az kullanmamız yeterli oldu?

E: Çünkü kırmızı daha küçük.



Şekil 132. Eda'nın kullandığı birimi kesmenin örneklendirilmesi

Eda'nın küçük-büyük ifadeleri ile ne kastettiğini anlamak için sorulur:

A: Bu birimleri şöyle kesseydim (Şekil 132) sonucum değişir miydi?

E: Hayır.

A: Neden?

E: Çünkü biz bunun tamamını kullanmıyoruz. Tek şu kenarını kullanıyoruz.

Eda kenarı ile kenar uzunluğunu kastetmektedir. Dolayısıyla küçük-büyük ifadeleri ile çubukların uzunluklarını kastettiği tekrar teyit edilmiştir. Dolayısıyla Eda'nın birim büyüklüğü ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin farkında olduğu söylenebilir.

Sonraki adımda eş birim kullanımına olan gerekliliği vurgulamak amacıyla, Eda'nın bir kalemin uzunluğunu başka bir kalem (kırmızı kalem) ve çubukla önce ayrı ayrı sonra iki aracı da kullanarak ölçmesi sağlanır.

A: Böyle ölçtüğümüzde neyi dikkate almış oluruz ?

E: İkisinin uzunluğunu.

A: Kalemin uzunluğuna ne diyeceğiz şimdi?

E: [Sayar] 4.

A: 4 tane ne?

E: Mavi çubuk ve kırmızı kalem uzunluğu kadar.

Kalemin uzunluğunu ne bulduğu kağıda yazdırılır. Eda "3 tane mavi çubuk ve kırmızı kalemin uzunluğunun toplamı kadar" şeklinde yazar. Kalemin yalnızca kırmızı çubuk kullanılarak ölçüldüğü hatırlatılarak o ölçüm sonucu da "5 buçuk kırmızı çubuk uzunluğu kadar" şeklinde yazdırılır. Aynı kalemi iki farklı şekilde ölçtüğümüz vurgulanarak birimleri ifade etmesi istenir. Eda "Burada kırmızı kalem ve mavi çubuğu kullandık, burada sadece kırmızı çubuğu kullandık" der.

A: Sence hangi ölçüm daha kolay ve sonucunu ifade etmek daha kullanışlı?

E: 5 buçuk olan.

A: Yalnızca kırmızı çubukla ölçülen değil mi? Neden?

E: Çünkü hemen yan yana koyduk hemen kolaylaştı ama mavi çubuk ve kırmızı kalemle biraz daha zor.

A: Bunun (eş birim kullanılan) özelliği ne? Aslında burada ne yapılmış?

E: Tek… yan yana koymamız bize kalıyor.

A: Neyi?

E: Çubukları.

A: Burada iki farklı araç kullanarak ölçmüşüz, burada?

E: Bir.

A: Evet burada tek bir birim kullanmışız. Bunun sonucunu yazmak da uzun sürmemiş mi?

E: Evet.

A: Bunun sonucunu hemen ifade edebildik mi?

E: Evet.

A: O zaman sence bir ölçme eyleminde hep aynı birimi kullanmak mı daha kullanışlı farklı farklı birimleri kullanmak mı?

E: Tek bir tane kullanmak… bir tanesini kullanmak daha kolayımıza gelir.

Eş birim kullanımına tekrar dikkat çekmek ve eş birim kullanımında önemli olanın birimlerin uzunlukları olduğunu vurgulamak amacıyla, öncelikle diğer özellikleri aynıyken uzunlukları farklı birimlerle ölçme ve uzunlukları aynıyken renkleri farklı olan çubuklarla ölçme etkinliği gerçekleştirilir. Eda'ya birbirinden farklı uzunlukta fakat diğer özellikleri aynı olan iki mavi kalem ve uzunluğunu ölçmesi için turuncu çubuk verilir. Eda ölçüm sonucunu "iki mavi kalem uzunluğunda" şeklinde ifade eder. Eda'da Mert'in düştüğü aynı hataya düşmüştür. Mert'in bu hatayı yapmasının sebebinin eş birime yapılan vurgu olduğu düşünülmektedir, ancak Eda ile henüz böyle bir etkinlik gerçekleştirilmemişken, böyle bir yanılgıya düşmüştür. Bu hatanın sebebi kalemlerin birbirine yakın uzunlukta olması olabilir. Bunun üzerine Eda'ya hangi özelliği dikkate aldığı sorulur ve uzunluk cevabı alınır. Bu durumda mavi kalemlerle hangi uzunlukları kastettiğini incelemesi istenir. Eş birimlerle yapılan bir ölçme örneklendirilir ve mavi kalemlere tekrar dönülerek sorulur :

A: Bu ölçümde birim olarak kullandığım araç ne?

E: Kalem.

A: Burada (eş birim örneği) ne?

E: Mor çubuk.

Kalemlerle çubukları karşılaştırması istenir. Eda kalemlerin daha uzun çubukların daha kısa olduğunu söyler ancak kalemlerin birbirine eş olmadığını hala fark etmemiştir.

A: Mor çubukları kendi arasında karşılaştırır mısın?

E: İkisi de eşit.

A: Kalemleri karşılaştır.

E: İkisi de eşit.

A: Eşit mi?

E: Hayır.

A: Neleri farklı?

E: Boyları.

A: Boy dediğin ölçerken dikkate aldığın uzunlukları mı?

E: Evet. Hımm aynı.

A: Karşılaştır bakalım.

Eda tekrar karşılaştırır ve eşit uzunlukta olmadıklarını görür.

A: O zaman iki mavi kalem uzunluğu şeklinde sonucumuzu ifade etmek doğru mu?

E: Hayır. Çünkü bu kalem bu kaleme benzemiyor yani boyu küçük o yüzden olmaz.

A: Ne dememiz lazım?

E: Hımm bilmem.

Bu ölçümü yalnızca bir birim cinsinden ifade etmek öğrenciler için zor bir görevdir. Çünkü kalemlerin uzunlukları oranı öğrencilerin tespit edebilmesi için zordur. Yarısı veya yarısına yakın olduğunda öğrenciler "buçuk" şeklinde ifade edebilmektedir. Ancak bu örnekte parça bütün cinsinden ifade etmekte zorlanmışlardır. Ancak Eda "bu kalemden bir tane, bu kalemden de bir tane uzunluğu kadar diyebiliriz" demiştir. Tek bir kalemi kullanarak ölçmesi istendiğinde ölçüm sonucunu "bir buçuk" şeklinde ifade edebilmiştir. Bu durum farklı birimler kullanıldığında öğrencilerin birimler arasında parça bütün ilişkisi kuramamasından kaynaklanıyor olabilir. Ancak ilk klinik görüşmelerde Mert'in olduğu gibi Eda da iki eş ve onların yaklaşık yarısı uzunluğunda üç çubuk kullanarak yaptığı ölçüm sonucunu iki buçuk çubuk şeklinde ifade edebilmiştir. Ancak biriminin ne olduğunu yine ifade edememiştir. Söz konusu öğretim etkinliğinde Eda'ya sonucu iki tam çubuk ve onların

bir parçası ile ifade edilmesi gerekecek şekilde yapılan bir ölçüm gösterilir. Eda uzunluğuna iki buçuk mor çubuk der. Hangi çubuğu birim olarak kullandığı sorulduğunda tam çubuğu gösterir. Bunun üzerine yalnızca kısa olan çubukla ölçmesi istenir. Müdahale edilerek bu aşamada tam çubuklardan da faydalanıp faydalanamayacağı sorulur. Eda uzun çubuğun kaç kısa çubuk uzunluğunda olduğunu bulacağını ve böylelikle tüm ölçümü ifade edebileceğini belirtir. Ancak önce yalnızca çubukları karşılaştırarak, kısa çubuğun uzun çubuğun neresine geldiğini işaretler ve uzun çubuk üzerinde belirlediği uzunluğu yan yana koyarak ölçmeye çalışır. Burada hatasını fark eder ve uzun çubuğun kaç kısa çubuk uzunluğunda olduğunu, kısa çubuğu yineleyerek bulur. Daha sonra uzunluğu doğru bir şekilde ifade eder ve biriminin kısa çubuk olduğunu ekler. Dolayısıyla Eda birimler arasındaki parça bütün ilişkisini kurabilmiş ve hepsini tek bir birim cinsinden ifade edebildiğini fark etmiştir.

Farklı renkte eş uzunlukta çubuklarla yapılan bir ölçüm örneklendirilerek, Eda'dan sonucu ifade etmesi istenir. Eda "3 tane ıı çubuklarla ölçtük" der. Dolayısıyla Eda'nın renklerin farklı olmasından dolayı çubukları eş birim olarak ele almadığı düşünülebilir. Eda'ya 3 tane çubuk uzunluğu ifadesi ile 3 tane çubuklar kadar ifadeleri arasındaki fark sorulur. Eda bu soruya cevap olarak ölçüm sonucu için "3 tane çubuk uzunluğunda diyorum" der.

A: Bu uzunluklar birbirlerine eş mi?

E: Evet

A: Eş ne demek?

E: Yani birbirine eşit.

A: O zaman nasıl ifade etmeliyiz?

E: 3 tane renkli çubuk uzunluğu kadar.

Farklı renklere sahipken uzunlukları aynı olan veya uzunlukları farklıyken diğer özellikleri aynı olan birimlerin kullanımı ile Eda'nın ölçme eylem şemasının birim kullanımında referans alınması gereken noktanın birimlerin uzunluğu olduğu fikri çerçevesinde içselleştirilmesi amaçlanmıştır. Bu noktadan sonra, birim kısaldıkça daha hassas ölçüm yapılacağının fark ettirilmesi amaçlanır. Aynı çubuklar üzerinden Eda'ya "Kısa çubuğun uzunluğunu bu uzun çubuk yerine nasıl bir uzunlukla ölçseydik daha kolay bulabilirdik?" sorusu yöneltilir. Eda daha kısa bir birimle uzunluğun daha kolay ölçüleceğini ifade eder. Bunun üzerine ölçülecek olan çubuktan daha uzun ve daha kısa olan iki çizgi çizilerek hangisiyle ölçmenin daha kesin sonuçlar verdiği sorulur. Eda uzun çizgiyi gösterir. İkisiyle

de ölçmesi istenir. Uzun olan birimle ölçüm sonucu yaklaşık 3 buçuk sarı çubuk uzunluğu kadar olurken, kısa çubukla 6 mavi çubuk uzunluğunda elde edilmiştir. Bu ölçüm sonucunda Eda kısa olanın daha tam sonuçlar verebileceğini ifade eder. Eda düşüncesini "Uzun olanla ölçersek çok kesin olmuyor ama kısa ile ölçersek daha kesin oluyor" şeklinde açıklar.

4.8. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 8: Parça-Bütün İlişkisi ve Standart Birimler

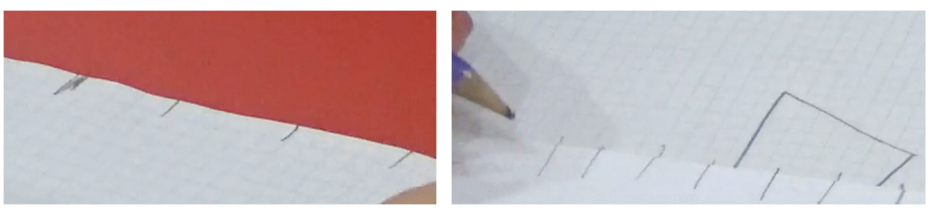
4.8.1. Öğretim Öncesi

Mert metre ve santimetrenin uzunluk ölçüm birimleri olduğunun ve farklı birimler olduğunun farkındadır. Örneğin, Mert metrenin de santimetre gibi bir "uzunluk ölçme birimi" olduğunu ifade eder ve "Santim küçük az, diğeri (m) çok" der. Sınıf duvarının uzunluğunun santimetre ile değil metre ile ölçülebileceğini ifade eder, santimetre ile silginin, kağıdın uzunluğu gibi uzunlukların ölçülebileceğini ekler. İki şehir arasındaki uzaklığın santimetre ile ölçülemeyeceğini metre ya da kilometre ile ölçülebileceğini ifade eder. Ancak Mert milimetreyi tanımamaktadır ve daha önce sözü edildiği gibi milimetrik ölçümleri de santimetre ile ifade etmektedir. Mert'in metre ve santimetreye göre yaptığı uzunluk tahminleri tutarsızdır. Bir santimetre uzunluğunda bir çizgi çizmesi istendiğinde 3-4 cm'lik bir uzunluk çizer. Bir metre için bir defterin uzun kenarını gösterir.



Şekil 133. Mert bir santimetre uzunluğu için çizdiği uzunluk

Mert'e "90 metrelik bir dolap nasıl olur?" sorusu sorulduğunda "Olmaz, çok büyük olur" der. "O zaman santimetre mi olmalı?" diye sorulur. "Evet. 90 santim nasılmış?" der. Bunun üzerine bir metrelik bir mezura gösterilir. 1 metre olduğu vurgulanır. "100 santimmiş" şeklinde kendisi keşfeder ve ekler "O zaman 2 metre 200 santim"



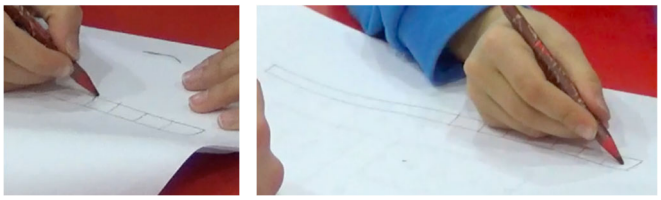
(a) (b)

Şekil 134. (a) Mert'in 4 cm için belirlediği uzunluk (b) Mert'in 7 cm için belirlediği uzunluk

Şekil 134a'da Mert'in 4 cm için belirlediği uzunluk görülebilir. Şekil 134b'de ise Mert aynı şekilde kendisine göre belirlediği 1 cm'lik birimlere göre 7 cm'lik bir uzunluğu işaret etmektedir. Dolayısıyla Mert'in santimetre için yaptığı tahminler değişkenlik gösterir. Bunun, Mert'in santimetrenin belirli bir uzunluk olduğuna çok dikkat etmemesi ve orantısal akıl yürütme becerisi ile ilgili olabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla, Mert'in santimetrenin ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihinsel bir temsile sahip olmadığı söylenebilir. Yapılan ilk klinik görüşmelere göre, Mert'in standart ölçü birimlerine ait şemasının santimetre, metre ve kilometreyi içerdiği ancak bu birimlerin belirli uzunluklara verilen isimler olduğu düşüncesini içermediği, aynı zamanda bu birimlerin uzunluklarına dair zihinsel bir temsil içermediği söylenebilir. Ancak Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5 ile Mert'in santimetrenin belirli bir uzunluk olduğunun farkına vardığı düşünülmektedir. Benzer şekilde Eda'nın da yapılan ilk klinik görüşmelere göre öğretim öncesi seviyede santimetre ve metre kavramlarından haberdar olduğu ancak bu birimlere dair tam ve doğru bir şema oluşturamadığı söylenebilir. Eda santimetre kelimesini "santi metre" şeklinde yazabilmektedir. Bu durumda Eda'nın santimetreyi metre ile karıştırma ihtimali artmaktadır. Dolayısıyla da Eda'nın santimetrenin belirli bir uzunluk olduğuna dair zihinsel bir görüntü oluşturamadığı düşünülebilir. Nitekim Eda 1 cm'lik bir uzunluğa "bir çizgi uzunluğunda" diyebilmekte veya 5 cm uzunluğunun işaret parmağı kadar olduğunu söylerken, 10 cm için dirseğine kadar olan uzunluğu gösterebilmektedir. Bunun sebebinin, Mert'de olduğu gibi, Eda'nın orantısal akıl yürütme becerisi ile ilgili olduğu gibi aynı zamanda santimetreye dair belirli bir zihinsel görüntüsünün olmaması olduğu düşünülebilir. Ancak Eda'nın Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5 ile santimetrenin belirli bir uzunluk olduğunun farkına vardığı söylenebilir. Dolayısıyla şimdiki etkinlik dizisinde standart birimlere neden ihtiyaç duyulduğu, standart birimlerin belirli birer uzunluk olduğu ve birbirleri arasındaki ilişkiye odaklanılmıştır. Bu aşamada birimlerin eş parçalama yoluyla elde edildiği vurgulanacak ve birimler arasındaki parça-bütün ilişkisinin sezdirilmesi için eş parçalama etkinliğine yer verilecektir. Aynı zamanda öğrencilerin metre ve milimetreye dair zihinsel bir görüntü oluşturmaları da amaçlanmıştır.

Yapılan klinik görüşmelerde Mert verilen bir bütünü eş parçalarına ayırma ve parçaları birim olarak dikkate alma noktasında sıkıntı yaşamıştır. Mert'e 6 birim uzunluğunda bir ip verilir ve bu ipi kullanarak 9 birim uzunluğunda bir kurdele kesmesi istenir. Mert 6 birimi iki eş parçaya ayırarak 3 birimi elde edebileceğini düşünür ancak 6'nın üzerine 3 birim ekleyerek 9 birimlik kurdeleyi elde edebileceğini fark edememiştir. 12 birimlik bir uzunluk verilip 8

birim uzunluğu sorulduğunda ise, Mert 12 eş parçaya ayırıp eş parçalardan 8'ini almak yerine kendisine göre belirlediği birim uzunluklara göre 8 parçaya ayırır ve 8 birimi elde ettiğini düşünür (Şekil 135a ve 135b). Bu esnada kalan uzunluğun 4 birim olup olmadığını, birimlerin eş olup olmadığını önemsemez. Dolayısıyla Mert verilen bir uzunluğu eş parçalama eylemini uzunlukları referans alarak gerçekleştirememiş, birimlerin eş olmasına çok fazla önem vermemiştir. Bu durum Mert'in birim ve nesnenin uzunluğu arasındaki parça bütün ilişkisinin farkında olmamasından, başka bir deyişle birimi bütünün eş parçalarından biri olarak görememesinden kaynaklanabilir. Birimlerin yinelenmesi zihinsel olarak toplam uzunluk ve tüm uzunluğun bir parçası olarak görülen daha küçük bir nesnenin uzunluğu arasındaki parça bütün ilişkisini kurmayı içerse de (Kamii & Clasrk, 1997), Mert'in ölçme eylem şemasının birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisi fikrini içselleştiremediği söylenebilir.



(a) (b)

Şekil 135. (a) ve (b) Mert'in eş parçalama eylemi

Eda'nın uzunluk şemasının nesnenin uzun olma durumuna aşırı özelleştirildiği söylenebilir:

A: Peki uzunluk nedir sence?

E: Uzunluk bir şeyin çok uzun olması.

A: Başka?

E: Bu kadar.

A: Yani çok uzun olursa mı uzunluktan söz ediyoruz?

E: Evet.

Eda "-" böyle bir uzunluğa "Sıfır çizgi" der. Görüldüğü üzere Eda milimetrik uzunluklara sıfır atfetmekte ve uzunluğu uzun olma durumuna aşırı özellemektedir. Eda'ya çok kısa bir çizgi çizilerek tekrar sorulur "Bir şey çok kısaysa buna uzunluk diyebilir miyiz?" sorusu üzerine Eda "Hayır" der ve sebep olarak "Çünkü çok küçük" der. Çizgi tekrar gösterilir:

A: Bu uzunluğa sahip değil midir?

E: Sahiptir ama ölçemeyiz.

A: Ha ölçemeyiz. Mesela şöyle olsa [biraz daha uzun bir çizgi çizilir]?

E: O uzunluğa giriyor.

A: Şu (önceki çizgi) girmiyor mu?

E: O da giriyor ama ölçemiyoruz çok küçük.

A: Peki mesela çok uzun olma durumunda uzunluktan bahsedebilir miyiz?

E: Evet.

A: Mesela çok uzun bir şeye örnek verir misin?

E: Hımm duvar.

A: Mesela iki şehir arasındaki uzaklık sence uzunluk mudur?

E: Evet.

A: Uzunluğunu ölçebilir miyiz onun? Ölçebilir miyiz iki şehir arasındaki uzaklığı?

E: Ölçemeyiz ama uzunluğa giriyor.

Eda'nın uzunluk kavramını uzun olma ile ilişkilendirmesinin, uzunluk kelimesinin kendisinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Eda uzunluğun söz konusu olabilmesi için uzun olmanın gerekli olduğunu düşünmektedir. Nitekim pilot öğrencilerden biri de uzun olma durumu için uzunluk kelimesinin uygun olduğunu, kısa olma durumunun ise "kısalık" şeklinde ifade edilebileceğini belirtmiştir. Öğrencilerin sözel-dilsel algılarından kaynaklı farklı kavrayışlara sahip oldukları düşünülebilir, nitekim kelimeler incelendiğinde öğrencilerin böyle kavrayışlar yapılandırmaları yadsınacak bir durum olmayabilir. Eda kısa çizginin uzunluğa sahip olduğunu kabul etmesine rağmen ölçülemeyeceğini ifade eder. Benzer şekilde uzun olduğunu düşündüğü uzaklıkların da ölçülemeyeceğini düşünmektedir. Sebebi ise çok uzun veya çok kısa olmaları ve ölçebilecek bir aracın (birim) olmamasıdır:

A: Peki kardeşine uzunluğu nasıl açıklarsın? Sana sorsa abla uzunluk nedir diye?

E: Mesela uzunluk bir şeyin uzun olması, onu kolaylıkça ya da kolay değilse ölçebileceğimizi onu şeyle ölçebileceğimizi metre, uzun metrelerle… Bunu açıklardım.

Bu bağlamda, Eda'ya km, mm gibi standart birimlerin tanıtılması ile böyle uzunlukların da ölçülmesini sağlayan birimlerin varlığı ispatlanabilir. Eda milimetrik uzunluklara sıfır atfettiği ve milimetrik uzunlukların çok kısa olduğundan dolayı ölçülemeyeceğini, benzer şekilde bazı uzunlukların da çok uzun olduğu için ölçülemeyeceğini ifade ettiği için,

dolayısıyla çok kısa ve çok uzun olmayı vurguladığı için Eda'ya öncelikle uzun ya da kısa olma durumunun göreceli olduğunun hissettirilmesi ve daha sonra çok kısa uzunlukların da ölçülebileceği fikrinin yaşatılması amaçlanmıştır. Dolayısıyla Pıtırcık hikayesi Eda için oldukça önemlidir.

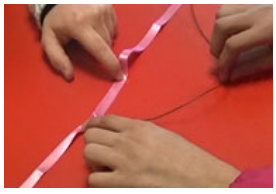
İlk klinik görüşmelere göre gerçekleştirilen eş parçalama etkinliğinde Eda'ya 6 birim uzunluğunda bir tel ve bir top kurdele verilir: "9 birim uzunluğunda bir kurdele kesmek istiyorum. Evde cetvel bulamadım. Yalnızca bu telin 6 birim uzunluğuna sahip olduğunu biliyorum. Bu teli kullanarak ölçmek zorundayım. 9 birim uzunluğunu bu teli kullanarak nasıl elde edebilirim?" sorusu yöneltilir. Eda öncelikle 6 birimlik teli yineleyerek bulabileceğini ifade eder. 6 birimlik teli kullanarak 9 birimi elde etmek için geriye ne kadar bulunması gerektiği sorulduğunda 5 birim der ve teli yineleyerek bulabileceğini ifade eder. Bunun üzerine teli yinelemesi istenir. Eda teli iki kere yineler:

A: Ne yaptın 6 ile 6 yı ekledin kaç etti?

E: Hımm 12.

A: 12 etti ama sen 6'ya kaç eklemelisin ki 9'u elde edesin? Şurada 6'yı buldun. Şuraya kadarmış mı dedin? Koy bakalım [Teli gösterilen yere koyar]. Bu 6 birimmiş ben 9 birim istiyorum. O zaman ne kadar daha tele ihtiyacım var sence?

E: Şurası 7 olsa, 8, 9 buraya kadar [Göz kararı sayar. Eda Şekil 136'daki 2 parmak arasının 3 birim olduğunu ifade etmektedir.]



Şekil 136. Eda 2 parmağı arasının 3 birim olduğunu ifade etmektedir

A: 6 birim şu kadarsa şu kadarlık yer de 3 birim mi? 3 birim mi oldu burası?

E: Hıhı.

A: Kaç birim oldu?

E: [İçinden sayar] 9. […] Şuraya kadar da 9 oldu.

A: 9 oldu. Hı kaç birime daha ihtiyacın olmuş oldu senin?

E: 3.

A: Peki, ben bu teli kullanarak 3 birimi nasıl elde ederim?

E: Hımm sayarak.

A: Telin uzunluğu kaç birimdi?

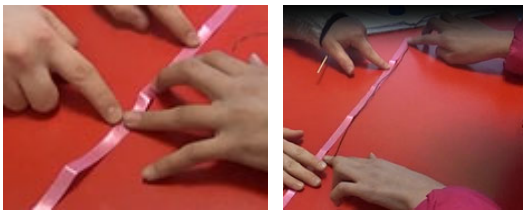
E: 6

A: Tamam o zaman 3 birimi nasıl elde ederim acaba?

E: Hımm 3 birim [Teli yalnızca bir kalem gibi kullanarak göz kararı 3 birimi belirler]. Şurası (Şekil 137a).

A: Bakayım burası 3 birim. Toplamda 6 birim ne kadardı?

E: Şu kadar [Teli açar gösterir (Şekil 137b)]



(a) (b)

Şekil 137. (a) ve (b) Eda teli kullanarak 3 birimi elde etmeye çalışmaktadır

A: 6 birim bu kadar, şurası da 3 birim mi olmuş oldu?

E: Evet.

A: Peki, telin yarısı sence kaç birimdir?

E: Hımm 4.

A: Tamam.

Görüldüğü üzere Eda 3 birimi 6 birimden yararlanarak elde etmemiş, kendi belirlediği birimlere göre 6'nın üzerine ekleyerek devam etmiştir. 6 birimlik uzunluk vurgulandığı halde bir birimi, bütünü referans alarak belirlemeyi düşünmemiştir. Eda tek bir birimi elde etmenin dışında, 6 birimden yola çıkarak, onun yarısı ile 3 birimi elde edebileceğini de düşünmemiştir. Bunun sebebinin, etkinliğin sayıları, aritmetik işlemleri ve orantısal akıl yürütmeyi gerektirmesi nedeniyle Eda'nın uzunluğu zihinsel olarak eş birimlere ayırmada güçlük yaşaması olduğu düşünülebilir. Nitekim Eda'ya 5 cm'lik bir uzunluk gösterilerek uzunluğunun 5 cm olduğu vurgulanır. Eda'dan buna göre 1 cm'yi göstermesi istenir ve Eda verilen uzunluğun neredeyse yarısı kadarını gösterir. Eda kendisine verilen teli referans alarak, eş parçalama yoluyla birimi belirleyip bu birimi yineleme yoluyla sonuca

ulaşamamıştır. Bu noktada problem durumunun içerisinde sayıların söz konusu olmasının öğrencinin akıl yürütmesini engellediği söylenebilir. Ancak bunun yanında Eda telin uzunluğunu referans almamakta, nesneyi bir bütün olarak ele alıp, onu eş parçalara ayırarak birime ulaşmayı düşünmemektedir. Eda'nın birimlerin farkına varmadığı, birimleri göz kararı kendince belirleme yoluna gittiği görülmektedir. Dolayısıyla Eda'nın ölçme eylem şemasının nesne ile birim arasındaki parça bütün ilişkisini içselleştiremediği düşünülebilir.

Öğrenciler ölçme eyleminde önemli bir etken olan birim kavramında esas olanın birimin uzunluğu olduğunu ve eş birim kullanımının önemini anladıktan sonra belirli ve standart uzunluklar olan mm, cm, m ve km'nin tanıtılması uygun görülmüştür.

4.8.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 23-M. Gerçekleştirilen ilk etkinlik Mert'in bir santimetre uzunluk miktarına aşina olmasını sağlamayı amaçlar. Etkinlikte Mert'in bir kağıda 1 cm uzunluğunda farklı nesneler kesip yapıştırması gerekmektedir (Şekil 138a ve 138b). Etkinlik esnasında Mert'e kestiği bir cm uzunluğundaki kağıt şeridin eni gösterilerek "Bu kağıdı inceltirsem, buradan (genişlik) kesersem, 1 cm uzunluğu değişir mi?" şeklinde sorulur Mert "Değişmez" der. Bunun üzerine değişip değişmediği sürekli sorularak kağıt çok ince bir şerit haline gelinceye kadar kesilmeye devam edilir. Mert'in cevabı her biri için değişmez olduğudur. Hatırlanacak olursa aynı etkinlik Eda için uygun birim seçimine dikkat çekmek amacıyla Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5'de gerçekleştirilmiştir.



(a) (b)

Şekil 138. (a) ve (b) Mert'in 1 cm uzunluğu temsilleri

Daha sonra standart birimlere ihtiyacı hissettirmek ve Mert'in bu ihtiyacı kendisinin keşfetmesini sağlamak amacıyla bir hikaye anlatılır. Hikaye şöyledir:

Ali'ye miras olarak bir mektup bırakan dedesi mektupta bir hatıradan söz eder. Ancak Ali'nin bu hatıraya ulaşabilmesi için biraz çaba harcamasını istemektedir. Mektup içerisinde Ali'nin hatıraya nasıl ulaşacağının yolunu gösteren bir de harita bulunmaktadır. Ali hemen işe koyulur ve kendisine yardım etmesi için arkadaşı Ahmet'ten yardım ister.

Birlikte haritada belirtilen noktaya giderler. Haritada köyün tepesine çıkmaları söylenmektedir. Tepeye çıktıktan sonra mektupta yer talimatları Ahmet okur. Ali yerine getirir: "Tepenin üzerinde 3 kere etrafınızda dönün. Sonra sırtınızı ormana doğru verip 10 adım atın. Durduğunuz yerden 2 kulaç ilerleyin. Tam ayağınızın değdiği noktayı 40 parmak derinliğinde kazın." Ders esnasında ise bu talimatları Mert'in gerçekleştirmesi sağlanır. *Talimatları birebir uygulamalarına rağmen toprağı kazdıkları yerde hiçbir iz bulamazlar. Ahmet "Acaba deden bize bir şaka mı yapmak istedi?" der. Ali "Hayır dedem öyle şey yapmaz" der. Ahmet "O zaman biz yanlış yerde arıyoruz" der. Ali ise "Köyün en yüksek tepesi burası, şurası da orman işte" der.* Bu esnada Mert'e sorulur "Sence problem ne olabilir?" Mert'in aklına birimlerin eşliği, eş olmayan birimlerle karşılaştırmanın zorluğu gelmez. Hikayeye devam edilir. *Ahmet düşünür ve "O zaman problem ne? Doğru yere geldik, harita doğru. 10 adım atın dedi attın. 2 kulaç ilerleyin dedi ilerledin, 40 parmak derinliğinde kazın dedi kazdın. Acaba problem ne?" der.* Mert'e yine sorulur ancak beklenen cevap alınamaz. *Ahmet merakla sorar: "Deden nasıl bir insandı?", Ali "iyi bir insandı" der. Ahmet "Onu demiyorum. İri bir insan mıydı? Yoksa zayıf mıydı?" der. Ali "Bunun ne önemi var?" diye sorar.* Mert'ten yine yorumlaması istenir. Mert yanlış yöne gitmişlerdir, yanlış saymışlardır, dedesi şaka yapmıştır şeklinde yorumlarda bulunur. Mert'e "İkimizin kol uzunluğunu karşılaştıralım" denilerek kol uzunlukları karşılaştırılır. Bu esnada, Mert "A bu yüzden… dedesinin parmağı farklı" şeklinde birimlerin farklı olduğunu fark eder. "Ali'nin hatıraya hemen ulaşabilmesi için dedesi ne yapmalıydı?" diye sorulur. Mert "Cetvelle… santimle deseydi, metreyle deseydi olurdu" der. Bu noktada herkesin bildiği bir uzunluk birimi olduğu için metre ve santimetrenin daha güvenilir ölçüm sonuçları sağlayacağı vurgulanır. Dolayısıyla standart birime olan ihtiyacı hissettirecek bu hikaye ile derse giriş yapıldıktan sonra, standart birimlerin nasıl tanımlandığına dair bir hikaye ile devam edilir. Bir metrelik bir mezura alınır ve uzunluğunun bir metre olduğu üzerindeki yazılar yoluyla Mert'in fark etmesi için vurgulanır. Mert "Metre şu kadar bir uzunluktur diye neden tanımlanmış sence?" sorusuna cevap vermez. Devam edilir:

A: Eskiden bir ülkede örneğin şu kalem uzunluğu kadar bir uzunluğu kullanıyorlarmış. Bu kalem uzunluğuna bir isim veriyorlarmış ve buna göre ölçüyorlarmış her şeyi. Sonra ülkeler kendi aralarında ticarete başlamışlar. Mesela İtalyanlar bizim ülkemize "Bize 4 İtalyan uzunluğunda masa gönderir misiniz?" diyorlarmış. Ülkemizdeki tüccarlar da diyormuş ki "İtalyan uzunluğu ne kadardır ki? Biz bilmiyoruz. O zaman biz de kendi uzunluğumuza göre 3 kalem uzunluğunda gönderdik" diyorlarmış. Eşyalar İtalya'ya gittiğinde bir şaşkınlık

yaşanıyormuş "Bu bizim istediğimiz uzunlukta değil". O zaman nasıl anlaşmamız gerekiyor birbirimizi nasıl anlayacağız diye düşünmüşler. Sence ne yapmaları lazım?

M: Cetveli bulmuşlar, santimetreyi bulmuşlar.

A: Aynen öyle. Ülkeler arasında hatta aynı ülkedeki farklı şehirlerarasında bile farklı uzunluklar kullanıldığı için anlaşamıyorlarmış.

M: Evet şu kadar mı? Bu kadar bir uzunluk mu? Bilemezler [çeşitli uzunluklar gösterir].

A: [Benzer örnekler çoğaltılarak devam edilir] Sonra Fransız bir bilim adamı biz bu karışıklığı yok edelim. Bir uzunluk bulalım sonra o uzunluğa bir isim verelim. Herkes o uzunluğa göre ölçsün her şeyi demiş[3].

M: Metre, santimetre, milimetre.

A: Peki temelde yapılan ne Mert? Herhangi bir uzunluğa isim verme mi?

M: Evet.

Mezura ile 1 metrelik uzunluk gösterilir. Bir metrelik bir uzunluğun nasıl belirlendiği bir küre ile dünyanın örneklenmesi yoluyla dünya üzerinde bir boylam uzunluğunun ölçüldüğü ve bunun 10 milyonda birine denk gelen bir uzunluğun standart ölçü birimi olarak kabul edildiği belirtilir (Demircan, 1985). "Dünyanın çevresinin on milyonda biri bu kadar bir uzunluk etmiş işte" denilir. Mert "metre demişler" der. Mert'e bu uzunluğu belirleyen ilk kişinin kendisi olsaydı isterse farklı bir isim verebileceği de belirtilir. Bu aşamadan önce dünyanın güneşe uzaklığının ölçüldüğüne dair bilgiler içeren bir video izletilerek Mert'in dünyanın çevresini ölçmenin mümkün olduğunu görmesi amaçlanır.

A: İnsanlar mutlu olmuş. Artık bir metre dediğimizde herkes aynı şeyi anlayacak demişler. Kayseri'de yaşayan biri Ankara'da yaşayan birini arayıp kenar uzunluğu 10 metre olan bir bahçem var dediğinde ikisi de ne kadar bir uzunluktan söz edildiğini anlayacaklarmış. Ancak şöyle bir problem olmuş biz bir odanın duvarını metre ile ölçüyoruz ama mesela bir silginin uzunluğunu nasıl belirleyeceğiz? Yani metreyle ölçmek zor olmaz mı? demişler.

M: Evet olur… bir de santim çıkarmışlar.

[3] Standart birimler: Tarihte toplumlar arası ilişkilerin artması sonucunda özellikle ağırlık ve uzunluk birimlerinde tüm dünyada birliği sağlayacak şekilde ölçme sisteminin eksikliği üzerinde durularak bu soruna bilimsel bir çözüm bulmaya çalışıldı (Demircan, 1985). XVIII. Yüzyılda Fransa'da akademi tarafından ağırlık ve uzunluk birimleri konusunda birliği sağlama amacı ile iki bilim adamı görevlendirilerek sistematik bir çalışma başlatılmıştır. Bu çalışmanın sonucunda "metre" icat edilmiştir (Demircan, 1985).

Mert santimetreye ulaşılmaya çalışıldığını anlar ve silginin uzunluğunu ölçmek için uygun birimin santimetre olduğunu bildiği için bunu ifade eder. Mert'e cm'yi nasıl elde etmiş olabilecekleri sorulur "Metreden azaltılarak çıkmış" der. Bunun üzerine "Böyle kısa uzunluklara sahip nesneleri ölçmek için metreyi o zaman biz 100 eş parçaya bölelim demişler" denilir. Mert Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5'de eş parçalamaya dair bir etkinlik gerçekleştirdiği için uzunluğu 100 eş parçaya ayırma ifadesini anlamlandırabilmektedir. Bu noktada Mert'e cetveli 20 eş parçaya ayırdığı hatırlatılır. 1 metrelik bir uzunluğun 100 eş parçaya ayrılması ile elde edilen uzunluğun ise santimetre olarak isimlendirildiği belirtilir. Daha sonra aynı şekilde milimetrik uzunluğa sahip bir çizgi çizilir ve böyle uzunlukların kolaylıkla ölçülebilmesi için ne yapılmış olabileceği sorgulanır. Mert'e milimetrik bir uzunluğun santimetreden yola çıkılarak onun 10 eş parçaya ayrılmasıyla elde edildiği belirtilir.

Mert'e eş parçalama nedir diye sorulduğunda "Eş parçalamadır işte" der. Bunun üzerine bir kağıt verilerek eş parçalara ayırması istenir. Mert öncelikle rasgele bir parça keser ve daha sonra onunla aynı uzunlukta parçalar keser. Sonuncu parça diğerlerinden daha kısa olur. Bunun üzerine "Bu (son kesilen parça) olmadı ama?" denildiğinde "Olsun. Gerisi oldu." der ve son kestiği parçayı masadan aşağı atar. Dolayısıyla Mert'in eş parçalama eylem şeması eş parçalar elde etme fikrini içermektedir ancak bütünü referans alma ve bütünü eş parçalara ayırma fikrini içermediği söylenebilir. Mert'in bu davranışı klinik görüşmelerle de tutarlıdır. Daha sonra Mert'e bir kağıt daha verilir ve kağıdın hepsini dikkate alarak eş parçalara ayırması gerektiği vurgulanır. Bütünün eş parçaları kavramını sezmesi için ilk aşamada kesmekten çok katlamaya dikkati çekilir. Önce iki eş parça sonra 4 eş parça olacak şekilde katlaması istenir. Mert katlama ile kağıdı 4 eş parçaya ayırabileceğini görür. Daha sonra aynı kağıdı 10 eş parçaya ayırması istenir. Mert önce "Katlarız" der ancak düşünür ve ekler "O zaman ikişer ikişer gidiyor". Dolayısıyla Mert'in kağıt katlamayla ikinin kuvvetleri kadar parça elde edileceğini sezdiği düşünülebilir. Mert "O zaman katlayarak olmuyor. Ne yapmalıyız?" sorusunu cevapsız bırakır. Mert'e sonuca ulaşmasında yardım etmek ve uzunluk ölçümünde birim ve ölçülen nesne arasındaki ilişkiyi sezdirmek amacıyla "Bu kağıdı öyle bir şeyle ölçeceğiz ki onun aynısından 10 tane kullanmamız gerekecek. Değil mi? Öyle bir şey bulmalıyız." denilir. Mert 10 eş parçayı verecek şekilde çeşitli çubukları dener ve tam 10 eş parçaya ayrılabilecek şekilde çubuklardan birini seçer. O çubuğa göre kağıdı eş parçalara ayırır. Mert'e başka bir ip verilir ve 5 eş parçaya ayırması istenir. Mert önceki kestiği kağıt parçalarıyla ölçer ve 4 kağıt parçası uzunluğunda bulur. Çubukla ölçer

ve 6 çubuk uzunluğunda olduğunu görür. “Biriyle 4 tane parça, diğeriyle 6. Ama biz 5 arıyoruz. O zaman nasıl bir uzunluğa ayırmalıyız?” Sorusunu Mert uzun bir süre cevaplayamaz ancak sonunda ulaşır “Birinden kısa birinden uzun olmalı” der ve kağıdın ve çubuğun uzunlukları arasında bir uzunluk belirler. Belirlediği uzunluğa göre ipin uzunluğunu 5 eş parçaya ayırır. Görüldüğü üzere Mert ayıracağı parçaların uzunluklarını belirlemede sayısal verilerden yaralanmaz, bu esnada çubuk gibi araçlardan yararlanır. Mert’in bu etkinliklerde cetvel, çubuk, kürdan gibi araçları kullanmasına ve kağıt katlama gibi yolları denemesine özellikle fırsat verilir. Bu sayede Mert’in eş parçalama ile eş birimi yineleyerek uzunluk ölçme eylemi arasındaki ilişkiyi fark etmesi amaçlanır. Nitekim Mert eş parçalar için belirlediği bir uzunluğu yineleyerek parçalara ayrıma eylemini tamamlamıştır. Standart birimlere geçiş yapabilmek amacıyla başka bir uzunluk verilir ve Mert’ten 10 eş parçaya ayırması istenir. Mert benzer aşamalarla 10 eş parçaya ayırdığında "Demek ki bu uzunluğu 10 eş parçaya ayırınca böyle bir uzunluk elde ediyormuşuz. İşte bilim adamları da bu şekilde 1 metreyi 100 eş parçaya ayırıp santimetreyi elde etmişler.” denilir. Mert’e 1 metreyi kaç eş parçaya ayırarak santimetreyi elde ettikleri, 1 cm’yi kaç eş parçaya ayırarak milimetreyi elde ettikleri sorulur. Daha sonra 1 cm’lik bir uzunluğu 1 mm’lik bir uzunlukla ölçmesi istenir. Mert “1 mm uzunluğunda ne bulacağım?” der. Cetvel gösterilir. Cetvel üzerinde 1 mm’nin hangi uzunluk olduğu tartışılır. Mert sayar ve 1 cm’nin 10 mm olduğunu bulur. Başka bir kesir çubuğu verilir ve yine mm cinsinden ölçmesi istenir. Mert doğrudan 1 cm’leri dikkate alarak onar onar milimetreleri sayar ve 40 mm der. 40 mm’nin kaç santimetre olduğu sorulur ve Mert 4 cm olduğunu ifade eder. Daha sonra metre, santimetre ve milimetre için çeşitli uzunluklar gösterilerek bu uzunluklara 1 m, 1 cm, 1 mm denilip denilemeyeceği sorulur. Mert denilemeyeceğini, m, cm ve mm’nin belirli uzunluklar olduğunu belirtir. Sonraki aşamada metreden yola çıkılarak kilometre tanıtılır. Standart birimlerle ilgili çeşitli birbirine dönüştürme işlemleri yapılır.

Farklı nesneler, farklı ayrıtlar gösterilerek hangi uzunluğun hangi birimle ölçülmesinin daha uygun olduğu tartışılır. Daha sonra 1 cm ve 1 mm uzunluğunda çizgiler çizilerek Mert’e “Bir kalemin uzunluğunu bu uzunluklardan hangisiyle ölçmek istersem daha çok birime ihtiyaç duyarım?” sorusu sorulur ve Mert mm ile daha çok birime ihtiyaç duyulacağını sebebinin ise mm’nin daha kısa olması olduğunu belirtir. Ancak Mert bunu “[…] Çünkü mm daha küçük” şeklinde ifade etmiştir. En uzun standart birimin hangisi olduğu sorulur ve Mert km’yi seçer.

Yapılan pilot çalışmalarda, kısa bir uzunluğu ondan daha uzun bir birimle ölçmenin- öğrenciler parça bütün ilişkisini ve bunu kesir olarak ifade etmeyi tam olarak kavrayamadıkları için- öğrenciler için zor bir görev olduğu görüldüğünden bunu yapılandırmaya yönelik bir öğretim etkinliği düzenlenmemiştir. Mert'ten bir çubuğun uzunluğunu ondan daha uzun bir çubukla ölçmesi istendiğinde "yarım çubuk kadar, azıcık uzun çubuk kadar" şeklinde ifade etmeye çalışır. Aslında ifade etmeye çalıştığı dörtte üçlük bir uzunluktur. Mert ölçmeye çalıştığı çubuğun uzunluğunu "uzun çubuğun bir parçası kadar" şeklinde ifade eder. Bu ise Mert'in ölçüm sonucunu ifade edemese de artık birim ve ölçülen nesneyi parça bütün ilişkisi içerisinde değerlendirdiğini gösterebilir.

Mert'e uzunluğun göreceli olduğunu ve çok kısa uzunlukların da ölçülebilmesinin önemini fark ettirebilmek ve milimetrik uzunluklara dikkatini çekebilmek amacıyla Pireler ve Sinekler etkinliği uygulanır. Bu etkinlik esas olarak Eda için hazırlanan bir etkinliktir ancak Mert için de yararlı olacağı düşünülmüştür. Hikayede kalsiyum şişesine düşen pire Pıtırcığın çok fazla uzaması ve pireler ülkesinde çok uzun iken, gittiği sinekler ülkesinde çok kısa kalması anlatılmaktadır. Hikayenin sonunda Mert'e sorulur:

A: Pıtırcık kendi ülkesinde nasıl görünüyordu? Sinekler ülkesinde nasıl görünür?

M: Sinekler ülkesinde uzun değildi ama pireler ülkesinde çok uzun.

A: Peki bunun sebebi ne? Pıtırcığın boyu değişmezken kendi ülkesinde çok uzun, sinekler ülkesinde çok kısa görülmesinin sebepleri ne?

M: Çünkü pireler çok küçük sinekler pirelerden azcık daha uzun.

A: Neye göre diyorsun bunu?

M: Pıtırcığın arkadaşlarına göre uzun olması ama başka sineklere göre de kısa olması.

A: Peki buradan çıkarabileceğimiz bir sonuç var mı?

M: Bazı arkadaşlarımız uzun bazıları kısa. Herkesin boyları farklı farklı olabilir. Aynı olmayabilir.

A: Mesela bizim için çok kısa olan bir şey başkaları için?

M: Çok uzun olabilir.

A: Ya da bizim için çok uzun olan bir şey başka ortamlarda, başka durumlar için?

M: Çok kısa olabilir.

A: Nedeni nedir sence?

M: …

A: [Bir mezura ile bir metre gösterilir] Eve girerken yol bu kadar olsa?

M: Kısa.

A: Peki benim burnum bu kadar uzunlukta olsa? [denilerek mezura burun hizasına getirilir]

M: Çok zorluklarla karşılaşırsınız. Çok uzun olurdu.

A: O zaman aynı bir metrelik uzunluk benim burnum olunca çok uzun oluyor ama bir yol olunca?

M: Kısa. Ama küçük şeyler için… karınca için uzun yol olur.

A: Aynen. Bu yol karınca için uzun olabilir ama bizim için?

M: Çok kısa.

A: [1 metrelik burun ve yol örneği hatırlatılarak] Demek ki ortam ve kişilere göre uzunluk kısalık algısı değişiyor mu? Mesela şu bizim için çok kısa ama belki?

M: Başkasına göre çok uzun.

Dolayısıyla Mert'in uzun-kısa olmanın göreceliliğinin farkına vardığı söylenebilir. Bir sonraki öğretim oturumunda m, cm, mm tekrar hatırlatıldıktan sonra, milimetrik uzunlukların bazı durumlarda ölçülmesinin çok önemli olduğu vurgulanır. Bir makinenin icat edilmesi, bir ameliyattaki milimetrik bir oynamanın öneminden söz edilerek, bu uzunlukların göreceliliği hatırlatılır. Daha sonra Mert'e 1 mm'den daha kısa uzunlukların olup olmadığı konusunda ne düşündüğü sorulur. Mert "1mm'den daha kısa uzunluk vardır" şeklinde yanıtlar. Daha sonra 1 mm'den daha kısa bir standart birimin olup olmadığı konusunda ne düşündüğü sorulduğunda,

M: 1 mm'den daha kısa bir birimimiz var mıdır? Vardır. Ama bilmiyorum ben ne olduğunu.

A: Peki nasıl belirlemişlerdir sence?

M: Bunu da milimetre gibi on parçaya ayırıp… Ama ona ne ad verirler bilmiyorum.

Mert'in 1 mm'lik bir uzunluğun parçalara ayrılabilmesinden söz etmesi uzunluğun sürekliliğinin farkında olduğunu gösterebilir. Eş parçalama eylemine yönelik etkinliklerin de bu kavrayışı güçlendirdiği söylenebilir. Söz konusu öğretim etkinlikleri dizisi ile Mert'in standart birime olan ihtiyaca dair farkındalığının arttığı, metre, santimetre ve milimetrenin

belirli uzunluklara verilen birer isim olduğu ve standart ölçme birimleri olduğu fikrini ve aynı zamanda uzun-kısa olmanın göreceliliği fikrini edindiği söylenebilir.

4.8.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 29-E. Bazı uzunlukların çok uzun, bazı uzunlukların ise çok kısa olduğu için ölçülemeyeceği veya bu uzunlukların sıfır birim uzunluğunda olduğu gibi fikirlerinden dolayı Eda'ya çok kısa veya çok uzun olmanın göreceli olduğunu ve milimetrik uzunluklara dikkatini çekerek çok kısa uzunlukların da ölçülebildiğini fark ettirebilmek amacıyla Pireler ve Sinekler etkinliği uygulanır. Mert ile gerçekleştirilen etkinlikte ifade edildiği gibi hikayede kalsiyum şişesine düşen pire Pıtırcığın çok fazla uzaması ve pireler ülkesinde çok uzun iken gittiği sinekler ülkesinde çok kısa kalması anlatılmaktadır. Pıtırcığın sinekler ülkesinde en sevdiği oyunun saklambaç olduğu söylenir ve Eda'dan nedenini tahmin etmesi beklenir. Eda "Çünkü Pıtırcığın saklanması daha kolay olduğu için" der. Hikaye esnasında Eda'nın zihninde daha kolay yansıtabilmesi için sözü edilen uzunlukları göstermesi beklenir. Eda bir kral sineğin uzunluğunu kağıda çizer.

A: Pıtırcığın boyu değişmezken kendi ülkesinde çok uzun, sinekler ülkesinde çok kısa görülmesinin sebepleri ne?

E: Çünkü kendi böyle gözle görülmeyecek kadar. Sinekler yine böyle gözle görülebiliyorlar. Uzunluklarını da bilebiliriz o yüzden.

A: Pirelerin bilemez miyiz?

E: Hayır.

A: Neden?

E: Çok küçük çünkü.

A: Pıtırcığın uzunluğu ne kadardır sence?

E: 9 cm olabilir.

A: 9 cm olursa [cetvelde gösterilir] şu kadar bir şey olur. Ama pıtırcık 1 cm uzunluğundaki krala çok uzun diyor. Sen bu boyda (9 cm) olsan şuna [1 cm'lik çizgi gösterilir] çok uzun der misin?

Eda Pıtırcığın boyu için hala 1 cm'den uzun bir çizgi çizdiği için benzer konuşmalar tekrar edilir ve Pıtırcığın uzunluğu olarak milimetrik bir uzunluk çizer. Bunun yanında Eda'dan

Pıtırcığın bu boyuyla yanlarında dev gibi kaldığı diğer pirelerin uzunluklarını tahmin etmesi istenir. Eda daha kısa bir çizgi daha çizer.

A: Diğer pireler de o kadarmış. Peki onlar boya sahip değil mi şimdi?

E: Sahip. Şöyle bir çizgi kadar (1 mm).

A: O zaman Pıtırcığın kendi ülkesinde dev olurken sinekler ülkesinde minicik kalmasının sebebi nedir?

E: Çünkü sinekler daha uzun Pıtırcıktan. O yüzden Pıtırcık kısa olduğu için onlar daha uzun olduğu için.

A: Peki o zaman bizim "Aa çok uzun" dediğimiz şeyler başkalarına göre kısa olabilir mi yani?

E: Olabilir.

A: Mesela bir örnek verir misin?

E: Mesela biz binalara çok yüksek diyoruz ama uçakla bakıldığında "Aa bu bina ne kadar kısa" diyorlar.

A: Ya da bizim çok kısa dediğimiz bir şey başkalarına göre uzun olabilir mi?

E: Evet.

A: Mesela?

E: Mesela biz çok küçük olsak, çiçek görsek, bizden uzun deriz ki ne kadar uzun deriz. Büyük insanlar da ona "Aa ne kadar küçük" diyebilirler.

A: Günlük hayattan bir örnek verir misin?

E: Mesela bizler bu kısa derken küçük bebekler ne kadar büyük derler.

A: Bize göre uzunken başkalarına göre veya başka bir ortamda kısa olan bir şey örneği verir misin?

E: Mesela ağaç biz kısa görüyoruz.

A: Kim baksa ya da nerede olsa çok uzun görünür?

E: İnsanlar.

A: Mesela bir kedi olsa bize göre daha uzun görmez mi bu ağacı?

E: Evet.

Benzer konuşmalar tekrarlanır. Bir mezura ile bir metre gösterilir.

A: Böyle bir karayolumuz olsaydı nasıl olurdu?

E: Uzun.

A: Böyle bir yol? Araba yolu?

E: Ha kısa.

A: Ama benim böyle bir burnum olsaydı ne olurdu?

E: Uzun.

A: O zaman aynı 1 metre uzunluğu değişmezken araba yolu olsa ne oluyor?

E: Kısa.

A: Ama burun olsa?

E: Çok uzun.

A: O zaman aynı uzunluk duruma göre, insanlara göre…

E: Değişir.

A: O zaman sen hani çok kısa falan diyorsun ya bazı uzunluklar için belki başkalarına göre o çok kısa değildir.

E: Evet.

A: Örneğin [pıtırcığın boyu gösterilir] bir pire için bu çok uzundur. Ya da belki işte bir yerimiz yaralandığında, bu kadar bir kesik olması mı daha çok acıtır? Yarısı kadar olması mı? Hangisi daha az acıtır [milimetrik uzunluklar çizilir]?

E: Şu en küçük olan.

A: Demek ki şu [diğer milimetrik uzunluk] bu durumda uzunmuş gibi değil mi? Aslında sen önceden buna çok kısa diyordun. Şu en kısa olan bile bazı durumlarda uzun olabilir mi?

E: Evet.

A: O zaman bir şeyin çok uzun ya da çok kısa diye uzunluğunu ölçemeyiz gibi bir durum söz konusu olabilir mi?

E: Hayır.

A: Belki ölçmemiz gerekir değil mi? Mesela bir doktor, mesela uzunluğu bu kadar olan bir parçayı vücuttan kesip çıkarması lazım. Mecburen ne kadar uzunluğu diye ölçmeyecek mi?

E: Ölçecek.

Diyalog esnasında çizilen milimetrik çizgilerin uzunluğunun Eda'nın daha önceden sıfır çizgi şeklinde ifade ettiği çizgiler gibi olmasına dikkat edilmiştir. Etkinlik sonunda Eda'dan ne sonuç çıkardığını ifade etmesi istendiğinde "Küçük çizgileri bile ölçebiliyormuşuz" der.

A: Sence ne ile ölçeriz?

E: Cetvel.

A: Cetvelin neresini kullanırız?

E: Şurası [Milimetrik aralıkları gösterir].

Milimetrik aralıklar için 1 cm'lik uzunluğun 10 eş parçaya bölündüğünden söz edilir ve aralıklar Eda ile birlikte sayılır. Bu noktadan itibaren sıra Eda'ya mm, cm ve m gibi standart birimlere olan ihtiyacı hissettirmeye gelmiştir. Eda'ya uygulanan öğretim etkinlikleri görüldüğü üzere Mert'ten farklılaşmış ve Pıtırcık hikayesi öncelikli olarak anlatılmıştır. Bunun sebebi Eda'nın çok kısa veya çok uzun olduğunu düşündüğü uzunlukların ölçülemeyeceğini düşünmesidir. Bir diğer sebebi ilk klinik görüşmelerde görüldüğü üzere Eda'nın uzunluk şemasının uzun olma durumu ile şekillenmiş olmasıdır. Eda'ya göre uzunluk uzun olmadır. Dolayısıyla Eda'ya kısa olma durumunun da uzunluğa sahip olmanın bir sonucu olduğu hissettirilmelidir. Eda'ya öncelikle çok kısa veya çok uzun olmanın göreceli olduğu ve bazı durumlarda böyle uzunlukların ölçülmesinin çok önem arz ettiği açıklanmıştır. Nitekim zihninde kalan temel fikirleri Eda şöyle ifade eder: "Kısa şeyleri bile ölçebiliyoruz" ve "Kısa olarak gördüğümüz şeyler başkası için çok uzun olabilir"

Sonraki aşamada standart birimlere dair etkinliklere geçilmiştir. Eda'ya öncelikle Mert'e de anlatılan Ali ve Ahmet hikayesi anlatılır (Bkz: s. 256). Medine'nin mektuptaki yönergeleri gerçekleştirmesi sağlanır. Eda'nın Ali ve Ahmet'in neden mirası bulamadığına yönelik tahminleri birimlerin eşliğini içermez. Ali ve Ahmet'in yanlış yeri kazabilme ihtimali üzerinde durulur. Eda nedeninin yanlış ölçmeleri olabileceğini söyler. Nedeni için "Dedesinin ölçtüğü ve onların ölçtüğü farkı olabilir" der. Bunun nedeni için ise;

E: Dedesi daha büyük olduğu için onun adımları farklı olabilir. Ama Ali'nin adımları daha farklı olduğu için o yanlış yeri kazmış olabilir.

A: Adımları sence neden farklı olabilir?

E: Çünkü dedesi büyük olduğu için adımları da büyük olabilir. Ali küçük olduğu için adımları da küçük olabilir.

A: Kulacı da değişir mi?

E: Evet.

A: Acaba dedeleri nasıl tarif etmiş olsaydı Ali ile Ahmet kolaylıkla mirasa ulaşırdı?

E: Ali'nin ölçüsünü uzunluğunu bilseydi ona göre söyleyebilirdi.

A: Ama Ali'nin ölçüleri sabit mi? Ali büyüdükçe değişmeyecek mi?

E: Değişecek.

A: O zaman başka ne olabilir?

E: Başka bir çubuk kullanabilirdi onun uzunluğunu ölçüp kağıda yazıp bir çubukla şey yapabilirlerdi.

A: Çubuğun uzunluğunu ölçüp dedin ya nasıl mesela?

E: Mesela çubuk 25 cm. Bir de onu kağıda yazması, bu kadar uzunlukta diye. Sonra Ali aynı uzunlukta olan bir çubuğu bulup onunla yapabilirdi.

A: Mesela dedesi dese ki 25 cm ilerle çubuk olması şart mı çubuk olmadan ilerleyemiyor mu Ali?

E: İlerliyor.

A: Neden 25 cm deseydi garanti olurdu sence?

E: Çünkü uzunluğunu biliyorlar.

A: Dolayısıyla herkes tarafından bilenen ya da kolayca bulunacak olan ve zaman geçse de değişmeyecek olan bir birim uzunluğunu dedesi dikkate alsaydı Ali ile Ahmet kolaylıkla bulabilirdi.

E: Evet.

Görüldüğü üzere Eda eş olmayan birimlerle karşılaştırma yapmanın uygun olmadığını ve doğrudan olmasa da uzunluğunu bildiği bir çubuk kullanması gerekliliğini ifade ederek cm gibi standart bir birimle ölçümün uygun olacağını anlatmaya çalışmıştır. Standart birimler için Eda'ya Mert'te olduğu gibi bir hikaye ile metrenin nasıl belirlendiği açıklanmıştır. Bir mezura yardımıyla ismi belirtilmeden 1 metrelik uzunluk gösterilir ve dünyanın çevresinin 10 milyon parçaya ayrıldığında parçaların her birinin bu uzunlukta olduğu belirtilir. Daha sonra ise bu uzunluğa metre isminin verildiği belirtilir. Ne anladığını açıklaması istendiğinde:

E: Böyle herkes uzunluğunu bilmediği için böyle her yerde karışıklık oluyormuş. Sonra ne diyelim bunu herkes bilsin kullansın demişler. Sonra dünyanın çevresini ölçmüşler. Sonra parçalara ayırmışlar. Sonra buna ne isim verelim demişler. Sonra düşünmüşler adı metre olsun demişler.

Daha sonra Eda'dan bir kalemi metre ile ölçmesi istenir. Ancak Eda ifade etmekte zorlanır. Eda'ya önceki oturumlarda edinilen daha kısa birimle ölçmenin daha kolay olduğu fikri hatırlatılır, buradan yola çıkarak bilim adamlarının kalem, silgi gibi nesnelerin uzunluklarını kolaylıkla ölçmek için daha kısa bir birim bulmaya karar verdikleri ifade edilir. Bunun için 1 metreyi 100 eş parçaya bölerek elde ettikleri uzunluk gösterilir.

A: Bu uzunluklara ne diyelim demişlerdir sence?

E: 1 cm.

A: 1 cm'den daha kısa uzunluklarımız da var mı?

E: Var.

Eda'nın 1 cm'lik uzunluktan daha kısa birimlerin varlığını ifade etmesi uzunluğun sürekli olduğu fikri için önemlidir. Bunun üzerine milimetrik bir uzunluk gösterilerek nasıl ölçülebileceği sorulur. Eda "Aralıklarla ölçebilirler" der. Eda'ya hangi aralıkları kastettiği sorulduğunda cetveldeki aralıkları kastettiğini ifade eder. "Cetvelde olduğu gibi böyle aralarında onun gibi biz de yapabiliriz." der. Aralıkların nasıl olması gerektiği sorulduğunda eşit olması gerektiğini söyler. Santimetrenin hangi uzunluktan yola çıkılarak elde edildiği sorulur ve Eda "metre" der. Eda'ya sözünü ettiği kısa aralıkların nasıl belirlenebileceği sorulur ve Eda 1 cm'de yola çıkarak belirlenebileceğini ifade eder.

A: O zaman nasıl yapalım?

E: 1 santime göre o çizgileri keselim, çizelim.

A: O çizgileri neye göre çizeceğiz?

E: 1 cm.

A: 1 cm'i parçalara ayıracağız ama aralıkların eşit olması lazım değil mi?

E: Evet.

A: Eşit aralıklarla kaç parçaya ayıracağız o zaman mesela?

E: 5

Eda'ya cetvel verilerek 1 cm'nin kaç eş parçaya ayrıldığını incelemesi istenir. Eda yardımla sayar ve 10 sayısına ulaşır.

A: 1 cm'i kaç eş parçaya ayırmışlar?

E: 10.

A: 1 cm'den kısa uzunlukları ölçebilmek için 1 cm'i kaç eş parçaya ayırmışlar?

E: 10.

A: 10 eş parçaya ayırmışlar ve bu uzunluğu elde etmişler.

Eda'nın bu eş parçalarla bir uzunluğu ölçmesi istenir. Eda ölçer ve "5 tane… 1 cm'nin içindeki… aralık" der. Daha sonra bu uzunluğa milimetre isminin verildiği belirtilir.

A: O zaman 1 cm kaç milimetreden oluşuyormuş?

E: 10

A: O zaman 1 metre kaç tane 1 cm'den oluşuyormuş?

E: 100.

Eda'nın eş parçalama eylemini anlamlandırabilmesi ve böylece cm ve mm'nin nasıl elde edildiğini anlamlandırabilmesi, aynı zamanda birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisini görebilmesi için eş parçalama etkinliği yapılır. Ancak bundan önce kısa birimi uzun birim cinsinden ifade edip edemeyeceğini anlamak için bir mor çubuk ve onun üçte biri uzunluğunda kısa bir mor çubuk verilerek, Eda'dan kısa çubuğun uzunluğunu uzun çubukla ölçmesi istenir. Eda kısa birimi yineler ve

E: 3 tane mor çubuğun uzunluğu kadar.

A: Hangisi? İkisi de mor çubuk. Bunu (kısa olan) nasıl ifade edelim?

E: Yarım… yarım çubuğun uzunluğu kadar.

Görüldüğü üzere Eda yarım çubuk ifadeleri ile farkında olmasa da referans olarak uzun çubuğu almaktadır ve kısa çubuğun uzunluğunu doğru miktarda olmasa da yine uzun çubuğun bir parçası olarak ifade etmektedir. Eda daha sonra aynı uzunluk için "yarım çubuğun uzunluğu kadar üç tane çıktı diyebiliriz" der. Ancak Eda'nın bu ifadesi ölçtüğü çubuğun uzunluğunun bir buçuk katı anlamına gelmektedir. Yarım kelimesinin ne anlama geldiği Eda'ya açıklanır ve örneklendirilir. Daha sonra tekrar kısa çubuğun uzunluğunu uzun çubuk cinsinden ifade etmesi istendiğinde Eda "Bunun (uzun çubuğun) yarımdan daha

küçük olan yeri" şeklinde ifade eder. Kesir bilgisi ve orantısal akıl yürütme gerektirdiği için zor bir görev olduğu düşünüldüğünden, Mert de olduğu gibi Eda'nın da kısa çubuğun, uzun çubuğun bir parçası olduğunun farkında olması ile yetinilmiştir. Ancak Eda ile de birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisi üzerinde durulması gerekliliği görülmektedir. Bunun için de en uygun etkinliğin eş parçalama eylemi olduğu söylenebilir.

Eda'ya öncelikle bir uzunluk verilir ve iki eş parçaya ayırması istenir. Eda toplam uzunluğu niceliksel olarak göz önünde bulundurmadan, iki parça elde edip uzunluklarının eşit olduğundan emin olmaya çalışmıştır. Eda'nın eş parçalama stratejisi; iki eş parçaya ayıracağı uzunluğu doğrudan ikiye bölmek biçiminde değil adım adım parçaların uzunluklarını tahmin ederek deneme şeklindedir. Bu durumun Eda'nın eş parçalamayı bölme işlemi ile ilişkilendirmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Eda parçalara ayıracağı uzunluğu ve kaç parçaya ayıracağını zihninde bölünen ve bölen veya bölünen ve bölüm şeklinde ilişkilendiremediği için eş parçaların kaç birim uzunluğa sahip olması gerektiğini deneyerek bulmaya çalışmaktadır. Örneğin önce parçaların uzunlukları 10 cm olacak şekilde nesneyi parçalara ayırmaya çalışır. Son parçanın uzunluğu eğer 10'dan büyükse, Eda parçalama eylemine baştan başlayarak uzunluğu 11 cm olacak şekilde bir parça belirler. Bu durumda son parçanın uzunluğu 11'den daha küçük olursa, Eda baştan başlayarak bu sefer parçaların uzunluğu 10 ile 11 arasında olacak şekilde parçalara ayırmaya çalışır. Ancak toplam uzunluğu dikkate alıp ikiye bölmek gibi bir yol izlemez. Yine de Eda'nın parçaların uzunluğuna dair yaptığı tahminlerin yerinde ve orantısal akıl yürütme içerdiği düşünülmektedir. Nitekim Eda kalan parçanın uzunluğuna göre tekrar hangi uzunluğu ele alması gerektiği kararını, son kalan parçanın uzunluğu ve belirlediği birim uzunluk arasındaki ters ilişkiyi göz önünde bulundurarak verir. Aynı bütünü 4 parçaya ayırması istendiğinde, Eda bulduğu her iki parçayı iki eş parçaya ayırarak 4 parça elde edebileceğini düşünmez. Önceki çalışmasını tamamen siler ve tekrar 4 cm uzunluğunda parçalar belirleyerek başlar. 4 cm'lik parçalara ayırdığında kalan parçanın uzunluğu çok büyük olduğu için vazgeçer ve 5 cm ile dener. 5 cm ile de yine son parçanın daha uzun olduğunu görünce 5,4 cm ile dener. Eda 6 cm ile deneseydi son parçanın uzunluğu daha küçük olacaktır. Dolasıyla Eda'nın bunu sezgisel olarak veya da zihinsel olarak muhakeme ettiği düşünülebilir. Daha sonra Eda'ya "4 eş parçaya ayırmak için, hani 2 eş parçaya ayırmıştın ya oradan yola çıksan olur muydu?" diye sorulduğunda "Aa evet" der ve iki eş parçayı tekrar iki eş parçaya ayırmak için yine aynı stratejisiyle adım adım uzunlukları dener. Daha sonra Eda'ya 18 cm uzunluğunda bir kağıt şerit verilir, uzunluğunun 18 cm olduğu vurgulanır ve

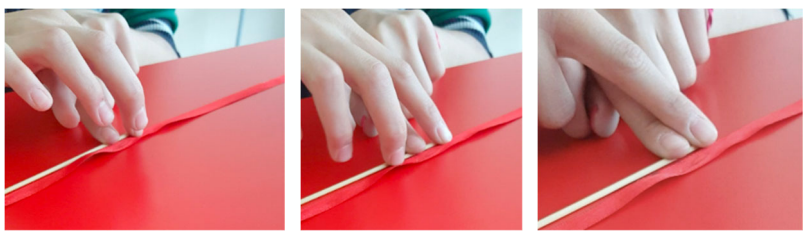
3 eş parçaya ayırması istenir. Eda öncelikle 2 eş parçaya ayırmaya çalışır. “3 eş parçaya ayıracaksın değil mi? 2 eş parçadan olur mu? Bir dene bakalım” denildiğinde vazgeçer. İlk olarak parça uzunluklarını 7 cm olacak şekilde belirler. Sonra 6 cm olacak şekilde dener ve hepsi eş uzunlukta olan üç parçaya ayırır. Eda’ya toplam uzunluğu 3’e bölerek de aynı sonuca ulaşabileceğini hissettirmek için 18’i 6’ya bölmesi istenir ancak Eda bu işlemi gerçekleştiremez. Daha sonra 3 ile 6’yı çarpması istendiğinde yine yapamaz. Ancak 18'in 3 kere 6’nın tekrarlı toplamı olduğu belirtildiğinde Eda şaşırır. Dolayısıyla Eda’nın sayılar arasındaki ilişkileri tespit edebilme noktasında aritmetik becerilerinden kaynaklı problemler yaşadığı için eş parçalama eyleminde tahmin ve deneme yanılma yolunu tercih ettiği düşünülebilir. Daha sonra 20 cm’yi 10 eş parçaya ayırması istenir Eda yine deneme yanılma yoluyla ayırır ve elde edilen parçanın uzunluğunun 2 cm olduğu görülür. Eda’ya neyi dikkate alarak belirlediği sorulduğunda “2 santim 2 santim belirledim" der. Belirlediği uzunlukların neyin uzunluğu olduğu sorulduğunda "10 eş parçanın uzunluğu” şeklinde cevaplar. Dolayısıyla Eda’nın eş parçalama eylem şemasının, eş parçalamanın belirli bir uzunluğu, uzunlukları eş olacak şekilde eş parçalara ayırma olduğu fikrini içerdiği düşünülebilir. Daha sonra 1 cm’nin de benzer şekilde 10 eş parçaya ayrılarak 1 mm’lik uzunlukların elde edildiği vurgulanır.

Eda’ya ilk klinik görüşmelerde sorulan soru tekrar sorulur: 6 birim olduğu ifade edilen bir uzunluk verilir ve 9 birim uzunluğunda bir kurdele kesmesi istenir. Eda öncelikle yine verilen birimin 6 cm uzunluğunda olduğunu düşünür. Ancak “6 cm mi bilmiyoruz. Bize yalnızca 6 birim uzunluğunda deniliyor” şeklinde bir açıklamada bulunulur.

A: Bu çubuk 6 birim uzunluğundaysa 9 birimi bulmak için kaç birime daha ihtiyacın var?

E: … 3.

Eda 3 birime ihtiyacı olduğunu tespit ettikten sonra çubuğu kurdelenin yanına koyar ve bitttiği yerde burası 6 şeklinde belirler. Daha sonra çubuğu bittiği noktadan tekrar parmaklarıyla yineler "şurası 7, şurası 8 ve 9” sayar (Şekil 139) ve şurası şeklinde belirler. Dolayısıyla parmağının uzunluğunu birimi olarak ele alır.



Şekil 139. Eda’nın eş parçalama eylemi

A: Peki birim uzunluğunun senin parmak kalınlığın kadar olduğunu nereden biliyorsun? Parmağının kalınlığı kadar olduğundan emin misin?

E: Değilim.

A: O zaman ne yapabilirsin birim uzunluk ne kadarmış diye bulmak için?

E: …

A: 6 birimden 3 birimi nasıl bulabilirsin?

E: Bunu (çubuk) 2 yani 6 eş parçaya bölebiliriz.

Görüldüğü üzere Eda birim uzunluğu bulmak için eş parçalama eyleminin gerçekleştirilebileceğini ifade etmiştir. Ancak Eda sayılar ve aritmetik işlemlerden kaynaklı güçlükler yaşar:

A: 6 eş parçaya bölersek mi 3 birimi buluruz?

E: 4 yok 5…

A: Ne düşünüyorsun sesli düşünür müsün?

E: 6'dan 3'ü çıkaracağız.

A: Geriye ne kalacak?

E: Hımm… 4… 3.

A: 3 kalacak.

E: 3 tane birimimiz oluyor 2 birimden.

A: 2 tane eş parçamız da olabilir. Uzunlukları kaç birim olur o zaman?

E: Hımm 1…

A: 6'yı ikiye ayırsak

E: 3.

A: 3 birim olur değil mi 6 birimi 2'ye ayırsak?

E: Evet.

A: Buradan yaralanarak bulabilir misin acaba?

E: Evet. Bu çubuğu önce 3 eş parçaya ayırmamız lazım.

Görüldüğü üzere Eda'nın şu an dikkate alması gereken üç sayı bulunmaktadır: 6, 2 ve 3. Eda 6'yı temel aldığı için unutmasa da, diğer iki sayıyı işlemdeki anlamları ve rolleri bakımından karıştırmaktadır. Öğrencilerle gerçekleştirilen öğretim etkinlikleri boyunca aritmetik işlemler söz konusu olduğu zaman bu ve benzeri durumlarla sıklıkla karşılaşılmıştır:

A: Neden 3 eş parça?

E: Çünkü 6 tane burada vardı. 6'dan da 3 çıkarttık 3 kaldı. Bunu 3'e böleceğiz yani 3 eş parçaya böleceğiz. Sonra onun yanına koyarak bulacağız.

Eda'ya cetvel verilir ve çubuğu cetvel yardımıyla önce 2 sonra 4 eş parçaya ayırır.

A: Senin neye ihtiyacın vardı? 6 birim olduğunu biliyorsun. 9 birimi bulacaksın.

E: Bunu daha küçük yani bunu 9 eş parçaya böleceğiz… 6. 6 eş parçaya böleceğim.

A: Sonra?

E: Sonra burada 6 vardı. Böldüğüm şeyleri bunun yanına koyup 9 taneyi bulacağım.

Eda cetvele göre 6 eş parçaya ayırmak için 1 birim uzunluğundan başlar. Ancak olmadığını görür. Sonra 3 ile devam eder. Eda ilk parçayı ayırdıktan sonra diğerlerini aritmetik saymayı kullanarak doğrudan 2, 4, 6 noktalarını belirlemek yerine her defasında birimleri sayar veya her bir parçayı sıfırdan başlatarak 2 cm olacak şekilde belirler. Eda üçüncü denemesinde 6 eş parçaya ayırır ve birime ulaşır. Daha sonra kurdele üzerinde 6 birimlik uzunluğu belirler. Belirlediği noktadan itibaren çubuğu eş parçaya ayırırken yaptığı işaretlemelerden yararlanarak eş birimleri ekleyerek sayar "7, 8, 9. Şurada" şeklinde 9 birimlik uzunluğu elde eder.

A: Ne yaptığını özetler misin?

E: İlk önce 1'den yaptım olmadı yani şey büyük geldi. Sonra 3'ten denedim o da küçük geldi. Sonra 2'den denedim 6 eş parçaya ayırmış oldum. Sonra çubuğun 6 birim olduğunu biliyorduk. Bunu koydum sonra bu ayırdığım şeyleri onun yanına koydum 7, 8, 9 diye şey yaptım ve uzunluğunu buldum.

A: Peki neden 6 eş parçaya ayırdın?

E: Çünkü 6 idi. 6 birimdi ve birime biz bölüyoruz, eş parçaya ayırıyoruz. O yüzden şey yaptım. Bu 6 birimdi bunu böldüm ve 6 tane eş parçaya ayırdım.

Her ne kadar Eda sayıları farklı anlamlandırarak farklı yorumlasa ve bu konuda karışıklık yaşasa da Eda'nın birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisini fark ettiği ve

örneklenen eş parçalama eylemlerini bu fikir çerçevesinde gerçekleştirdiği söylenebilir. Nitekim Eda uzunluk 6 birim olduğu için onu 6 eş parçaya ayırdığını ve elde ettiği birimi yineleyerek 9 birime ulaştığını ifade etmektedir. Dolayısıyla ölçülen nesne ve birim arasındaki parça bütün ilişkisini zihninde yapılandırdığı söylenebilir. Ancak öğretim etkinlikleri dizisi boyunca Eda'nın santimetre şemasının farklı bir biçimde evrildiği düşünülebilir:

A: Parçalara ayırırken önce neyi belirlemeye çalıştın?

E: Onun … 1 cm'sini.

A: Neyi dikkate alarak yaptın?

E: İki santimi.

A: İki santim neyin uzunluğu?

E: 1 cm'nin… 10 eş parçanın uzunluğu.

Görüldüğü üzere Eda eş parçaların her birini ifade etmek için 1 cm ifadesini kullanır. Bunun sebebinin santimetreye dair yapılan ilk etkinlikte 20 cm'lik cetvelin 20 eş parçaya ayrılmasıyla elde edilen uzunluğun 1 cm olduğunun vurgulanması olduğu düşünülebilir. Eda'nın daha önce böyle bir şeması yoktur ancak eş parçalama etkinliğine gelindiğinde böyle bir ilişkilendirme yaparak, o etkinlikte bulunan her parçanın 1 cm'lik uzunluk olduğu vurgulandığından dolayı şimdiki eş parçalama eyleminde elde ettiği her bir parçaya 1 cm dediği düşünülebilir. Nitekim Eda 2 cm'nin 1 cm'nin uzunluğu olduğunu ifade ederken hatasını fark eder ve 10 eş parçanın uzunluğu şeklinde düzeltir. Eda önceki etkinlikten cetvel eş parçalara ayrıldığında elde edilen uzunlukların 1 cm olduğu fikrini aşırı genellediği ve bu yüzden her eş parçalama eyleminde elde edilen parçaları 1 cm ile ifade etmesi gerektiğini düşünmüş olabilir. Diğer bir ihtimal olarak ise Eda'nın kelime dağarcığının kısıtlı olması sebebiyle yine önceki etkinliğin de etkisiyle parçaların her birini ifade etmek, düşüncelerini aktarmak için 1 cm ifadesini kullanmış olabileceği söylenebilir. Ancak Mert ve Eda'nın standart birim olan santimetre için-belki de en sık kullanılan birim olması sebebiyle- diğer birimlere göre bu birime dair daha farklı şemalar yapılandırdığı söylenebilir. Eda ve Mert'in santimetreye ait şemalarının birimlere ya da eş parçalardan her birine verilen bir isim olarak yapılandırıldığı söylenebilir. Öğrencilerin santimetrenin ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihinsel görüntüsünü değil, daha çok uzunluk ölçümünde kullanılan bir isim olma özelliğini kullanmaya meyilli oldukları söylenebilir. Eda'ya 10 cm uzunluğunda bir kağıt parçası

verilerek, iki eş parçaya ayırması istenir ve Eda doğru bir şekilde iki eş parçaya ayırır. Nasıl yaptığını açıklaması istendiğinde:

E: Böyle önce 4 ile denedim 4'le olur mu diye. Küçük geldi. Sonra 5'le yaptım tam geldi.

A: 5 santimetre ile değil mi?

E: Evet.

A: Kaç eş parçan oldu?

E: 5… Ay! 2.

A: 2 eş parçan oldu. Peki uzunlukları ne oldu?

E: 1 cm…yok… uzunlukları…

A: Parçaların uzunlukları ne oldu?

E: Bir.

A: Bir bak bakalım önünde her şey.

E: 5 cm.

A: Neden 1 cm diyorsun Eda?

E: Bilmem. Kafam karıştı.

A: Neden?

E: Buna şey bununla bunun (cetvelde iki nokta) arasındaki… şey… 1 cm dediğimiz için galiba.

Eda konuşmada sözel olarak ifade edilen eş parça ile kastedilenin, o an üzerinde tartışılan olduğunu anlamayıp önceki konuşulanları tekrarlaması gerektiğini düşünüyor olabilir. Eda parça uzunluğu veya parça ifadesini 1 cm'ye aşırı genellemiş olabilir:

A: Ama orada kaç tane 1 cm var?

E: 5.

A: 5 tane 1 cm var. Kaç eş parçan oldu?

E: 2.

A: 2 eş parçan oldu 2 eş parçanın uzunlukları ne?

E: 5 cm.

A: Peki 5 cm uzunluğa sahip olan şeylerin adı ne?

E: 1 cm [der ve güler.]

Eda'ya 8 cm uzunluğunda bir şerit verilir ve 4 eş parçaya ayırması istenir. Eda cetvel yardımıyla doğru bir şekilde ayırır.

E: İlk önce 3 ile denedim olur mu diye. Sonra biraz fazla geldi. Sonra 2 tane şeyle yaptım. Oldu.

A: Ne ile yaptın?

E: Iıı 2 tane 1 cm ile.

A: O zaman parçalarının uzunlukları ne olmuş oldu?

E: 2 cm.

A: Kaç eş parça elde etmiş oldun?

E: 4.

A: Eş parçalarının uzunlukları ne oldu?

E: 4…1…2 cm.

A: Bu eş parçaların bir tanesinden söz etmek istediğinde ne söylersin?

E: Hımm 1 cm değil.

A: Neden 1 cm değil.

E: Çünkü ben bunu 2 cm ile yaptım. O yüzden 1 cm olamaz diye düşünüyorum.

Görüldüğü üzere Eda eş parçalardan her birine 1 cm diyemeyeceğini kendisi ifade etmiştir. Dolayısıyla son diyalogda Eda cm'nin belirli bir uzunluk ifade ettiğini belirtmiştir. Eda'nın önceki oturumda yaptığı hatayı sonraki oturumda kendisinin düzeltmesi veya önceki oturumda doğru yaptığı bir şeyi sonraki oturumda hatalı yapması gibi durumların Eda'nın dikkat dağınıklığıyla veya Eda'nın o an cevap vermekte acele etmesiyle ilgili olabileceği olabileceği düşünülebilir. Hemen önce yaptığı ölçüme ya da yaptığı eyleme odaklanmaksızın, cevap vermekte acele ettiği zaman Eda'nın böyle bir hataya düştüğü düşünülebilir. Çünkü bir kere daha düşünmesi istendiğinde doğru sonuca kendisi ulaşabilmektedir. Eda bir ölçüm yapar ve birimi 8 kere yineler. Bunun üzerine sorulur:

A: Neden 8 cm diyemiyoruz bunun sonucuna Eda?

E: Çünkü 8 cm 1 cm'e giriyor. Yani 1 cm ile ölçmüş oluyoruz 8 cm dersek. O yüzden ona girmiyor.

Sonraki öğretim oturumunda Eda'nın mm ve cm arasındaki nicel ilişkiye dikkatinin çekilmesi amaçlanmıştır. Eda'ya bir uzunluk gösterilir ve buna bir metre denilip denilemeyeceği sorulur. Eda "Hayır, belirli bir miktara göre" diyerek denilemeyeceğini, metrenin belirli bir mesafe olduğunu ifade eder. 1 mm'yi cetvelde göstermesi istenir ve doğru bir şekilde gösterir. Eda'ya önce 1 cm'nin kaç eş parçaya bölünerek 1 mm'nin elde edildiği sorulur ve Eda doğru bir şekilde cevaplar. Ardından 1 cm ve 1 mm uzunluğunda (Eda uzunlukları konusunda haberdar edilerek) iki çizgi çizilir. 1 mm uzunluğundaki çizgi ile 1 cm uzunluğundaki çizgiyi ölçmesi istenir: "1 cm kaç milimetreymiş ölçer misin?" Eda ölçer ve "1 cm 10 tane milimetre kadar" der. Eda'ya çeşitli nesneler verilerek cetvel yardımıyla milimetre cinsinden uzunluğunu ölçmesi istenir. Milimetrik uzunlukları saymak için giderek zorlaşan uzunluklar verilir ve Eda 5, 10, 20 … mm şeklinde 1 cm'nin 10 mm olduğu bilgisini dikkate alarak hesaplamaya başlar. Örneğin bir uzunluğu 7 cm olarak hesaplar. mm cinsinden hesaplaması istendiğinde cetvelde 10'ar 10'ar sayarak 70 mm olduğunu ifade eder. Ancak 7 cm'nin 70 mm'ye neden eşit olduğu konusundaki açıklamaları birimler arasındaki orantısal ilişkiyi içermez yalnızca aynı uzunluk ölçüldüğü için eşit olduklarını ifade eder. Aynı uzunluğun neden cm ile ölçüldüğünde 2, mm ile ölçüldüğünde 20 ile ifade edildiği sorulur. Eda 1 cm'lik aralığı gösterir ve "Çünkü burada fazla saydığımız için" der, sonraki açıklamalarında sebebinin aynı aralıkta mm'nin fazla olması olduğunu ifade eder ancak Eda bu durumu mm ve cm'nin uzunluklarına bağlayarak açıklayamaz. Soru daha açık sorulduğunda da benzer cevaplar alınır. Oysaki Eda fiziksel nesnelerle yapılan ölçme eylemlerinde, birim büyüklüğü ile ölçülen nesne arasındaki ters ilişkiyi birimlerin uzunluklarına bağlayarak açıklayabilmiştir. Bunun üzerine fiziksel birimlerin kullanılması yoluyla birimlerin uzunlukları daha görsel hale getirilerek tekrar sorulur. Öncelikle Eda'dan 1 cm'lik bir uzunluk ve 1 mm'lik bir uzunluk çizmesi istenir. Eda'ya bu uzunluklar ve bir silgi gösterilir.

A: Bu silginin uzunluğunu ikisiyle de ölçebilir miyim?

E: Ölçebiliriz.

A: Peki mesela bu silginin uzunluğunu milimetre ile ölçersem mi daha fazla birime ihtiyaç duyarım yoksa santimetre ile ölçsem mi daha fazla birime ihtiyaç duyarım?

E: Milimetre ile ölçtüğümüz zaman daha… şey… birim fazla olur.

A: Neden?

E: Çünkü milimetre biraz santimetreden küçük olduğu için bunu ölçerken de bir sürü milimetreye ihtiyacımız olacak. O yüzden de bununla daha çok yaparız.

Görüldüğü üzere Eda'ya mm ve cm'nin yalnızca isimlerinden söz edilerek sorulduğunda bu şekilde yanıtlamamıştır. Ancak uzunlukların görselleştirilmesi ile Eda soruyu sahip olduğu sayı ve ölçme şeması ile ilişkilendirebilmiştir. Dolayısıyla Eda'nın uzunlukların zihinsel temsilleri ile akıl yürümede zorlandığı söylenebilir.

Eda'ya şehirlerarası bir yolun uzunluğunu ölçmek için 1 metre ile ölçmenin mi yoksa 1 metrenin 1000 katı ile ölçmenin mi daha uygun olduğu sorulur. Eda 1000 katı ile ölçmenin daha kolay olacağını ifade eder. Bunun üzerine bu uzunluğun kilometre olduğu belirtilir. 1 km'nin kaç metre olduğu sorulduğunda Eda 1000 metre olduğunu ifade eder.



Şekil 140. Eda ile birlikte etkinliklerde kullanılmak üzere yapılan sünger adam

Eda'nın hangi uzunluğu hangi standart birimle ölçmenin uygun olduğunu tespit edip edemediğini anlamak amacıyla Şekil 140'deki sünger adam üzerinden çeşitli sorular sorulur ve Eda hangi birimle hangi uzunluğun ölçülmesinin uygun olacağına dair doğru cevaplar verir. Eda'ya birimlerin kısaltmaları ve okunuşları yazdırılır.

Söz konusu öğretim etkinlikleri dizisi ile Eda'nın uzun-kısa olmanın göreceliliğinin, aynı zamanda kendisine göre çok kısa veya çok uzun olan uzunlukların ölçülebildiğinin farkına vardığı söylenebilir. Bununla birlikte Eda'nın standart birimlerin belirli uzunluklara verilen birer isim olduğuna ve aralarındaki nicel ilişkiye dair farkındalığının arttığı söylenebilir.

4.9. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 9: Yer Kaplama Özelliği

4.9.1. Öğretim Öncesi

Söz konusu öğretim etkinlikleri dizisinde uzunluğun alan ve hacim niteliklerinden farkı olan tek boyutta yer kaplama özelliği üzerinde durulmuştur. Uzunluğun farklı temsillerini tanıma karakteristiğini öğrencilerde yapılandırmak amacıyla gerçekleştirilen Öğretim Etkinlikleri Dizisi 4'de öğrencilerin uzunluğun en, genişlik ve çevre gibi temsillerini alan niteliği ile

karşılaştırılması durumu incelenmiştir ve uzunluk tanımından faydalanılarak Mert ve Eda'nın bu temsillerin birer uzunluk olduğunu fark etmesi sağlanmıştır. Bu öğretim etkinlikleri dizisinde ise uzunluk niteliğinin kendisinin alan ve hacim nitelikleri ile karşılaştırılması söz konusudur.

Yapılan klinik görüşmelerde Mert tek boyutta nesnenin uzunluk niteliğinin incelendiğine dair uygun örnekler vermiştir. Örneğin nesnelerin uzunluklarını belirlemede Mert belirli bir eğriyi işaret eder. Resimlerde (Şekil 141a-141d) görüldüğü üzere küre, silindirik cisim ve şişe kapağı gibi nesneler üzerinde eğrileri dikkate alarak uzunluklarının ölçülebileceğini söyler.



(a) (b) (c) (d)

Şekil 141. Mert nesnelerin uzunluklarını belirlemede belirli bir eğriyi işaret etmektedir

Eda ise yapılan klinik görüşmelerde nesneler üzerinde çeşitli uzunlukları belirleyebilir. Daha önce de belirtildiği üzere Eda'nın bu aşamada kriteri doğrusal olma durumudur. Ancak Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3 ile Eda uzunluk ölçme eylem şemasını doğrusal olmayan nesnelerin de uzunluklarının ölçülebileceği şeklinde genişletmiştir. Eda nesneler üzerinde uzunlukları belirlerken, yüzey göstermekten sakınmaz. Örneğin, üçgen prizmanın kenar ayrıtlarını ve yüzlerini gösterir. Bunun üzerine yüzler kastedilerek sorulur:

A: Oraların uzunluğu mu?

E: Evet

A: Ama şöyle hepsini gösteriyorsun şuranın hepsini [yüzey taranır]?

E: Şöyle şöyle (Şekil 142) ölçeriz.



Şekil 142. Eda üçgen prizma üzerinde bir uzunluk göstermektedir

Dolayısıyla Eda uzunluk niteliğini ifade etmek için prizmanın bir yüzünü göstermektedir ancak yüzü bu şekilde taradığında başka bir niteliğin anlaşılacağına dair bir kaygısı yoktur.

Tam olarak neyin ölçüleceği sorulduğunda Eda Şekil 142'de görüldüğü üzere parmağını koyarak uzunluk niteliğini tarif etmektedir. Aynı zamanda Eda daha önce de belirtildiği üzere uygun birim seçimi noktasında birim olarak kullanılan nesnenin uzunluğunun yanında düzlemde kapladığı yer miktarını da dikkate alabileceğini ifade edebilmektedir. Eda'ya uzunluklarını ölçmesi için bir doğru parçası çizilir ve bir de kurdele verilir. Yineleyerek ölçme eyleminde kullanması için Eda'ya kurdelenin dışına taşmayacak şekilde bir örüntü bloğu verilir. Eda doğru parçasının uzunluğunu ölçerken blok üzerinde belirlediği doğrusal bir mesafeyi (üçgen bloğun bir kenarı) referans aldığını ifade eder. Kurdelenin uzunluğunu ölçerken ise bloğun tamamını dikkate aldığını ifade eder. Dolayısıyla Eda'nın uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini, yüzey kaplama özelliğinden ayırt edemediği, uzunluğun yüzey kaplama özelliğine sahip olmadığının farkında olmadığı söylenebilir.

Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3'de de belirtildiği üzere, Mert ve Eda doğrusal olmayan nesnelerin tüm parçalarının tek boyutta kapladığı yeri toplam uzunluğa her zaman dahil etmemektedir. Öğrenciler cetveldeki çentikleri saymakta ve cetvelde 3-8 cm'ler arasına yerleştirilen nesnenin uzunluğuna 8 cm diyebilmektedir. Farklı olarak, Eda cetvelde 3'ten başlatılmış bir kalemin uzunluğunu, kalemin uzunluğunun sıfırdan başlamadığını fark etmesine rağmen 0'dan başlatarak 11 şeklinde hesaplayabilmektedir. Dolayısıyla Eda kalemin kaplamadığı uzunluğu da dahil ederek çentik sayabilmektedir. Dolayısıyla Mert ve Eda'nın uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin tam olarak farkında olmadığı söylenebilir.

Mert sözel ifadelerde alan ve hacim kavramlarını uzunluk ile karıştırabilmektedir:

A: Kitaplığıma ne kadar kitap koyabileceğim uzunluk ile ilgili midir? Yoksa başka bir nesne özelliği ile mi ilgilidir?

M: Onu san(tim)… Uzunluk.

[…]

A: Akvaryumun masa üzerinde kapladığı yer miktarı?

M: Uzunluk.

A: Neden?

M: Uzunluk olduğunu düşünüyorum.

Hacim ve alan hesaplamada uzunlukların dikkate alınıyor olmasının, Mert'in bu kavramları uzunlukla karıştırmasına sebep olduğu düşünülmektedir:

A: Bir kamyona doldurabileceğimiz kum miktarı?

M: Fazla dolmaz.

A: Nasıl?

M: Yani kamyonun arkasına… Uzunluk ölçme bu.

A: Fazla dolmaz derken ne demek istedin?

M: Arkasına arkasının boyu kadar dolar yani boşluğu kadar.

Eda sözel ifadelerde uzunluk kavramını hacim kavramından ayırt edebilir. Örneğin "Kitaplığıma ne kadar kitap koyabileceğim" ifadesinde belirtilen nesne özelliğinin uzunluktan farklı olduğunu ifade eder. Akvaryumun alabileceği su miktarı ifadesinde belirtilen nesne özelliği için,

E: Suyu bazen yani boyuna kadar koyuyorlar bazen de çok az koyuyorlar o yüzden başka bir ölçüm.

A: Bir kamyona doldurabileceğimiz kum miktarı?

E: (uzunluktan) başka bir şeyle ölçebiliriz.

A: Neden?

E: … Aklıma bir şey gelmedi.

Eda akvaryumun masa üzerinde kapladığı yer miktarının uzunluk niteliği ile ilgili olduğunu düşünmektedir. Her ne kadar geriye kalan örneklerde, alana dair örneklerin uzunluktan farklı olduğunu ifade etse de, açıklamaları göz önünde bulundurulduğunda, Eda'nın bağlama göre karar vermeye çalıştığı ve alan ve uzunluk kavramlarının farkına dair bilişsel bir şemasının bulunmadığı düşünülmektedir. Mert Öğretim Etkinlikleri Dizisi 4'de hacim ile derinliği ayırt edebilmiştir. Eda'nın ise öğretim sonrasında bu iki niteliğin farkına dair bir şema yapılandırdığı söylenebilir. Öğrenciler çevre ve alana dair yapılan etkinlikte, yüzey kaplama özelliğinin açıkça ifade edilmediği sorularda uzunluğa odaklanabilmiştir. Şimdiki öğretim etkinlikleri dizisinde ise Mert ve Eda'ya uzunluğun yüzey kaplama miktarından farklı olduğunun vurgulanması amaçlanmıştır.

4.9.2. Mert ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 24-M. Söz konusu öğretim oturumunun amacı öğrencilere uzunluğun tek boyutta söz konusu olduğunun, hacim ve alandan farkının hissettirilmesidir ve önceki

öğretim etkinlikleri boyunca da uygun olan durumlarda bu amaca yönelik çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Bunun için uzunluğun iki nokta arasındaki mesafe olduğu vurgulanırken, aynı zamanda alana bağlı olmadığını hissettirmek adına aynı uzunlukta ancak farklı genişlikte, farklı kalınlık ve incelikte uzunlukların kullanımına dikkat edilmiştir. Öte taraftan uzunluk tanımı referans gösterilerek nesnelerin diğer özelliklerine ait miktarlar farklı olsa da uzunluklarının aynı olduğu üzerinde öğrenciler ile sıklıkla tartışılmıştır. Örneğin, Mert'in Şekil 143'de görülen taşın boy uzunluğunu dikkate alarak bir ölçüm yapması sağlanmıştır. Bu aşamada "Bu taş yerine aynı uzunlukta olacak şekilde şu çubuğu kessem (Resim 143), ölçüm sonucum değişir mi?" sorusunu Mert "Hayır" şeklinde cevaplar. Bunun üzerine eklenir: "Ama bu taşın eni var, şişman?" Mert ise "Onlar önemli değil sadece boy" der.



Şekil 143. Uzunluğun tek boyutta söz konusu olduğunun hissettirilmesi

Başka bir öğretim oturumunda hem birime hem de tek boyutta yer kaplama özelliğine vurgu yapmak için sorulur:

A: Cetvele ne yaparsak yanlış ölçer?

M: Sıfırdan başlamazsa… Ama o zaman da sıfırdan başlatıp sayarız.

A: Bunun dışında?

M: Hiç bir şekilde değişmez.

A: Şu plastik (cetvelin yapıldığı madde) yerine saç teli gibi ince bir tel alsam üzerine fosforlu kalemlerle birimlerini yazsam?

M: Değişmez. Hiçbir şekilde değişmez.

A: Şu cetvelde şu uzunluğa [cetvel üzerinde bir buçuk santimetrelik bir uzunluk belirtilir] 1 cm desem?

M: Olmaz. O zaman ölçüm sonucun da değişir, yanlış olur.

Görüldüğü üzere Mert cetvelin birim uzunlukları değişmediği sürece sahip olduğu hacmin ve alanın değişmesinin ölçüm sonucunu etkilemeyeceğini düşünmektedir. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 4'de yapılan bir çevre hesaplamada dikdörtgenin bir kenarını ölçerken

Mert “3’e 2 tık var” der. Oysa ki Mert klinik görüşmelerde ve önceki öğretim oturumlarında elde ettiği sonucu doğrudan bir tamsayıya yuvarlamıştır. Mert’in bu şekilde milimetreleri dikkate alarak saymaya başlaması, milimetrik yer kaplamaları da dikkate alıyor olması, uzunluğun yer kaplama özelliğine ve sürekliliğine dair algı gelişimini yansıtan bir örnek olarak verilebilir. Nitekim Mert öğretim öncesi seviyede de uzunluğun sürekliliğinin farkındadır ancak Mert’in bunu ölçme eylem şemasında içselleştiremediği ve işe koşamadığı düşünülebilir. Standart birimlere, milimetrik uzunluklara, birimlerin yinelenmesi eyleminde birimler arasında boşluk kalmaması gerektiğine dair yapılan vurgu ve gerekçelendirilmesi ve eş parçalama yoluyla Mert’in uzunluğun sürekliliği fikrini içselleştirdiği söylenebilir.

Mert’e şekilde görüldüğü üzere iki yol resmi gösterilir ve Ali'nin seçebileceği iki yol olduğu belirtilir. Ali Pazartesi günü Yol a’dan, Salı günü de Yol b’den gitmiştir. Buna göre,



Şekil 144. Ali’nin seçebileceği iki yol

Mert’e sorulur “Ali'nin Pazartesi ve Salı günü yürüdüğü yol miktarı değişmiş midir?” Mert “Hayır” şeklinde cevaplar ve açıklar “Aynı yoldan değil farklı yoldan gidiyor ama aynı yerde de yolu bitiyor” Bunun üzerine başlangıç noktalarına dikkati çekilir: “Ama farklı yerde başlamış olsaydı ne olurdu?” Mert cevaplar “O zaman yolu değişecekti” Bunun üzerine eklenir: “Yolun daha geniş olması etkilemez mi?” Mert ”Hayır” der. Görüldüğü üzere Mert doğrusal olan iki yolun yalnızca başladığı ve bittiği noktalar arasındaki mesafenin eşit olmasını dikkate almıştır. Mert’in yolların alanlarının farkında olup olmadığını tespit etmek için sorulur: “Ali, Pazartesi günü Yol a’yı, Salı günü Yol b’yi boyamış. Ali'nin kullandığı boya miktarı değişmiş midir?” Mert “Boya miktarı değişmemiştir ama yorulmuştur. a’yı boyarken yorulmuştur çünkü çok kalın ve çok geniş bir yer” der. Mert kalınlık ve genişlikle ifade etmesine rağmen Yol a’nın alanının daha büyük olduğunun farkındadır ancak kullanılacak boya miktarının değişmeyeceğini düşünmesi şaşırtıcıdır. Tekrar sorulur: “Boya miktarı değişmemiş midir?” ve Mert yine hayır cevabını verir. Bunun üzerine sınıfta bulunan masa ve bir A4 kağıt yüzeyi gösterilir ve sorulur: “Sen masanın üzerini mi boyayacak olsan daha çok boya harcarsın kağıdın üzerini mi?” Mert “Masanın üzerini” der. “O zaman bu yollar için neden aynı miktarda boya kullanılır? Park a’yı boyarken mi daha çok boya gerekir

b'yi boyarken mi?" sorusu sorulduğunda Mert "Burası burası" diyerek Park a'yı seçer. "Peki bu yolda yürürken gittiği yol miktarı?" Mert "Gittikleri yol miktarında değişen bir şey yok" der. Dolayısıyla, Mert'in yüzey kaplama özelliği ile uzunluk arasındaki farkı sezdiği söylenebilir. Ancak bu farkındalığın çok sistematik olduğu söylenemez. Örneğin Şekil 145a'daki Ayşe teyzenin bahçesi örneği üzerinden sorulur: "Ayşe teyzenin bahçesini bir uçtan bir uca koştuğunuzu düşünün. Ne kadar yol gitmiş olursunuz? sorusunun cevabı bahçenin uzunluğuna mı alanına mı bağlıdır?" Mert uzunluğuna der. Gerekçesini ise "Çünkü bahçenin uzunluğunda koşar" cümlesi ile ifade eder. "Şimdi aynı bahçeyi gübrelemeniz gerektiğini düşün. Bunu yapmak için ne kadar gübreye ihtiyacın var? Bu sorunun cevabı bahçenin uzunluğuna mı alanına mı bağlıdır?" sorusuna ise yine uzunluğuna der. Gerekçesi ilkiyle aynıdır "Çünkü bahçenin uzunluğunda yürüyor, koşuyor." Bunun üzerine gübreleme eylemi hakkında konuşulur ve bahçenin tüm yüzeyinin gübre ile kaplanması gerektiği vurgulanır. El ile yüzey taranarak sorulur: "Bahçenin uzunluğuna mı bağlıdır yoksa şuralarının büyüklüğüne mi bağlıdır?"



(a) (b)

Şekil 145. (a) Ayşe teyzenin bahçesi (b) Mert'in düzlemsel bölgeyi karolarla kaplaması

Mert "İçlerinin genişliğine bağlı" der. Mert'in alan kavramına dair henüz bir şema oluşturamamış da olsa sezgisel olarak yüzeyin kaplama özelliğinin uzunluktan farklı olduğunun farkında olduğu söylenebilir. Ancak klinik görüşmelerde görüldüğü üzere, Mert'e alan hesaplama bağlamında sorulduğunda uzunluğu alandan soyutlayamadığı düşünülebilir. Bu durumun sebebi ise yüzeyin kaplama miktarının hesaplanmasında uzunluğun dikkate alınması olabilir. Benzer bir duruma örnek, bu amaca yönelik olarak gerçekleştirilen öğretim oturumlarından da verilebilir: Mert'e düzlemsel bir bölge verilir ve "Bu bölgeyi fayanslarla kaplamak istiyorum. Fayanslarım bu kare bloklar olsa kaç tane fayans gerekir?" diye sorulur. Mert bölgeyi fayanslarla kaplar ve 9 tane der.

A: 9 fayansla kaplayabiliyormuşsun sen bu odayı. Peki ben bir karınca olsam. Aynı odanın kenarında yürüsem, yürüsem, tekrar başladığım yere geldiğimde aldığım yol miktarı ne kadardır sence?

M: 4 fayans mı demiştim ben?

A: 9 fayans.

M: Yine 9 fayans…9 adım… fayans yürürsünüz.

A: [Bir karo alınır] Bir fayans bu. Bunun hepsi kadar mı yürürüm? [Yüzeyi taranarak] Şuraları da mı yürürüm?

M: Evet 9 fayans yürürsünüz.

A: Nasıl 9 fayans yürüyorum?

M: Çünkü gezdiğiniz yer 9 fayans.

A: Ben burada yürüyeceğim [kenar çizgilerinin üzerinden gidilir]. Aldığım yol miktarı diye soruyorum. Yol miktarı mıdır 9 fayans?

M: Evet.

A: 9 fayans yürürsünüz derken fayans ile ne kastediyorsun? Fayansın hepsi kadar mı yoksa bir parçası kadar mı?

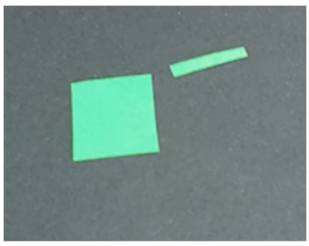
M: Kare parçası kadar.

Dolayısıyla alan hesaplama bağlamında yani yüzeyin yer kaplama miktarının hesaplanması bağlamında benzer sorular sorulduğunda, Mert uzunluk ile alanı ayırt edememektedir. Ancak yukarıda da örneklendirildiği üzere, Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3, 5 ve 6'da sağlanan somut destekler yoluyla Mert'in uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliği ile yüzeyin yer kaplama özelliğini sezgisel olarak da olsa ayırt edebildiği söylenebilir.

4.9.3. Eda ile Gerçekleştirilen Öğretim Oturumları

Öğretim Oturumu 30-E. Daha önce de belirtildiği üzere söz konusu öğretim oturumunun amacı, öğrencilere uzunluğun tek boyutta söz konusu olduğunun, hacim ve alandan farkının hissettirilmesidir ve önceki öğretim etkinlikleri boyunca uygun olan durumlarda bu amaca yönelik çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Özellikle Eda'nın uygun birim seçimi noktasında sahip olduğu şema sebebiyle gerçekleştirilen öğretim etkinlikleri, Eda'nın uzunluğu alan ve hacimden ayırt edebilmesini amaçlayan bu öğretim etkinlikleri dizisine katkı sağlamıştır. Bunun için uzunluğun iki nokta arasındaki mesafe olduğu vurgulanmış, uzunluğun düzlemde yer kaplamadan farkını hissettirmek adına aynı uzunlukta ancak farklı genişlikte, farklı kalınlık ve incelikte uzunlukların kullanımına dikkat edilmiş ve uzunluk tanımı referans gösterilerek nesnelerin diğer özelliklerine ait miktarlar farklı olsa da uzunluklarının

aynı olduğu üzerinde sıklıkla tartışılmıştır. Örneğin, Eda'nın bir kenarı 1 cm olan kağıt parçalarını kesmesi sağlanır (Şekil 146).



Şekil 146. Eda'nın kenar 1 cm olan kağıt parçaları

A: Bunları boyayacak olsam hangisinde daha fazla boyaya gerek duyarım?

E: Bunda [soldakini seçer, Şekil 146]

A: Neden?

E: Çünkü bu biraz daha geniş.

A: Bu şu kağıt (siyah kağıt) üstünde daha çok yer kaplıyor değil mi?

E: Evet.

A: Bu daha az yer kaplıyor?

E: Evet.

A: Ben buna daha çok boya dökecek olsam bile bir karıncanın bunların üzerinde bir uçtan bir uca yürüyerek aldığı yol miktarı için ne söylersin?

E: Aynı.

Gerçekleştirilen bir ölçme eyleminde uzunluğu ölçülen kalemin kağıt üzerinde çok kayması üzerine Eda'ya çözüm olarak ne önerebileceği sorulduğunda Eda bu uzunluğun kağıda çizilen bir çizgi ile temsil edilebileceğini ifade eder. Benzer şekilde Eda'ya taşla yaptığı bir ölçümde birim olarak aynı uzunluğu kullanmak istediği halde taşı bulamadığı bir durumda ne yapabileceği sorulur.

E: Bu uzunluğun ölçüsünü biliyorsak eğer uzunluğun kaç olduğunun, ona göre elimizde ne varsa mesela ip gibi şeyler onun uzunluğu kadar kesip yine ölçebiliriz.

Bu açıklamasına göre Eda'nın taşın boy uzunluğu kadar bir tel kesmesi sağlanır.



Şekil 147. Eda taş ile aynı uzunlukta tel parçası kesmektedir

A: Taş ile ölçmektense bu telle ölçsem bir şey fark eder mi?

E: Hayır. Çünkü uzunlukları aynı eşitlikte kestik o yüzden bir şey fark etmez.

A: Taşın şişman olması, kalın olması bir fark oluşturmaz mı?

E: Hayır. Bunun uzunluğuna eşit olan herşeyle ölçebiliriz.

Eda'ya bir çubuk verilip uzunluğunun ne zaman değişebileceği sorulur. Eda "Ortadan kesilirse değişir. Ama bunu inceltirsek değişmez çünkü uzunluğunu kesmiyoruz tek inceltiyoruz" der. Eda'ya daha önce sözü edilen sünger adam gösterilerek onunla aynı boyda olacak şekilde çeşitli nesneler elde etmesi istenir. Eda aynı boyda olacak şekilde ip keser, kağıt keser, kağıda çizim yapar. Daha sonra sorulur:

A: Bunların hepsinin ortak özelliği ne?

E: Hepsinin birbirine eşit olması yani uzunluklarının, ama farklı farklı olması birisi telden olması, birisi ipten, geniş bir kağıdın uzunluğu gibi. Yani hepsinin uzunluğu birbirine eşit.



Şekil 148. Aynı uzunlukta farkı nesne örnekleri

A: Sünger adam bunlardan daha şişman olduğu halde, kağıt bunlardan daha geniş olduğu halde, tel hepsinden ince olduğu halde uzunlukları hepsinin aynı buna ne dersin?

E: Nesneler kullandığımız eşyalar uzunluğuna hiçbir engeli yok mesela duman adam şişman diye [aynı uzunlukta olsunlar diye] şey yapmamız gerekmiyor. Bize uzunluğu aynı yani duman adamın uzunluğuyla aynı olsa yeterli.

Görüldüğü üzere Eda nesnelere ait diğer özellikler farklılaşsa da uzunluklarının eşit olabileceğini, bir nesnenin alanının, hacminin değiştirilmesi durumunda uzunluğun değişmek zorunda olmadığını ifade eder. Dolayısıyla Eda'nın uzunluğun nesnenin diğer

boyutlarda kapladığı yer miktarından etkilenmediğinin farkında olduğu söylenebilir. Bu, uzunluğu diğer niteliklerden ayırt etmede önemlidir. Eda'nın bu farkındalığının uzunluk kavramının tanımına yapılan vurgu ile geliştiği düşünülebilir.

Mert de olduğu gibi Eda'nın da alan kelimesini farklı amaçlar için kullandığı söylenebilir:

E: Bu odanın alanları da uzunluğa girer.

A: Örnek verir misin?

E: Mesela yerden şu duvara kadar olan mesafe de uzunluğa girer. Şu tavandan aşağıya kadar mesafe de uzunluğa giriyor.

A: Peki alan deyince ne anlıyorsun?

E: Buranın alanı, kaç şey olduğu. Buranın her yeri alan. Yerler, duvarlar, tavan gibi.

Dolayısıyla Eda uzunluk kavramına dair açıklamasında alan kelimesini telaffuz etse de mesafeye vurgu yapmaktadır. Mert'te olduğu gibi, alan kavramı düzlemde yer kaplama bağlamında incelendiğinde, Eda uzunluğun yüzey kaplama özelliğine sahip olmadığının farkındadır. Eda'ya bir kurdele ve bir üçgen örüntü bloğu verilir. Kurdelenin uzunluğunu üçgen blokla ölçmesi istenir. Eda ölçtükten sonra:

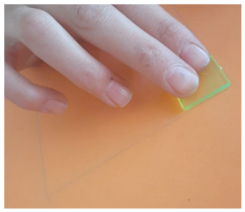
A: Bu kurdelenin şu yüzeyini (yüzeyi taranır) şu üçgenlerle kaplamak istiyorum. Kaç tane blok gerekir diye baksam. Bu uzunluk ölçümüyle aynı şey mi olur farklı bir şey mi olur?

E: Aynı şey olur.

A: Şurasına bakıyorum [yüzey taranır].

E: Farklı bir şey olur çünkü bunun uzunluğu şurası oluyor [hayali bir çizgi çizer]. Ama biz bunun yüzeyine üçgenden kaç tane alacak diye bakıyoruz.

Birkaç hafta sonra Eda'ya Şekil 149'daki gibi düzlemsel bölge verilir ve "Bu bölgeyi fayanslarla kaplamak istiyorum. Fayanslarım bu kare bloklar olsa kaç tane fayans gerekir?" diye sorulur. Eda Şekil 149'daki gibi bölgeyi fayanslarla kaplar ve 16 tane der.



Şekil 149. Eda düzlemsel bölgeyi karolarla kaplamaktadır

A: Peki bunun etrafında yürürken aldığım yol ne kadardır?

E: 16 tane.. mesafe.. adım

Hatırlanacak olursa Mert de aynı şekilde adım şeklinde ifade etmiştir.

A: Peki bunun çevresi nedir?

E: Ölçeriz.

A: Biraz önce sorduğumdan farklı mı?

E: Hayır.

A: Biraz önce ne sordum?

E: Bunun mesafesini sordunuz. Çevresinin mesafesini… ikisi de aynı

A: Peki adım, mesafe derken neyi kastediyorsun?

E: Şurasını [kare bloğun bir kenarını gösterir].

A: Peki sence bu bölgenin kaç fayansla kaplanacağı ile etrafında yürürken ne kadar yol alacağım aynı şey mi? İkisi de uzunluk mu?

E: Evet… hayır.

A: Neden?

E: Çünkü fayanslar alan şeyi yani alanına kaç tane şey fayans sığacağını şey yapıyoruz. Ama çevreyi ölçmek için de bunun kaç tane şey alacak değil de bunun etrafında kaç şey oluşacak onu şey yapıyoruz.

A: Kaç ne oluşacak?

E: Mesela kaç tane 9 cm şey çıkacak mesela onu şey yapıyoruz.

A: Sana biri alanla uzunluğun farkını sorarsa, ne söylersin?

E: İkisi de farklı şeyler. Çünkü dediğim gibi bunu fayans kaç tane alacak derken alanının kaç alan kaç tane fayansla kaplanacak diyoruz. Ama bunun mesafesini çevresini ölçmek için de böyle farklı şeyler yapıyoruz. Bunun çevresine bakıyoruz. İkisi de farklı şeyler.

A: Neden farklılar?

E: Çünkü alan böyle tam kaç tane fayans alacak diye bakıyoruz. Uzunluğuna bakıyoruz çevresi kaç tane fayans alacak diye bakmıyoruz.

Eda'nın alanda fayansın tüm yüzeyinin dikkate alındığını ama çevre veya uzunlukta böyle bir yüzey kaplamanın söz konusu olmadığını ifade etmeye çalıştığı düşünülebilir. Öğretim deneyi boyunca uzunluk kavramının tek boyutta yer kaplama olduğunun vurgulanmasının dışında alan kavramının edinilmesine yönelik bir çalışma gerçekleştirilmemiştir. Eda'nın alan kavramına dair bu şemayı eş zamanlı olarak devam ettiği okulunda yapılandırdığı söylenebilir. Aynı zamanda Eda'nın uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliği ile yüzeyin yer kaplama özelliğini sezgisel olarak da olsa ayırt edebildiği söylenebilir. Eda ve Mert'in bu kavrayışına önceki öğretim etkinlikleri dizilerinin katkısı olduğu düşünülmektedir.

Düzlemde ya da uzayda yer kaplama bağlamı dışında alan ve hacim hesaplama bağlamında sorulduğunda Eda'da uzunluğun alan ve hacimle ilişkili olduğunu ifade eder:

A: Hacimle ne kastediliyor sence?

E: Bir şeyin hacmi yani içindeki şey. Alabildiği miktar. İçine bir şey koyduğumuz mesela kalem kutunun kalemleri koyduğumuz şeye hacim denir.

A: Mesela kalem kutunun kaç kalem alabileceği mi?

E: Evet.

A: Peki uzunlukla ilgili mi sence o?

E: Hayır. Evet.

A: Neden?

E: Hacimleri ölçerken falan uzunluğu var. Kalem kalemliğe sığar mı diye bakarken uzunluğuna bakıyoruz.

Alan ve hacim hesaplamada uzunluğun dikkate alınıyor olması sebebiyle öğrencilerin bu üç niteliği ilişkili olarak algıladığı düşünülmektedir. Öğrencilerin bu niteliklerin ilişkili olduğunu düşünmeleri yanlış değildir. Ancak bu nitelikleri birbirlerinden ayırt edebilmeleri önemlidir. Eda bu noktada aradaki ilişkiye vurgu yaparken, Mert bu ilişkiden yola çıkarak niteliklerin aynı olduğunu ifade etmektedir. Katılımcı öğrencilerin bu kavramları birbirlerinden tamamen ayırt edebilmesine yönelik bir etkinlik gerçekleştirilmemiştir ancak gerçekleştirilen öğretim etkinlikleri dizisi ile öğrencilerin şemalarındaki gelişme gözlemlenebilirdir.

Özet. Görüldüğü üzere öğrencilerin uzunluk kavramını ölçme kavramına ait karakteristikler bağlamında yapılandırılabilmeleri için 9 öğretim etkinlik dizisi gerçekleştirilmiştir. Her bir

öğretim etkinlik dizisi temelde, uzunluk kavramına dair bir veya iki karakteristiğe hizmet eden kendisine ait bir öğretim amacına sahiptir. Öğrencinin düşünme seviyesindeki bir gelişimin yalnızca onu amaçlayan söz konusu öğretim etkinlikleri dizisi ile sağlandığını söylemek güçtür. Önceki öğretim etkinlikleri dizilerinin katkıları yadsınamazdır. Kavrama ait karakteristiklerin yapılandırılması birbirini etkilediğinden, her bir öğretim oturumunun birbirini desteklediği ve kavramın yapılandırılmasına katkıları bakımından birbirlerinden keskin çizgilerle ayrılamayacağı söylenebilir. Dolayısıyla çalışmanın amacı doğrultusunda şimdiye kadar gerçekleştirilen öğretim etkinliklerinin bir bütün olarak değerlendirilmesiyle (makro analiziyle), uzunluk kavramının karakteristiklerini içeren öğretim amaçları doğrultusunda öğrencilerin gelişimlerine ait ilerlemeler ve bu ilerlemeler bağlamında belirli bir düşünce seviyesine ulaşmak için gerekli bilgi ve becerileri öğrenmelerine yardımcı olmak amacıyla tasarlanmış öğretim etkinlikleri dizisi, kısacası öğrencilerin uzunluk kavramına ilişkin öğrenme yol haritaları Tablo 3 ve Tablo 4'de sunulmuştur. Öğrenme yol haritalarına ait Tablo 3 ve Tablo 4, öğretim amacı, gelişime ait ilerleme ve öğretim etkinlikleri dizisi sütunlarından oluşmaktadır. Gelişime Ait İlerleme başlığı altında ilgili sütunda, *Öğretim Öncesi* ve *Öğretim ile Ulaşılan* olmak üzere, araştırma ile ortaya çıkarılan, öğrencilerin gelişimlerine ait iki düşünme seviyesi yer almaktadır. Aynı sütunda yer alan *Öğretim ile Ulaşılamayan* başlığı bir düşünme seviyesi değildir; bu başlık ile söz konusu öğretim etkinlik dizisi kapsamında öğretim amacına ait gerçekleştirilemeyen adımlar kastedilmektedir. Öğretim amacı sütununda ise öğretim etkinlik dizileri ile ulaşılmak istenen nihai amaç belirtilmiş olup, bu nihai amaca ulaşma yolunda öğrenci kavrayışları çerçevesinde belirlenen alt amaçlar ise, gelişime ait ilerlemede ulaşılan ve ulaşılamayan adımlar bağlamında incelenebilir. Şekil 150 ve Şekil 151 ise sırasıyla Eda ve Mert'in öğrenme yol haritalarında gelişime ait ilerlemelerinde takip ettikleri hiyerarşik adım dizisini özetlemektedir. Öğretimin sırasını yansıtan bu şemalar yardımıyla, öğrencilerin hangi öğrenme çıktılarını hangi sırada gerçekleştirdikleri ve aralarındaki farklar gözlemlenebilir. Söz konusu tablo ve şekillerde gelişime ait ilerlemede ifade edilen adımlar, öğrencilerin öğrenme çıktılarıdır. Bu öğrenme çıktılarının net olarak gözlemlenebilmesi için, her biri öğretim etkinlik dizilerine uygun olarak numaralandırılmıştır. İlk olarak, Tablo 3'de Eda'nın öğrenme yol haritası üzerinde gelişime ait ilerlemeye uygun bir şekilde adım dizileri üzerinde kodlama yapılmıştır. Örneğin 7.a kodu öğretim etkinlik dizisi 7'ye ait bir amacı ifade ederken, 7.a.a, 7.a.b etkinlik dizisindeki bu amacın alt amaçlarını veya 7.a'ya ulaşma yolunda atılan adımları ifade etmektedir. Tablodaki kodlamalar yalnızca öğretim ile ulaşılan veya öğretim öncesi seviyede gerçekleştirilmiş olan adımlara aittir. Örneğin niteliklerin

korunumu karakterisitiğine ait Öğretim ile Ulaşılan seviyede Eda aşağıdaki adımları gerçekleştirmiştir:

3.m. Basit bükme ve eğmelerin esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğini ancak o anki ölçüm sonucunu değiştireceğinin farkına varmıştır.

8.d. Uzunluğun sürekliliğinin farkına varmıştır (milimetre, kilometre gibi birimlerin varlığını, birimler arasında bıraktığı boşlukları hesaplaması gerektiğini ifade etmiştir).

Bu seviyede öğrencinin gerçekleştirdiği bu adımlardan ilki olan 3.m. kodu, bu amacın öğretim etkinlikleri dizisi 3'te gerçekleştirilmiş olduğunu ifade etmektedir. 8.d. ise öğretim etkinlikleri dizisi 8'de ulaşılmış olan bir adımdır. Bir başka örnek, öğretim ile ulaşılan seviyede ifade edilen bir amacın kodu 3.h. iken, herhangi bir seviyede bulunan 3.h.1, 3.h.2 şeklinde kodlanan adımlar ise 3.h. için gerekli olan kavrayış veya beceriyi ifade eden adımlardır. Mert'in öğrenme yol haritasında ise aynı amaçlar için aynı kodlar sıra gözeltilmeksizin verilmiştir. Bu şekilde, Mert ile Eda arasındaki adım dizileri ve hiyerarşik sıralamaya ait, başka bir ifadeyle öğrenme çıktılarına ait benzerlik ya da farkların daha açık gözlemlenebilmesi amaçlanmıştır.

Tablo 3
Eda'nın Uzunluk Kavramına İlişkin Öğrenme Yol Haritası

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
Nitelikleri Tanıma: Uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen özelliklerinden biri olduunu anlar.	*Öğretim Öncesi* 1.a. Nesnelerin renk, şekil, büyüklük, uzunluk, doku, ses, koku, hız, yapıldığı malzeme, tat, ağırlık ve kullanım amaçları gibi özelliklere sahip olduğunu ifade etmiştir. 1.b. Eda nesneleri renk, şekil, büyüklük, uzunluk, doku, ses, koku, hız, yapıldığı malzeme, tat, ağırlık ve kullanım amaçları gibi özelliklerine göre gruplandırabilmekte ve karşılaştırabilmektedir. Nesneleri uzunluklarına göre karşılaştırırken ve gruplandırırken uzun-kısa kelimelerini doğru bir şekilde kullanmaktadır. *Öğretim ile Ulaşılan* 1.c. Uzunluğun nesnelere ait özelliklerinden biri olduğunu fark etmiştir. 1.d. Miktar belirlemenin ne anlama geldiğini bilmektedir. 1.e. Nesne özelliklerini miktarı belirlenebilen ve belirlenemeyen şeklinde gruplandırabilmektedir. 1. Uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen özelliklerinden biri olduğunun farkına varmıştır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* …	Öncelikle nesne kavramı tanımlanmış, nesnelerin özellikleri öğrenci ile birlikte belirlenmiştir. Nesneleri bu özelliklerin her birine göre doğru kelimeleri kullanarak gruplandırması ve karşılaştırması sağlanmıştır. Miktar kavramı tanımlanmış ve nesnelerin miktarı belirlenebilen ve belirlenemeyen özellikleri tartışılarak belirlenmiştir. Uzunluğun bu özelliklerden biri olduğu fark ettirilmiştir.
Doğrudan Karşılaştırma: İki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırır.	*Öğretim Öncesi* 2.a. Eda nesneleri, şekil ve eğrileri uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir. 2.b. Aynı hizadaki ve farklı hizadaki nesne, şekil ve eğrileri uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir.	
Dolaylı Karşılaştırma: İki nesneyi uzunlukları bakımından dolaylı olarak karşılaştırır.	*Öğretim Öncesi* 3.h.2. Eda doğrusal nesneleri uzunlukları bakımından dolaylı olarak karşılaştırabilmektedir. Doğrusal olmayan nesneleri uzunlukları bakımından dolaylı olarak karşılaştıramayabilir. Doğrusal olmayan nesnelerin (eğriler ve şekiller de buna dahil) uzunluğa sahip olduğunu ancak doğrusal olmadıkları için uzunluklarının	

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	ölçülemeyeceğini düşünebilmektedir. Nesnelerin uzunluğu ile ilgilenirken onların doğrusal hali ile ilgilenildiğinin farkındadır ancak bu bilgiyi doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunun ölçülemeyeceği şeklinde aşırı genelleyebilmektedir. Doğrusallığı ifade etmek için "düz" ve "düzleştirme" ifadelerini kullanmaktadır. 3.h.1. Uzunluk ölçümünde doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktalarına dikkat edilmesi gerektiğinin ve bu iki nokta arasındaki mesafenin dikkate alınması gerektiğinin farkındadır. 3.h.3. Mesafe kavramının iki nesne (nokta) arasındaki uzaklık olduğunun ve uzunlukla ilişkili olduğunun farkındadır. *Öğretim ile ulaşılan* 3. İki nesneyi uzunlukları bakımından dolaylı olarak karşılaştırmaktadır. Bunun için; 3.a. Doğrusal ve doğrusal olmayan kelimelerini anlamış ve kullanmaya başlamıştır. 3.b. Nesnelerin uzunluklarını doğrudan karşılaştırmak mümkün olmadığında, başka araçlar yardımıyla uzunlukların dolaylı olarak karşılaştırılabildiğini ve cetvel olmadığında başka nesnelerin kullanılabildiğini anlamıştır. 3.c. İki nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil edebilmiş, bu temsile dayanarak doğrudan karşılaştırma yapabilmiş ve bu karşılaştırmadan elde ettiği sonucu söz konusu iki nesneye atfedebilmiştir. 3.e.1. Dolaylı karşılaştırmada ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek olan nesnelerin kullanılabileceğini kendisi ifade etmiştir. 3.e. Doğrusal olmayan nesnelerin doğrusal hallerinin dolaylı karşılaştırma ile elde edilebileceğini fark etmiştir. Dolaylı karşılaştırma yoluyla, bu nesnelerin koparılmadan düzleştirilmiş veya doğrusal hale getirilmiş hallerinin elde edildiğini anlamıştır. 3.f. Uzunluk ölçümünde doğrusallığın nesnelere değil de uzunluk niteliğine ait olduğunu fark etmiştir. 3.g. Doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunu, onun doğrusal halini dolaylı karşılaştırma yoluyla elde ederek ölçmesi gerektiğini anlamıştır. 3.h. Bu şekilde elde edilen doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktası arasındaki mesafenin ise nesnenin uzunluğu olduğunu anlamıştır. 3.h.4. İki nokta arasındaki mesafenin ne zaman nesnenin uzunluğu olarak ele alınabileceği ve ne zaman alınamayacağını bilmektedir. *Öğretim ile ulaşılamayan* ...	Doğrusal olan ve olmayan nesne örnekleri ve özelliklerinin soyutlanması yoluyla doğrusallık kavramı tanımlanmıştır. Robinson Crusoe ve Maceraları etkinliği (Ek 3) Etkinlik 7 (Ek 4) Türkiye haritası üzerinde Ege ve Karadeniz kıyı şeritlerini karşılaştırması sağlanmıştır. İp ve tel yardımıyla doğrusal olmayan nesnelerin uzunlukları karşılaştırılmıştır.
Niteliğin farklı temsillerini tanıma: Uzunluğun en, boy, kalınlık, derinlik, çevre gibi farklı temsillerini tanır.	*Öğretim Öncesi* Eda uzunluk kavramını "boy" olarak tanımlayabilmektedir. Temsillerin birer uzunluk olduğunu sözel olarak ifade etse dahi nedenlerini gerekçelendirememiştir. Bazı temsillerin (ebat uzunlukları, kalınlık, derinlik) hangi ayrıtlarla belirlenebileceğini ayırt edememiş ve bazı temsilleri (çevre, en, genişlik, derinlik) alan veya hacim ile karıştırmıştır. *Öğretim ile Ulaşılan*	

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	4.a.1 Eda uzunluğu mesafe kavramını kullanarak tanımlamıştır. 4. Uzunluk kavramını mesafe ile ilişkilendirdiğinde uzunluğun farklı temsillerini tespit edebilmiştir. Niteliğin farklı temsillerine ait kavrayışın gelişmesi ile niteliğe ait terimleri doğru bir şekilde kullanabilmiştir. Ancak uzunluk niteliği için büyük-küçük kelimelerini kullanmaya devam etmiştir. *Çevre Kavramı*: *Öğretim Öncesi* Çevrenin bir uzunluk olduğunu ifade etmiştir ancak nesnenin çevresi için yüzeyini işaret edebilmiştir. Örüntü blokları ile oluşturulan şeklin değişmesi durumunda çevresinin değişmeyeceğini ifade etmiştir. Gerekçesi ise çevrenin değil şeklin değiştiğidir. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.a. Bir nesnenin çevresinin, nesnenin etrafında bir kere dolanma ile elde edilen uzunlukların toplamı olduğunu anlamıştır. 4.a.d. Çevrenin bir uzunluk olduğunu anlamıştır. 4.a.a. Örüntü blokları ile çevresi en uzun olan şekli oluşturmuştur ve şeklin çevresinin diğerlerinden uzun olmasının sebebini gerekçelendirmiştir. 4.a.b. Çevreyi nesnenin hangi uzunluklarının oluşturduğunu bilmektedir. 4.a.c.Bir cismin çevresinin tabandaki uzunluklarına göre, konumlanmasına göre değişebileceği fikrine, çevre tanımından yola çıkarak kendisi ulaşabilmiştir. 4.a.e. Çevrenin alan ve hacim ile farkını sezgisel olarak kavramıştır; çevrenin yüzeyin yer kaplama miktarından bağımsız olduğunun farkındadır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* …	Çevre kavramı tanımlanmıştır ve tanımın öğrenci ile incelenmesi sağlanmıştır. Cisimler farklı tabanları üzerine konumlandırılıp, çevre tanımı yardımıyla çevreleri hesaplanmıştır. Bu süreçte her biri için neler yapıldığı, nelerin dikkate alındığı tartışılmıştır. Örüntü blokları ile çevre uzunlukları farklı şekiller oluşturulmuş ve incelenmiştir. Genişlik ve boy uzunlukları aynı ancak alan ve çevreleri farklı iki şeklin çevreleri bakımından karşılaştırması istenmiştir. Bir çember ve onun uzunluğuna eşit çevreye sahip bir dairenin fiziksel nesnelerle modellenmesi incelenmiştir.
	Kalınlık ve incelik *Öğretim Öncesi* 4.b.1. Eda nesneleri kalınlık ve inceliklerine göre gruplandırır ve karşılaştırır. Ancak kalınlığın bir uzunluk olmadığını düşünebilmektedir, nesnenin kalınlığını yüzey tarayarak gösterebilmiştir.	Nesneleri kalınlık ve inceliklerine göre karşılaştırması sağlanmıştır.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Öğretim ile Ulaşılan 4.b.a. Eda uzunluk tanımını kavradıktan sonra nesnenin kalınlığına/inceliğine nesne üzerinde belirli bir uzunluğu referans alarak karar verdiğini fark etmiştir. 4.b.b Kalınlığın bir uzunluk olduğunu anlamıştır. 4.b.c Nesneler ve onların düzlemsel temsilleri üzerinde bu nesnelerin kalınlığını belirleyebilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* …	Karşılaştırma eyleminde göz önünde bulundurduğu noktalar ve iki grup (kalın ve ince) arasındaki fark üzerine düşünmesi sağlanmıştır. Öğrenci yüzeyin yer kaplama miktarına göre kalınlığı belirlediğini düşündüğü için yüzeyinin yer kaplama miktarı ile kalınlığı arasında ters ilişki olan örnekler üzerinde inceleme yapması sağlanmıştır. Bu gözlemler yoluyla kalınlık-inceliğe karar verirken referans aldığı özelliğin bir uzunluk olduğunu keşfetmesi amaçlanmıştır. Düzlemsel temsiller gerektiğinde fiziksel nesnelerle somutlaştırılmıştır.
	Derinlik ve sığlık *Öğretim Öncesi* Sığ kelimesinin anlamını bilmemektedir. Derinlik ve sığlığın belirli bir konum, belirli bir nokta olduğunu düşünmektedir. Derinliğin bir uzunluk olduğunu ifade etse dahi nesneleri derinlik ve sığlığına göre doğru bir şekilde karşılaştıramamıştır. Nesneleri derinlik ve sığlığına göre karşılaştırırken, hacim niteliğini dikkate alarak kararını vermiştir. Derinlik kavramının uzunluğun bir temsili olduğunun farkında değildir. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.c. Derinlik ve sığlığın uzunluğa ait bir temsil olduğunu fark etmiştir ve uzunluk tanımına dayanarak gerekçelendirmiştir. 4.c.a. Karşılaştırmalarında sığ ve derin kelimelerini kullanmaktadır. Öğretim ile Ulaşılamayan ….	Kare çocuk çizgi filmine ait derin-sığ şarkısı ve klibi izlenmiş ve üzerinde tartışılmıştır. Derinlik ve sığlığını belirlediği nesneler ve şekiller üzerinde hangi uzunluğa göre karar verdiğini sözel olarak ifade etmesi sağlanmıştır. Bu bağlamda hacmi farklı ancak derinlikleri aynı nesneleri derinlik ve sığlıklarına göre karşılaştırması istenmiştir. Aklına yatan ve derinliğini doğru tespit ettiği örnekler üzerinde derinliği nasıl incelediği ve neye göre karar verdiği netleştirilmiştir. Aynı incelemeyi, hacmi daha fazla ancak daha sığ ve hacmi daha az ancak daha derin

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
		kaplar üzerinde gerçekleştirmesi sağlanmıştır.
	Genişlik ve darlık *Öğretim Öncesi* Eda genişlik kavramını yüzey tarayarak veya ellerini havaya kaldırarak gösterebilmektedir. Genişlik ve darlığın uzunluğun birer temsili olduğunun farkında değildir. Genişlik kavramını alan veya hacim kavramlarından ayırt edememiştir. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.d.a.Nesneleri genişlik ve darlığına göre gruplandırmış ve karşılaştırmıştır. 4.d.b. Bu esnada belirli bir uzunluğu referans alarak karar verdiğini ifade etmiş ve uzun-kısa kelimelerini kullanarak açıklamıştır. 4.d.Genişlik ve darlığın birer uzunluk olduğunu anlamış ve uzunluk tanımına dayanarak gerekçelendirmiştir. 4.d.c. Somut nesneler üzerinde genişliği sağlayan ayrıtı doğru bir şekilde belirlemektedir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* 3-boyutun 2-boyutta temsilinde genişliği belirlerken iki farklı ayrıtı da (en ve boy) bir arada ele alabilmekte veya cisim köşegenine benzer bir uzunluğu ele almaktadır.	Nesneleri genişlik ve darlığına göre karşılaştırması sağlanmıştır. Karşılaştırma eyleminde göz önünde bulundurduğu noktalar ve iki grup-dar ve geniş- arasındaki fark üzerine düşünmesi sağlanmıştır. Bu gözlemler yoluyla genişlik ve darlığa karar verirken referans aldığı özelliğin bir uzunluk olduğunu keşfetmesi sağlanmıştır.
	En, boy ve yükseklik *Öğretim Öncesi* Uzunluk tanımını boy temsili ile sınırlandırmıştır. Ancak en, boy, yükseklik şeklinde adlandırmaksızın nesnenin en az bir uzunluğunu göstermiştir. Aşina olduğu geometrik cisimlerde (buzdolabına benzetebileceği bir dikdörtgen prizma gibi) yüksekliği tespit edebilmiştir. En, boy ve yükseklik ebat uzunluklarının birer uzunluk olduğunu ifade etmiştir ancak özellikle en gösteriminde yüzeyi işaret edebilmektedir. Dolayısıyla bu temsilin uzunluğun bir temsili olduğunun farkında değildir. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.e.a. Ebat uzunluklarının isimlendirilmesine olan ihtiyacı anlamıştır.	Etkinlik 8 gerçekleştilmiştir (Ek 5) Genişlik ve darlık kavramlarından yola çıkılarak en kavramı, daha sonra sırasıyla boy ve yükseklik kavramları tanımlanmıştır.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	4.e.b. Genişlik ve darlığa karar verilen uzunluğun en olduğunu anlamıştır. 4.e.c. En, boy ve yüksekliğin ortak isimlerinin ebat uzunlukları olduğunu bilmektedir. 4.e.d. Nesne üzerindeki en geniş veya en uzun olan mesafelerin ebat uzunluklarını belirlediğinin farkına varmıştır. 4.e.e. Nesnenin konumlanmasına göre ebat uzunluklarının değişebileceğini fark etmiştir. 4.e. En, boy ve yüksekliğin uzunluğun farklı birer temsili olduklarını anlamıştır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* Eda nesnenin enini belirlerken cisim köşegeni benzeri bir uzunlukla belirleyebilmekte ve yüksekliği belirlerken en uzun mesafeyi dikkate almamıştır. Nesnelerin ebat uzunluklarını farklı köşelerinden yola çıkarak arayabilmekte ve bu da farklı ayrıtları özellikle boy ayrıtını tespit edebilmesini zorlaştırabilmektedir. Nesnelerin ebat uzunluklarını belirleme eylem şeması, fiziksel nesneler ve 3-boyutun 2-boyutta temsili üzerinde bu uzunlukları belirleyebilmeyi içerse de, bu şemanın temel olarak görsel uzamsal yetenek ve görsel muhakemesi ile sınırlı olduğu söylenebilir.	Verilen nesnelerin gösterilen boşluğa sığıp sığmayacağı veya boşluktan geçip geçmeyeceği konusunda karar vermesi istenmiştir. Bu aşamada öğrenci farkında olarak veya olmayarak en, boy ve yüksekliği belirlemeye ve doğrudan veya dolaylı karşılaştırma yapmaya mecbur kalmıştır.
Geçişlilik ilkesi: Geçişlilik ilkesine sahiptir.	*Öğretim Öncesi* e. Üç nesne arasında, eğer A nesnesi B den daha uzun/kısa ve B de C nesnesinden daha uzun/kısa ise o zaman A nesnesinin, C den daha uzun/kısa olduğunun farkındadır.	
Niteliklerin korunumu: Uzunluğun öteleme, dönme, yansıma dönüşümleri altında korunduğunu anlar. Uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğunu anlar. Uzunluğun sürekliliğinin farkındadır.	*Öğretim Öncesi* e.1. Uzunluğun öteleme, dönme, yansıma dönüşümleri altında korunduğunu ifade etmiştir. Bu dönüşümler altında bir nesnenin uzunluğunun değişmeyeceğini anlamıştır. e.2. Bir nesnenin eş veya eş olmayan parçalara ayrıldığında ve orijinal haline yeniden getirildiğinde uzunluğunun değişmediğini bilmektedir. e.3. Uzaklıkların birikiminin ve uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğunun farkındadır. Örneğin, parçaları doğrusal olan kırık bir çizgi veya bir nesnenin uzunluğunu, parçalarının uzunlukları toplamı olarak ele almıştır. e.4. Doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunun yalnızca başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olmadığının farkındadır. Uzunluğun sürekliliğinin farkında değildir. Örneğin cetvelde çentik saymış, cetveli 1'den başlatabilmiş, birimler arasında boşluk bırakarak birimleri yinelemiştir. Çok kısa uzunlukları ölçmek için uygun birimlerin var olmadığını düşünmektedir.	Doğrusal olmayan eğri ve nesneleri ölçme eylem şeması ile bilişsel bir çatışma yaşaması sağlanmıştır. Türkiye'nin kıyı şeridi uzunluklarını karşılaştırması istenmiş ve gerçeğin tahminlerinden farklı olmasının sebepleri tartışılmıştır. Bu esnada harita

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Öğretim ile Ulaşılan 3.m. Basit bükme ve eğmelerin esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğini ancak o anki ölçüm sonucunu değiştireceğinin farkına varmıştır. 8.d. Eda uzunluğun sürekliliğinin farkına varmıştır (milimetre, kilometre gibi birimlerin varlığını, birimler arasında bıraktığı boşlukları hesaplaması gerektiğini ifade etmiştir). *Öğretim ile Ulaşılamayan* …	üzerinde gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek bir tel yardımıyla yalnızca başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeye odaklandığında şeklin veya nesnenin ölçülmesi gereken uzunluklarının ölçülmediği ispatlanmıştır Standart birimlere, milimetrik uzunluklara ve birimlerin yinelenmesi eyleminde birimler arasında boşluk kalmaması gerektiğine dair nedenleriyle yapılan vurgu ve eş parçalama, birimlerin birimleri ile ölçme eylemleri yoluyla uzunluğun sürekliliği fikri pekiştirilmiştir.
Birim kavramı: Niteliğe uygun birim seçer. Birimi anlama: birimin uzunluk ölçme eyleminde uzunluğu ölçülen nesne ile kıyanslanan (referans alınan) belirli bir uzunluk olduğunu anlar. Eş birim kullanım gerekliliğini anlamlandırır.	*Öğretim Öncesi* Nesnelerin doğrusal ayrıtlarının uzunluk ölçmede birim olarak ele alınabileceğini bilmektedir ancak bu seçimde uzunluk niteliğinin esas olduğunu içselleştirememiştir. Yüzey tarayarak, birim kullanımında yüzey kaplama miktarını dikkate aldığını ima edebilmektedir. Ölçüm sonuçlarını birim kullanarak ifade etmek yerine yalnızca birim sayısı ile ifade etme eğilimindedir. Cetvelle yaptığı ölçümleri santimetre cinsinden ifade etmemiştir. Cetvelle yaptığı bir ölçümde 5,3 cm uzunluğunu ifade etmek için 5 cm ve 3 mm'lik uzunlukları ifade eden çentikleri 5'in üzerine ekleyerek uzunluğu 8 şeklinde ifade etmiştir. Birimin ne ifade ettiğinin, birimin referans olarak alınan belirli bir uzunluk olduğunun farkında değildir. Santimetrenin bir birim olarak ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihinsel bir temsile sahip değildir. Eş birim kullanımı gerekliliğini ifade etmiş ancak gerekçelendirememiştir ve bu konuda tutarlı davranmamıştır. Cetvel çizimini kareli kağıt üzerinde yaptığı halde birimlerin eş olmasına özen göstermemiştir veya farklı birimlerle karşılaştırma yapabilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılan* 5.a. Birimin yalnızca uzunluk niteliğini dikkate almaktadır. 5.b.b.Cetvel üzerinde herhangi iki çentik arasındaki uzaklığın 1 cm olduğunu ve santimetrenin belirli bir uzaklığı temsil eden bir isim olduğunu kavramıştır. 5.c.1. Cetvelde birimlerin cm'den uzun veya kısa olması durumunda cetvelin yanlış bir ölçüm yapacağını belirtmiştir. 5.b.i. 1 cm'nin ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihinsel bir temsil oluşturmuştur. 5.b.i.a. Her ölçüm sonucunun cm ile ifade edilemeyeceğini fark etmesine rağmen, ölçüm sonuçlarını cm ile ifade etmeye yönelebilmiş ancak bu hatayı kendisi fark edebilmiştir.	Cetveli eş parçalama etkinliği yapılmıştır. 20 cm'lik bir cetveli 20 eş parçaya ayırması istenmiştir. 1 cm'lik 20 tane birim elde etmiş, her birinin eş olması gerektiği vurgulanmış ve bunun için dikkat etmesi gereken noktalar sorgulanmıştır. Kırık cetvel kullanılmıştır. Uygun birim seçimi için uzunluğun iki nokta arasındaki mesafe olduğu vurgulanmıştır, uzunluğun düzlemde yer kaplamadan farkını hissettirmek adına aynı uzunlukta ancak farklı genişlikte, farklı kalınlık ve incelikte uzunlukların kullanımına dikkat edilmiştir ve uzunluk tanımı referans gösterilerek nesnelerin

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	5.c. Birimde referansın birimin uzunluğu olduğunu anlamıştır. Birim olarak kullandığı araçların uzunluğuna odaklanmıştır. 7.b. Eş birim kullanım gerekliliğine önem vermektedir. 7.b.a. Farklı birimlerle karşılaştırma yapılmaması gerektiğini ifade etmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* Dikkatinin dağıldığı veya karar vermede acele ettiği durumlarda herhangi bir birimle yaptığı ölçüm sonucunu cm ile ifade etme şemasına geri dönebilmiştir.	diğer özelliklerine ait miktarlar farklı olsa da uzunluklarının aynı olduğu üzerinde tartışılmıştır. Farklı uzunluktaki birimlerle yapılan ölçüm sonuçları incelenmiştir. Ölçüm sonuçları cm ile yapılan ölçümlerle karşılaştırılmıştır. Birim şeması ile uyumsuz durumlar yaşaması sağlanmıştır. Farklı uzunlukta aynı özellikte, farklı özellikte aynı uzunlukta birimlerle ölçümler yaptırılıp sonuçlar incelenmiştir. Eş birimlerle ve farklı birimlerle yapılan ölçüm sonuçlarını ifade etmesi sağlanmış ve aralarındaki fark tartışılmıştır.
Standart birimler: Milimetre, santimetre, metre ve kilometreyi tanır.	*Öğretim öncesi* Eda'nın standart ölçü birimlerine ait şeması santimetre, metre ve kilometreyi içermektedir ancak bu birimlerin belirli uzunlukları temsil eden ve bu uzunluklara verilen isimler olduğu düşüncesini içermemektedir. Bu birimlerle hangi uzunlukların ölçülebileceğine dair uygun örnekler vermiştir (Örneğin metre ile odanın duvarının ölçülmesi). Birimlerin temsil ettiği uzunluklara dair zihinsel bir temsile sahip değildir. Birimlere göre yaptığı uzunluk tahminleri tutarsız olabilmiştir. 8.a.1. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5 ile santimetrenin belirli bir uzunluk olduğunun farkına varmıştır. Çok uzun veya çok kısa uzunlukların ölçülemeyeceğini düşünmektedir. Uzunluk kavramını uzun olma durumuna aşırı genellemiş ve milimetrik uzunluklara sıfır atfetmiştir. *Öğretim ile ulaşılan* 8.a.a. Uzun ya da kısa olmanın göreceliliğinin farkına varmıştır. Kısa olma durumunun uzunluğa sahip olmanın bir sonucu olduğunu anlamıştır. 8.a. Standart birime olan ihtiyacı anlamıştır. 8.b. (Birimde esas olanın birimin uzunluğu olduğu ve eş birim kullanımına olan ihtiyacı anladıktan sonra) Metre, santimetre ve milimetrenin belirli uzunlukları temsil ettiğini ve bu uzunluklara verilen birer isim olduğunu ve herhangi bir uzunluğa 1 m, 1 cm veya 1 mm denilemeyeceğini anlamıştır. 8.c. Metre, santimetre ve milimetrenin uzunluklarına dair zihinsel bir görüntü oluşturmuştur, aralarındaki orantısal ilişkiyi fark etmiş ve standart ölçme birimleri olduğu fikrini yapılandırmıştır.	Pireler ve Sinekler Etkinliği. Hikayede kalsiyum şişesine düşen pire Pıtırcığın çok fazla uzaması ve pireler ülkesinde çok uzun iken gittiği sinekler ülkesinde çok kısa kalması anlatılmaktadır. Standart birimlere ihtiyacı hissettirmek amacıyla bir hikaye anlatılmıştır. Standart birimlerin yapılandırılması esnasında öncelikle birim uzunluğun ne kadar olduğu vurgulanmıştır. Örn., bir mezura ile 1 metrelik uzunluk gösterilir. Bir metrelik bir uzunluğun nasıl belirlendiği, bir küre ile dünyanın

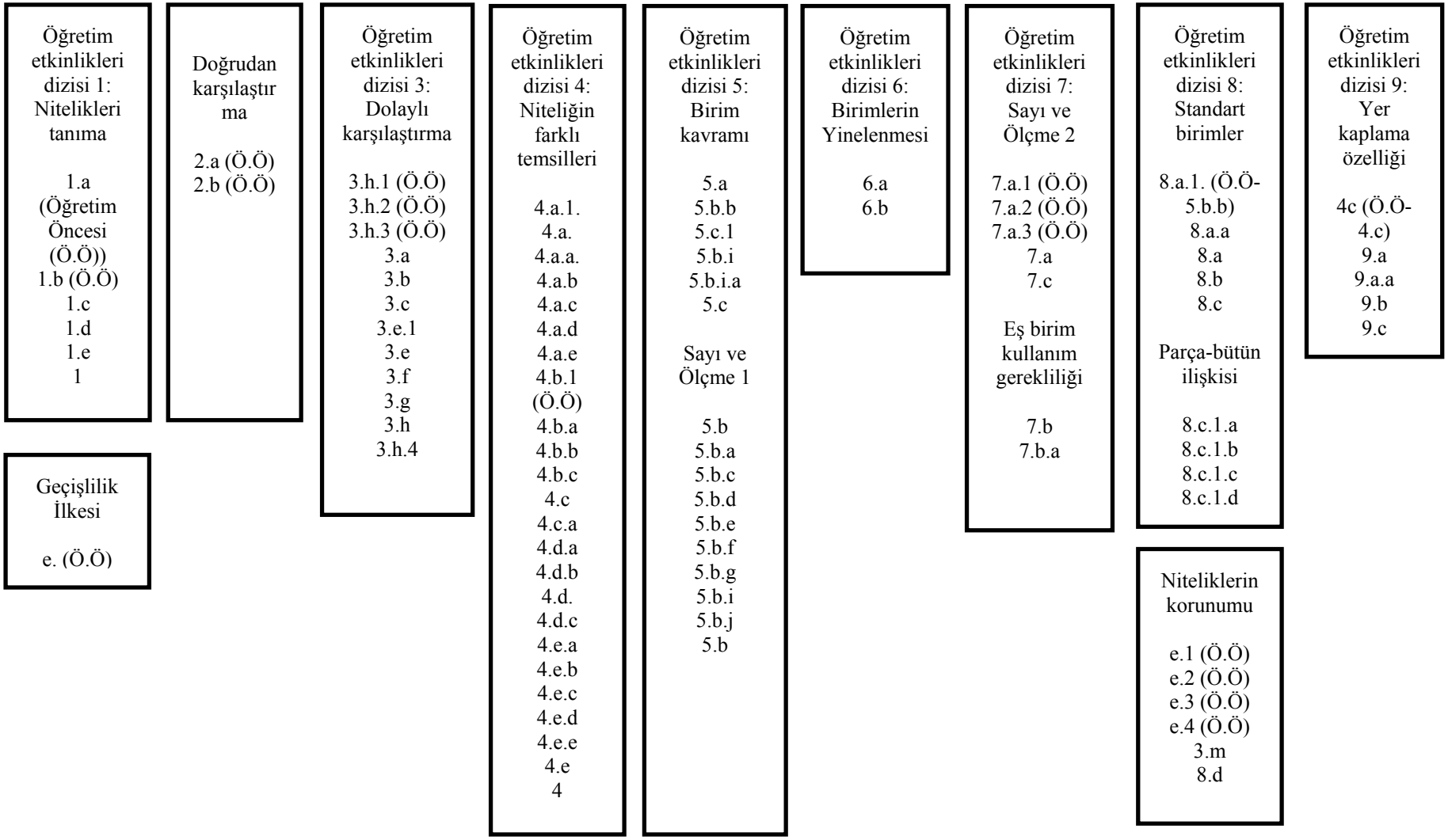
Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Öğretim ile ulaşılamayan Santimetrenin belirli bir uzunluğu temsil etmesinden ziyade uzunluk ölçümünde kullanılan bir birim ismi olma özelliğini kullanmaya meyilli olabilmiştir. Standart birimlere ait zihinsel temsilleri üzerinde akıl yürütmede zorlanmıştır. Eda eş parçalama eylemi sonucunda parçaların her birini ifade etmek için 1 cm ifadesini kullanabilmiştir ancak daha sonra hatasını fark edebilmiştir. Herhangi bir eş parçalama eyleminde eş parçalardan her birine 1 cm diyemeyeceğini 1 cm'nin belirli bir uzunluk olduğunu ifade etmiştir.	örneklenmesi yoluyla, dünyanın çevre uzunluğunun ölçülmesi ve bunun 10 milyonda birine denk gelen bir uzunluğun standart ölçü birimi olarak kabul edilmesi ve metre şeklinde isimlendirilmesi ile açıklanmıştır. Buradan eş parçalama ile cm ve mm'ye ulaşılmıştır. Birimler arasındaki parça bütün ilişkisinin görülmesi için eş parçalamaya vurgu yapılmıştır. 1 cm'nin 1 mm ile ölçülmesi sağlanmıştır. Standart birimlere göre uzunluk tahmininde bulunması, bu tahminleri nedenleri ile açıklaması ve birimleri birbirlerine dönüştürmesi sağlanmıştır. Eş parçalama eyleminde elde edilen eş parçalardan her birine 1 cm denilip denilemeyeceği durumlar incelenmiştir. Bilişsel çatışma sağlayacak örneklere yer verilmiştir.
Sayı ve ölçme 1: Bir nesnenin uzunluğu n birim olduğunda bunun aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına geldiğini bilir. Cetvel kullanımını anlamlandırır.	*Öğretim Öncesi* Cetvelde çentikleri sayarak ölçüm yapmaktadır. Cetvelde 6-7 noktaları arasına yerleştirilen bir nesnenin uzunluğuna "7" demiştir. Cetvelle yaptığı bir ölçümde 5,3 cm uzunluğunu ifade etmek için 5 cm ve 3 mm'lik uzunlukları ifade eden çentikleri sayarak uzunluğu 8 şeklinde ifade edebilmiştir. Ölçüm sonuçlarını yalnızca birim sayısı ile ifade etmiştir. Ölçüm sonucunda ifade edilen birim ve birim sayısını anlamlandıramamıştır. Cetvelde sayıları, çentikleri ve çentikler arasındaki mesafeleri anlamlandıramamıştır. Ölçme eylem şeması yalnızca sayma eylemini içermektedir. Birim sayısının nesnenin incelenen birimle kaplanan uzaklığı ifade ettiğinin farkında değildir. Bir nesnenin uzunluğu n birim olduğunda bunun aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına geldiğinin farkında değildir. "15 çubuk uzunluğunda" ifadesinde 15 sayısının ne ifade ettiği bilmemektedir. *Öğretim ile Ulaşılan* 5.b. Ölçme eylem şeması sayma eyleminden ziyade nesnenin tek boyutta ölçülen birimle kaplanan yer miktarını belirlemeye dönüşmüştür. Bunun için; 5.b.a. Çentik saymanın hatalı olduğunu fark etmiş ve nedenlerini anlamıştır:	Tüm ölçümler kırık cetvelle yapılmıştır. Öğrencinin ifade ettiği ölçüm sonuçlarının gerçekte hangi uzunluk olduğu gösterilerek hatasını araması sağlanmıştır. Cetvel üzerinde eş parçalama etkinliği yapılmıştır. 1 cm uzunluğunda kağıt parçaları kesilmiş ve eş birimler olmaları

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	5.b.c. Cetvelle yapılan ölçmenin, 1 cm uzunluğundaki birim sayısının belirlenmesi ve uzunluğu ölçülen nesnenin 1 cm uzunluğundaki birimlerle kıyaslanması olduğunu fark etmiştir. 5.b.d. Cetvelin 1 cm'lik uzunlukların birikimi ile oluştuğunu fark etmiştir. 5.b.e. Cetvelin 1 cm'lik birimlere göre yapılan ölçmeyi kolaylaştırdığını anlamıştır. 5.b.f. Cetvelde gerçekleştirilen eylemin temelde birimleri saymak olduğunu anlamıştır. 5.b.g. Sıfır da dahil olmak üzere cetveldeki sayıların ne anlama geldiğini anlamıştır. Cetvel üzerindeki 14'ün 14 tane 1 cm'nin birikimini ifade ettiğinin farkına varmıştır. 5.b.i. Belirlenen bir birim uzunluğa göre yapılan ölçümde ölçülen nesnenin birim uzunlukla kıyaslandığının farkına varmıştır. Ölçüm sonuçlarını kullandığı birim cinsinden ifade etmiştir. Eda cetvelde çentiklerin yanlış isimlendirilmesi ihtimalinde birimleri sayarak doğru sonuca ulaşabileceğini ifade etmiştir ve birim uzunluğun 1 cm'den uzun veya kısa olması durumunda cetvelin yanlış bir ölçüm yapacağını belirtmiştir. 5.b.j. Bu zihinsel şemaların değişiminin bir sonucu olarak n birim uzunluğu ifadesinin ne anlama geldiğini anlamıştır. 5.b. Ölçme eyleminin nesnenin ölçülen birimle kaplanan uzaklığını, o birim cinsinden ifade etmek olduğu ve ölçüm sonucunun nesnenin referans alınan belirli bir uzunluk tarafından kaplanan uzaklığı ifade ettiği fikirlerini yapılandırmıştır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* Dikkatinin dağıldığı veya karar vermede acele ettiği durumlarda cetvelde çentik sayma şemasına geri dönebilmiştir. Önceki şemasına geri dönmediği takdirde, uzunluk ölçümünde çentikler arasındaki mesafeleri dikkate almıştır, ancak çentiklerin birim uzunlukların başladığı ve bittiği noktaları ifade etmesi durumuna açıklamalarında yer vermemiştir.	gerektiği vurgulanmıştır. Kesilen kağıt parçalarının yinelenmesi ile yapılan ölçüm sonucunun cetvelle eş olup olmadığı incelenmiştir. Cetvelin ölçme eylemini kolaylaştırdığı vurgulanmıştır. 1 cm uzunluğunda kağıt parçaları ile cetvel oluşturulmuştur. Her bir birimin başlangıç ve bitiş noktalarını belirlemek için çentik atılması gerektiği vurgulanmıştır. Birimleri saymadan yola çıkılarak çentikler numaralandırılmıştır. Farklı birimlerle yapılan ölçümleri ifade etmesi sağlanmıştır. Kendisinin ve başkalarının yaptığı ölçüm sonuçlarını ifade etmesi sağlanmıştır. Farklı ölçüm sonuçlarını yorumlaması sağlanmıştır. Birim kavramının belirli bir uzunluk olduğunu ve cetvelle yapılan ölçmeyi anlamlandırması ile ölçme eylem şeması değişmiştir.
Sayı ve ölçme 2: Aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebildiğini, farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabildiğini anlar.	*Öğretim öncesi* 7.a.1. Aynı uzunluğun farklı büyüklükteki birimlerle temsil edilebileceğinin farkındadır. 7.a.2. Farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabileceğinin farkındadır. Bunun sebebinin birimlerin uzunlukları olduğunu açıklamıştır ancak uzunluk niteliğine ait uzun-kısa terimlerini kullanmamıştır. 7.a.3. Birimin uzunluğu ve ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin farkındadır. *Öğretim ile ulaşılan*	
Birim uzunluğu ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin farkındadır.	7.a. Aynı uzunluğun farklı şekillerde ifade edilebilmesinin sebebinin kullanılan birimlerin farklı uzunlukta olması olduğunu ifade etmiştir. 7.c. Birim uzunluk kısaldıkça daha kolay ifade edebileceği ölçüm sonuçları elde edebileceğinin farkındadır (parça bütün ilişkisini ifade etmede yaşadığı güçlükten dolayı).	Kullanılan birimde önemli olanın birimin uzunluğu olduğunu fark etmesi sağlanmıştır.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Öğretim ile Ulaşılamayan …	En uzun turuncu kesir çubuğu verilmiş ve bu kesir çubuğunun uzunluğunun farklı nesnelerle ölçüleceği belirtilmiştir. Geriye kalan tüm kesir çubukları ve uzunlukları toplamı turuncu kesir çubuğun uzunluğu kadar olan farklı farklı nesneler de masanın üzerine konulmuştur. Ölçüm sonuçlarına ve kullanılan birimlere dair bir tablo yapılmış ve her bir ölçüm üzerinde tartışılmıştır.
Birimlerin yinelenmesi: Birimleri aralarında boşluk kalmayacak ve üst üste binmeyecek şekilde yineler.	*Öğretim Öncesi* Eda birimlerin yinelenmesinde, birimlerin doğrusal olarak uzunluk boyunca ilerlemesi, birimler arasında boşluk olmaması ve birimlerin üst üste binmemesi gerektiğini ifade etmiştir. Ancak gerekçelerini açıklayamamış ve uygulamada birimler arasına parmaklarını koyabilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılan* 6.a. Yineleme eyleminde araya boşluklar bıraktığını fark etmiştir. 6.b. Birimlerin yinelenmesinde birimlerin neden üst üste binmemesi ve boşluk kalmamasının gerekçelerini niteliğin korunumu ilkesini ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini işe koşarak açıklamıştır (üst üste konulduğunda aynı yerin tekrarlı ölçülmesi, boşluklar bırakıldığında tek boyutta boşluklar kadar kaplanan yerlerin gözardı edilmesi, nesnenin tek boyutta kapladığı yer miktarının tümünün ölçülmeyeceği). Ölçüm sonucuna nasıl etkileri olacağını anlamıştır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* …	Belirli bir uzunluk, birimlerin yinelenmesi ile birimler üst üste binerek, birimler arasında boşluk bırakılarak ve hatasız bir şekilde olmak üzere fiziksel nesnelerle 3 kere ölçülmüştür. Sonuçları hatasız ölçüm referans alınarak önce tahmin edilmiştir. Bir tabloya yazılmış ve karşılaştırılarak nedenleri tartışılmıştır. Birimlerin sayılması ayrıntılı bir şekilde incelenerek, yapılan hataların sonuçları üzerine tartışılmıştır.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
Parça-bütün ilişkisi: Birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisinin farkındadır.	*Öğretim Öncesi* Verilen bir uzunluğu eş parçalara ayırma eylemini uzunluğu referans alarak gerçekleştirmemektedir. Verilen bir uzunluğu bir bütün olarak ele alıp, onu eş parçalara ayırarak birime ulaşmayı düşünmemiştir. Parçaları göz kararı belirlemiş ve eş olmalarına önem vermeyebilmiştir. Parçaları birer birim olarak ele almamıştır. İki buçuk mor çubuk uzunluğu ölçüm sonucunda ölçme eylemini kendi gerçekleştirmiş olsa dahi birimi tespit edememiştir. Dolayısıyla birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisinin farkında değildir. *Öğretim ile Ulaşılan* 8.c.1.a. Eş parçalama eyleminde uzunlukları dikkate almıştır ve belirlediği uzunluklara göre bütünü eş parçalara ayırmaya dikkat etmiştir. 8.c.1.b. Eş parçalama eyleminde tahmin ve deneme-yanılma yolunu tercih etmektedir. Ayıracağı eş parçaların uzunluklarını tahmin yoluyla belirlemiş ve cetvel yardımıyla, tahmin ettiği uzunluğa göre parçalara ayırmıştır. 8.c.1.c. Verilen bir uzunlukta birim uzunluğu bulmak için eş parçalama eylemine başvurmuştur. Birimler arasındaki parça bütün ilişkisini kurabilmiş ve hepsini tek bir birim cinsinden ifade edebilmiştir. 8.c.1.d. Kesir ile ifade edilen ölçüm sonuçlarında birimi tespit edebilmiştir. 8.c.1. Birim ve ölçülen nesneyi parça bütün ilişkisi içerisinde değerlendirebilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* Kesir ile ifade edilen ölçüm sonuçlarını kesir bilgisi ve orantısal akıl yürütmeden dolayı tam olarak ifade edemeyebilmiştir. Örn "uzun çubuğun bir parçası kadar, 2 buçuk çubuk kadar" şeklinde ifade etmiştir.	Eş parçalama etkinlikleri yapılmıştır. Bu etkinliklerde cetvel, çubuk, kürdan gibi araçları kullanmasına ve kağıt katlama gibi yolları denemesine fırsat verilmiştir. Bu sayede eş parçalama ile eş birimi yineleyerek uzunluk ölçme eylemi arasında ilişki kurması amaçlanmıştır.
Yer kaplama özelliği: Uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin farkındadır.	*Öğretim Öncesi* Eda uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin farkında değildir. Örneğin cetvelde çentikleri saymış veya cetvelde 3-8 cm'ler arasına yerleştirilen nesnenin uzunluğuna 8 diyebilmiştir veya cetvelde 3'ten başlatılmış bir kalemin uzunluğunu, kalemin uzunluğunun sıfırdan başlamadığını fark etmesine rağmen, 0'dan başlatarak 11 şeklinde hesaplayabilmiştir. Tek boyutta yer kaplama özelliğini, yüzeyin düzlemde yer kaplama özelliğinden ayırt edemeyebilmiştir. Uzunluğun yüzey kaplama özelliğine sahip olmadığının farkında değildir. Nesneler üzerinde uzunlukları belirlerken, yüzey tarayabilmiş ve başka bir niteliğin anlaşılacağına dair bir kaygı duymamıştır. Akvaryumun masa üzerinde kapladığı yer miktarının uzunluk niteliği ile ilgili olduğunu düşünmektedir. Sözel ifadelerde uzunluk kavramını hacim kavramından ayırt edebilmiştir ancak hacim ile derinlik kavramlarını ayırt edememiştir.	

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Öğretim ile Ulaşılan 9.a. Uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin farkındadır. Örneğin cetvelin birim uzunlukları değişmediği sürece sahip olduğu hacmin ve alanın değişmesinin ölçüm sonucunu etkilemeyeceğini düşünmektedir, milimetrik yer kaplamaları da dikkate almıştır. 9.a.a. Nesnelere ait diğer özellikler farklılaşsa da uzunluklarının eşit olabileceğini, bir nesnenin alanının, hacminin değiştirilmesi durumunda uzunluğun değişmek zorunda olmadığını ifade etmiştir. Uzunluğun hangi durumlarda değişeceğini hangi durumlarda değişmeyeceğini doğru bir biçimde açıklamıştır. 9.b. Uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin yüzeyin düzlemde yer kaplama özelliğinden veya cismin boşlukta yer kaplama özelliğinden farklı olduğunun farkındadır. 9.c. Bununla birlikte uzunluğu temsil etmek için kullanılan nesnelerin hacme yada alana sahip olduğunun farkındadır. 4.c. Hacim ve derinliğin farklı nitelikler olduğunu kavramıştır. *Öğretim ile ulaşılamayan* Alan ve hacim hesaplama bağlamında yani yüzeyin düzlemde yer kaplama miktarı ya da cismin uzayda yer kaplama miktarının belirlenmesi bağlamında, uzunluğun alan ve hacimle ilişkili olduğunu ifade etmiştir.	Uzunluk tanımına yapılan vurgu. Birim kullanımında dikkate alınan noktanın birimin uzunluğu olduğunu ve birim sayısının nesnenin incelenen birimle kaplanan uzaklığı ifade ettiğini fark etmesi sağlanmıştır. Farklı özelliklere sahipken aynı uzunluğa sahip nesnelerle çalışılmıştır. Nesnelerin üzerinde uzunluk niteliğinin korunumunun hangi şartlarda sağlandığı örneklendirilerek, tartışılmıştır. Uzunluğun yüzeyin düzlemde yer kaplama ve cismin uzayda yer kaplama miktarından bağımsız olduğunu görmesi sağlanmıştır. Bir bahçenin çevresine çit çekme, gübreleme ya da bir bölgeyi boyama, çevresinde yürüme eylemleri karşılaştırılmıştır. (Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3, 5, 6 ve 9)



Şekil 150. Eda'nın gelişimine ait ilerlemede adım dizileri (öğrenme çıktıları)

Tablo 4
Mert'in Uzunluk Kavramına İlişkin Öğrenme Yol Haritası

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
Nitelikleri Tanıma: Uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen özelliklerinden biri olduunu anlar.	*Öğretim Öncesi* 1.b.1. Mert nesneleri renk, şekil, büyüklük, uzunluk, doku, ses, koku, hız, yapıldığı malzeme, tat, ağırlık ve kullanım amaçları gibi özelliklerine göre gruplandırabilmiş ve karşılaştırabilmiştir. Nesneleri uzunluklarına göre karşılaştırırken ve gruplandırırken uzun-kısa kelimelerini doğru bir şekilde kullanmıştır. *Öğretim ile Ulaşılan* 1.a. Nesnelerin renk, şekil, büyüklük, uzunluk, doku, ses, koku, hız, yapıldığı malzeme, tat, ağırlık ve kullanım amaçları gibi özelliklere sahip olduğunu söylemiştir. 1.c. Uzunluğun nesnelere ait özelliklerinden biri olduğunu fark etmiştir. 1.d. Miktar belirlemenin ne anlama geldiğini bilmektedir. 1.e. Nesne özelliklerini miktarı belirlenebilen ve belirlenemeyen şeklinde gruplandırmıştır. 1. Uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen özelliklerinden biri olduğunu anlamıştır. *Öğretim ile ulaşılamayan* ...	Öncelikle nesne kavramı tanımlanmış, nesnelerin özellikleri öğrenci ile birlikte belirlenmiştir. Nesneleri bu özelliklerin her birine göre doğru kelimeleri kullanarak gruplandırması ve karşılaştırması sağlanmıştır. Miktar kavramı tanımlanmış ve nesnelerin miktarı belirlenebilen ve belirlenemeyen özellikleri tartışılarak belirlenmiştir. Uzunluğun bu özelliklerden biri olduğu fark ettirilmiştir.
Doğrudan Karşılaştırma: İki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırır.	*Öğretim Öncesi* 2.a. İki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir (niteliklerin korunumu ilkesini işe koşarak). Aynı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli doğrudan karşılaştırabilmektedir. Farklı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli doğrudan karşılaştıramayabilmiştir. Eğri veya şekillerin uzunluklarını başlangıç ve bitiş noktalarının konumlarına göre karşılaştırmıştır. Aynı hizada olmayı aynı boyda olmak olarak algılamaktadır. Nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirme eylem şeması fiziksel nesnelerle sınırlıdır. Öteleme dönüşümü altında uzaklıkların korunduğunu bilmektedir (Niteliklerin korunumu). Doğrudan karşılaştırmada doğrusallığa vurgu yapmıştır. *Öğretim ile Ulaşılan* 2.b. Farklı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir. Bunun için, 2.b.a. Doğrudan karşılaştırma yapabilmek için doğrusal eğri veya şekillerin ötelenerek başlangıç noktalarının aynı hizada konumlanması gerektiğini fark etmiştir. Bunun için, 2.b.a.a. Nesne üzerinde belirlenen iki nokta için aynı hizada olmanın aynı doğru üzerinde olmak olduğunu fark etmiştir. "Aynı çizgi üzerinde" şeklinde ifade etmiştir. Bunun için ise, 2.b.a.b. iki nokta için eş olma ile aynı doğru üzerinde	Koşucular, yüzücüler, atlar yarışa başlamadan önce nasıl konumlanır? sorusu canlandırılmış ve tartışılmıştır. Çamaşır ipi örneği verilmiştir. Öğrenciye aynı hizada olan ve olmayan şekilleri ve nesneleri gösteren bir çalışma kağıdı verilmiştir. İçinden aynı hizada yerleştirilmiş olanları ve farklı hizada yerleştirilmiş olanları seçmesi istenmiştir. Somut nesneler üzerinde örneklendirilerek, doğrudan karşılaştırmada nesnelerin

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	olmanın birbirinden farklı olduğunu anlamıştır. Ancak sözel ifadelerinde buna çok dikkat etmemiştir. 2.b.a.c. Aynı hizada olmanın nesnelerin konumu ile ilgili olduğunu anlamıştır. 2.b.a.d. İki şekil veya eğriyi aynı hizaya getirmek için yapılması gerekeni tespit edebilmiştir (öteleme). 2.b.b. Nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirebilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* Şeklin öteleme dönüşümü altında görüntüsünü çizerken, görüntü ile şeklin aynı uzunlukta olmasına yeterince özen göstermemiştir.	ötelenerek aynı hizaya getirildiği fark ettirilmiştir.
Dolaylı Karşılaştırma: İki nesneyi uzunlukları bakımından dolaylı olarak karşılaştırır.	*Öğretim Öncesi* 3.h.2. Mert nesneleri uzunlukları bakımından başka fiziksel nesneler yardımıyla dolaylı olarak karşılaştırabilmiştir. Doğrusal olmayan eğri ve şekilleri uzunlukları bakımından doğru bir şekilde karşılaştıramamıştır. Dolaylı karşılaştırmada yalnızca cetvel ve cetvel benzeri araçları kullanmaktadır. Doğrusallığa fazlasıyla vurgu yapmaktadır ancak dolaylı karşılaştırma yoluyla nesnelerin doğrusal hallerinin elde edilerek uzunluklarının ölçülmesini anlamlandıramamıştır. Doğrusallığı ifade etmek için "düz" ve "düzleştirme" ifadelerini kullanmaktadır. 3.h.3. Mesafe kavramının iki nesne/nokta arasındaki uzaklık olduğunun ve uzunlukla ilişkili olduğunun farkında olduğu söylenebilir.	
	Öğretim ile ulaşılan 3. İki nesneyi uzunlukları bakımından dolaylı olarak karşılaştırabilmiştir. Bunun için; 3.a. Doğrusal ve doğrusal olmayan kelimelerini anlamıştır ve sıklıkla olmamakla birlikte kullanmaya başlamıştır. 3.c. İki nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil edebilmiştir, bu temsile dayanarak doğrudan karşılaştırma yapabilmiş ve bu karşılaştırmadan elde ettiği sonucu söz konusu iki nesneye atfedebilmiştir. 3.e. Doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunu, onun doğrusal halini dolaylı karşılaştırma yoluyla elde ederek ölçmesi gerektiğini anlamıştır. 3.e.1. Dolaylı karşılaştırmada ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek olan nesnelerin kullanılabileceğini bilmektedir. Toplama işleminden kaçınmak için ip ve teli dolaylı karşılaştırma aracı olarak kullanarak cetvel kullanımından kaçınmaktadır. 3.k. Mesafe kavramını bir doğru parçası şeklinde kodlamıştır. Dolayısıyla doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeyi temsil eden doğru parçasının uzunluğunun nesnenin uzunluğu olduğu fikrinden ziyade doğru parçasının kendisinin nesnenin uzunluğu olduğunu düşünmektedir. *Öğretim ile ulaşılamayan* ...	Doğrusal olan ve olmayan nesne örnekleri ve özelliklerinin soyutlanması yoluyla doğrusallık kavramı tanımlanmıştır. Robinson Crusoe ve Maceraları Etkinliği (Ek 3) Etkinlik 7 (Ek 4) Türkiye haritası üzerinde Ege ve Karadeniz kıyı şeritlerini karşılaştırması sağlanmıştır. İp ve tel yardımıyla doğrusal olmayan nesnelerin uzunlukları karşılaştırılmıştır. Mert'in bu kavrayışı mesafe kavramına yapılan vurgu ve onu doğru parçalarıyla temsil etmekten kaynaklanabilir.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
Niteliğin farklı temsillerini tanıma: Uzunluğun en, boy, kalınlık, derinlik, çevre gibi farklı temsillerini tanır.	*Öğretim Öncesi* Mert uzunluk kavramını "boy" olarak tanımlamaktadır. Temsillerin birer uzunluk olduğunu sözel olarak ifade etse dahi nedenlerini gerekçelendirememiştir. Bazı temsillerin (ebat uzunlukları, kalınlık, derinlik) hangi ayrıtlarla belirlenebileceğini ayırt edememiş ve bazı temsilleri (çevre, en, genişlik, derinlik) alan veya hacim ile karıştırmıştır. Niteliğin farklı temsillerini anlama ve ifade etmede günlük dilden ve kelimelerin yapısından etkilenebilmektedir. Yüksekliği kendisine göre yüksek olma durumunda aramaktadır. "Genişlik alandır" "Alan etraftır", "Etraf çevredir" şeklinde tanımlamalar yapmıştır ancak bu kelimelerin matematiksel anlamlarını kastederek kullanmamıştır. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.a.1. Uzunluğu mesafe kavramını kullanarak tanımlamaktadır. 4. Uzunluk kavramını mesafe ile ilişkilendirdiğinde uzunluğun farklı temsillerini tespit edebilmektedir. Niteliğin farklı temsillerine ait kavrayışın gelişmesi ile niteliğe ait terimleri doğru bir şekilde kullanmıştır ancak uzunluk niteliği ile ilgili kıyaslamalarda büyük-küçük kelimelerini kullanmaya devam edebilmiştir. *Çevre Kavramı*: *Öğretim Öncesi* Çevre için kenar uzunluklarını göstermiştir. Çevreyi düzlemde yer kaplama miktarından ayırt edememektedir (örn. geniş olduğu için bölgenin çevresinin daha büyük olduğunu düşünme). Bir cismin farklı konumlanmalarında, tabandaki uzunluklarına göre cismin çevresinin değişebileceğini kabul etmemiştir. *Öğretim ile Ulaşılan.* 4.a. Bir nesnenin çevresinin, nesnenin etrafında bir kere dolanma ile elde edilen uzunlukların toplamı olduğunu bilmektedir. 4.a.d. Çevrenin bir uzunluk olduğunu anlamıştır. 4.a.b. Çevreyi nesnenin hangi uzunluklarının oluşturduğunu bilmektedir. 4.a.c. Bir cismin çevresinin tabandaki uzunluklarına göre konumlanmasına göre değişebileceğini fark etmiştir. 4.a.e. Alan ile çevrenin farkını sezgisel olarak kavramıştır; çevrenin yüzeyin yer kaplama miktarından bağımsız olduğunun farkındadır. Öğretim ile Ulaşılamayan ...	Çevre kavramı tanımlanmış ve tanımın incelenmesi sağlanmıştır. Cisimler farklı tabanları üzerine konumlandırılıp, çevre tanımı yardımıyla çevreleri hesaplanmıştır. Bu süreçte her biri için neler yapıldığı, nelerin dikkate alındığı tartışılmıştır. Örüntü blokları ile çevre uzunlukları farklı şekiller oluşturulmuş ve incelenmiştir. Genişlik ve boy uzunlukları aynı ancak alan ve çevreleri farklı iki şekli çevreleri bakımından karşılaştırması istenmiştir. Bir çember ve onunla eşit çevreye sahip bir dairenin fiziksel nesnelerle modellenmesi incelenmiştir.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Kalınlık ve incelik *Öğretim Öncesi* 4.b.1. Mert nesneleri kalınlık ve inceliklerine göre gruplandırabilmiş ve karşılaştırabilmiştir. Ancak nesnenin kalınlığını yüzey tarayarak gösterebilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.b.a. Uzunluk tanımını kavradıktan sonra nesnenin kalınlığına/inceliğine nesne üzerinde belirli bir uzunluğu referans alarak karar verdiğini fark etmiştir. 4.b.b. Kalınlığın bir uzunluk olduğunu ifade etmiştir. 4.b.d. Nesneler üzerinde kalınlığı belirleyebilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* 3-boyutun 2-boyutta temsilinde ayrıtları ayırt edemediğinden dolayı kalınlığı belirlemekte güçlük yaşamıştır.	Nesneleri kalınlık ve inceliklerine göre karşılaştırması sağlanmıştır. Karşılaştırma eyleminde göz önünde bulundurduğu noktalar ve iki grup (kalın ve ince) arasındaki fark üzerine düşünmesi sağlanmıştır. Bu gözlemler yoluyla kalınlık inceliğe karar verirken referans aldığı özelliğin bir uzunluk olduğunu keşfetmesi sağlanmıştır. Düzlemsel temsiller gerektiğinde fiziksel nesnelerle somutlaştırılmıştır.
	Derinlik ve sığlık *Öğretim Öncesi* Derinliğin bir uzunluk olduğunu ifade etmiştir ve doğrusal bir uzaklığı temsil ederek göstermiştir. Ancak derinliğin bir uzunluk olmasını gerekçelendirememiştir. Nesneleri derinlik ve sığlığına göre gruplandırabilmiş ve karşılaştırabilmiştir ancak sığ kelimesini kullanmamıştır. Sığ kelimesinin anlamını bilememektedir. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.c. Derinlik ve sığlığın uzunluğa ait bir temsil olduğunu fark etmiştir ve uzunluk tanımına dayanarak gerekçelendirebilmiştir. 4.c.a. Karşılaştırmalarında sığ ve derin kelimelerini kullanmıştır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* ….	Kare çocuk çizgi filmine ait derin-sığ şarkısı ve klibi izletilmiş ve üzerinde tartışılmıştır. Derinlik ve sığlığını belirlediği nesneler üzerinde hangi uzunluğa göre karar verdiğini sözel olarak ifade etmesi sağlanmıştır.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Genişlik ve darlık *Öğretim Öncesi* Nesneleri genişlik ve darlığına göre gruplandırabilmiş ve karşılaştırabilmiştir. Ancak genişlik kavramını yüzey tarayarak veya ellerini havaya kaldırarak göstermiştir. Genişlik ve darlığın uzunluğun birer temsili olduğunun farkında değildir. Genişlik kavramını alan veya hacim kavramlarından ayırt edememiştir. Alan kavramını genişlik niteliği ile tanımlamaktadır. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.d.a.1. Nesnenin hangi ayrıtı üzerinde değişiklik yaptığında genişlik ve darlığının değişeceğini fark etmiştir. 4.d.b. Genişlik ve darlığa belirli bir uzunluğu referans alarak karar verdiğini fark etmiştir. 4.d. Genişlik ve darlığın birer uzunluk olduğunu anlamış ve uzunluk tanımına dayanarak gerekçelendirmiştir. 4.d.c. Somut nesneler üzerinde genişliği sağlayan ayrıtı doğru bir şekilde belirlemiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* …	Bir kağıt parçasının hangi durumda geniş hangi durumda dar olacağı üzerinde konuşulmuştur. Nesneleri genişlik ve darlığına göre karşılaştırması sağlanmıştır. Karşılaştırma eyleminde göz önünde bulundurduğu noktalar ve ki grup-dar ve geniş- arasındaki fark üzerine düşünmesi sağlanmıştır. Bu gözlemler yoluyla genişlik ve darlığa karar verirken referans aldığı özelliğin bir uzunluk olduğunu keşfetmesi sağlanmıştır.
	En, boy ve yükseklik *Öğretim Öncesi* Uzunluk tanımını boy temsili ile sınırlandırabilmiştir. Ancak en, boy, yükseklik şeklinde adlandırmaksızın nesnenin en az bir uzunluğunu göstermiştir. En temsilini yüzey tarayarak gösterebilmiştir. Yüksekliğin bir konum olduğunu düşünebilmektedir. Dolayısıyla en ve yükseklik kavramlarının uzunluğun bir temsili olduğunun farkında değildir. Ebat uzunluklarının isimlendirilmesine olan ihtiyacı anlamlandıramamıştır. *Öğretim ile Ulaşılan* 4.e.a. Ebat uzunluklarının isimlendirilmesine olan ihtiyacı anlamıştır. 4.e.b. Genişlik ve darlığa karar verilen uzunluğun en olduğunu anlamıştır. 4.e.c. En, boy ve yüksekliğin ortak isimlerinin ebat uzunlukları olduğunu bilmektedir. 4.e. En, boy ve yüksekliğin uzunluğun farklı birer temsili olduğunu bilmektedir. 4.e.d.Nesne üzerindeki en geniş veya en uzun olan mesafelerin ebat uzunluklarını belirlediğinin farkındadır. 4.e.f. Nesneler ve onların düzlemsel temsillerinde ebat uzunluklarını belirleyebilmektedir. 2-boyutta nesnenin en, boy veya yükseklikten yalnızca ikisine sahip olacağını sezmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan*	Etkinlik 8 gerçekleştilir (Ek 5) Genişlik ve darlık kavramlarından yola çıkılarak en kavramı, daha sonra sırasıyla boy ve yükseklik kavramları tanımlanmıştır. Verilen nesnelerin gösterilen boşluğa sığıp sığmayacağı veya boşluktan geçip geçmeyeceği konusunda karar vermesi istenmiştir. Bu aşamada öğrenci farkında olarak veya olmayarak en, boy ve yüksekliği belirlemeye ve doğrudan veya dolaylı karşılaştırma yapmaya mecbur kalmıştır.

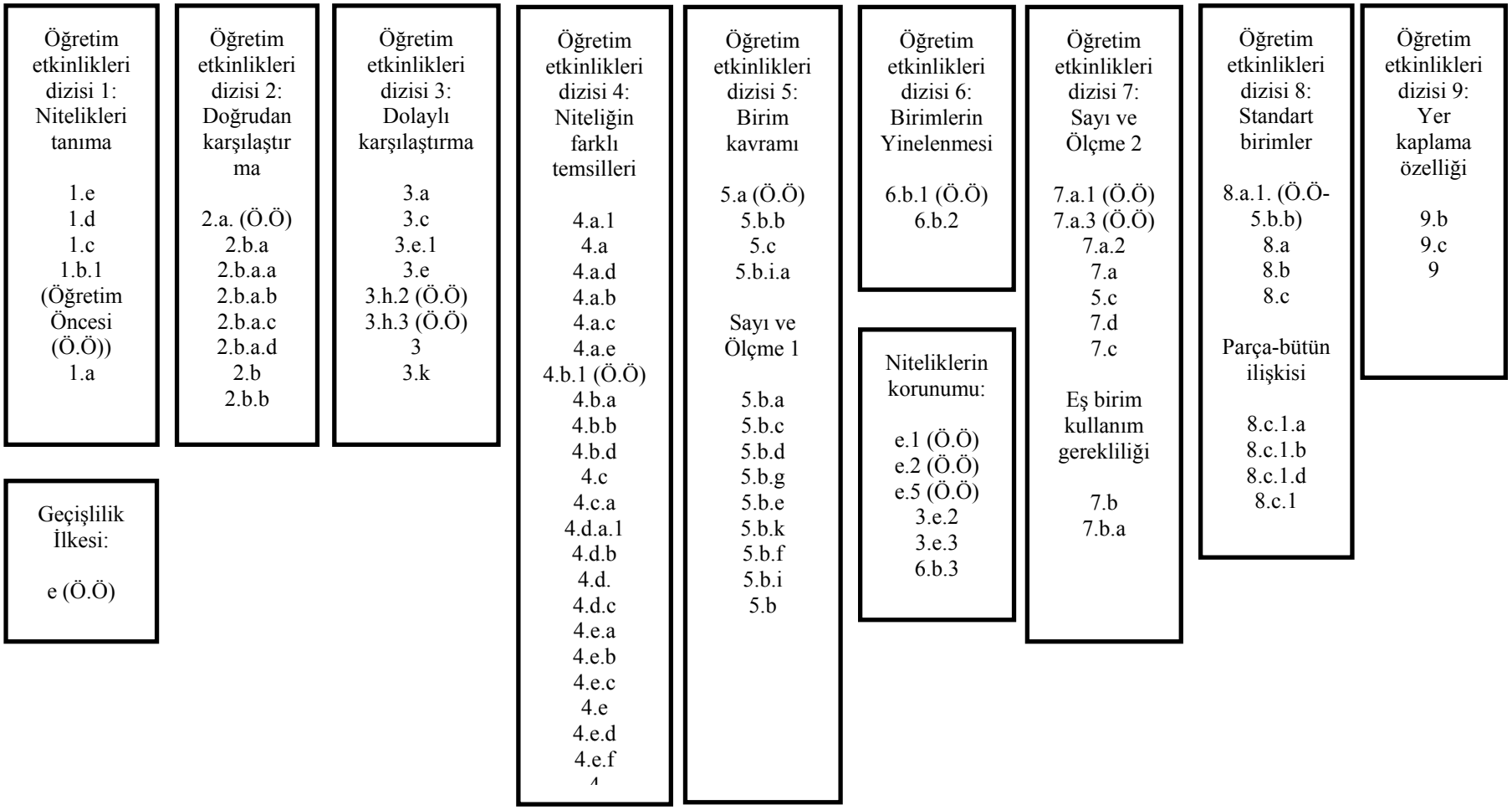
Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	2- boyutta şekiller üzerinde boy ve yüksekliğin aynı uzunluklar olduğunu düşünmektedir ve bu düşüncesini 3-boyuta da taşımıştır.	
Geçişlilik ilkesi: Geçişlilik ilkesine sahiptir.	*Öğretim Oncesi* e. Mert üç nesne arasında, eğer A nesnesi B den daha uzun/kısa ve B de C nesnesinden daha uzun/kısa ise o zaman A nesnesinin, C den daha uzun/kısa olduğunun farkındadır.	
Niteliklerin korunumu: Uzunluğun öteleme, dönme, yansıma dönüşümleri altında korunduğunu anlar. Uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğunu anlar. Uzunluğun sürekliliğinin farkındadır.	*Öğretim Oncesi* e.1. Uzunluğun öteleme, dönme, yansıma dönüşümleri altında korunduğunu bilmekte ve ifade etmektedir. Bu dönüşümler altında bir nesnenin uzunluğunun değişmeyeceğini anlamıştır. e.2. Bir nesnenin eş veya eş olmayan parçalara ayrıldığında ve orijinal haline yeniden getirildiğinde uzunluğunun değişmediğini anlamıştır. e.5. Basit bükme ve eğmelerin esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğini ancak o anki ölçüm sonucunu değiştireceğinin farkındadır. Doğrusal olmayan bir eğri veya şeklin uzunluğunu başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olarak belirlemiştir. Uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğunun farkında değildir. Uzunluğun sürekliliğini içselleştirememiştir (Örneğin cetvelde çentik sayma, cetveli 1'den başlatma). *Öğretim ile Ulaşılan* 3.e.2. Doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunun başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olmadığının farkındadır. 3.e.3. Bir eğri ve şeklin uzunluğunu başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olarak değil; eğrinin parçalarının uzunlukları toplamı olarak ele almıştır. Uzaklıkların birikiminin ve uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğunun farkına varmıştır. 6.b.3. Uzunluğun sürekliliğinin farkına varmıştır. *Öğretim ile ulaşılamayan* ...	Doğrusal olmayan eğri ve nesneleri ölçme eylem şeması ile bilişsel bir çatışma yaşaması sağlanmıştır. Türkiye'nin kıyı şeridi uzunluklarını karşılaştırması istenmiş ve gerçeğin tahminlerinden farklı olmasının sebepleri üzerinde tartışılmıştır. Bu esnada harita üzerinde gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek bir tel yardımıyla, yalnızca başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeye odaklandığında şeklin veya nesnenin ölçülmesi gereken uzunluklarının ölçülmediği ispatlanmıştır. Standart birimlere, milimetrik uzunluklara ve birimlerin yinelenmesi eyleminde birimler arasında boşluk kalmaması gerektiğine dair nedenleriyle yapılan vurgu ve eş parçalama yoluyla uzunluğun sürekliliği fikri pekiştirilmiştir.
Birim kavramı: Niteliğe uygun birim seçer. Birimi anlama: Birimin uzunluk ölçme eyleminde uzunluğu ölçülen nesne ile kıyanslanan (referans alınan) belirli bir uzunluk olduğunu anlar.	*Öğretim Oncesi* Birim seçiminde genellikle doğrusal bir eğri aramıştır ve uzunluk niteliğine dikkat etmiştir. 5.a.1. Seçtiği birimde dikkate aldığı özelliği yüzey kaplama özelliği ile karıştırmamıştır. Nesnelerin ancak aynı niteliklerinin karşılaştırılabildiğinin farkındadır. Cetveldeki birimlerin çentikler olduğunu ifade etmiştir. Birimin uzunluk niteliğinin dikkate alındığının farkındadır ancak birimin ne ifade ettiğinin, birimin belirlenen ve referans olarak alınan belirli bir uzunluk olduğunun farkında değildir. Birim kavrayışının bir sonucu olarak santimetre kavramına dair şeması santimetrenin belirli bir uzunluğa verilen bir isim olduğundan ziyade, uzunluk ölçümünde ölçüm sonucunun yanına eklenmesi gereken bir isim olduğu şeklindedir. Eş birime ihtiyacın sebebini anlayamamıştır. Farklı birimlerle karşılaştırma yapabilmektedir. Farklı birimlerle yaptığı ölçüm sonuçlarını eş birimlermiş gibi ifade etmiştir (birimin uzunluğuna dikkat etmemenin bir sonucu). Bu ölçümlerde kriteri, ölçülen nesneyi birimlerle tamamen kaplayabilmektir. *Öğretim ile Ulaşılan* 5.b.a.1. Kullandığı her birimin 1 cm ile ifade edilemeyeceğini fark etmiştir.	Farklı uzunluklarla yapılan ölçüm sonuçları incelenmiştir. Ölçüm sonuçları cm ile yapılan ölçümlerle karşılaştırılmıştır. Birim şeması ile uyumsuz durumlar yaşaması sağlanmıştır. Kırık cetvel kullanılmıştır. Cetveli eş parçalama etkinliği yapılmıştır. 20 cm'lik bir cetveli 20 eş parçaya ayırması istenmiştir. 1 cm'lik 20 tane birim elde

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
Eş birim kullanım gerekliliğini anlamlandırır.	5.b.b.Cetvel üzerinde herhangi iki çentik arasındaki uzaklığın 1 cm olduğunu ve santimetrenin yalnızca belirli bir uzaklığı temsil eden bir isim olduğunu kavramıştır. Cetvelle yapılan ölçümün 1 cm uzunluğundaki eş birimlerle sağlandığını fark etmiştir. 5.c. Birimde referansın uzunluk olduğunu anlamıştır. Birim olarak kullandığı araçların sahip olduğu uzunluğa odaklanmaya başlamıştır. 7.b. Eş birim kullanım gerekliliğini fark etmiştir. Farklı birimlerle karşılaştırma yapılmaması gerektiğini ifade etmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* 5.b.i.a. Dikkatinin dağıldığı veya karar vermede acele ettiği durumlarda herhangi bir birimle yaptığı ölçüm sonucunu cm ile ifade etme şemasına geri dönmüştür.	etmiştir, her birinin eş olması gerektiği vurgulanmış ve bunun için dikkat etmesi gereken noktalar sorgulanmıştır. Farklı uzunlukta aynı özellikte, farklı özellikte aynı uzunlukta birimlerle ölçümler yaptırılıp sonuçlar incelenmiştir. Eş birimlerle ve farklı birimlerle yapılan ölçüm sonuçlarını ifade etmesi sağlanmış ve aralarındaki fark tartışılmıştır.
Standart birimler: Milimetre, santimetre, metre ve kilometreyi tanır.	*Öğretim öncesi* Standart ölçü birimlerine ait şeması santimetre, metre ve kilometreyi içermektedir ancak bu birimlerin belirli uzunlukları temsil eden ve bu uzunluklara verilen isimler olduğu düşüncesini içermemektedir. Bu birimlerle hangi uzunlukların ölçülebileceğine dair uygun örnekler vermiştir (örn., Metre ile odanın duvarı) ancak birimlere göre yaptığı uzunluk tahminleri tutarsızdır. Birimlerin temsil ettiği uzunluklara dair zihinsel bir temsile sahip değildir. 8.a.1. Öğretim Etkinlikleri Dizisi 5 ile santimetrenin belirli bir uzunluk olduğunun farkına varmıştır. *Öğretim ile ulaşılan* 8.a. Standart birime olan ihtiyacı fark etmiştir. 8.b. (Birimde esas olanın birimin uzunluğu olduğu ve eş birim kullanımına olan ihtiyacı anladıktan sonra) metre, santimetre ve milimetrenin belirli uzunlukları temsil ettiğini ve bu uzunluklara verilen birer isim olduğunu ve herhangi bir uzunluğa cm veya mm denilemeyeceğini anlamıştır. 8.c. Metre, santimetre ve milimetrenin uzunluklarına dair zihinsel bir görüntü oluşturmuştur, aralarındaki orantısal ilişkiyi fark etmiştir ve standart ölçme birimleri olduğu fikrini yapılandırmıştır. *Öğretim ile ulaşılamayan* ...	Standart birimlere ihtiyacı hissettirmek amacıyla bir hikaye anlatılmıştır. Standart birimlerin yapılandırılması esnasında öncelikle birim uzunluğun ne kadar olduğu vurgulanmıştır. Örn., bir mezura ile 1 metrelik uzunluk gösterilmiştir. Bir metrelik bir uzunluğun nasıl belirlendiği, bir küre ile dünyanın örneklenmesi yoluyla, dünyanın çevre uzunluğunun ölçülmesi ve bunun 10 milyonda birine denk gelen bir uzunluğun standart ölçü birimi olarak kabul edilmesi ve metre şeklinde isimlendirilmesi ile açıklanmıştır. Buradan eş parçalama ile cm ve mm'ye ulaşılmıştır. Birimler arasındaki parça bütün ilişkisinin görülmesi için eş parçalamaya vurgu yapılmıştır. 1 cm'nin 1 mm ile ölçülmesi sağlanmıştır. Standart birimlere göre uzunluk tahmininde bulunmaları, bu tahminleri nedenleri ile açıklamaları ve birimleri birbirlerine dönüştürmeleri sağlanmıştır. Pireler ve Sinekler Etkinliği. Hikayede kalsiyum şişesine düşen pire Pıtırcığın çok fazla uzaması ve pireler ülkesinde çok uzun iken gittiği sinekler ülkesinde çok kısa kalması anlatılmaktadır.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
Sayı ve ölçme 1: Bir nesnenin uzunluğu n birim olduğunda bunun aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına geldiğini bilir. Cetvel kullanımını anlamlandırır.	*Öğretim Oncesi* Cetvelde çentikleri sayarak ölçüm yapmaktadır. Cetveli 1'den başlatarak çentikleri sayabilmiştir. Cetvelde 6-7 noktaları arasında yerleştirilen bir nesnenin uzunluğuna 7 cm demiştir. Cetvelde sayıları, çentikleri ve çentikler arasındaki mesafeleri anlamlandıramamıştır. Mert ölçüm sonucunda ifade edilen birim ve birim sayısını anlamlandıramamıştır. Birim sayısının nesnenin incelenen birimle kaplanan uzaklığı ifade ettiğinin farkında değildir. Bir nesnenin uzunluğu n birim olduğunda bunun aynı zamanda bir tek birimin n kere yinelenmesi anlamına geldiğinin farkında değildir. *Öğretim ile Ulaşılan* 5.b. Ölçme eylem şeması sayma eyleminden ziyade nesnenin tek boyutta ölçülen birimle kaplanan yer miktarını belirlemeye dönüşmüştür. Bunun için; 5.b.a. Çentik saymanın hatalı olduğunu fark etmiş ve nedenlerini anlamıştır: 5.b.c. Cetvelle yapılan ölçmenin, 1 cm uzunluğundaki birim sayısının belirlenmesi ve uzunluğu ölçülen nesnenin 1 cm uzunluğundaki birimlerle kıyaslanması olduğunu fark etmiştir. 5.b.d. Cetvelin 1 cm'lik uzunlukların birikimi ile oluştuğunu fark etmiştir. 5.b.e. Cetvelin 1 cm'lik birimlere göre yapılan ölçmeyi kolaylaştırdığını anlamıştır. 5.b.g. Sıfır da dahil olmak üzere cetveldeki sayıların ne anlama geldiğini anlamıştır. Cetvel üzerindeki 14'ün 14 tane 1 cm'nin birikimini ifade ettiğinin farkına varmıştır. 5.b.k. Çentiklerin birimlerin başlangıç ve bitiş noktalarını belirttiğini ifade etmiştir. 5.b.f. Cetvelde gerçekleştirilen eylemin temelde birimleri saymak olduğunu anlamıştır. 5.b.i. Belirlenen bir birim uzunluğa göre yapılan ölçümde ölçülen nesnenin birim uzunlukla kıyaslandığının farkına varmıştır. Ölçüm sonuçlarını kullandığı birim cinsinden ifade edebilmektedir. 5.b. Ölçme eyleminde belirlenen bir birim uzunluğa göre yapılan ölçümde ölçülen nesnenin birim uzunlukla kıyaslandığının farkına varmıştır. nesnenin ölçülen birimle kaplanan uzaklığını, o birim cinsinden ifade etmek olduğu ve ölçüm sonucunun nesnenin referans alınan belirli bir uzunluk tarafından kaplanan uzaklığı ifade ettiği fikirlerini yapılandırmıştır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* Dikkatinin dağıldığı veya karar vermede acele ettiği durumlarda cetvelde çentik sayma şemasına geri dönebilmiştir.	Tüm ölçümler kırık cetvelle yapılmıştır. İfade ettiği ölçüm sonuçlarının gerçekte hangi uzunluk olduğu gösterilerek hatasını araması sağlanmıştır. Cetvel üzerinde eş parçalama etkinliği yapılmıştır. 1 cm uzunluğunda kağıt parçaları kesilmiş ve eş birimler olmaları gerektiği vurgulanmıştır. Kesilen kağıt parçalarının yinelenmesi ile yapılan ölçüm sonucunun cetvelle eş olup olmadığı incelenmiştir. Cetvelin ölçme eylemini kolaylaştırdığı vurgulanmıştır. 1 cm uzunluğunda kağıt parçaları ile cetvel oluşturulmuştur. Her bir birimin başlangıç ve bitiş noktalarını belirlemek için çentik atılması gerektiği vurgulanmıştır. Birimleri saymadan yola çıkılarak çentikler numaralandırılmıştır. Farklı birimlerle yapılan ölçümleri ifade etmesi sağlanmıştır. Kendisinin ve başkalarının yaptığı ölçüm sonuçlarını ifade etmesi sağlanmıştır. Farklı ölçüm sonuçlarını yorumlaması sağlanmıştır. Birim kavramının belirli bir uzunluk olduğunu ve cetvelle yapılan ölçmeyi anlamlandırması ile ölçme eylem şeması değişmiştir.
Sayı ve ölçme 2: Aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebildiğini, farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabildiğini anlar. Birim uzunluğu ile ölçüm sonucu	*Öğretim öncesi* 7.a.1. Aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebildiğinin farkındadır. İki ayrı birimle yaptığı ölçümde eşit sonuç olması gerektiğini düşünmektedir. Birimlerin farklı olduğunun farkında olsa dahi, ölçüm sonucunun her durumda aynı olması gerektiğini ifade etmiştir. 7.a.3. Birim uzunluğu ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin farkındadır. *Öğretim ile ulaşılan* 7.a.2. Farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabilmesini anlamlandırmıştır. 7.a. Birim uzunluğu değiştiğinde ölçüm sonucunun değişeceğini bilmektedir. 5.c. Birim uzunluğu kısaldıkça daha kolay ifade edebileceği sonuçlar elde edebileceğinin farkındadır (parça bütün ilişkisini ifade etmede yaşadığı güçlükten dolayı). 7.c. Ölçülecek nesneden kısa olan iki çubuk verildiğinde birim olarak uzun olanını seçme eğilimi devam etmektedir. Sebebi ise uzun birimle nesneyi kaplama eyleminin daha çabuk son bulacağı fikrini içeren eylem şemasıdır.	Kullanılan birimde önemli olanın birimin uzunluğu olduğunu fark etmesi sağlanmıştır. En uzun turuncu kesir çubuğu verilmiştir ve bu kesir çubuğunun uzunluğunun farklı nesnelerle ölçüleceği belirtilmiştir. Geriye kalan tüm kesir çubukları ve uzunlukları toplamı turuncu kesir çubuğun uzunluğu kadar olan farklı farklı nesneler de masanın üzerine konulmuştur. Ölçüm sonuçlarına ve

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
arasındaki ters ilişkinin farkındadır.	*Öğretim ile ulaşılamayan* ...	kullanılan birimlere dair bir tablo yapılmış ve her bir ölçüm üzerinde tartışılmıştır.
Birimlerin yinelenmesi: Birimleri aralarında boşluk kalmayacak ve üst üste binmeyecek şekilde yineler.	*Öğretim Öncesi* 6.b.1. Mert yineleme eyleminde ölçülen nesnenin birimlerce tamamen kaplanması gerektiği, doğrusal olarak uzunluk boyunca ilerlemesi, birimler arasında boşluk olmaması ve birimlerin üst üste binmemesi gerektiğini bilmektedir. Sözel olarak ifade ettiği bu bilgileri fiziksel olarak da uygulamıştır. Yineleme eyleminde birimler arasında boşluk kalmaması gerektiğinin gerekçelerini açıklamıştır ancak birimlerin neden üst üste binmemesi gerektiğini gerekçelendirememiştir. *Öğretim ile Ulaşılan* 6.b.2. Birimlerin yinelenmesinde birimlerin neden üst üste binmemesi ve boşluk kalmaması gerektiğinin gerekçelerini niteliğin korunumu ilkesini işe koşarak açıklamıştır (üst üste konulduğunda aynı yerin tekrarlı ölçülmesi, boşluklar bırakıldığında tek boyutta boşluklar kadar kaplanan yerlerin gözardı edilmesi) ve ölçüm sonucuna nasıl etkileri olacağını bilmektedir. *Öğretim ile Ulaşılamayan* …	Belirli bir uzunluk, birimlerin yinelenmesi ile birimler üst üste binerek, birimler arasında boşluk bırakılarak ve hatasız bir şekilde fiziksel nesnelerle 3 kere ölçülmüştür. Sonuçları hatasız ölçüme göre önce tahmin edilmiştir. Bir tabloya yazılmış ve karşılaştırılarak nedenleri tartışılmıştır. Birimlerin sayılması ayrıntılı bir şekilde incelenerek, yapılan hataların sonuçları üzerine tartışılmıştır.
Parça-bütün ilişkisi: Birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisinin farkındadır	*Öğretim Öncesi* Verilen bir uzunluğu eş parçalara ayırma eylemini uzunluğu referans alarak gerçekleştirmemiştir. Parçaların eş olmasına önem vermemiş ve parçaları birer birim olarak ele almamıştır. 15 kalem uzunluğu ifadesinde birimi açıkça ifade edebilirken, iki buçuk mor çubuk uzunluğu ifadesinde birimi tespit edememiştir. Dolayısıyla birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisinin farkında değildir. *Öğretim ile Ulaşılan* 8.c.1.a. Eş parçalama eyleminde uzunlukları dikkate almıştır ve belirlediği uzunluklara göre bütünü eş parçalara ayırmaya dikkat etmiştir. 8.c.1.b. Ayıracağı parçaların uzunluklarını belirlemede sayısal verilerden yaralanmamış, bu esnada çubuk gibi araçlardan yararlanarak deneme-yanılma yolunu tercih etmiştir. 8.c.1.d. Kesir ile ifade edilen ölçüm sonuçlarında birimi tespit edebilmiştir. 8.c.1. Birim ve ölçülen nesneyi parça bütün ilişkisi içerisinde değerlendirebilmiştir. *Öğretim ile Ulaşılamayan*	Eş parçalama etkinlikleri yapılmıştır. Bu etkinliklerde cetvel, çubuk, kürdan gibi araçları kullanmasına ve kağıt katlama gibi yolları denemesine fırsat verilmiştir. Bu sayede eş parçalama ile eş birimi yineleyerek uzunluk ölçme eylemi arasında ilişki kurması amaçlanmıştır.

Öğretim Amacı	Gelişime Ait İlerleme	Öğretim Etkinlikleri Dizisi
	Kesir ile ifade edilen ölçüm sonuçlarını kesir bilgisi ve orantısal akıl yürütmeden dolayı tam olarak ifade edememiştir. Örn., "uzun çubuğun bir parçası kadar, 3 tam bir yarım çubuk kadar, 4 buçuk çubuk kadar" şeklinde ifade etmiştir.	
Yer kaplama özelliği: uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin farkındadır.	*Öğretim Öncesi* Mert tek boyutta nesnenin uzunluk niteliğinin incelendiğine dair uygun örnekler vermiştir. Örneğin nesnelerin uzunluklarını belirlemede belirli bir eğriyi işaret etmiştir. Ancak uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin farkında değildir. Örneğin cetvelde çentikleri saymış veya cetvelde 3-8 cm'ler arasına yerleştirilen nesnenin uzunluğuna 8 cm diyebilmiş veya doğrusal olmayan nesnelerin tüm parçalarının tek boyutta kapladığı yeri toplam uzunluğa her zaman dahil etmemiştir. Sözel ifadelerde alan ve hacim kavramlarını uzunluk ile karıştırabilmiştir. Uzunluğu yüzeyin düzlemde yer kaplama miktarından-alandan ayırt edememiştir. Hacim ile derinliği ayırt etmiştir. *Öğretim ile Ulaşılan* 9.a. Uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin farkındadır. Örneğin cetvelin birim uzunlukları değişmediği sürece sahip olduğu hacmin ve alanın değişmesinin ölçüm sonucunu etkilemeyeceğini düşünmektedir, milimetrik yer kaplamaları da dikkate almıştır. 9.b. Uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin yüzeyin düzlemde yer kaplama özelliğinden veya cismin boşlukta yer kaplama özelliğinden farklı olduğunun farkındadır. 9.c. Uzunluğu temsil etmek için kullanılan nesnelerin hacme yada alana sahip olduğunun farkındadır. *Öğretim ile Ulaşılamayan* Alan hesaplama bağlamında yani yüzeyin yer kaplama miktarının hesaplanması bağlamında uzunluk ile alanı ayırt edememiştir.	Doğrusallık, iki nokta arasındaki mesafe ve doğrusal olmayan nesnenin doğrusal hale getirilerek uzunluğunun ölçülmesi noktaları vurgulanmıştır. Doğrusal olmayan bir nesnenin yalnızca başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe dikkate alındığında nesnenin tek boyutta kapladığı yerlerin toplam uzunluğa dahil edilmediği ispatlanmıştır. Birim kullanımında dikkate alınan noktanın birimin uzunluğu olduğunu ve birim sayısının nesnenin incelenen birimle kaplanan uzaklığı ifade ettiğini fark etmesi sağlanmıştır. Farklı özelliklere sahipken aynı uzunluğa sahip nesnelerle çalışılmıştır. Nesnelerin üzerinde uzunluk niteliğinin korunumunun hangi şartlarda sağlandığı örneklendirilerek, tartışılmıştır. Uzunluğun yüzeyin düzlemde yer kaplama ve cismin uzayda yer kaplama miktarından bağımsız olduğunu görmesi sağlanmıştır. Bir bahçenin çevresine çit çekme, gübreleme ya da bir bölgeyi boyama, çevresinde yürüme eylemleri karşılaştırılmıştır. (Öğretim Etkinlikleri Dizisi 3, 5, 6 ve 9)



Şekil 151. Mert'in gelişimine ait ilerlemede adım dizileri (öğrenme çıktıları)

Tablo 3, Tablo 4, Şekil 150 ve Şekil 151 incelenerek, Mert ve Eda'nın uzunluk kavramına dair öğrenme yol haritaları ve gelişimlerine ait ilerlemede benzerlik ve farklılıkları incelenecek olursa; öğrencilerin öğretim öncesi seviyede uzunluğun, nesnelerin miktarı belirlenebilen özelliklerinden biri olduğunun farkında olduğu söylenebilir. Ancak, öğrencilere nesnelerin özelliklerinin miktarı belirlenebilen (ölçülebilen) ve belirlenemeyen (ölçülemeyen) şeklinde gruplandırılabileceği ve uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen diğer özelliklerinden yalnızca biri olduğu tekrar vurgulanmıştır. Eda öğretim öncesi seviyede aynı veya farklı hizada olması önemli olmaksızın nesne, eğri ve şekilleri uzunlukları bakımından karşılaştırabilmektedir. Dolayısıyla bu konuda Eda ile herhangi bir öğretim etkinliği gerçekleştirilmemiştir. Ancak Mert'in farklı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli doğrudan karşılaştıramadığı durumlar söz konusu olmuştur. Mert eğri veya şekillerin uzunluklarını başlangıç ve bitiş noktalarının konumlarına göre karşılaştırmıştır. Bunun Mert'in doğrudan karşılaştırma eyleminde nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirme şemasının fiziksel nesnelerle sınırlı olmasından ve aynı zamanda niteliklerin korunumu ilkesi (uzunluğun toplamsal olması) ile uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğine dair kavrayışından kaynaklı olduğu yapılan etkinliklere dayalı klinik görüşmelerle tespit edilmiştir. Öğretim ile ulaşılan seviyede Mert öncelikle doğrudan karşılaştırma yapabilmek için doğrusal eğri veya şekillerin ötelenerek başlangıç noktalarının aynı hizada konumlanması gerektiğini fark etmiştir. Bunun için Mert'in aynı hizada olmayı anlamlandırması gerekmiştir. Mert iki şekil veya eğriyi aynı hizaya getirmek için öteleme yapıldığını ve uzunluğun korunduğu öteleme eylemini şekil ve nesneler üzerinde nasıl uygulaması gerektiğini öğrenmiştir. Bunların sonucu olarak Mert farklı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmiştir. Eda farklı hizadaki eğri veya şekilleri çizim yapmaya gerek duymadan zihinsel olarak öteleyerek karşılaştırabilmiştir. Mert bu eğri veya şekilleri öteleyerek yan yana getirmesi gerektiğini ve öteleme eylemini öğrendikten sonra, sonraki birkaç örnekte eğri ve şekilleri zihinsel eylemlerle karşılaştırabilmiştir. Dolayısıyla Eda'nın zihinsel olarak gerçekleştirdiği bu eylem dizisini fiziksel olarak öğrendikten ve gerçekleştirdikten sonra Mert de zihinsel olarak eğri ve şekilleri doğrudan karşılaştırabilmiştir. Dolayısıyla Mert'in doğrudan karşılaştırma eylem şeması farklı hizada bulunan nesne, şekil ve eğrileri de içerir. Ancak Mert öteleme altında uzunluğun korunduğunu ifade etmesine rağmen, şeklin öteleme dönüşümü altında görüntüsünü çizerken, görüntü ile şeklin aynı uzunlukta olmasına yeterince özen gösteremeyebilmiştir. Mert bunun farkındadır ancak bunu "Ancak bu kadar çizebiliyorum"

şeklinde ifade etmiştir. Mert çizimlerinde yalnızca birim sayısının eş olmasına önem vermiş, belirlediği birimlerin uzunluklarına yeterince önem vermemiştir. Bu durumun ise yaptığı çizimlerin göz kararı olmasından kaynaklandığı düşünülebilir. Nitekim öteleme dönüşümü (nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme dönüşümü altındaki görüntülerinin çizimi), öğretim programında (MEB, 2013a) dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanı içerisinde 7. sınıf seviyesinde öğretilmektedir. Görüldüğü üzere 4. sınıf seviyesinde ve öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrenci olan Mert'in, şekil veya eğrileri doğrudan karşılaştırabilmek için öteleyerek aynı hizaya getirmesi gerektiğini ve bu öteleme eylemi esnasında uzunluğu değişmeyen şekil veya eğrilere eş uzunlukta çizimler yapması gerektiğinin farkında olması da önemlidir.

Niteliği tanıma karakteristiğinin diğer bir bileşeni olan dolaylı karşılaştırma eylemine ait şema öğretim öncesi seviyede her iki öğrenci için de farklılaşmıştır. Ancak doğrudan karşılaştırmadan dolaylı karşılaştırmaya geçiş her iki öğrenci için de kendiliğinden ve kolaylıkla gerçekleşmiştir. Öğretim öncesi seviyede, Eda'nın uzunluk niteliği bağlamında dolaylı karşılaştırma eylem şeması doğrusal nesnelerle sınırlıdır. Eda öğretim öncesi seviyede doğrusal olmayan nesne ve eğrilerin uzunluklarının ölçülemeyeceği düşüncesine sahiptir. Dolayısıyla Eda'nın nesnelerin uzunluğu ile ilgilenirken onların doğrusal hali ile ilgilenildiğinin farkında olduğu, ancak bu bilgiyi doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunun ölçülemeyeceği şeklinde aşırı genellediği düşünülmektedir. Daha önce de sözü edildiği üzere uzunluk kavramı üzerine yapılan etkinliklerde doğrusallığa yapılan vurgu, Eda'da olduğu gibi, çember, elips vs. gibi doğrusal olmayan eğrilerin uzunluğunun ölçülemeyeceği şeklinde bir kavram yanılgısını doğurabilir. Bu bağlamda Eda'nın doğrusal olmayan nesnelerin doğrusal hallerinin dolaylı karşılaştırma ile elde edilebileceğini fark etmesi sağlanmış ve bunun sonucu olarak Eda herhangi iki nesne, eğri veya şekli dolaylı olarak karşılaştırabilmeye başlamıştır. Dolayısıyla Eda'nın, uzunluğun doğrusal olarak belirleneceği ancak doğrusal olma durumunun nesnelere ait bir özellik olduğu, dolayısıyla nesnelerin dolaylı karşılaştırma yoluyla doğrusal hallerinin elde edilerek uzunluklarının ölçülebileceği fikrini yapılandırması sağlanmıştır. Böylece uzunluk kavramı Eda ile birlikte tanımlanmıştır. Eda, öğretim ile ulaşılan seviyede, bir mesafenin ne zaman nesnenin uzunluğu olacağını ve ne zaman olamayacağını açıklayabilmiştir.

Mert ise öğretim öncesi seviyede fiziksel nesneleri uzunlukları bakımından dolaylı olarak karşılaştırabilirken, doğrusal olmayan eğri ve şekilleri uzunlukları bakımından doğru bir şekilde karşılaştıramamıştır. Bu ise Mert'in niteliklerin korunumu ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğine dair kavrayışı ile ilgili olduğu gibi, söz konusu eğri ve şekillerin

doğrusal hallerini dolaylı olarak elde edebileceğinin farkında olmamasından da kaynaklanmaktadır. Mert dolaylı karşılaştırmada yalnızca cetvel ve cetvel benzeri doğrusal araçlara odaklanmaktadır ve öğretim sürecinde de ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek araçların kullanımı konusunda ikna olmakta zorlanmıştır. Bu kavrayışın sebebinin de benzer şekilde uzunluk öğretiminde doğrusallığa yapılan vurgu ve aynı zamanda dolaylı ve doğrudan karşılaştırmalar yoluyla niteliği ölçmenin kavramsal olarak anlaşılmasına yeterince zaman ayrılmadan ölçme eylemine geçilmesi olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla gerçekleştirilen öğretim etkinlikleri sonucunda Mert doğrusal olmayan nesne, şekil veya eğrinin uzunluğunu, onun doğrusal halini dolaylı karşılaştırma yoluyla elde ederek ölçmesi gerektiğini anlamıştır. Bu aşamada Mert ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek olan nesnelerin kullanılabileceğini anlamıştır. Mert, öğretim öncesi seviyede, mesafe kavramının iki nesne/nokta arasındaki uzaklık olduğunun ve uzunlukla ilişkili olduğunun farkındadır. Ancak gerçekleştirilen öğretim sürecinde mesafe kavramına yapılan vurgu ve mesafe kavramının doğru parçalarıyla temsil edilmesinden kaynaklı olarak mesafe kavramını bir doğru parçası şeklinde algılamaya başlamıştır. Mert bu kavrayışını mesafe kavramı kullanılarak yapılan uzunluk tanımına da genellemiştir. Dolayısıyla Mert "doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe uzunluktur" tanımında, bu mesafeyi temsil eden doğru parçasının uzunluğunun nesnenin uzunluğu olduğu fikrinden ziyade, doğru parçasının kendisinin nesnenin uzunluğu olduğu fikrini benimsemiştir. Görüldüğü üzere Mert tek boyutta yer kaplama özelliğini tek boyutlu ve doğrusal bir kavrama atfetmiştir. Böyle bir aşırı özellemenin sebebinin, mesafe kavramında doğrusallığı vurgulamak için, iki nesne arasındaki mesafeyi doğrusal olmayan bir eğrinin değil, bir doğru parçasının temsil ettiği fikrinin fazlasıyla vurgulanması olduğu düşünülmektedir. Mert'in doğrusal olmayan nesne ve eğrilerin uzunluklarının başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe olduğunu düşünmesi sebebiyle; dolaylı karşılaştırma ile bu nesne ve eğrilerin doğrusal hallerinin elde edilerek ölçülmesi gerektiği, aksi halde nesnenin tek boyutta kapladığı yerlerin hepsinin ölçülemediği Mert'e fark ettirilmiştir.

Uzunluk kavramının tanımlanmasının ardından uzunluğun temsillerine geçilmiştir. Öncelikle çevre kavramı tanımlanmış ve öğrencilerin çevrenin bir uzunluk olduğunu ve yüzey kaplama özelliğine sahip olmadığını fark etmeleri sağlanmıştır. Daha sonra sırasıyla kalınlık-incelik, derinlik-sığlık, genişlik-darlık ve en, boy, yükseklik kavramları tanımlanmış ve bu kavramların birer uzunluk olduklarının öğrenciler tarafından fark edilmesi sağlanmıştır. Öğrenciler kalın olma, derin olma gibi durumlara öğretim öncesi

seviyede aşinadır. Nesneleri darlık, genişlik ve derinliklerine göre (Eda için derinlik hariç) karşılaştırabilmektedir. Ancak öğretim öncesi seviyede öğrenciler uzunluk kavramını yalnızca boy temsiline sınırlamakta ve bu temsilleri uzunluk kavramı ile ilişkilendirememektedirler. Dolayısıyla öğretime darlık, kalınlık ve derinlik kavramlarından yola çıkarak başlamak, sonrasında en, boy ve yükseklik ebat uzunluklarını tanımlamak uygun görülmüştür. Öğretim ile ulaşılan seviyede katılımcı öğrenciler çevre kavramının uzunluğun bir temsili olduğunu anlar. Çevrenin bir uzunluk olduğu, çevreyi nesnenin hangi parçasının uzunluklarının oluşturduğu, çevrenin nesnenin etrafında bir kere dolanma ile elde edilen uzunlukların toplamı olduğu bilgilerini içeren zihinsel bir şema oluşturur.

Öğretim öncesi seviyede Mert ve Eda temsillerin birer uzunluk olduğunu sözel olarak ifade etse de nedenlerini gerekçelendirememiştir. Öğrenciler bazı temsillerin (ebat uzunlukları, kalınlık, derinlik) hangi ayrıtlarla belirlenebileceğini ayırt edememiş ve bazı temsilleri (çevre, en, genişlik, derinlik) alan veya hacim ile karıştırmıştır. Ancak, bu iki öğrenci öğretim etkinlikleri sırasında uzunluk kavramını mesafe ile ilişkilendirdiklerinde uzunluğun farklı temsillerini tanıyabilmiştir. Uzunluk kavramının tanımlanmasında, öncelikle nesne özelliklerinden uzunluğun nesnenin miktarı belirlenebilen (ölçülebilen) özelliklerinden biri olduğu fark ettirilmiştir. Daha sonra doğrudan ve dolaylı karşılaştırma eylem şemaları, niteliklerin korunumu ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama ilkesi işe koşularak yapılandırılmış ve uzunluk kavramının tanımı tartışılmıştır. Bu aşamadan sonra uzunluk tanımı ve doğrudan karşılaştırma eylemi kullanılarak öğrencilerin uzunluğun farklı temsillerini keşfetmeleri sağlanmıştır. Eda ve Mert uzunluğun yalnızca boy temsili ile sınırlanamayacağını, boyun uzunluğun temsillerinden yalnızca biri olduğu bilgisini, uzunluk kavramının tanımlanması ve temsillerin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi sonucunda yapılandırmışlardır ve mesafe kavramına dayanarak uzunluğu tanımlamışlardır.

Öğretim öncesi seviyede Eda ve Mert en, boy, yükseklik şeklinde adlandırmaksızın nesnenin en az bir uzunluğunu gösterebilmektedirler. Eda öğretim öncesi seviyede buzdolabına benzetebileceği bir dikdörtgen prizma gibi aşina olduğu geometrik cisimlerde yüksekliği tespit edebilmiştir. Yükseklik kavramına dair bilgi sahibidir ve yükseklik kavrayışından derinlik kavramını anlamlandırmada yararlanmaktadır. Ancak Eda "en" temsilinin bir uzunluk olduğunun farkında değildir. Mert ise "en" ve "yükseklik" temsillerinin her ikisinin de birer uzunluk temsili olduğunun farkında değildir. Mert yüksekliği yüksek olma durumunda aramıştır ve dolayısıyla yüksekliğin bir konum olduğunu düşünmüştür. Mert'in bu kavrayışının kelime kökünden kaynaklanabileceği düşünülebilir. Öğrenciler uzunluğu

“boy” temsili ile tanımlamalarına rağmen öğretim öncesi seviyede de öğretim sürecinde de boy ayrıtını belirlemekte zorlanırlar. Dolayısıyla, öğrencilerin uzunluğu “boy” olarak tanımlamaları veya boyun bir uzunluk olduğunun farkında olmalarının daha önce de belirtildiği gibi, “boy” kelimesinin günlük hayatta sıklıkla kullanılmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Mert öğretim öncesi seviyede ebat uzunluklarının isimlendirilmesine olan ihtiyacı anlamlı bulmayabilir. Ancak, ebat uzunluklarının isimlendirilmesinin gerekliliğini vurgulayan bir hikaye ve örnek durumlar ile Mert ve Eda öğretim etkinlikleri sonunda bu ihtiyacı anlayabilmişlerdir. Öğrencilere nesnenin genişlik ve darlığına karar verdikleri uzunluğun “en” olduğu belirtilerek, sırasıyla “boy” ve “yükseklik” tanıtılmıştır. Öğretim etkinlikleri dizisi sonunda öğrenciler “en, boy ve yüksekliğin” ortak isimlerinin ebat uzunlukları olduğunu ve uzunluğun farklı birer temsili olduğunu anlamıştır. Eda nesnenin konumlanmasına göre ebat uzunluklarının değişebileceğini fark etmiştir. Öğrenciler öğretim öncesi seviyede genel olarak araba, koltuk gibi karşılıklı ayrıt uzunlukları eşit olmayan nesnelerde, ebat uzunluklarını belirlerken en geniş, en uzun mesafeyi dikkate almamışlardır. Bu durumun öğrencilerin kavramsal olarak, örneğin; yüksekliği nesnenin en alçak ve en yüksekte bulunan iki noktası arasındaki uzaklık olarak görememelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu kavrayışa yönelik gerçekleştirilen öğretim sonucunda, öğrenciler nesne üzerindeki en geniş veya en uzun olan mesafelerin ebat uzunluklarını belirlediklerinin farkına varmış ve uzunlukları belirleme eylemlerinde buna dikkat etmişlerdir.

Çevre hesaplamada toplama işleminin devreye girmesi, zaman zaman öğretim etkinliklerini aksatacak şekilde öğrencilerin kaygı seviyelerinin artmasına sebep olmuştur. Her iki öğrenci de öğretim öncesi seviyede çevre kavramını alan ile karıştırabilmiştir. Ancak, öğretim ile ulaşılan seviyede öğrenciler çevrenin yüzeyin düzlemde yer kaplama miktarından bağımsız olduğunu fark etmişlerdir. Darlık, kalınlık ve derinlik kavramlarının öğretiminde, öğrencilerden nesneleri bu temsillere göre karşılaştırmaları istenmiştir. Öğrencilerin yaptıkları bu karşılaştırmalarda aslında uzunluk niteliğine dikkat ettiklerini fark etmelerini ve uzunluk tanımından faydalanmalarını sağlamak yardımcı olmuştur. Eda için derinlik ve sığlık temsili hariç her iki öğrenci de bu karşılaştırma esnasında doğrusal iki nokta arasındaki mesafeye odaklanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerle birlikte bu niteliklerin birer uzunluk temsili olduğuna karar verilmiştir. Öğretim sonrası seviyede öğrenciler uzunluğun farklı temsillerini bir terim olarak, matematiksel dile uygun bir şekilde kullanmaya başladıkları gibi, bu kavramların birer uzunluk olduğunun da farkına varmışlardır. Bu temsilleri somut

nesneler üzerinde belirleyebilmiş ancak 3 boyutun düzlemsel temsillerinde veya düzlemsel şekiller üzerinde belirlerken çeşitli zorluklar yaşamışlardır. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların görsel uzamsal yeteneklerinden kaynaklandığı söylenebilir.

Eda öğretim öncesi seviyede ve öğretim sürecinin başlarında derinliği hacim kavramından ayırt edememiştir ancak hacimleri ve derinlikleri arasında ters ilişki bulunan iki kabın kullanılması yoluyla, Eda derinliğin uzunluk niteliğine ait bir temsil olduğunu keşfetmiştir. Ancak bunun sağlanması için, Eda ile 4 ayrı öğretim oturumu gerçekleştirilmiştir. Mert için ise dolaylı karşılaştırma eyleminde Eda'ya göre daha fazla zaman harcanmıştır. Bunun sebebi ise Mert'in dolaylı karşılaştırmada araç olarak cetvel, çubuk gibi doğrusal nesnelere odaklanması ve ip, tel gibi nesnelerin kullanımını kabul etmemesidir. Ancak bu noktada ip ve tel gibi nesnelerin gerektiğinde doğrusal hale getirilerek cetvel yardımıyla ölçülebileceği ve bunu kullanmaktaki amacın nesnenin doğrusal halini elde etmek olduğunun vurgulanması ile Mert- iki öğretim oturumu sonunda-bu noktalara vurgu yapılması gerektiğinin fark edilmesi sonucunda gerçekleştirilen öğretim etkinliği ile ikna olmuştur. Dolayısıyla öğrenciler anlamlı bulmadıkları bilgileri yapılandırmamakta ısrar etmekte ve yeni bilgiyi kullanıyor gibi gözükse dahi önceki şemalarına geri dönebilmektedirler. Bununla birlikte Mert bu kullanımı keşfettikten sonra kendisini toplama işleminden kurtardığı için kırık çizgileri dahi ip yardımıyla ölçmekte ısrar etmiştir. Bu kısma kadar ki aşamalar ölçme kavramına ait bir bağlam olan uzunluğun kavramsal boyutudur. Uzunluğun korunumu ilkesi, uzunluğun kavramsal boyutuyla da uzunluk ölçme eylemiyle de birebir ilişkilidir. Uzunluğun korunumu ilkesi ve uzunluk kavramının tek boyutta yer kaplama özelliği öğrencilerin hem kavrayışlarındaki hem de eylemlerindeki yanılgıları ve hatalarının temel sebeplerinden biri olmuş ve diğer karakteristiklerde yapılan kavrayışları etkilemiştir. Dolayısıyla, diğer bilgi ve becerilerin edindirilmesinde ve yanılgıların giderilmesinde öncelikle niteliklerin korunumu ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin vurgulanması ve öğrencilerin sahip oldukları yanılgıların giderilmesi gerekmiştir. Bu bağlamda öğretim etkinlikleri dizileri boyunca uzunluk kavramının bu iki özelliğine dair doğrudan bir etkinlik tasarlanmasına gerek kalmadan, adım adım bu kavrayışlar güçlendirilerek diğer karakteristikler yapılandırılmıştır.

Niteliği tanıma, doğrudan ve dolaylı karşılaştırma yoluyla uzunluk tanımını yapılandırma, sonrasında uzunluğun farklı temsillerinin keşfedilmesi ve uzunluğun sürekliliği- uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliklerinin dolaylı ve doğrudan karşılaştırma ve uzunluk tanımı bağlamında vurgulanmasının ardından sıra uzunluk ölçme eylemine gelmiştir. Bunun için

birim kavrayışı ve ölçme eyleminin, uzunluk ölçüm sonucunun ve birim sayısının anlamlandırılması, ölçme eyleminin yalnızca sayma ile sınırlandırılmaması, ölçme eyleminde ölçülen nesnenin söz konusu birimler tarafından kaplanan kısmının hesaplandığı şeklinde kavramsal alt yapısının anlamlandırılması önemlidir. Bu bağlamda öğrencilerin öncelikle var olan yanılgılarının giderilmesi söz konusu olmuştur. Mert ve Eda 4 ve 5. sınıf düzeyinde olduklarından her ne kadar yaşıtlarına göre bir veya iki sene geride olsalar dahi uzunluk ölçümüne dair bilgi sahibidir ve ikinci sınıftan beri uzunluk ölçümüne dair öğretime tabi tutulmuşlardır. Dolayısıyla, uzunluk kavramı ve uzunluk ölçme eylemine dair oluşturdukları halihazırda şemaları bulunmaktadır. Doğal olarak, öğrencilerin ilk klinik görüşmelerde görüldüğü üzere, farklı kavrayışları veya kavram yanılgıları bulunmaktadır. Mert'in her ölçüm sonucunu cm ile ifade etme, Eda'nın ölçüm sonuçlarını herhangi bir birim kullanmadan ifade etme ve cetvelde çentik sayma gibi hataları veya farklı kavrayışları, birim kavramını, birimlerin yinelenmesini ve ölçme eylemlerini öğrenmede birer engel teşkil etmektedir. Aynı zamanda her iki öğrenci de herhangi bir ölçüm sonucunun (örneğin, 3 çubuk uzunluğu) ne anlama geldiğini açıklayamamaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin birim kavramını ve ölçme eylemini anlamlandırması gerekmektedir. Bunun için öğrencilerin en iyi bildiklerini düşündükleri ölçüm ve ölçme aracı olan cetvele dair yanılgılarının giderilmesi ile başlanmıştır. Dolayısıyla, öncelikle öğrencilerin birim ve santimetre kavramlarına, cetvele ve cetvelle yapılan ölçmeye dair sahip oldukları kavram yanılgılarının giderilmesi amaçlanmıştır. Bunun için öğrencilerin cetvelle ölçmeyi anlamlandırmaları gerekli görüldüğünden cetvel ve cetvel kullanımından yola çıkılmıştır. Cetvelde çentik sayarak yaptığı ölçmenin hatalı olduğunu fark ettirmek için, Mert'in kırık cetvelle ölçüm yapması, kırık olmayan cetvelle yaptığı ölçümle bu ölçüm arasındaki farkı görmesi ve hatalarını fark etmesi sağlanmıştır. Mert bulduğu uzunluğun söz konusu nesnenin uzunluğuna eşit olmadığını anladığında, 1 cm'nin belirli bir uzunluk olduğunu fark etmesi sağlanmıştır. Dolayısıyla Mert cetveli eş parçalara ayırma etkinliği ile kullandığı her birimi cm ile ifade edemeyeceğini fark etmiştir. Öğretim öncesi seviyede Eda ölçüm sonuçlarında kullandığı birimi ifade etmeye meyilli değildir. Dolayısıyla Eda'nın bildiği bir birim olan santimetrenin ne kadar bir uzunluk olduğu vurgulanarak öğretime başlanmıştır. Bunun için cetveli eş parçalama etkinliği ile Eda'ya cetvel üzerinde herhangi iki çentik arasındaki uzaklığın 1 cm olduğu ve santimetrenin belirli bir uzaklığı temsil eden bir isim olduğu vurgulanır. Ancak Eda ilerleyen oturumlarda, belki cm'ye yapılan fazla vurgunun sonucunda, Mert'in sahip olduğu santimetre şemasını-kullanılan her birimi cm ile ifade etme- oluşturur. Eda, öğretim sürecinde, cetveli ve cm ile yapılan ölçümü

anlamlandırmasıyla birlikte, bu şemasını diğer ölçümlere de aşırı genelleyerek her ölçüm sonucunu cm cinsinden ifade etmeye yönelmiştir. Ancak Eda her seferinde yaptığı hatayı fark etmiş ve neden hatalı olduğunu gerekçelendirmiştir. Eda cetvelde birimlerin 1 cm'den uzun veya kısa olması durumunda cetvelin yanlış bir ölçüm yapacağını belirtmiştir. Eda'nın 1 cm'nin ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihinsel bir temsil oluşturduğu söylenebilir. Bu etkinlikle öğrenciler ölçme eyleminin birim uzunlukları sayma olduğunu fark etmiştir. Öğrencilerin cetveli eş parçalara ayırarak, elde ettikleri 1 cm'lik uzunluklarla ölçüm yapmaları sağlanmıştır. Öğrenciler öğretim öncesi seviyede eş birimlerin tekrarlı kullanımında yapılan eylemleri problemsiz bir şekilde yürütmektedir. Dolayısıyla cetveli eş parçalama etkinliğinde 20 eş 1 cm'lik kağıt parçasıyla, her birini kullanarak çeşitli ölçümler yapmışlardır. Öğrenciler bu şekilde 1 cm'lik birimlerin tekrarlanmasıyla gerçekleştirdikleri ölçme eyleminin zorluğunu yaşamış ve cetvel gibi bir araç ile yapılan ölçümün daha kolay olduğunun farkına varmışlardır. Bu noktada birimlerin yinelenmesi eylem şemalarından yararlanılmasıyla, öğrenciler eş birimlerin yinelenmesi eyleminde birimlerin kapladığı yer miktarını çentiklerin değil, 1 cm uzunluğundaki birimlerin belirlediğini, aslında 1 cm'lik kaç tane birim olduğunun sayıldığını görerek, cetvelde yapılan ölçmeyi herhangi bir birim kullanarak yaptıkları ölçme eylemi ile ilişkilendirmişlerdir. Dolayısıyla öğretim ile ulaşılan seviyede öğrenciler ölçme eyleminin birim uzunlukları sayma olduğunu fark etmiştir.

Öğretim ile ulaşılan seviyede Mert çentiklerin 1 cm'lik uzunlukların başladığı ve bittiği noktaları belirttiğini açıkça ifade ederken, Eda böyle bir açıklamada bulunamamıştır. Cetveli eş birimlere parçalama etkinliğinde birimlerin eş olmasına, her birinin uzunluğunun tam olarak 1 cm olmasına dikkat çekilmiştir. Aynı zamanda öğrenciler fiziksel nesnelerin eş olmalarına dikkat ederek birimleri oluşturmuştur. Böylelikle 1 cm'nin belirli bir uzunluk olduğuna dair zihinsel bir temsile sahip olmaları sağlanmıştır. Öğrenciler buradan yola çıkarak birimin cm olmadığı ölçümlerde, kullandıkları birimin uzunluğuna dikkat etmeleri gerektiğini ve ölçüm sonucunda birimleri belirtmeleri gerektiğini, hangi birimi kullandıklarının önemli olduğunu görmüşlerdir. Birim kullanımında önemli olanın, birimin uzunluğu olduğunu fark etmeleri amacıyla, öğrencilerden diğer özellikleri aynı iken farklı uzunlukta olan ve diğer özellikleri farklı iken aynı uzunlukta olan nesnelerle ölçüm yapıp sonucunu ifade etmeleri beklenmiştir. Böylelikle öğrenciler birimin uzunluğuna odaklanarak onu ifade etmeleri gerektiğini fark etmiştir.

Öğretim öncesi seviyede Eda birimin ölçülen nesne niteliğine uygunluğu konusunda uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini göz ardı ederek, yüzeyin düzlemde yer

kaplama özelliğini dikkate almak gibi hatalar yapabilmiştir. Bunun için Eda ile gerçekleştirilen öğretim etkinliklerinde alanı veya hacmi değişirken uzunluğu aynı olan birimlerle sorgulamalar gerçekleştirilmiştir. Uzunluk kavramının doğrusal nesnenin başlangıç ve bitiş noktası arasındaki mesafe biçiminde tanımlanmasının ardından Eda'nın yüzeyin kaplama miktarı ile uzunluğu birbirinden daha kolay ayırt edebildiği söylenebilir. Öğrencilerin cetvel ve sahip oldukları birimlerin yinelenmesi eylem şemalarının örtüşmesi ile ölçme eyleminin ve ölçüm sonucunda elde edilen n birim uzunluğunda ifadesinin, nesnenin n birim tarafından kaplanan yer miktarını ve n birimin tekrarlanması ile elde edilen uzunluğu ifade ettiğini anlamlandırmalarına yardımcı olmuştur. Bunların sonucu olarak öğrenciler çentik saymanın neden hatalı olduğunu anlamış ve birimleri saymaları gerektiğini fark etmişlerdir. Öğrenciler belirlenen bir birim uzunluğa göre yapılan ölçümde, ölçülen nesnenin birim uzunlukla kıyaslandığının farkına varmışlardır. Bu zihinsel temsillerin değişiminin bir sonucu olarak n birim uzunluğu ifadesinin ne anlama geldiğini anlamışlardır. Ancak her iki öğrenci de dikkatlerinin dağınık olduğu veya çeşitli duyusal faktörlerin söz konusu olduğu durumlarda cetvelde çentik sayma şemalarına geri dönebilmektedir. Nitekim hiyerarşik etkileşimcilikte öğrencilerin belirli bağlamlarda düşünmenin önceki seviyelerine geri dönebildikleri belirtilir. Hiçbir seviye hafızadan silinmez. Önceki seviyelerin özelliklerini düşünme veya kullanma biçimi terk edilmez, koşullar stresli veya özellikle karmaşıksa, etkinliğin zorluğu, stres ya da hata yapma gibi durumlarda, öğrencilerin zorluklarla baş edebilmek için önceki seviyelerine örneğin daha derin bir seviyede anladıkları veya daha çok pratik ettikleri daha az yeterli stratejilere geri dönebilecekleri belirtilir (Daro vd., 2011).

Sayı, ölçme ve birim kavramından sonra öğrencilerin birimleri yinelerken neden boşluk bırakılmaması gerektiğine veya neden birimlerin üst üste binmemesi gerektiğine dair açıklamalarının, niteliğin korunumu ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğine dair bir vurgu içermesi sebebiyle bu noktalara değinilmesine karar verilmiştir. Bu iki durumun ayrıntılı incelenmesi ile her iki öğrenci de niteliğin korunumu ilkesini ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini kullanarak, birimlerin yinelenmesi eyleminde dikkat edilmesi gereken noktaları gerekçelendirebilmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin uzunluğun bu özelliklerine dair oluşturdukları seviyelerin giderek daha sofistike bir hal aldığı söylenebilir. Sonraki adımda ölçmenin saymadan daha öte bir eylem olduğunu ispatlayan sayı ve ölçme ilişkisine değinilmiştir. Eda öğretim öncesi seviyede aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebilmesinin, farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı

uzaklığı temsil etmek için kullanılabilmesinin ve birim uzunluğu ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin farkındadır. Ancak farklı uzunluktaki birimlerle ölçüm yapılarak bu fikirleri tekrar gözden geçirmesi sağlandığında, Eda aynı uzunluğun farklı şekillerde ifade edilebilmesinin sebebinin kullanılan birimlerin farklı uzunlukta olması olduğunu ifade etmiştir. Mert ise öğretim öncesi seviyede aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebildiğinin farkındadır. Ancak Mert iki ayrı birimle yaptığı ölçümde eşit sonuç olması gerektiğini düşünebilmektedir. Mert birimlerin farklı olduğunun farkında olmasına rağmen, öğretim öncesi seviyede ölçüm sonucunun her durumda aynı olması gerektiğini ifade etmiştir. Gerçekleştirilen öğretim etkinlikleri ile Mert farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabilmesini ve birim uzunluğu değiştiğinde ölçüm sonucunun değişeceğini anlamlandırabilmiştir. Aynı zamanda öğretim ile ulaşılan seviyede her iki öğrenci de parça bütün ilişkisini ifade etmede yaşadığı güçlükten dolayı, birim uzunluk kısaldıkça daha kolay ifade edebileceği ölçüm sonuçları elde edebileceğinin farkına varmıştır. Bir nesnenin uzunluğunu nesneden daha uzun olan bir birimle ölçmeleri istendiğinde, öğrenciler uzunluğunu ölçmeleri gereken kısa çubuğu kullanarak uzun çubuğu ölçmeye çalışmışlardır. Bu şekilde ölçüldüğünde orantısal akıl yürütme ile ölçüm sonucu uzun birim cinsinden ifade edilebilir ancak öğrenciler kesir bilgisi ve orantısal akıl yürütme konusunda yaşadıkları güçlüklerden dolayı bu ölçümü anlamlandırmakta, parça bütün ilişkisini ve dolayısıyla sonucu ifade etmekte zorlanmaktadır.

Birimlerin yinelenmesinin anlamlandırılması ölçme eylemlerinin anlamlandırılması için temeldir. Öğrencilerin bunu fiziksel olarak doğru bir şekilde gerçekleştirmelerinin yanında, anlamlandırmaları da önemlidir. Bu eylemin tam olarak anlamlandırılması için gerekli kavrayışlardan biri de birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisini görebilmektedir. Bu bağlamda öğrencilerle eş parçalama etkinlikleri yapılır. Öğretim öncesi seviyede her iki öğrenci de verilen bir uzunluğun birimlerini elde etme, verilen bütünü eş parçalama yoluyla birimlerini elde etme eylem şemalarına sahip değildir. Öğrenciler bütünü referans olarak almamış, kendi belirledikleri uzunluklara göre bütünü parçalara ayırmaya çalışmışlardır. Aynı zamanda ayırdıkları parçaların uzunluklarının eş olmasına da dikkat etmemişlerdir. Dolayısıyla öğretim öncesi seviyede öğrenciler birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisinin farkında değildir. Eş parçalama eyleminde öğrencilere bir uzunluk verilmiş ve belirtilen sayıda eş parçalara ayırmaları istenmiştir. Uzunlukların eş olmasını vurgulayabilmek için Mert'ten öncelikle bütünü iki eş parçaya ayırması istenmiştir.

Çünkü Mert bu konuya Eda'dan daha az önem vermektedir. Daha sonra farklı sayılarda eş parçalara ayırması istenmiş ve bu parçalamayı uzunluklara dikkat ederek yapması sağlanmıştır. Mert bu eylemde eş parçaların uzunluklarını belirlemek için kürdan ve benzeri çubuklar kullanmıştır. Eda ise cetvelle belirlediği uzunluklara göre bütünü parçalara ayırmaya çalışmıştır. Dolayısıyla öğrenciler toplam uzunluğu parça sayısına bölerek parçaların uzunluğunu bulma stratejisine başvurmamış, eş parçaların uzunluklarını tahmin etme ve deneme yanılma yoluyla bulmaya çalışmıştır. Bu ise öğrencilerin eş parçalama eylemini tek boyutta birimlerin yinelenmesi ile ilişkilendirmelerini sağlamıştır. Öğrenciler bir birimi tekrarlı kullanarak, her biri eş olan parçalarla nesneyi tamamen kaplama veya nesne tükeninceye kadar yineleme eyleminin, her iki eylemde de gerçekleştirildiğini fark etmiştir. Öğretim ile ulaşılan seviyede Mert ve Eda eş parçalama eylemlerini doğru bir şekilde gerçekleştirmiş ve verilen ölçüm sonuçlarında, özellikle kesirle ifade edilenlerde ve kendi yaptıkları ölçümlerde birimin ne olduğunu belirlemeye başlamışlardır. Dolayısıyla öğretim ile ulaşılan seviyede öğrencilerin birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisini fark ettiği söylenebilir. Eş parçalama eylemini gerçekleştirirken sayılarla akıl yürütmenin de işin içine girmesiyle öğrencilerin ilkel-gelişmemiş stratejiler kullandıkları söylenebilir. ÖGS öğrencilerin gelişmemiş hesaplama stratejileri kullanmaları ve zayıf strateji seçimlerinde bulunmaları öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin karakteristiklerinden biri olarak ifade edilmektedir (Geary, 1990; Namkung & Peng, 2018). Öğrenciler her ne kadar bölme işlemi ile ilişkilendiremese ve sayılar işin içine girdiğinde karmaşa yaşayarak ilkel-gelişmemiş stratejiler kullansalar dahi eş parçalama eylemini, uzunluğu belirlemek için yineleme eylemine başvurarak gerçekleştirmeleri, uzunluk ölçümü ile doğrudan ilişkilendirmelerini sağlamış olabilir. Aynı zamanda birimlerin birimleri ile yapılan ölçümler ve standart birimlerin birbirlerinin eş parçalanması ile elde edildiği fikrinin öğrencilere yaşatılmasının, uzunluğun sürekliliği kavrayışına katkı sağladığı düşünülmektedir. Öğretim öncesi seviyede, öğrenciler standart birimlerin belirli bir uzunluk olduğunun farkında değildir. Dolayısıyla öğrenciler birimlerin uzunluklarına dair zihinsel bir görüntüye sahip değildir ve birimlerle yaptıkları tahminler tutarsızdır. Öğrencilere-eş parçalamaya olan ve standart birimlere olan ihtiyacın hissettirilmesi ve farklı birimlerle karşılaştırma yapılamayacağı vurgusu yoluyla- standart birimlerden önce metre sonra sırasıyla santimetre ve milimetre tanıtılmıştır. Bu tanımlamada birimlerin uzunluklarına vurgu yapılmış, öncelikle uzunlukların belirlendiği daha sonra ise bu uzunlukların isimlendirildiği belirtilmiştir. Nitekim Mert ve Eda'nın temelde uzunluğu yüzey kaplamadan ve boşlukta yer kaplama özelliklerinden ayırt edebildiği ancak yer kaplama miktarının

hesaplanması söz konusu olduğunda uzunluğun da dikkate alındığını düşündükleri ve bu bağlamda bu iki kavramı birbirinden ayırt edemedikleri düşünülebilir. Ancak Eda bunu alan ve hacim hesaplarken uzunluğu dikkate mecburen aldığımız şeklinde ifade ederken, Mert bu ilişkiyi iki özelliğin aynı olmasına bağlamıştır.

Öğrencilerin öğretim ile ulaşılan seviyede neler yapabildikleri özetlenirse; sırasıyla 9 ve 10 yaşlarında öğrenme güçlüğüne sahip olan Mert ve Eda nesneleri renk, şekil, büyüklük, uzunluk, doku, ses, koku, hız, yapıldığı malzeme, tat, ağırlık ve kullanım amaçları gibi özelliklerine göre gruplandırabilmiş ve karşılaştırabilmiştir. Mert ve Eda uzunluk niteliği bağlamında niteliği tanıyabilmiş, uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen özelliklerinden biri olduğunu anlamış ve nesneleri uzunluklarına göre uzun kısa kelimelerini kullanarak karşılaştırmış ve gruplandırabilmiştir. Ancak öğrenciler bu karşılaştırmada büyük-küçük kelimelerini kullanmaktan da çekinmemişlerdir. İki nesneyi uzunlukları bakımından, nesneler farklı hizalarda olsalar dahi karşılaştırabilmişlerdir. Farklı hizada bulunan iki nesneyi doğrudan karşılaştırabilmek için öteleyerek aynı hizaya getirmeleri gerektiği ve bu eylem sonucunda uzunlukların değişmeyeceği bilgilerini kullanabilmişlerdir. Öğretim ile ulaşılan seviyede Mert ve Eda iki nesneyi dolaylı olarak karşılaştırabilmekte ve doğrusal olan ve doğrusal olmayan kavramlarının ne anlama geldiğini bilmektedirler. Mert doğrusal olmayan nesnenin uzunluğunu, onun doğrusal halini dolaylı karşılaştırma yoluyla elde ederek ölçmesi gerektiğini anlamıştır. Ancak Mert uzunluğu ve mesafe kavramını doğru parçası kavramına aşırı özelleştirmiştir. Fakat bu doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğa sahip olmadığı veya doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunun ölçülemeyeceği gibi bir yanılgıya düşmesine sebep olmamıştır. Eda ise iki nesneyi uzunlukları bakımından doğrudan ve dolaylı olarak karşılaştırabilmektedir. Doğrusal olmayan nesnelerin doğrusal hallerinin dolaylı karşılaştırma ile elde edilebileceğinin farkındadır. Eda bu şekilde elde edilen doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktası arasındaki mesafenin nesnenin uzunluğu olduğunu anlamıştır. Her iki öğrenci de iki nokta arasındaki mesafenin, ne zaman nesnenin uzunluğu olarak ele alınabileceğini ve ne zaman alınamayacağını kavramıştır.

Öğrenciler niteliğin farklı temsillerini tanımış ve uzunluğun yalnızca boy temsili ile sınırlandırılamayacağını anlamıştır. En, boy, yükseklik, çevre, genişlik, derinlik ve kalınlık kavramlarının birer uzunluk olduğunu fark etmişlerdir. Eda ve Mert çevrenin düzlemde yüzey kaplama özelliğine sahip olmadığını anlamışlardır. Ebat uzunluklarının isimlendirilmesine olan ihtiyacı anlamış ve ebat uzunluklarının en, boy ve yükseklik olduğunu öğrenmişlerdir. Ancak Mert 3-boyutun 2-boyutta temsilinde ayrıtları ayırt

edemediğinden dolayı bu temsilleri belirlemekte güçlük yaşayabilmektedir. Aynı zamanda Mert 2- boyutta şekiller üzerinde boy ve yüksekliğin aynı uzunluklar olduğunu düşünmüş ve bu düşüncesini 3-boyuta da taşımıştır. Eda ise uzunluğun farklı temsillerini somut nesneler üzerinde belirleyebilmektedir. Ancak, nesnelerin ebat uzunluklarını farklı köşelerinden yola çıkarak arayabilmekte ve bu da farklı ayrıtları özellikle boy ayrıtını tespit edebilmesini zorlaştırmaktadır. Nesnenin enini veya genişlik ayrıtını belirlerken cisim köşegeni benzeri bir uzunlukla temsil edebilmekte ve yüksekliği belirlerken en uzun mesafeyi dikkate almadığı durumlara rastlanabilmektedir. Eda'nın nesnelerin ebat uzunluklarını belirleme eylem şemasının, temel olarak görsel uzamsal yeteneği ve görsel muhakemesi ile sınırlı olduğu söylenebilir. Mert ve Eda nesneleri kalınlık-incelik, derinlik-sığlık ve genişlik- darlıklarına göre doğru bir şekilde karşılaştırabilmektedir. Uzunluğun farklı temsillerini matematiksel dile uygun bir şekilde anlayıp kullanmaya başlamışlardır. Öğrenciler niteliğin farklı temsillerine ait kavrayışın gelişmesi ile niteliğe ait terimleri doğru bir şekilde kullanırken, uzunluk niteliği için büyük-küçük kelimelerini kullanmaya devam edebilmişlerdir.

Mert ve Eda geçişli akıl yürütebilmektedir, niteliğin korunumu ilkesini anlamlandırmış ve gerektiğinde işe koşmuşlardır. Uzunluğun niceliksel olarak toplamsal olduğunu bilmekte ve ölçme eylemlerinde bunu dikkate almaktadırlar. Uzunluğun sürekliliği konusunda Mert'in kavrayış ve farkındalığının Eda'ya göre daha güçlü olduğu söylenebilir. Ancak Eda da milimetre, kilometre gibi birimlerin varlığından haberdar olması, eş parçalama eylem şemasının yapılandırılması ve birimlerin birimleri ile ölçme eylemleri yoluyla uzunluğun sürekliliğini fark etmiştir. Öğrenciler basit bükme ve eğmelerin esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğinin ancak o anki ölçüm sonucunu değiştireceğinin farkındadır. Mert ve Eda niteliğe uygun birim seçimini gerçekleştirebilmektedir. Birimde referansın uzunluk olduğunu anlamış ve her ölçüm sonucunun cm ile ifade edilemeyeceğini fark etmişlerdir. Ancak dikkatlerinin dağıldığı veya karar vermede acele ettikleri durumlarda herhangi bir birimle yaptıkları ölçüm sonucunu cm ile ifade etme şeması oluşturabilmekte veya oluşturdukları bu şemaya geri dönebilmektedirler.

Öğrencilerin sahip olduğu ölçme eylem şeması, sayma eyleminden ziyade nesnenin tek boyutta ölçülen birimle kaplanan yer miktarını belirlemeye dönüşmüştür. Mert ve Eda cetveli tanımış, iki çentik arasındaki mesafenin 1 cm olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenciler belirlenen bir birim uzunluğa göre yapılan ölçümde ölçülen nesnenin birim uzunlukla kıyaslandığının farkına varmıştır. Bu zihinsel temsillerin değişiminin bir sonucu olarak n

birim uzunluğu ifadesinin ne anlama geldiğini anlamışlardır. Ölçme eyleminin nesnenin ölçülen birimle kaplanan uzaklığını, o birim cinsinden ifade etmek olduğu ve ölçüm sonucunun nesnenin referans alınan belirli bir uzunluk tarafından kaplanan uzaklığı ifade ettiği fikirlerini yapılandırmışlardır. Çentik saymanın neden hatalı olduğunu anlamış ve birimleri saymaları gerektiğini fark etmişlerdir ancak dikkatlerinin dağıldığı veya karar vermede acele ettiği durumlarda cetvelde çentik sayma şemasına geri dönebilmişlerdir. Bu durum Mert ile daha fazla gözlemlenmiştir. Önceki şemaya geri dönmedikleri takdirde, uzunluk ölçümünde çentikler arasındaki mesafeleri dikkate almışlardır, ancak Eda çentiklerin birim uzunlukların başladığı ve bittiği noktaları ifade ettiğini açıklayamazken, Mert bunu açıklayabilmiştir. Mert ve Eda eş birim kullanım gerekliliğinin farkındadır ve bunu gerekçelendirmişlerdir. Farklı birimlerle karşılaştırma yapılmaması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Mert ve Eda standart ölçü birimlerine olan ihtiyacı anlamış ve bu birimlerin neler olduğunu uzunlukları bağlamında öğrenmişlerdir. Standart ölçü birimlerinin belirlenen standart birer uzunluk olduğunu, herhangi bir uzunluğa 1 cm veya 1 mm denilemeyeceğini anlamış ve uzunluklarına dair zihinsel bir temsil oluşturmuşlardır. Ancak bu temsillerle nicel muhakemede zorlanmışlardır. Öğrenciler birimler arasındaki orantısal ilişkiyi de fark etmiştir. Ancak santimetrenin ne kadar bir uzunluk olduğuna dair zihinsel görüntüsünü değil, daha çok uzunluk ölçümünde kullanılan bir isim olma özelliğini kullanmaya meyilli olmuşlardır. Eda'nın eş parçalama eyleminde eş parçalardan her birini 1 cm şeklinde ifade ettiği durumlar gözlemlenmiştir. Mert ve Eda uzun ya da kısa olmanın duruma ve kişiye göre göreceli olduğunun farkına varmıştır.

Öğrenciler aynı uzunluğun farklı büyüklükteki birimlerle temsil edilebileceğinin ve farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabileceğinin farkındadır. Aynı uzunluğun farklı şekillerde ifade edilebilmesinin sebebinin kullanılan birimlerin farklı uzunlukta olması olduğunu ifade etmişlerdir. Birim uzunluğu ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkinin ve birim uzunluk kısaldıkça daha kolay ifade edilen ölçüm sonuçları elde edilebileceğinin farkındadırlar. Mert ve Eda'nın bu konuda yaşadıkları güçlük parça bütün ilişkisini ifade etmekte yaşadıkları güçlükten kaynaklansa da birim uzunluk kısaldıkça daha net sonuçlar elde edilebileceğini ifade etmişlerdir. Ölçülecek nesneden kısa olan iki çubuk verildiğinde, birim olarak uzun olanını seçme eğiliminin öğrencilerde devam edebildiği görülmüştür. Bunun sebebi ise uzun birimle nesneyi kaplama eyleminin daha çabuk son bulacağı fikrini içeren eylem şeması olabilir.

Birimlerin yinelenmesinde, Eda ve Mert birimlerin doğrusal olarak uzunluk boyunca ilerlemesi, birimler arasında boşluk olmaması gerektiği ve birimlerin üst üste binmemesi gerektiğini ifade etmiş ve gerekçelerini niteliğin korunumu ilkesini ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini işe koşarak açıklamışlardır. Aynı zamanda ölçüm sonucuna nasıl etkileri olacağı üzerine tartışmışlardır. Bununla birlikte Mert ve Eda kesir bilgisi ve orantısal akıl yürütmeden dolayı tam olarak ifade edemeseler de, birim ve ölçülen nesne arasındaki parça bütün ilişkisinin farkına varmışlardır. "İki buçuk çubuk uzunluğu" gibi bir ölçüm sonucunda kullanılan birimi ifade edebilmişlerdir. Buçuk ifadesiyle birimin belirli bir parçasının kastedildiğini anlamışlardır.

Öğrenciler tek boyutta nesnenin uzunluk niteliğinin incelendiğine dair uygun örnekler verebilmişlerdir. Örneğin nesnelerin uzunluklarını belirlemede belirli bir eğriyi işaret etmişler, hacim ile derinliği ayırt edebilmişlerdir. Uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin ve bu özelliğin yüzeyin düzlemde yer kaplama özelliğinden veya cismin boşlukta yer kaplama özelliğinden farklı olduğunun farkına varmışlardır. Uzunluğu temsil etmek için kullanılan nesnelerin hacme ya da alana sahip olduğunun farkındadırlar. Ancak Mert alan hesaplama bağlamında yani yüzeyin yer kaplama miktarının hesaplanması bağlamında uzunluk ile alanı ayırt edememiştir. Eda ise alan ve hacim hesaplama bağlamında yani yüzeyin düzlemde yer kaplama miktarı ya da cismin uzayda yer kaplama miktarının belirlenmesi bağlamında, uzunluğun alan ve hacimle ilişkili olduğunu ifade etmiştir.

Mert birim seçiminde uzunluk niteliğini dikkate alarak seçimler yapmış, uzunluğu düzlemde ve uzayda yer kaplama özelliklerinden soyutlayabilmiş ancak bu özelliklerin miktarının hesaplanması söz konusu olduğunda bunu uzunluktan ayırt edememiştir. Eda ise nesnenin hacminin veya alanının hesaplanması bağlamında, uzunluğun dikkate alınması gerektiğini ancak temelde, özellikler bakımından farklı nitelikler olduğunu ifade edebilmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi bunun sebebinin Eda'nın alan kavramına dair bilgi sahibi olması olduğu düşünülebilir.

BÖLÜM V

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Çalışmanın, ölçme karakteristikleri ve literatür çerçevesinde belirlenen nihai amaçlara ulaşma yolunda öğrencilerin kavrayışları sebebiyle alınan kararlar ve alt amaçların ÖGS öğrencilerin nasıl öğrendiğini ortaya koyması bakımından önemli olduğu düşünülmektedir. Öğretim deneyi ile ulaşılan nihai amaçlar ve nihai amaca ulaşmayı sağlayan alt amaçlar öğrencilerin öğrenme çıktılarıdır. Bu amaçlar ÖGS öğrencilerin uzunluk kavramını öğrenmede hangi amaçları gerçekleştirmesi gerektiğini ortaya koymakta ve ÖGS öğrenciler için amaç belirleme ve öğretim noktasında somut deliller sunmaktadır. Örneğin, standart birimlerin öğretimini amaçlayan bir öğretmen, Mert'in öğrenme yol haritasını inceleyerek, öğrencisinin öncelikle birimde esas olanın birimin uzunluğu olduğunu ve eş birim kullanımına ihtiyacı anlaması ve birim ve ölçülen nesne arasındaki parça-bütün ilişkisini eş parçalama eylemi yardımıyla yapılandırmasından sonra standart birimlerin öğretimini amaçlayabilir. Dolayısıyla öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğrenme yol haritalarını belirleyen bu çalışma ile uzunluk kavramına dair uzmanlar tarafından mantıksal analizlere dayalı olarak belirlenen ve sıralanan kazanım dizilerinden ziyade, öğrencilerin kendi gelişimlerine ait ilerlemeye uygun ve bu ilerlemeyi yansıtan ve teşvik eden yeni kazanımların ortaya konulduğu söylenebilir. Özellikle alt amaçlar, öğrencilerin kavrayış ve düşünceleri bağlamında ve deneysel olarak ortaya çıkmaları sebebiyle araştırmanın esas çıktılarından biri olarak değerlendirebilir.

Aynı zamanda çalışmada ortaya çıkan alt amaçların veya adım dizilerinin, uzunluk kavramının nasıl öğrenildiğine dair de fikir verebileceği düşünülmektedir. Özellikle öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin yaşadıkları öğrenme güçlükleri bu adımların daha ayrıntılı görülmesini sağlamıştır. Şekil 150 ve Şekil 151 öğretim çıktılarını hiyerarşik olarak sunmaktadır. Örneğin, Eda iki nesneyi doğrudan karşılaştırma noktasında herhangi bir problem yaşamadığı için Edan'ın öğretim öncesi seviyede belirtilen adım dizisi yalnızca "2.b.1. Aynı hizadaki ve farklı hizadaki nesne, şekil ve eğrileri uzunlukları bakımından

doğrudan karşılaştırabilmektedir" şeklinde iken, Mert bu beceriye öğretim öncesi seviyede sahip olmadığı için öğretim etkinlik dizisi 2 gerçekleştirilmiş ve Eda'nın gerçekleştirdiği bu tek adımı gerçekleştirebilmek için Mert'in izlediği 7 adım ortaya konulabilmiştir. Bu şekilde, farklı hizadaki nesne, şekil ve eğrileri uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırılabilmek için bir öğrencinin de ilerleyebileceği yolların ayrıntılı olarak ortaya çıkarıldığı söylenebilir:

2.b. Farklı hizadaki iki doğrusal eğri veya şekli uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir.

Bunun için,

2.b.a. Doğrudan karşılaştırma yapabilmek için doğrusal eğri veya şekillerin ötelenerek başlangıç noktalarının aynı hizada konumlanması gerektiğini fark etmiştir. Bunun için,

2.b.a.a. Nesne üzerinde belirlenen iki nokta için aynı hizada olmanın aynı doğru üzerinde olmak olduğunu fark etmiştir. "Aynı çizgi üzerinde" şeklinde ifade etmiştir. Bunun için ise,

2.b.a.b. iki nokta için eş olma ile aynı doğru üzerinde olmanın birbirinden farklı olduğunu anlamıştır. Ancak sözel ifadelerinde buna çok dikkat etmemiştir. 2.b.a.c. Aynı hizada olmanın nesnelerin konumu ile ilgili olduğunu anlamıştır.

2.b.a.d. İki şekil veya eğriyi aynı hizaya getirmek için yapılması gerekeni tespit edebilmiştir (öteleme). 2.b.b. Nesneleri öteleyerek aynı hizaya getirebilmiştir.

Görüldüğü üzere, doğrudan karşılaştırma için öteleme eyleminin ve zihinsel olarak bunu gerçekleştirebilmenin önemi alt amaçların ve öğrenme yol haritasında alt yolların ortaya çıkarılmasıyla gözlemlenebilmiştir. Dolayısıyla öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle çalışmanın, adım-amaç parçacıklarının ayrıntılı bir şekilde ele alınmasını sağladığı, böylece kavramı öğrenirken yaşanan ancak gözlemlenemeyen süreçlerin ayrıntılandırılması bakımından önemli olduğu söylenebilir.

Öğrenme güçlüğüne sahip Mert ve Eda'nın uzunluk kavramına ilişkin öğrenme yol haritaları, daha özel olarak, uzunluk kavramı bağlamında matematiksel düşünmeleri ve öğrenmeleri, öğrenmelerindeki ve gelişimlerindeki ilerleme incelenecek olursa; uzunluk kavramının öncelikli olarak ele alınan karakteristiği olan niteliği tanıma bağlamında, Mert ve Eda'nın öğretim öncesi seviyede uzunluk kavramını boy temsiline aşırı özelleştirdiği görülmüştür. Bu noktada Szilagyi vd. (2013) tarafından da belirtildiği üzere öğretim öncesi seviyede Mert ve Eda'nın uzunluğu bir şekil olarak algıladığı söylenebilir. Öğretim etkinlikleri dizisi 1 ile öğrenciler uzunluğun nesnenin özelliklerinden biri olduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte, öğrenciler miktar kelimesinin ne anlama geldiğinin tartışılmasının

ardından nesnenin miktarı belirlenebilen (ölçülebilen) ve belirlenemeyen (ölçülemeyen) özelliklerini sınıflamış ve uzunluğun nesnelerin miktarı belirlenebilen (ölçülebilen) özelliklerinden biri olduğunu kavramışlardır. Gerçekleştirilen öğretim oturumlarında, öğrencilerin uzunluğun nesnenin bir özelliği olduğunu ve sayısal değerlendirmelerden ayrı düşünüldüğünü keşfetmeleri için birden fazla nesne ele alınarak hepsinin özellikleri incelenmiş, her bir özellik için karşılaştırma, sıralama ve gruplandırma eylemleri bağlamında kullanılan kelimeler ortaya çıkarılmış, miktar kelimesinin anlamı tartışılmıştır. Nitekim nesnelerin özelliklerinin, karşılaştırma kavramı ve ilintili kelimeleriyle doğru olarak ifade edilmesi ileriki ölçme etkinliklerinin anlaşılması için de önemlidir (Van de Walle vd., 2010).

Sonraki aşamada Mert ve Eda ile nesnelerin özellikleri, miktarı belirlenebilen ve belirlenemeyenler olmak üzere tasnif edilmiş ve uzunluğun nesneye ait bu özelliklerden biri olduğu fark ettirilmiştir. Niteliği tanıma karakteristiği; doğrudan ve dolaylı karşılaştırmayı, nicelikleri sıralamayı ve niteliğin farklı temsillerini tanımayı içerir. Niteliği tanıma karakteristiğine ait bu beklentilerin okul öncesinden 3. veya 4. sınıfa kadar edinilmesi amaçlanır (MEB, 2013a, 2015; NCTM, 2006; Outhred vd., 2003). Öğretim öncesi seviyede her iki öğrencinin de doğrusallığı uzunluğa aşırı genellemesinden kaynaklı olarak dolaylı karşılaştırmada; uzunluk kavrayışından kaynaklı olarak niteliğin farklı temsillerini tanımada; ve Mert'in öteleme eylem şemasından kaynaklı olarak doğrudan karşılaştırmada güçlükler yaşadıkları gözlemlenmiştir. Szilagyi vd. (2013) göre dolaylı karşılaştırmada üçüncü nesnenin temsil rolü, uzunluk zihinsel bir temsil haline geldiğinde anlamlıdır. Ancak bunun için Mert ve Eda'nın öncelikle doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunu temsil etmede ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilen nesnelerin, üçüncü nesne olarak kullanılabileceğini anlamaları gerekmiştir.

Eda ve Mert bir nesne ötelendiğinde ve döndürüldüğünde uzunluğunun değişmeyeceğinin öğretim öncesi seviyede farkındadır. Buna rağmen, Piaget vd. (1960) tarafından öğrencilerin uzunluğun korunumu kavrayışlarını anlamak amacıyla sorulan soru, Mert ve Eda'ya da sorulmuştur. Ancak öğrenciler öteleme dönüşümünün uzunluğu koruduğunu bildiğinden şeklin ötelenmesi hareketi canlandırılmamış, ötelenmiş hali ve aynı hizada bulunan halleri resmedilmiştir (Bkz: Şekil 8; s. 98). Piaget vd. (1960) çalışmalarına katılan öğrencilerin yanlış cevaplarının sebebi, öğrencilerin öteleme sonucunda uzaklıkların korunduğunun farkında olmamasıdır. Mert ise uzaklıkların korunduğunun farkında olduğu halde hatalı bir karşılaştırma yapmıştır. Dolayısıyla Piaget'nin geçişlilik ve korunumun öğrenmeye ön şart

olma fikrine karşı olarak, Hiebert (1981) tarafından ortaya atılan bunun (ön şart olma durumunun) ölçmeye dair etkinliklere bağlı olduğu ve çoğu matematiksel beceriyi edinmek için gerekli ve yeterli olmadığı düşüncesi bu çalışma ile de desteklenmiştir. Benzer şekilde ikinci sınıf öğrencilerinin uzunluğun korunumu ilkesine sahip oldukları halde birim büyüklüğü ve ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkiyi anlamlandıramadıkları görülmüştür (Hiebert, 1984). Hiebert (1981) bazıları korunum ilkesinin farkında olan, bazıları olmayan birinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmada, öğrencilere birimlerin yinelenmesi gibi ölçmeye ait önemli bilgi ve becerileri edindirebildiğini ve yineleme gibi fikirleri edinmenin öğrencinin korunum ilkesini gözetip gözetmemesi ile ilgisi olmadığını ifade etmiştir (Hiebert, 1981). Benzer şekilde Eda ve Mert'in de birimleri yineleme eylemi ve birimin sayısı ile büyüklüğü arasındaki ters ilişkiye dair bilgilere sahip oldukları halde, niteliğin korunumu noktasında çeşitli hatalara düşebildikleri gözlemlenmiştir. Ancak Hiebert'in (1981) de belirttiği gibi bu duruma etkinliklerin yapısının etkisi büyüktür. Aynı zamanda geçişlilik, niteliklerin korunumu, uzunluğun tek boyutta yer kaplaması gibi karakteristiklerin birlikte geliştiği ve birbirinden ayrılmasının zor olduğu da söylenebilir. Örneğin, niteliklerin korunumuna dair öğrencinin yapacağı yorumu, uzunluğun tek boyutta kapladığı yer veya da bir öteleme eylemi de etkileyebilmektedir. Bu noktada "uzunluğun ölçümüne" dair karakteristiklerin birbirinden bağımsız olduğunu düşünmek yanlış olabilir. Bu çalışmanın sonuçlarına göre uzunluk ölçümüe ait karakteristiklerin karakteristiklerin birbirini etkilediği söylenebilir. Örneğin, öğretim öncesi seviyede Mert, aynı uzunluğun farklı büyüklükte birimlerle ölçülebildiğinin farkındadır ancak iki ayrı birimle yaptığı ölçümde sonuçların, daha doğru bir ifadeyle, sonuç ifadesindeki sayısal verilerin eşit olması gerektiğini düşünmektedir. Mert birimlerin farklı olduğunun farkında olsa dahi, ölçüm sonucunun her durumda aynı olması gerektiğini ifade etmiştir. Mert'in bu kavrayışının, onu her ölçüm sonucunu santimetre ile ifade etmeye yönelttiği söylenebilir. Mert bu noktada uzunluğun korunumunu gözetmektedir ve bu yüzden sonucun değişmemesi gerektiğini ifade etmektedir, ancak birimin uzunluğunun değiştiğini göz ardı etmektedir. Dolayısıyla birim kavramı ve ölçme eylem şemalarının yanında, sayı ve ölçme karakteristiği de Mert'in santimetre şemasını bu şekilde yapılandırmasını desteklemiş olabilir.

Öğrencilerin her ikisinin de belirli adımlardan sonra belirli edinimlere sahip olduğu görülmüştür. Örneğin, her ikisinin de birim kavramının belirli bir uzunluk olduğunu ve cetvelle yapılan ölçmeyi anlamlandırması ile ölçme eylem şemaları değişmiştir. Uzunluk kavramının doğrusallık ve mesafe ile ilişkisinin aşikar hale getirilmesi ile uzunluk şemaları

güçlendirilmiştir. Uzunluk kavramının tanımlanmasının ardından, Mert ve Eda uzunluğa ait farklı temsilleri tanıyabilmiştir. Dolayısıyla düşünme seviyelerindeki ilerlemenin bazı kavramlar için oldukça benzer olduğu, bazı kavramlar için ise farklılaştığı söylenebilir. Örneğin; öğretim öncesi seviyede, çok uzun veya çok kısa olduğu için bir uzunluğun ölçülemeyeceğini belirten Eda'nın uzunluğun göreceli olduğunun farkına varması, birimleri anlamlandırması, uzunluk ölçümü için miktarın (kısa/uzun olmanın) önemli olmadığını ve birimlerin sürekliliğini anlamlandırması açısından önemli olmuştur. Öğrencilerin vurgu yaptıkları kavram aynı olsa da bunu nerede, hangi noktada işe koştukları değişebilmektedir. Örneğin uzunluk bağlamında doğrusallık kavramı için, Mert dolaylı karşılaştırmada araç olarak yalnızca doğrusal nesnelere odaklanmış ve ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek nesnelerin kullanımı konusunda zor ikna olmuştur. Eda ise doğrusal olma durumunu uzunluğun ölçülebilmesi ile ilişkilendirmiş ve doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunun ölçülemeyeceği şemasını oluşturmuştur. Dolayısıyla her iki öğrenciye de ip, tel gibi araçlar yardımıyla dolaylı karşılaştırma aracılığıyla nesnelerin doğrusal hallerinin elde edilebileceği vurgulanmıştır. Eda ve Mert basit bükme ve eğmelerin bir boyutlu esnek bir nesnenin uzunluğunu değiştirmeyeceğini fakat ölçümünü değiştireceğinin öğretim öncesi seviyede farkındadır.

Bulgular ve Yorumlar başlığından da hatırlanacağı üzere, Mert öğretim öncesi seviyede geçişlilik ve korunum ilkelerine sahip olduğu halde, uzaklıkların birikimini, uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini yapılandıramamış ve şekilleri uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırırken, şekilleri her iki uçlarından da ayrı ayrı karşılaştırmıştır. Mert'in hatasının sebebi, ilk olarak şekilleri zihinsel olarak öteleyememesidir. Zihinden karşılaştırmanın dolaylı değil doğrudan karşılaştırmanın zihinsel uygulaması olduğu belirtilir (Szilagyi vd., 2013). Sarama vd. (2011) tarafından da belirtildiği gibi öğrencilerin zihinden karşılaştırma eylemi, bir nesneyi diğeriyle karşılaştırmak için o nesnenin görüntüsünü zihinsel olarak hareket ettirme geçişli stratejisini gerektirir. Nitekim Mert, öğretim öncesi seviyede, şekilleri öteleyerek aynı hizaya getirememiş ve böylece, karşılaştıramamıştır. Mert, öteleme eylem şeması yalnızca somut nesnelerle sınırlı olduğu ve bu eylemi gerektiği gibi anlamlandıramadığından, zihinsel olarak öteleme eylemini gerçekleştirememekte ve bulunduğu konumuyla nesnelerin uzunluklarına dair karar vermek zorunda kalmaktadır. Nesnelerin uzunluklarına dair nesnelerin bulunduğu haliyle bir karar vermesi gerektiğini düşünen Mert, uzunlukları karşılaştırma şemasını doğrudan uygular: kendisine göre daha ileride biten nesne daha uzundur. Ancak şimdiki durumda nesnelerin

her iki tarafı da aynı hizada olmadığından, bu şemayı her iki tarafa da uygular. Dolayısıyla bulgularda belirtildiği gibi iki ayrı karşılaştırma ile yanıt verir. Bu durum Mert'in uzunluğun korunumundan ziyade uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin ve uzaklıkların birikiminin farkında olmamasıyla ilgilidir. Mert bu yanılgıdan kaynaklı hatalarını doğrusal olmayan eğrilerin uzunluğunu belirlerken yalnızca başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeye odaklanarak devam ettirir. Clements ve Sarama (2009) sekiz yaşındaki bir öğrencinin bir eğrinin uzunluğunu başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık değil de, eğrinin parçalarının toplamı olarak göreceğini belirtir. Nitekim yapılan öğretim etkinlikleri dizisi sonunda 9 yaşındaki Mert de bir eğrinin uzunluğunu eğrinin parçalarının toplamı olarak görebilmiştir. Aynı zamanda öteleme eylem şemasını önce somut daha sonra şekiller üzerinde geliştirdikten sonra farklı hizada verilen nesneleri, şekilleri zihinsel olarak öteleyerek karşılaştırabilmiştir.

Eda çevrenin bir uzunluk olduğunu ifade etmesine rağmen nesnenin çevresi için yüzeyini işaret edebilmektedir. Benzer şekilde Mert de çevre için kenar uzunluklarını göstermesine rağmen çevreye dair yaptığı muhakemelerde çevre kavramını düzlemde yer kaplama miktarından ayırt edemeyebilmektedir. Benzer şekilde literatürde de öğrencilerin alan hesaplarken uzunluğu dikkate aldıkları, çevre hesaplarken birim kareleri saydıkları, dolayısıyla, yüzeyin kaplama miktarını dikkate aldıkları görülmüştür (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006; Şişman & Aksu, 2009). Nitekim Marshall (1997) öğrencilerin alan ve çevreyi bir yüzeyin yer değiştirebilir ölçüleri olarak gördüğünü ifade etmiştir. Alan ve çevre kavramlarının öğrenciler ve hatta öğretmen adayları tarafından sıklıkla karıştırıldığı ve çevre kavramının bir nesneyi saran eğrinin uzunluğu olarak yeterli kavramsal bilgiye sahip olunmadığı belirtilmekle birlikte (Ball, 1988; D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006; Livy vd., 2012; Machaba, 2016; Marchett vd., 2005; Reinke, 1997; Şişman & Aksu, 2009; Yenilmez & Çiftçi, 2014) literatürde bu karışıklığın sebebinin öğrenenlerin alan ve çevre kavramına dair yeterli kavrayışlara sahip olmamaları (Machaba, 2016); öğrencilere alan ve çevre hesaplama formüllerinin kavramsal anlamaya yer verilmeden doğrudan birlikte verilmesi olduğu belirtilmektedir (Van de Walle vd., 2010). Bunun sonucunda, öğrenenler hem formüllerini hem de kavramsal olarak alan ve çevreyi ayırt edemezler. Van de Walle vd. (2010) bu karışıklığın sebeplerinden birinin, alan ve çevrenin her ikisinin de ölçmeyi içermesi olabileceğini belirtmektedir. Ancak literatürde bu durumun niteliği tanıma karakteristiğinden, uzunluğun ve alanın tek ve iki boyutta yer kaplama özelliklerinin ayırt edilememesinden kaynaklanabileceğini belirten çalışmalar sınırlı sayıdadır. Rogalski (1979)

yüzeyleri ve özelliklerini öğrenmede boyuttaki değişiklik, ölçme biriminin özel durumu, uzamsal ölçü ile uzunluk birimleri arasındaki ilişkinin öğrenme zorluklarına sebebiyet verdiğini ifade etmiştir (Rogalski'den aktaran D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006). Nitekim söz konusu çalışmanın katılımcıları henüz alan ve çevre hesaplama eylem şemasını tam olarak yapılandıramamışlardır, ancak yüzey kaplama miktarı ile çevreyi ilişkilendirmektedirler. Dolayısıyla Mert ve Eda'nın yaşadıkları bu yanılgıların temeldeki sebebinin uzunluğa dair kavrayış olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin çevre kavramına dair kavrayışlarının temel olarak uzunluk kavrayışlarından etkilendiği söylenebilir.

Öğrencilerin şemalarında uzunluk kavramının tek boyutta yer kaplama olduğu mesafe kavramına odaklanılarak yapılan "uzunluk" tanımıyla birlikte yapılandırıldığında, öğrenciler çevrenin bir uzunluk türü olduğunu ve aynı zamanda çevreyi hesaplarken hangi uzunlukların dikkate alındığını gördüklerinde, şeklin değişmesiyle çevrenin nasıl değişebileceği veya değişmeyeceği üzerine akıl yürütebilmişlerdir. Murphy (2012) çevre ve alanın korunumuna dair yanılgıların sınıflarda verilen statik örneklerden kaynaklandığını, çevre ve alanın sürekliliğinin vurgulanması gerektiğini belirtmektedir. Dolayısıyla şimdiki çalışmada öğrencilere aynı örüntü bloklarını kullanarak farklı çevre uzunluklarına sahip şekiller elde edebilecekleri fark ettirilmiştir. Bu aşamada aynı örüntü bloklarının kullanıldığı öğrencilere vurgulanmıştır. Bu, öğrencilerin alan ve çevre arasında doğrusal bir ilişki olmadığını sezmelerini sağlamış olabilir. Örüntü blokları ile oluşturulan etkinlikler literatürde önerilen tangram etkinlikleriyle (Clements & Battista, 2000) aynı amaçla kullanılmıştır. Çevrenin kenar uzunluklarının toplamı olduğu ve hangi kenarların dikkate alındığı bu etkinlikle öğrencilere gösterilebilmiştir. Çünkü, çevre kavramına dair iyi bir ilişkisel anlama, bir şeklin kenarları arasındaki ilişkiye dayanan akıl yürütmeyi içermektedir (Yeo, 2008). Dolayısıyla öğretime de bu şemayı oluşturmalarına yönelik, çevrenin bir uzunluk olduğu, nesnenin etrafında bir kere dolanma ile elde edilen uzunlukların toplamı olduğu ve çevreyi nesnenin hangi uzunluklarının oluşturduğu bilgilerini yapılandırmalarını amaçlayan etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Öğretim sonrası seviyede Mert ve Eda bu şemayı en uzun-en kısa çevre belirleme gibi akıl yürütmelerinde işe koşabilmiş ve çevrenin korunumunu (çevrenin değişebilirliğini) fark etmişlerdir. Aynı zamanda bunun öğrencilerin ilerleyen yaşlarda alan ve çevre arasında doğrusal bir ilişki olmadığını öğrenmelerinde faydalı olacağı düşünülmektedir. Ancak bu akıl yürütmede Eda'nın, Mert'ten daha başarılı olduğu söylenebilir. Bunun sebebi olarak, Eda öğretim öncesi seviyede örüntü blokları ile oluşan şeklin değişmesi sonucunda yalnızca şeklin değişeceğini, ancak çevrenin

değişmeyeceğini ifade etmiştir. Ancak öğretim etkinlikleri ile bu şemasına uyumsuz durumlar yaşamıştır. Eda'nın yaşadığı bu bilişsel çatışma sonucunda hangi uzunlukların çevreyi oluşturduğuna dikkat etmesi gerektiğine dair farkındalığının, Mert'e göre daha fazla olabileceği düşünülebilir. Ancak Mert'in de cismin farklı konumlanmalarında tabandaki uzunluklara göre çevresinin değişmeyeceği düşüncesi ile bilişsel çatışma yaşaması sağlanmış ve Mert bir cismin çevresinin tabandaki uzunluklarına göre, konumlanmasına göre değişebileceğini fark etmiştir. Dolayısıyla Mert'in de hangi uzunlukların çevreyi oluşturduğuna dair şemasını, çevreye dair akıl yürütmelerinde işe koşması beklenebilir bir durumdur. Ancak bu durumun Mert'in çevre kavramına dair şemasından değil, nicel muhakeme yeteneğinden kaynaklandığı düşünülebilir.

Öğretim öncesi seviyede Mert geniş olduğu için bir bölgenin çevresinin diğerinden daha büyük olduğunu düşünebilmektedir. Benzer şekilde literatürde de 6-8 yaş çocukların en geniş veya en yüksek olanı en büyük (large) şekil şeklinde belirleme eğilimi bulunduğu (Montis vd.'den aktaran Marchett vd., 2005) veya alanı daha büyük olan şeklin çevresinin daha büyük olduğu düşüncesinin 4. ve 5. sınıf (9-11 yaş) öğrencilerinde hakim olduğu belirtilmektedir (Marchett vd., 2005). Mert'in de öğretim öncesi seviyede genişlik ile kastının alan olduğu söylenebilir. Marchett vd. (2005) alan veya çevreden herhangi birini dikkate alarak bir diğerinin büyüklüğüne karar vermenin iki boyutlu bakışın tek boyut üzerinde hakim olması veya tersi şeklinde yorumlamaktadır. Her ne kadar Marchett vd. (2005) kendileri tarafından öğrencilere sunulan bağlamdan dolayı öğrencilerin böyle bir eğilime sahip olabileceklerini belirtse de, Mert'in de benzer bir eğilime sahip olduğu görülebilir. Dolayısıyla Mert için de iki boyut, tek boyut üzerinde karar vermede baskın olmuştur.

Öğretim öncesi seviyede bir nesnenin veya bir şeklin çevresine dair yaptıkları muhakemelerden anlaşıldığı üzere öğrencilerin çevre kavramına dair zihinsel bir temsil oluşturamadıkları söylenebilir. Örneğin Eda örüntü blokları ile oluşturulan şeklin değişmesi durumunda çevresinin değişmeyeceğini (çevre uzunluğunun değişebilirliği) ifade etmiştir. Gerekçesi ise çevrenin değil şeklin değiştiğidir. Benzer şekilde literatürde 7. sınıf seviyesinde öğrenme güçlüğüne sahip olmayan öğrencilerin de aynı parçalar kullanılarak oluşturulan şekillerde çevrenin değişmeyeceğini ifade ettikleri belirtilmektedir (Şişman & Aksu, 2009). Bu kavrayış sezgisel olarak Eda'nın aynı alana sahip şekillerin aynı çevreye sahip olduğu yanılgısından kaynaklanabilir. Benzer yanılgı öğretmenlerde ve öğretmen adayları da dahil olmak üzere öğrenenlerin çoğunda görülmektedir (Ball, 1988). Literatürde

bu yanılgıların altında yatan kavrayışların sezgisel olduğu (Machaba, 2016), doğuştan gelen evrensel ilkelerin küçük bir kümesinden biri olabileceği veya da önceki başarılı deneyimlerin sonucu olabileceği (Tirosh & Starvy'den aktaran Machaba, 2016) düşünülmektedir. Ancak şimdiki çalışmanın katılımcıları olan Eda ve Mert'in yanılgılarının deneyimlerinden çok sezgilerinden kaynaklanabileceğini veya da farklı deneyimlerin aşırı genellemesinin bir sonucu olabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin doğuştan gelen başlangıç yüklemelerinin de bu yanılgıların sebebi olabileceği düşünülebilir.

Machaba'nın (2016) çalışmasında 10. sınıf öğrenciler çevre kavramını km, m, cm gibi ölçme birimleri şeklinde tanımlamışlardır. Machaba (2016) bunun sebebini çevre kavramının İngilizce karşılığı olan perimeter kelimesinin günlük hayatta kullanılan bir kelime olmamasına bağlamıştır. Ancak Türkçe'de günlük hayatta "çevre" kavramı, farklı anlamlarda da kullanılabildiğinden bu durum öğrencilerin farklı yanılgılar yaşamasına da sebebiyet verebilmektedir. Nitekim Mert "çevre" kelimesini günlük hayattaki kullanımından etkilenerek yorumlamıştır. Aynı zamanda Mert öğretim öncesi seviyede "çevre, alan, genişlik" kavramlarını birbiri yerine kullanarak tanımlamıştır. Nitekim literatürde de öğrencilerin terminolojilerinde alan ve çevre niteliklerini birbirleri ile karıştırabildikleri bulunmuştur (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006).

Mert nesneler ve onların düzlemsel temsilleri üzerinde ebat uzunluklarını belirleyebilmektedir. Ebat uzunluklarını belirleme eylem şemasının yapılanma aşamasında boy ayrıtını belirlerken hep aynı köşeye odaklanma, nesnenin enini belirlerken cisim köşegeni benzeri bir uzunlukla belirleme, yüksekliği belirlerken en uzun mesafeyi dikkate almama gibi hatalar yapabilmiş ancak fiziksel nesnelerle modelleme, ayrıtlara ve uzunluk kavram tanımına yapılan vurgu ile Mert bu hatalarını tekrarlamamıştır. Öğretim etkinlikleri sürecinde ve sonunda Eda'nın nesnelerin ebat uzunluklarını farklı köşelerinden yola çıkarak aradığı durumlar gözlemlenmiştir. Bu ise Eda'nın farklı ayrıtları özellikle boy ayrıtını tespit edebilmesini zorlaştırmıştır. Bu davranışların öğrencilerin 3-boyutlu şekillerin düzlemsel temsilleri üzerinde nesnelerin ayrıtlarını dikkate almaması veya ayrıtları birbirinden ayırt edememesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin özellikle de Eda'nın 2-boyutlu temsilleri verilen cisimlerin bileşenleri olan ayrıtlarını belirleme noktasında problem yaşadıkları düşünülebilir. Benzer şekilde literatürde de 8. sınıf öğrencilerinin ayrıtları belirleme noktasında sıkıntılar yaşadıkları belirtilmektedir (Emül, 2013). Öğrenciler 3-boyutlu cisimlerin 2-boyutlu temsilleri üzerinde muhakeme etmede zorlanmaktadır (Ryu, Chong, & Song, 2007; Pittalis & Christou, 2010). Ancak söz konusu

çalışmalarda, öğrencilerin görülmeyen ayrıtların tespitinde zorlandıkları belirtilir, şimdiki çalışmanın katılımcıları ise görülen ayrıtları ayırt etmede zorlanmaktadır. Öğrenciler bu sebeple 3-boyutlu şekillerin 2-boyutlu temsillerinde en ve boyu veya yükseklik ve boyu birlikte ele alarak cisimleri 2-boyutluymuş gibi değerlendirmektedir. Nitekim öğretim ile ulaşılan seviyede Mert 2-boyutta nesnenin en, boy veya yükseklikten yalnızca ikisine sahip olacağını sezer, ancak 2- boyutta şekiller üzerinde boy ve yüksekliğin aynı uzunluklar olduğunu düşünür ve bu düşüncesini 3-boyuta da taşıyabilir. Dolayısıyla öğrencilerin boyut kavramının ebat uzunlukları ile temsil edildiğinin farkında olmadıkları söylenebilir. Bunun sebebi öğrencilerin boyut kavramına dair kavrayışlarındaki yetersizlik olabilir. Bunun ise öğrencilerin yaşları itibariyle yadsınamaz olduğu düşünülmektedir. Öğretim etkinlikleri sürecinde Eda'nın bu hatalarını tekrarlayabildiği görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin nesnelerin ebat uzunluklarını belirleme eylem şeması, fiziksel nesneler ve 3-boyutun 2-boyutta temsili üzerinde bu uzunlukları belirleyebilmeyi içerse de, bu şemanın, öğrencilerin görsel uzamsal yeteneği ve görsel muhakemesi ile sınırlı olduğu düşünülebilir. Nitekim literatürde de öğrencilerin ölçmeye ait etkinliklerde zihinsel görüntüleri kullandıkları belirtilmektedir (Sarama vd., 2011). Öğrencilerin öğrenme güçlüğü, görsel uzamsal çalışan bellekten kaynaklı olmasa bile, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin görsel uzamsal becerilerinin yaşıtlarına göre daha zayıf olduğu belirtilmektedir (Andersson, 2010; Grobecker & De Lisi, 2000; Mammarella, Giofrè, Ferrara, & Cornoldi, 2013). Farklı olarak, Owens (2004), 4 ve 6. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmasında, öğrencilerin 3-boyutlu cisimlerin 2-boyutlu temsillerine dair muhakeme yapabildiğini ancak dikkatin ve odaklanmanın bu muhakemeyi etkilediğini belirtmiştir (Owens, 2004). Katılımcı öğrenciler Dikkat Eksikliği- Hiperaktivite Bozukluğu (DEHB) tanısına sahip değildir, ancak öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin DEHB'nin eşlik etmediği durumlarda bile dikkatlerini bir işe verme ve o işi sürdürmede sorun yaşadıkları ifade edilmektedir (Sterr, 2004). Dolayısıyla katılımcıların 3-boyutlu cisimlerin 2-boyutlu temsilinde bu temsilleri yorumlamada yaptıkları sistematik olmayan hataları onların yaşadıkları dikkat problemlerinden kaynaklanabilir. Düzensiz figürlerin en ve boya sahip olduklarını öğrencilerin anlamaları önemlidir. Bir çalışmada öğrenciler en ve boyu olmadığı için bir yaprağın alanının olmayacağını da ifade etmişlerdir (Machaba, 2016). Bu kavrayışta dikdörtgene ait olan alan formülünün aşırı genellenmesi söz konusu olsa da, sonuçlar, öğrencilerin düzensiz figürlerin en ve boya sahip olmadığı algısına sahip olduğunu da gösterir. Mert ve Eda öğretim ile ulaşılan seviyede düzensiz şekillerin en ve boy uzunluklarını tespit edebilmektedir.

Bir araştırmada öğrencilerin sayma fikirlerine dayanarak nasıl kararlar verdiklerini incelemek için, onlara toplamda aynı uzunlukta olan iki sıra kibrit gösterilir, ancak her sıra farklı sayıda kibritten oluşmaktadır (Inhelder vd.'den aktaran Stephan & Clements, 2003). Benzer bir soru kibrit ile değil, doğru parçalarıyla katılımcı öğrencilere sorulmuştur. Inhelder vd.'nin (1974) öğrencilerinin çoğu daha fazla kibritten oluşan sıranın daha uzun olduğunu ifade ederken, katılımcı öğrenciler öncelikli olarak doğru parçalarını saysalar da, karar verirken her iki sıranın da başlangıç ve bitiş noktalarının aynı olmasını göz önünde bulundurmuşlardır (Inhelder vd.'den aktaran Stephan & Clements, 2003). Eda ve Mert her ne kadar gerekçelendirmelerinde kavramsal olarak uzunluk tanımına dayanan bir açıklamada bulunamamış olsa da, Clements ve Sarama'nın (2007) belirttiği gibi, yalnızca sayma fikrine de dayanmamışlardır. Szilagyi vd. (2013) yedi yaşında bir öğrencinin birimin büyüklüğünün gerekli birim sayısına etkisini uygulamayabileceğini, bu yüzden de karşılaştırmalı durumlarda yanlış kararlar verebileceğini, birimlerin büyüklüğünü dikkate almadan yalnızca birim sayısına bakarak bir nesnenin diğerinden daha uzun olduğu sonucuna ulaşabileceğini ifade etmektedir. Benzer şekilde Hiebert (1984) de birinci sınıf öğrencilerinin birimlerin uzunluğu yerine kullanılan birim sayısına odaklandığını bulmuştur. Ancak Eda ve Mert öğretim öncesi seviyede görsel olarak verilen bir örnekte yalnızca birim sayısına odaklanmamış, şeklin başlangıç ve bitiş noktalarını dikkate almışlardır. Bununla birlikte Eda aynı seviyede kendi yaptığı ölçüm sonuçlarını birimi ifade etmeden yalnızca sayı ile ifade etmektedir. Mert ise öğretim öncesi seviyede kullandığı birimi ya ifade etmemekte ya da ölçüm sonucuna birim ne olursa olsun santimetreyi eklemektedir. Barrett vd. (2011) göre her ne kadar öğrenciler nicelik isimlerini vermek için birim etiketleri kullanabilirlerse de, genellikle ilgili birimin anlamını dikkate almaksızın bunu yaparlar. Nitekim öğrencilerin santimetreye ait şeması dikkate alındığında-yapılan her ölçüm sonucunu santimetre ile ifade etme- veya Eda'nın öğretim öncesi seviyede sergilediği herhangi bir birim ismi kullanmaması öğrencilerin birimin anlamını gözetmediklerini göstermektedir. Mert cetvelin parçalanması etkinliği ile kullandığı her birimi cm ile ifade edemeyeceğini fark etmiştir. Ancak Eda ilerleyen oturumlarda, belki cm'ye yapılan fazla vurgunun sonucunda, Mert'in sahip olduğu kullanılan her birimi cm ile ifade etme şemasını oluşturmuştur. Eda öğretim öncesi seviyede ölçüm sonuçlarını yalnızca birim sayısı ile ifade ederken, cm ile yapılan ölçümü anlamlandırmasının üzerine, bunu diğer ölçümlere de aşırı genelleyerek, her ölçüm sonucunu cm cinsinden ifade etmeye meyilli hale gelmiştir. Bunun sebebinin öğrencilerin ölçme eylemini anlamlandırdıkları halde içselleştiremedikleri olduğu düşünülebilir. Ancak Eda bu şekilde ifade ettiği her durumda yaptığı hatayı fark etmiş ve

neden hatalı olduğunu gerekçelendirmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin bu kullanımının birden fazla sebebi olabilir. Örneğin, öğrencilerin ölçüm sonucunu ifade etmede yaşadıkları ve kelime dağarcıklarıyla ilgili bir problem olduğu düşünülebilir. Diğer taraftan bu durum öğrencilerin önceki şemalarına dönmeleriyle açıklanabilir. Aynı zamanda uzunluk öğretiminde en çok vurgulanan birimin cm olması ve farklı birimler veya uzunluklarla yapılan ölçümlere kısaca değinilmesi ve cm ile ölçümlerin daha yoğun yapılması sebebiyle, öğrencilerin uzunluk ölçmede cm'yi aşırı genellemiş olmaları olabilir. Aynı zamanda eş parçalama eyleminin üzerinde durulduktan sonra Eda her bir eş parçaya da santimetre demiştir. Eda eş parçalama eylemini birimlerin yinelenmesi ve uzunluk ölçme eylemini kullanarak yapmıştır. Dolayısıyla aynı şemayı kullanarak, bu eş parçalara da 1 cm demiş olabilir. Santimetreye dair, ölçmede kullanılan her bir birime cm deme, cm'nin belirli bir uzunluk olduğundan ziyade ölçüm sonuna eklenmesi gereken bir isim veya kullanılan her bir birimin ismi olma şeması hem Mert'te hem de Eda'da gözlemlenmiştir. Dolayısıyla bu şema, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin yapılandırabileceği muhtemel bir şema olabilir. Aynı zamanda bu şemada cm'nin, yalnızca ölçüm sonucuna eklenmesi gereken bir isim olarak değerlendirilmesi yanlış veya eksik olabilir. Nitekim öğrenciler için cm bir isimden daha fazlası olabilir ki cm öğrenciler için kullanılan her bir birimin adı da olabilir. Eda'nın eş parçalamada her bir eş parçaya 1 cm demesi de bu duruma bir gösterge olabilir. Aynı zamanda öğrenme yol haritalarının bireyden bireye, kültürel ve bireysel farklılıklarla değişebileceği belirtilmektedir (Szilágyi vd., 2013). Herhangi bir gelişime ait yol içinde, gelişimin her bir seviyesinde, bireylerin içinde ve bireyler arasında olan farklılıklar gelişimin kaynağı olan değişiklikler yaratmaktadırlar. Çünkü öğrenciler kavramlar, stratejiler, beceriler ve durum bilgisi gibi çeşitli bilişsel araçlara sahiptir. Ancak yine de bir grupta bu değişiklikler, gelişim süreçlerine ait ilkelerin pratik ya da teorik yararlılığını, kullanışlılığını hükümsüz kılacak genişlikte değildir (Murata & Fuson, 2006). Benzer şekilde şimdiki çalışmanın bulgularına göre öğrenme güçlüğüne sahip Eda ve Mert'in öğrenme yol haritalarında farklılıklar görülse de, bu farklılıkların çok büyük kavrayış farklılıkları olmadığı ve sebeplerinin öğrencilerin farklı hazır bulunuşlukları, farklı kavrayışları ve farklı kavram yanılgıları olduğu düşünülmektedir. Öğretim etkinlikleri dizisi bu farklı kavrayış ve yanılgıların üzerine yapılandığından, farklı yanılgı ve kavrayışların söz konusu olduğu durumlarda öğrenme yol haritaları değişebilmiştir. Ancak öğrencilerin farklı kavrayış ve yanılgılarının da muhtemel kavrayış ve yanılgılar olduğu örneğin, Mert'in öğretime santimetre şemasına sahip başlamışken; Eda'nın böyle bir şeması yoktur, ancak öğretimde

santimetreye yapılan vurgu sonucu Eda'nın da aynı şemayı yapılandırdığı, zamanla aynı yanılgıya sahip olduğu görülmüştür.

Öğretim öncesi seviyede Mert ve Eda cetvel üzerindeki 4 sayısının 4 eş birimi veya tek boyutta 4 eş birimle kaplanan yer miktarını temsil ettiğinin farkında değildir ve bu sayıyı çentiklerin sayısı olarak algılamaktadır. Literatüre göre öğrencilerin 9-10 yaşına geldiğinde uzaklıkların birikimini işe koşarak böyle bir yorumlamada bulunabildikleri (Kamii & Clark, 1997), hatta anlamlı bir öğretimle 6 yaşında bu şemayı yapılandırabildikleri belirtilmektedir (Clements & Sarama, 2007). Ancak öğretim öncesi seviyede, Mert ve Eda cetvel ve üzerindeki işaretlerin ve ölçüm sonucundaki sayının ne anlama geldiğini ve cetvelde sıfır noktasını anlamlandıramamıştır. Öğretim öncesi seviyede, Mert ve Eda cetvel üzerinde herhangi bir noktanın sıfır noktası olabileceğini (Lehrer, 2003) bilememiş ve cetvel üzerindeki bir santimetreleri gösterememiştir ancak öğretim ile ulaşılan seviyede cetvel üzerinde herhangi ardışık iki nokta arasındaki uzaklığın 1 cm olduğunu ve tıpkı 0-1 aralığı gibi değerlendirilebileceğini anlamışlardır. Sıfır noktasını anlamak, uzunluğu ölçmek için kullanılan ölçeğin yani cetvelin orijin ve bitiş noktasının zihinsel koordinasyonunu içerir, böylece cetvelin üzerindeki 10 cm işaretinden 20 cm işaretine kadar olan uzunluğun 2 cm ile 12 cm arasındaki uzunluğa eşit olduğu bilinir. Birçok çalışma, farklı öğretim yöntemleri kullanıldığında, gelişime ait yörüngelerde önemli farklılıklar ortaya çıkmasına rağmen, uzunluk birimlerine dair bu anlayışların ilkokul boyunca elde edildiğini ileri sürmektedir (Lehrer, 2003).

Szilagyi vd. (2013) sekiz yaşında öğrencilerin cetvelin eş birimlerden oluşan bir nesne olduğunu anladığını ve bu yüzden bir kırık cetveli veya numarasız bir cetveli kullanabildiğini belirtir. Öğretim öncesi seviyede Mert ve Eda kırık veya numarasız cetvelle yaptıkları ölçümlerde çentik saymaktadır. Ancak öğretim ile ulaşılan seviyede Mert ve Eda'nın cetveli ve cetvel kullanımını anlamlandırdığı ve kırık veya numarasız cetveli kullanabildiği görülmüştür. Öğretim öncesi seviyede Mert ve Eda standart olmayan birimlerle ve cetvelle doğru ölçümler yapabildikleri halde, santimetre kavramına dair yeterli kavrayışa sahip değildir. Şimdiki çalışmanın bulgularına paralel olarak Bragg ve Outhred'in (2004) çalışmalarında öğrenciler cetveli ve standart olmayan birimleri kullanarak ölçüm yapabilmelerine rağmen, çoğu cetvel üzerinde santimetreyi gösterememiştir. Her iki öğrenci grubu da cetvel üzerindeki çentiklere odaklanarak santimetreyi ele almıştır ve öğrencilerin cetvele dair kavramsal bir bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Bu ise, birim kavramının ve ölçme eyleminin anlaşılmamasıyla birebir ilişkilidir. Birimlerin kavramsal olarak

anlaşılmasına odaklanmak, ölçmeyle ilgili kavramsal anlayıştaki değişikliklerin tahmin edilmesi ve açıklanması için verimli bir yoldur (Barrett vd., 2011). Şimdiki çalışmada da birimlerin kavramsal olarak anlaşılması amaçlanmıştır. Saymaya vurgunun birimin doğrusal doğasını gölgelediği düşünülmektedir (Bragg & Outhred, 2004). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayıları algılama, sayı olguları, sayma veya hesaplamada güçlükler yaşadıkları (APA, 2013, s. 66; Geary, 1990; Namkung & Peng, 2018) da göz önünde bulundurularak, söz konusu etkinliklerde, öğrencilerin saymaya değil neyi saydıklarına dikkat etmeleri sağlanmıştır. Bragg ve Outhred (2004), beş ve altıncı sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmalarda, öğrencilerin çok azının tercih ettiği cetvelde 3 ile 8 arasında yerleştirilen nesnenin uzunluğunu 8'den 3'ü çıkararak bulmanın daha karmaşık bir strateji olduğunu ifade etmiştir. Ancak şimdiki çalışmanın katılımcıları aritmetik işlemlerde yaşadıkları gerginliğin diğer kavramları öğrenmeyi ve akıl yürütmeyi gölgelemesi sebebiyle böyle bir stratejiye kendileri yönelmemiş ve araştırmacı tarafından da yönlendirilmemiş, daha çok çentik saymalarını engellemek için sayılara odaklanmadan birimleri saymaları sağlanmıştır. Nitekim Barrett vd. (2006) uzunluk ölçme stratejilerinin öğrenciler arasında yaşlara göre değişmekte olduğunu tespit etmişlerdir. İkinci veya üçüncü sınıf öğrencilerinin temelde birimler ve birimlerin yinelenmesine odaklandığı ve ölçme eylemlerine neyin sayılacak olduğunu sorarak ve ölçülecek uzamsal nesne boyunca sayma için bir temel aramaya çalışarak başladıkları belirtilmektedir (Barrett vd., 2006). Dolayısıyla Eda ve Mert'in sayısal verilerden de yararlanabilecekleri uzunluk ölçme eylemlerinde başvurdukları stratejilerin ikinci veya üçüncü sınıf seviyesinde olduğu düşünülebilir.

Literatürde birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin santimetre ve inçleri karıştırarak bir uzunluğa ait tüm ölçümleri saydığı görülmüştür (Lehrer vd.'den aktaran Lehrer, 2003). Benzer şekilde öğretim öncesi seviyede Eda'nın da 4 cm'nin üzerine 4 mm'yi ekleyerek, ölçüm sonucunu "8" olarak ifade ettiği görülür. Oysaki farklı birimler kullanıldığında ölçüm sonucunda 5 cm ve 3 mm gibi açıkça ifade edilmelidir. Öğrencilerin bu yanılgılarının birim kavrayışı ve eş birime olan ihtiyaca dair kavrayıştan ileri geldiği söylenebilir (Lehrer, 2003). Clements ve Sarama'ya (2009) göre altı yaşında çocuk eş birim kullanımı gerekliliğini idrak edemeyebilir, yedi yaş için öğrenciler her durumda eş birimleri kullanmaya olan ihtiyacı anlayamayabilirler ancak sekiz yaşında anlayabilmektedirler. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin herhangi bir şekilde nesnenin tüm uzunluğunu kapladığı sürece birimleri karışık kullanmada (örn., hem ataçları hem silgileri) veya farklı büyülükteki birimleri kullanmada bir sakınca görmedikleri belirlenmiştir (Lehrer, 2003). Benzer şekilde Mert de öğretim

öncesi seviyede birimlerin kullanımında öncelikle nesnenin tüm uzunluğunu kaplamayı göz önünde bulundurmuştur, ancak öğretim ile ulaşılan seviyede Mert eş birim kullanımı gerekliliğini idrak edebilmiştir.

Öğretim öncesi seviyede Eda'nın birimin ölçülen nitelik için uygunluğu noktasında kullandığı örüntü bloğunun yüzeyini işaret ettiği durumlar görülmüştür. Benzer şekilde Bragg ve Outhred (2004) de daha küçük yaştaki (3-5. sınıf) öğrencilerin bir dikdörtgenin çevresini ölçmek için santimetre küplerini doğru bir şekilde kullandıklarını, ancak birimi olarak kenarlarının uzunluğunu kullandıklarının farkında olmadıklarını tespit etmiştir. Benzer şekilde Eda'nın da hareketlerinden bloğun bir kenar uzunluğunu mu yüzeyini mi kullandığı net olarak anlaşılamamıştır. Curry vd. (2006) kurdelenin uzunluğunu şişe kapağıyla ölçmelerini istediğinde, birinci ve dördüncü sınıf öğrencilerinin birçoğu kapakla ölçmenin mümkün olmadığını belirtmiştir. Öğrencilerin gerekçesi ise boşlukların kalmasıdır. Aynı soru katılımcı öğrencilere sorulduğunda benzer şekilde Eda da boşlukların kalacağını ileri sürerek kapağı kabul etmemiştir. Bu, öğrencilerin ele aldıkları birimin tek boyutta yer kaplama özelliğinden ziyade yüzey kaplama özelliğine odaklandığını gösterir. Aynı zamanda aynı öğrenciler kurdeleyi ölçme için ele aldıkları nesneler üzerinde birim için çubuğun uçlarını, bloğun çevresini veya bloğun yüzü gibi noktaları işaret etmişlerdir (Curry vd., 2006). Benzer davranışları Eda'nın sergilediği görülebilir. Ancak Eda'nın öğretim ile ulaşılan seviyede birimde dikkate alınan niteliğin uzunluk olduğunun farkına vardığı söylenebilir.

Öğrenciler geçişliliğin farkındadır ve dolaylı karşılaştırmada geçişli akıl yürütmeyi işe koşabilmektedirler. Ancak Mert öğretim öncesi seviyede dolaylı karşılaştırmada geçişli akıl yürütmeyi uygulayacağı ve uzunlukları temsil edeceği üçüncü nesnenin doğrusal olması gerektiğini düşünür. Eda ise doğrusal olmayan nesnelerin doğrusal araçlarla ölçülemeyeceğini düşündüğü için doğrusal olmayan nesne ve eğrilerin uzunluklarının ölçülemeyeceğini iddia etmiştir. Ancak böyle nesnelerin gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek ip, tel gibi nesnelerle ölçülebileceğinin fark ettirilmesi ile Eda bu şemasını değiştirmiştir. Mert'in ise bu şekilde esnek nesnelerin ölçme veya karşılaştırma aracı olarak kullanımını kabul etmesi biraz zaman almıştır. Szilagyi vd. (2013) 8 yaş çocuklar için tanımladığı seviyede öğrencinin bazı dolaylı karşılaştırma durumlarında doğrusal olmayan bir yolun uzunluğunu temsil etmek için esnek bir nesne kullanabildiği belirtmektedir. Mert'in önceki seviyede bunu kabul etmediği ve etmesi için iki ayrı öğretim oturumu gerektiği unutulmamalıdır. Dolayısıyla iki öğretim oturumu sonunda bir üst seviyenin bu

düşüncesine ulaşabilmiştir. Mert'in bu fikri kabul etmede zorlanmasındaki sebep, uzunluk ölçümünde doğrusallığa odaklanmasıdır. Benzer şekilde Eda da öğretim öncesi seviyede bu yüzden doğrusal olmayan nesne ve şekillerin uzunluklarının ölçülemeyeceğini düşünmektedir. Mert ip, tel gibi araçların gerektiğinde doğrusal hale getirilebileceği ve böylece bu araçlarla nesnelerin doğrusal halinin elde edilebileceğini açıkça gördüğünde ve vurgulandığında, bir üst düşünme seviyesine ait bu fikri ve dolaylı karşılaştırma eylem şemasını yapılandırabilmiştir.

Wheatley ve Reynolds'a (1996) göre soyut birimleri yapılandırma ve koordine etme sayısal ortamlarda da, geometrik ortamlarda da öğrencilerin matematiksel aktivitelerinin temelidir. Öğrencilerin birimlere ayırma aktivitesi matematiksel düşünmelerindeki ilerlemelerle ilişkilidir (Wheatley & Reynolds, 1996). Eda ve Mert-öğretim öncesi seviyede bunu yapmadıkları halde-öğretim sürecinde birimlerin uzunluklarına ve eş birime yapılan vurgu sebebiyle ölçüm sonucunu parça bütün ilişkisi içerisinde ifade edemeyerek, sonucu "iki uzun bir kısa çubuk uzunluğunda" şeklinde ifade etmeye yönelmişlerdir. Barrett vd. (2011) çalışmasında da öğrenciler Eda ve Mert'e benzer şekilde kullandıkları birimler arasında parça bütün ilişkisi olmasına rağmen iki ayrı birim kullanılmış gibi ikisini ayrı ayrı ifade etmişlerdir. Bu durumda görülen başarısızlığın, öğrencilerin kesir bilgisi ve kullandıkları kesir dili ile ilişkili olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde Türkiye'de yapılan bir araştırmada matematik öğretmenleri öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin en çok kesirlerle ilgili hatalar yaptıklarını belirtmiştir (Sezer & Akın, 2011). Aynı zamanda bu orantısal akıl yürütme ve öğrencinin toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçebilmesi ile de ilgilidir (Barrett vd., 2011). Barrett vd. (2011) göre bu durum, öğrencilerin çarpımsal ilişkiyi sözel yollarla ifade etmede yeterli deneyime sahip olmaması ile ilgilidir. Çünkü katılımcı öğrencilerin kesir kavrayışı ve kullandıkları kesir dili sınırlıdır. Benzer şekilde literatürde öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin 7. sınıfa kadar yarısı kavramına ve kesirlere dair bir kavrayış yapılandıramadığı ve ancak 8. sınıfta böyle bir kavrayışı yapılandırdığı ifade edilmektedir (Mazzocco vd., 2013). Curry vd. (2006) çalışmalarında birinci ve dördüncü sınıf aralığındaki öğrencilerden birim büyüklüğü ile ölçüm sonucu arasındaki ters ilişkiye dair yapılan etkinlikte öğrencilerin bir birimin yarısıyla, birimin iki katı ile yapılan ölçüme göre daha kolay ölçüm yaptıklarını gözlemlemişlerdir. Benzer şekilde Eda ve Mert de daha kısa olan birimle daha kolay ölçüm yapmışlardır. Sebebi ise ölçüm sonucunu ifade etmek ile ilgilidir, daha önce de belirtildiği gibi orantısal muhakemenin işin içine girmesi ve öğrencilerin sonucu kesir olarak ifade etmekte

zorlanmalarıdır. Eda öğretim sürecinde birimlerin birimleri ile ölçüm yaparken aynı birimi iki kere hesaba katmıştır. Aynı şeyi Lehrer, Jacobson, Kemeny ve Strom'un (1999) çalışmasındaki ikinci sınıf (7-8 yaş) öğrencileri de yapmıştır (2 tam 1/2 birimlik uzunluğa sahip bir nesneyi, birimleri sayarken yarıma gelince 3 diye saymış ama yarım olduğunu görünce "3 bir de yarım" şeklinde eklemiştir (Lehrer vd.'den aktaran Lehrer, 2003). Bu hatayı yapan öğrencilerin cetvel üzerinde 3-7 noktaları arası uzaklıkla, 1-5 noktaları arasındaki uzaklığın aynı olduğunu bilen öğrenciler olduğunu belirtmiştir (Lehrer vd.'den aktaran Lehrer, 2003). Benzer şekilde Eda da öğretim ile ulaşılan seviyede bu kavrayışa sahip olduğu halde benzer hatayı yapmıştır. Dolayısıyla Eda'nın birimlerin parçaları ile ifade etmede, parça bütün ilişkisini kurmada yaşadığı zorluk 7-8 yaş öğrencilerin yaşadığı zorlukla benzerdir ve sebebinin yine kesir bilgisi ve kesir dilini kullanmak olduğu düşünülmektedir. Bununla birlikte bu sonuç, Eda'nın Clements ve Sarama'nın uzunluk öğrenme yol haritasında öğretim öncesi seviyede 7 yaş seviyesinde bulunması ve 8 yaş seviyesine gelişmesi ile tutarlıdır. Ölçme ve parça bütün bağlamı arasındaki farklar var olsa da (Yanık, Helding, & Flores, 2008) birim kavramının parça bütün bağlamında görülmesi önemlidir. Yanık vd. (2008) yedinci sınıf öğrencilerinin sayı doğrusunu, birimlerin bir birleşimi değil de tek bir birim, bir bütün olarak ele aldığını belirtmektedir. Benzer şekilde öğretim öncesi seviyede Mert'e cetvel kullanırken biriminin ne olduğu sorulduğunda, Mert cetvelin kendisini göstermiştir. Dolayısıyla öğretim öncesi seviyede Mert'in cetveli veya sayı doğrusunu sürekli birimlerin bir birleşimi olarak görmediği düşünülebilir. Ancak cetveli parçalama ve cetvel oluşturma etkinlikleri ile Mert ve Eda'nın cetvelin sürekli birimlerin bir birleşimi olduğunu fark etmeleri sağlanmıştır. Nitekim küçük yaşlarda sayı doğrusunu sürekli birimlerin bir birleşimi olarak görmemenin, ilerleyen yıllarda bu şekilde görmeyi zorlaştırdığı ifade edilmektedir (Solomon vd., 2015). Aynı zamanda iyi anlaşıldığı takdirde, cetvel ölçümünün, küçük çocukların reel sayıları ve kesirleri anlamalarını geliştirmek için potansiyel olarak verimli bir şema olduğu önerilmektedir. Çünkü cetvelle ölçme, geçerli bir sayı doğrusu temsiline, kavramsallaştırılması zor olan sayısal değerlerin iliştirilmesi için bir fırsat sunmaktadır (Levine vd., 2009). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayı doğrusuna dair zihinsel şemalarındaki zayıflıktan kaynaklı sayı doğrusunda sayının yerini gösterememe gibi güçlükleri göz önünde bulundurulduğunda (Andersson & Östergren, 2012; Mejias vd., 2012), cetvel, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayı doğrusuna dair verimli bir şema yapılandırmaları için somut bir araç olarak değerlendirilebilir.

Uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin alan ve hacimden ayırt edilmesi, uzunluk kavrayışı için önemlidir. Çocukların okul öncesi seviyede bu özellikleri birbirinden ayırt edebildiği belirtilmektedir (CCSM, 2010). Nitekim öğretim ile ulaşılan seviyede öğrenciler yüzeyin düzlemde yer kaplama özelliği ile uzunluğu ayırt edebilmişlerdir. Ancak bu özelliklerin miktarını hesaplama söz konusu olduğunda, alan ve uzunluk hesaplama bağlamında bu iki niteliği birbirinden ayırt edememişlerdir. Literatürde öğrencilerin "alan, kenarların üretimidir" gibi bir algıya sahip oldukları belirtilir (Herendiné-Kónya, 2015). Bu algının sebebi öğrencilerin kavramsal olarak alanı anlamlandırmaksızın, alan hesaplamayı genişlik çarpı yükseklik şeklinde uzunluktan yola çıkarak öğrenmeleri olabilir. Her ne kadar alan formülünü öğrenmemiş olsa dahi sezgisel olarak alan hesaplarken uzunluğu, genişliği dikkate alıyor olması Mert'in alanın uzunlukla ilişkili olduğunu düşünmesine sebep olmuş olabilir. Ancak Eda bunu alan ve hacim hesaplarken uzunluğu mecburen dikkate aldığımız şeklinde ifade ederken, Mert bu ilişkiyi iki özelliğin aynı olmasına bağlamıştır. Eda yüzeyin düzlemde yer kaplama ve uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğinin farkındadır ancak, Mert'in farkındalığının sezgisel olduğu söylenebilir. Dolayısıyla Mert'in hesaplamadaki ilişkiyi bu şekilde genellememesi için gereken güçlü kavrayışa sahip olmadığı söylenebilir. Uzunluk kavramının kavranmasının, uzunluğun alandan farkını tamamen anlamak için yeterli olmadığı, bunun için alan kavramına dair kavrayışa sahip olunması gerektiği düşünülmektedir. Mert öğretim ile ulaşılan seviyede çevre ve alanı ayırt edebilmiştir, uzunluğun alan ve hacimden bağımsız olduğunun farkındadır, tek boyutta yer kaplama ile düzlemde yer kaplamanın farklı olduğunu ifade etmiştir, bu konuda sezgilere de sahiptir. Ancak yine de bu özellikleri tamamen birbirinden ayırabilmesi için alan kavramına dair de bilgi ve kavrayışlara sahip olması gerektiği düşünülmektedir. Nitekim Eda'nın öğretim öncesi ve sonrası alan kavramına dair açıklamalarından anlaşıldığı üzere, araştırmanın yapıldığı süreç içerisinde eş zamanlı okulunda aldığı öğretim sayesinde alan kavramına dair doğru şemalar yapılandırdığı ve bu iki niteliğin farkına dair yorumları arasında öğretim öncesi ve sonrası durumlarda nitelikli farkların oluştuğu görülmüştür. Uzunluğun tanımlanmasının, uzunluğa ait farklı temsillerin ayırt edilmesinin, niteliklerin korunumunun vurgulanmasının ardından öğrencilerin uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğini daha iyi anlamlandırabildiği söylenebilir.

5.1. Araç Kullanımı

Söz konusu araştırmanın bulguları literatürde tartışmalı bir soru olan *öğretimde önce standart olmayan birimlere mi odaklanılmalıdır?* sorusuna (Boulton-Lewis vd., 1996;

Nunes vd., 1993; Levine vd., 2009) dair de yorumlar sağlamaktadır. Mert ve Eda yaşları sebebiyle uzunluğa ait standart birimlere ve cetvelle ölçmeye dair bilgi ve pratiklere sahiptir. Bununla birlikte daha önce de sözü edildiği gibi öğrencilerin birim ve cetvel kullanımına dair yanılgıları da bulunmaktadır. Bu bağlamda öğrenciler cetveli ve standart birimleri hâlihazırda bildiği için, birim kavramını edindirmede özellikle standart birimlerden ve cetvelden yola çıkılmıştır. Bu durum öğrencileri önceki standart olmayan birimlere dair uygulamalara geri döndürerek, zihinlerini karıştırmaktan korumuştur. Aynı zamanda öğrencilerin sahip oldukları yanılgılar giderilmeden yeni uygun şemalar oluşturulmasının mümkün olmadığı düşüncesi gözetilmiştir. Düşünüldüğü gibi öğretim öncesi seviyede katılımcı öğrenciler uzunluk ölçmeyi açıklamaları istendiğinde hemen cetvele başvurmuş ve cetvel kırık vs. olmadığı sürece doğru ölçümler yapmışlardır ancak cetveli ve işleyişini anlamlandıramamışlardır. Çalışmada öğrencilerin cetvele ve işleyişine dair yanılgıları giderildiğinde ve bunu anladıklarında birim kavramını da daha iyi anlayabilecekleri ön görülmüştür. Nitekim cetveli parçalama etkinliğinde birimin uzunluğu vurgulanmış ve 1 cm uzunluğunda olmasına dikkat edilerek öğrencilerin kalın ve ince olmak üzere kâğıt, ip parçaları kesmeleri sağlanmıştır. Böylece Mert ve Eda diğer özellikler değişse de birim uzunluğun değişmediğini fark etmiştir. Aynı zamanda mm, cm, m standart birimlerin nasıl elde edildiği açıklanmış ve öncelikle uzunlukların elde edildiği, daha sonra m, cm şeklinde isimlendirildiği vurgulanmıştır ki bu da, öğrencilerin birimin uzunluğuna hem miktar olarak hem de nitelik olarak dikkat etmelerini sağlamıştır. Bununla birlikte eş birim kullanımına olan ihtiyacı hissettirmek ve birimde dikkate alınanın birimin uzunluğu olduğuna dikkati çekmek için standart olmayan birimlerden de yararlanılmıştır. Nitekim Mert ve Eda, konu sayı ve ölçme ilişkisine geldiğinde, standart birimler üzerinden (cm ve mm) konuşmakta zorlanmıştır. Öğrenciler standart olmayan birimler üzerinde birim büyüklüğü ve ölçüm sonucu ilişkisini rahatlıkla tartışabilirken, standart birimlerle tartışmaları istendiğinde aynı yorumları yapamamıştır. Bu durumun öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin; sayı sembolleri ile sayı büyüklüklerini eşleştirmede, sayı kelimelerini, sayı anlamlarını ve aralarındaki ilişkileri anlama gibi karmaşık becerilerde zorluk yaşamaları (Butterworth, 2003, s. 1; Mejias vd., 2012) durumu ile benzer olduğu düşünülmüş ve bir sonraki öğretim oturumunda, standart birim uzunlukları temsil eden uzunluklar çizgilerle temsil edilmiştir. Öğrenciler ancak bu birimleri temsil eden çizgiler çizildiği ve bu uzunluklar görselleştirildiğinde tartışmaya katılabilmiştir. Dolayısıyla öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için soyut isimlerin her zaman anlamlı olmadığı düşünülebilir. Aynı zamanda modellemenin zihinsel olarak temsil etmeden ya da genellemeden daha kolay olduğu

söylenebilir (Szilagyi vd., 2013). Bu noktada, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle çalışırken her iki birimi (standart olan ve standart olmayan) kullanmanın faydaları ayrı ayrı görülmüştür. Çalışmanın bulgularına göre, öncelikle cetveli yapılandırarak sunmanın, cetveli parçalama ve tekrar inşa etme etkinliğini ve bu etkinlikte önce ayrık somut 1 cm'lik birimlerle ölçüm yaptırılarak, ayrık birimlerle ölçmenin zorluğunu öğrencilere yaşatmak, cetvelin bunu kolaylaştırdığını ve aslında cetvelle yapılan ölçmede yapılan eylemin birimlerin yinelenmesi veya birimlerle tek boyutun kaplanması olduğunu hissettirmek bakımından yararlı bir etkinlik olmuştur. Cetveli parçalama ve tekrar inşa etme etkinliğinde cetvelin önce birimlere ayrılarak, 1 santimetrelik birimlerin somut ayrık birimlerle/nesnelerle ve çizilen doğru parçalarıyla (ya da daha sonra tel, sünger gibi malzemelerle) temsil edilmesi ve yineleme eyleminin de bu birimlerle ve öğrencinin kendi hareketleriyle, özellikle fiziksel hareketlerle (yol boyunca bir parmakla üzerinden gitme) gerçekleştirilmesi, öğrencilerin cetveli ve cetvelle yapılan ölçme eylemini anlamlandırmalarına katkı sağlamıştır. Levine vd. (2009) ikinci sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada, ayrık (standart olmayan) birimleri cetvelle ilişkilendirmiş (cetvel üzerine bir cm'lik ayrık birimleri yerleştirme) ve öğrencilerin nesneyi cetvelle hem hizalanmış hem de hizalanmamış bir şekilde ölçümünü yaparak karşılaştırmalarını sağlamışlardır. Böylece öğrencilerin cetvelin ne anlama geldiği, nasıl çalıştığı ve aynı zamanda cetveldeki aralıkları anlayabildikleri sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde şimdiki çalışmada da sürekli olan cetvel öğrenciler tarafından ayrık parçalara, ayrık birimlere ayrılıp tekrar birleştirilmiştir. Boulton-Lewis vd. (1996) standart birimler ve cetvel gibi araçların kullanımının, öğrenciler için daha ilgi çekici ve gerçek hayata uygun, daha anlamlı birer etkinlik olduğunu belirtmektedir. Bu yüzden Eda ve Mert'in birim kavramını öğrenmeye daha iyi motive olmaları için, birim kavramına dair etkinliklere, hâlihazırda aşina oldukları cetvel ile başlanmıştır. Nitekim literatürde öğretmenleri onları standart olmayan birim kullanımına teşvik ettikleri halde, öğrencilerin özellikle de 1. ve 3. sınıf öğrencilerinin bile standart cetvel kullanımını tercih ettiği belirtilmektedir (Boulton-Lewis vd., 1996). Nunes vd. (1993) ise çocukların birim ve yineleme gibi fikirleri yeniden inşa etmelerinden önce cetveli anlamlı bir şekilde kullanabildiğini ifade etmektedir. Ancak öğrencilerin cetveli doğru bir şekilde kullanabilmesi, onların cetveli kavramsal olarak anladığını göstermemektedir. Uzunluk birimleri hakkındaki en önemli düşünce, elde edilen ölçümün öncelikle bir uzunluğa göre parçalara ayrıldığı ve sonra bu bölmenin yinelendiği veya tekrarlı olarak ötelendiğidir. Birimin bu özelliği küçük çocuklara hatta cetvel kullanımında uzman olanlara bile aşikar gelmemektedir (Lehrer, Jaslow, & Curtis, 2003). Cetveli

parçalama etkinliği ile öğrencilere bu özelliğin yaşatılması amaçlanmıştır. Mert ve Eda'ya cetvel üzerine sıfırdan farklı bir sayı üzerinde konumlandırılarak verilen bir nesnenin uzunluğu sorulduğunda ya da sıfır kısmı kırılan bir cetvelle ölçüm yapmaları istendiğinde, önce sıfırdan başlayıp başlamadığını dikkate almaksızın nesnenin bitiş noktasına denk gelen çentikteki sayıyı, nesnenin uzunluğu olarak ifade etmiş, daha sonra karar değiştirerek aralıkları değil cetvel üzerindeki çentikleri saymışlardır. Solomon vd. (2015) çalışmasına göre, küçük yaştaki öğrenciler son sayıyı okurken, ilkokul öğrencileri çentikleri saymışlardır. Cetveldeki son sayıyı okuma stratejisini uygulayan öğrenciler, bunun mümkün olmadığı durumlarda çentik sayma stratejisini kullanmaya başlamıştır (Solomon vd., 2015). Dolayıyla, bu iki stratejinin arasındaki hiyerarşinin ve şimdiki çalışmada öğrencinin önce son sayıyı okuyup sonra vazgeçerek çentik saymasının, ardışık düşünme seviyelerini gösterdiği düşünülebilir. Cetvelde son sayıyı okuma, cetvel normal bir şekilde sıfırdan başlatıldığında öğrencilerin yaptıkları şeydir ve onları doğru sonuca ulaştırır. Öğrenciler bu eylemi anlamlandırmadan gerçekleştirdiklerinden, bu eylemin onları her durumda doğru sonuca ulaştıracağını düşünebilirler (Kamii, 2006; Levine vd., 2009; Solomon vd., 2015). Birimleri sayma, biraz daha birime odaklanmak anlamına gelse de, öğrenciler birim olarak uzamsal aralıklar yerine çentikleri saymaktadırlar (Levine vd., 2009). Steffe ölçülebilir miktarlar üreten eylemlerle, sayılabilir miktarlar üreten eylemlerin birbirinden farklı olmadığını, dolayısıyla saymanın özel bir ölçüm şekli olduğunu ifade etmektedir. Öğrenciler bu şemayı doğrulayan durumlarla karşılaşabilmektedir, bu şema ile doğru yanıtlar elde edebilmektedir. Bu yüzden de çentik saymanın ya da son sayıyı okumanın öğrenciler arasında yaygın birer hata olduğu söylenebilir. Nitekim cetvel sıfırdan başladığında son sayıyı okumak doğru sonuç verir. Dolayısıyla cetveli yalnızca sayıyı okuma olarak gören öğrenciler böyle yanılgılara sahip olacaktır. Her iki hata da literatürde yaygın olarak görülen ve 5 ve 6. sınıf öğrencilerinde de gözlemlenebilen hatalardır (Bragg & Outhred, 2004; Hiebert, 1984). Öğretim öncesi seviyede sırasıyla 4. ve 5. sınıf olan Mert ve Eda'nın birim kavramını, cetveli ve cetvelle yapılan ölçme eylemini anlamlandıramadığı düşünülmektedir. Cetvel kullanımına dair bilgi, çocukların birimleri (aralıkları), bu birimleri saymak ve belirtmek için kullanılan işaretleri, bu saymalarla ilişkili biriken uzaklığı ve cetvel üzerindeki sayısal işaretleri koordine etmelerini gerektirmektedir (Barrett vd., 2012). Cetveli uzunluk ölçme aracı olarak anlamak, eş birimlerden oluştuğunu anlamayı, çentiklerin, birimlerin başlangıç ve bitiş noktalarını belirttiğini ve herhangi bir birime ait çentiğin uzunluk ölçümünde sıfır noktası olarak hizmet edebileceğini anlamayı içemektedir (Smith III vd., 2013). Şimdiki çalışmada öğrencilerin cetvel üzerindeki çentik ve sayıların ne

anlama geldiğini ve bunlar arasındaki ilişkileri anlamlandıramamasının sebebinin, birimi anlamlandıramaması olduğu düşünülmüştür. Nitekim öğrencilerin ölçmeyi anlamada yaşadıkları zorluklardan en kritik olanının, cetvel üzerindeki uzamsal aralıkları, ölçmenin ilgili birimi olarak kavramsallaştırma olduğu ifade edilmektedir (Solomon vd., 2015). Barrett vd. (2012) de cetvelde çentikleri fazla veya eksik saymanın birimi tanımayla ilgili olduğunu belirtmektedir. Aralıklar ve çentikler sayılarak da doğru ölçüm sonucuna ulaşılabildiğinden, öğrencilerin aslında ne sayılarak sonucun elde edildiğini anlaması önemlidir (Bragg & Outhred, 2004). Dolayısıyla çalışmada öğrencilerin cetvelle birlikte birim kavramını anlamlandırması amaçlanmıştır. Nunes vd. (1993) çalışmalarında 6-8 yaş arası çocuklarla, çubuk kullanarak ölçme, santimetre kullanımı, cetvel kullanımı ve 4 cm'den başlayan kırık bir cetvel kullanımına yer vermişlerdir. Öğrencilerin stratejileri ve kullandıkları dilden (it is as long as the "little line [half] just after three") anladıkları üzere Nunes vd. (1993) geleneksel cetvelin, çubuklarla ölçmeye göre öğrencilerin akıl yürütmelerinde daha etkili olduğunu bulmuşlardır. Özellikle cetvelin sağladığı sayısal temsiller yoluyla, öğrencilerin kırık cetvelde bile çubukla ölçüme göre daha başarılı olduklarını, sayıları okuma girişiminde bulunmadıklarını ifade etmişlerdir. Eda ve Mert'in ve literatürde sözü edilen öğrencilerin kırık cetvelle ölçmeyi doğru bir şekilde gerçekleştirememesi, çentik sayması veya son sayıyı okuması gibi hata ve yanılgıları düşünüldüğünde bu sonuçların ilgi çekici olduğu görülebilir. Nitekim Kamii (2006) standart birimin öncelikle öğretimini önermekte ve santimetreyi anlamayan bir öğrencinin standart olmayan birimi de anlayamayacağını, her ikisinin de öğrenci için eşit zorlukta olduğunu ifade etmektedir. Boulton-Lewis vd. (1996) çocukların (5-8 yaş) standart olmayan birimlerle ölçmede başarısız olduklarını belirlemişlerdir. Erken yaşlarda çocukların standart birimlerle ve araçlarla ölçmede, standart olmayan birimlerle yaptıkları ölçmeye göre daha başarılı oldukları sonucuna varmışlardır. Ancak Yenilmez ve Pargan (2008) ikinci sınıf öğrencilerinin metreyi hem birim hem de uzunluk ölçmek için bir araç olarak algıladığını ifade etmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin yaşadıkları bu yanılgıların kavramın doğasından mı yoksa öğretimden mi kaynaklandığının anlaşılması önemlidir. Ancak yine de cetvel şimdiki çalışmada olduğu gibi uzunluk ölçümünün temel fikirlerini vermek ve görselleştirmek için bir araç olarak kullanılabilir (Nührenbörger, 2001). Benzer şekilde Van de Walle vd. (2010, s.358) ve Clements (1999) da öğrencilerin kendi cetvellerini yapmaları gerektiğini vurgulamaktadır. Saymanın özel bir ölçüm şekli olması ve boşlukların veya çentiklerin sayılmasıyla doğru bir ölçüm sonucu elde edilmesinden dolayı, öğrencilerin elde edilen ölçümün gerçekte ne anlama geldiğini anlaması (Bragg & Outhred, 2004), bir cetvelin

bir nesnenin bir diğeri boyunca yinelendiğini temsil ettiğini anlaması önemlidir. Bu noktada ayrık birimlere ve sürekli uzunluklara dikkat çekmek de önemlidir (Barrett & Clements, 2003). Dolayısıyla çeşitli cetveller inşa etmek ve kullanmak, sürekli ve ayrık miktarlar arasındaki farkı destekleyebilir (Barrett & Clements, 2003). Bu bağlamda öğrencilere kendi cetvellerini inşa ettirmek yararlı bir aktivite olmuştur (Van de Walle vd., 2010). Cetvel üzerindeki çentikler, özellikle işlevsellikleri hakkında dikkatli bir talimat verilmediğinde, bir öğrencinin sayımının odağı haline gelebilecek önemli özelliklerdir (Bragg & Outhred, 2004). Bu yüzden cetvelin parçalanarak yeniden oluşturulması etkinliğinde sözel olarak da vurgulanarak, çentiklerin nasıl atıldığı ve numaralandırıldığı süreçlerinin öğrencilere yaşatılması yararlı görülmüştür. Dolayısıyla Piaget'nin cetvel gibi standart araç, birim, sistem kullanımından önce uzunluğun korunumunun yapılandırılması gerektiği ifadesinin karşıtı olarak, Vygotsky'nin cetvellerin, çocuklar için uygun olabilecek kültürel araçlar olarak görüldüğü bakış açısını destekler nitelikte çalışmalar (Clements, 1999) literatürde yer almaktadır. Nitekim halihazırda seçilmiş ve cetvelde inşa edilmiş geleneksel birimlerin ölçmeyi daha da zorlaştırmadığı, aksine kırık cetvel yoluyla bile öğrencilerin sayısal temsillerden yararlandığı ve kendi yeni zihinsel araçlarını inşa ettikleri belirtilmektedir (Nunes vd., 1993). Nitekim hiyerarşik etkileşimcilikte de araçların öğrenme üzerindeki etkisi yadsınamazdır. Şimdiki çalışmada araçların oynadığı rolden fazlasıyla yararlanılmıştır. Ancak bu araştırmada cetvelle birim kavramının tanıtılması, öğrencilerin standart birimleri hâlihazırda tanıyor olması ve cetvele dair yanılgılarının giderilerek öğretime devam edilmesi sebebiyle bir gereklilik olarak görülmüştür. Standart araçlar olarak cetvelle ve standart birimlerle öğretime başlanması konusunda özellikle öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için ek çalışmalara ihtiyaç bulunmaktadır. Ancak, şimdiki araştırmacılar tarafından gerçekleştirilen öğretimde kırık cetvel kullanımının daha yararlı olduğu, sürekli önceki şemasına dönen öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin dikkatinin daha açık tutulmasını ve farkındalığının daha fazla olmasını sağladığı ve aynı zamanda neyi saydığını sürekli hatırlamasını sağlayarak birim kavramını pekiştirmeyi sağladığı düşünülmektedir. Cetvel kullanımını öğrenmek, çocukların eş birimlere ayırma ve birim büyüklüğü ile sayısı arasındaki ters ilişki fikirlerini içeren sürekli niceliklerin birimlerine ait şemaları oluşturmalarını sağlamaktadır (Solomon vd., 2015).

Dolaylı karşılaştırma etkinliğinde edinilen, gerektiğinde doğrusal hale gelebilen ip, tel gibi materyallerle öğrencilerin doğrusal olmayan nesnelerin üzerinden gitmesi ve ölçtükleri nesne boyunca fiziksel olarak ilerlemeleri (Barrett & Clements, 2003), uzaklıkların birikimi

ve uzunluğun tek boyutta yer kaplaması fikrini edinmeleri için de önemli olmuştur. Aynı şekilde doğrusal olmayan nesnelerin, şekillerin çevrelerinde ip ile yaptıkları takip, öğrencilerin çevre hesaplarken nesnelerin hangi kenar uzunluklarının dikkate alındığını anlamaları, kavramsal olarak çevrenin nesnenin etrafında dolanırken alınan toplam yol olduğu fikrini yaşamaları açısından önemli olmuştur. Cetvelin inşası etkinliğinde cetvelin önce 1 santimetrelik ayrık birimlere ayrılması, bu birimlerin farklı şekillerde temsil edilmesi (çizerek, kâğıt, ip, tel vs. keserek), ölçme eyleminin bu ayrık birimlerle ve öğrencilerin kendi fiziksel hareketleriyle gerçekleştirilmeye çalışılması ve ayrık birimlerin tekrar bir araya getirilerek cetvelin oluşturulması da öğrencilerin cetveli anlamlandırmaları bakımından yararlı olmuştur. Nitekim literatürde de benzer şekilde uygulamaları işe koşan araştırmalara rastlanmaktadır (örn., Barrett vd., 2011).

5.2. Uzunluk ve Dil

Matematik ve dil arasındaki ilişki önemlidir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için temel güçlükler sayı bilgisi, sayma süreçleri, aritmetik işlemler ve hesaplamada akıcılık konularında ön plandadır. Ancak matematik gelişimi ve dil arasındaki bağlantı da unutulmamalıdır. Disabilities Education Act of 2004 tanımı da doğrudan dile atıfta bulunur: öğrenme güçlüğü "dinlemeyi, düşünmeyi, konuşmayı, okumayı, yazmayı veya matematiksel hesaplamaları yapmak için kusurlu bir şekilde kendini gösterebilen, sözlü veya yazılı bir dili anlamaya ya da kullanmaya yönelik temel psikolojik süreçlerin bir ya da daha fazlasında görülen bir bozukluk" şeklinde tanımlanır (Thomas vd., 2015). Hem okuma hem matematik güçlüğüne sahip öğrencilerin yalnızca matematik güçlüğüne sahip öğrencilere göre matematikte daha fazla güçlük yaşaması (Andersson, 2010; Jordan & Hanich, 2000) da dilin matematik öğrenmeye olan etkilerini ispatlar niteliktedir. Thomas vd. (2015) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kelimelerle doğru anlamı ilişkilendirme, kelimelerin matematiksel anlamlarını anlama, matematik dilinin semantik yapısını, matematiksel terimleri ve özellikle de çoklu anlama ya da uygulamaya sahip terminolojiyi anlamada zorluk yaşayabileceklerini ve her matematik öğretmeninin içerik için uygun olan dili öğrencilere öğretmeleri gerektiğini belirtmektedir. Butterworth ve Laurillard (2010) öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin aritmetiği öğrenmede yaşadıkları güçlükleri, öğrencilerin dile ait zayıf becerilere sahip olmalarına bağlamaktadır. Benzer şekilde Andersson (2010) okuma ve dili anlamanın aritmetikte gelişimi etkileyebildiğini ortaya koymuştur. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin problem çözmede yaşadıkları güçlükler de, problem çözmenin dile ait becerileri gerektirmesine bağlanmaktadır (Namkung & Peng,

2018, s. 38). Benzer şekilde Miller ve Mercer (1997) dilin, hesaplama ve problem çözmede matematik gerçeklerini, kurallarını ve bir çok adımın anımsanması ve kullanılmasını sistematize etmede bir gereklilik olduğunu ifade etmektedir. Uzunluk kavramı bakımından dilin önemi ele alındığında ise, Szilagyi vd. (2013) dilin kullanımına dikkat çekmektedir. Onların çalışmalarında doğrusal nesneler için uzun kelimesinin kullanıldığı ve bu kullanımın uzun kelimesine dair anlayışı kısıtladığı belirtilmektedir. Barrett ve Clements (2003) birim özelliklerinin sözel olarak sınıf ortamında açıkça konuşulması gerektiğinden söz eder. Aynı şekilde Clements (1999) ölçme eylemini içeren sınıf tartışmalarının "Ne sayıyorsunuz?" sorusuna odaklanması gerektiğini belirtmektedir. Benzer şekilde Güven ve Argün (2018) günlük hayatta ve öğretimde kullanılan dilin öğrenme güçlüğüne sahip ilköğretim öğrencilerinin uzunluğu öğrenmeleri açısından önemli olduğunu vurgulamaktadır. Benzer şekilde şimdiki çalışmada da öğrencilerin günlük hayatta ve öğretimde kullanılan dilden etkilendikleri ve aynı zamanda özellikle Eda'nın kelime telaffuzu ve sözel kavrayışının öğrenmesini etkilediği görülmüştür. Örneğin Eda tamamen kelimesini "tümamen" şeklinde telaffuz etmekte, hizalamayı "hizarlamak" şeklinde kullanmaktadır. Öğretim öncesi seviyede, Eda ve Mert'ten uzunluğu tanımlamaları istendiğinde, her ikisi de uzunluğu boy temsilini kullanarak tanımlamıştır. Öğrencilerin günlük dilde en sık karşılaştıkları uzunluk temsilinin boy olduğu ve boy kavramının uzunluğun diğer temsillerine göre, doğru ya da yanlış biçimde, daha sık kullanıldığı düşünüldüğünde bu algı yadsınamazdır. Bununla birlikte, günlük hayatta 3-boyutlu bir nesnenin en uzun boyutu nesnenin uzunluğu olarak ifade edilmektedir. Dolayısıyla uzunluk niteliğine ait temsillerden birini ifade etmek için uzunluk ifadesi kullanılmaktadır. Bu temsilin ise genellikle boy olduğu (örn., insan boyu) düşünülmektedir. Nitekim Türk Dil Kurumu (TDK) tarafından en kavramının "boy, uzunluk karşıtı" şeklinde tanımlanması boy ve uzunluğun birbirinin yerine kullanımına bir örnektir. Uzunluğu boy olarak algılama günlük hayattan, günlük dilin kullanımından kaynaklanan bir yanılgıdır, nitekim yanılgıların hem sınıftan hem de öğrenenin etkileşim içinde bulunduğu fiziksel ve sosyal dünyadan kaynaklanabileceği belirtilmektedir (Smith III, diSessa ve Roschelle, 1993). Hiyerarşik etkileşimciliğe göre bazı öğrenme alanları kültürel ve sosyal deneyimlerden daha fazla etkilenmektedir (Clements & Sarama, 2014). Bu öğrenme alanlarından birinin de uzunluk olduğu düşünülmektedir. Sarama vd. (2011) kelime gelişiminin- özellikle öğrenme yol haritasının ilk seviyesinde- öğrencilerin daha üst seviyelerde uzunluk anlamasını yapılandırmaları için önemli olabileceğini ifade etmektedir. Benzer şekilde söz konusu çalışmada da Eda ve Mert'in kullanılan dilden fazlasıyla etkilendiği, özellikle temel kavramlarda bu problemlerin yaşandığı görülmüştür. Öğretim

öncesi seviyede Mert'in niteliğin farklı temsillerini anlama ve ifade etmede günlük dilden ve kelimelerin yapısından etkilendiği görülmektedir. Mert yüksekliği kendisine göre yüksek olma durumunda aramıştır. "Genişlik alandır" "Alan etraftır", "Etraf çevredir" şeklinde tanımlamalar yapmıştır ancak Mert bu kelimelerin matematiksel anlamlarını kastederek kullanmamıştır. Öğrencilerin kullanılan günlük dilden ve matematik dilinin kendisinden etkilendiği diğer çalışmalarla (Feza-Piyose, 2012; Sarama vd., 2011) sabitken; yükseklik, yüksek olma durumudur gibi kavrayış örneklerine literatürde öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler dışında (Güven & Argün, 2018) rastlanmamıştır. Dolayısıyla bu farklılıkların öğrencilerin öğrenme güçlüğüne sahip olmalarından kaynaklanıp kaynaklanmadığı incelenmelidir.

Keijzer ve Terwel (2004) düşük başarılı bir öğrenci olan Shirley'e, sınıf ortamında tüm öğrencilerin ve Shirley'in yararlanabileceği kesir kavramına dair bir öğretim uygulamak istemişlerdir. Ancak öncelikle Shirley'in kullandığı kesir diline dikkat etmişlerdir. Shirley'in kesir parçalarını isimlendirmede problemlerinin olduğunu, örneğin, her bir parçayı "çeyrek" ya da "piece" şeklinde isimlendirdiğini gözlemlemişlerdir. Örneğin Shirley "3 çeyrek" diyerek "1/3" veya "3/1" yazmaktadır. Benzer şekilde şimdiki çalışmada da Mert ve Eda eş parçalama eylemlerinde güçlükler yaşamıştır. Bu etkinliklerde özellikle Eda ile iletişimde çeşitli zorluklar yaşanmıştır. Eda da Shirley gibi eş parçalama eyleminde elde ettiği tüm parçaları "yarım", "yarısı" şeklinde ifade etmektedir. Mazzocco vd. (2013) yarım kesir (yarısı) kavrayışının düşük başarılı ve tipik başarılı öğrencilerde 4. sınıfta yapılanırken, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerde 7. sınıfa kadar yapılanmadığını ve 8. sınıfta bu kavrayışın tam olarak yapılandığını belirtmişlerdir. Keijer ve Terwel (2004), 25 ders sonunda Shirley'de dile dair bekledikleri ilerlemeyi görememişlerdir. Shirley uzun bir zaman boyunca formal olmayan kesir isimlerini kullanmaya devam etmiştir ve formal olmayan dilin yanında formal dili kullanması çok uzun zaman almıştır (Keijzer & Terwel, 2004). Benzer şekilde Eda ve Mert de santimetre ifadesini her ölçüm sonucunun yanına eklemekte öğretim deneyi boyunca ısrar etmiştir ve tekrar tekrar eski şemasına geri dönebilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin kullandıkları dile ait şemalarını değiştirmenin zorluğu görülebilmektedir. Eğer Shirley'in öğrenme güçlüğüne sahip olmadığı biliniyorsa, şimdiki çalışma ve bu çalışmanın bulguları incelendiğinde, öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin dil kavrayışı konusunda benzer özelliklere sahip olduğu söylenebilir. Benzer şekilde Mabbott ve Bisanz'ın (2008) çalışmasına göre öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler çarpma işleminde düşük başarılı

akranlarıyla benzer performans sergilemişlerdir. Ancak Mazzocco vd. (2013), yine kesir kavramına dair, 8. sınıfta tüm öğrenciler için zorluklar söz konusu olsa da, bu zorlukların doğasının düşük başarılı ya da öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler arasında değiştiğini bulmuşlardır.

Niteliğin farklı temsillerini tanıma şemasının gelişmesi ile öğretim ile ulaşılan seviyede Mert ve Eda niteliğe ait terimleri doğru bir şekilde kullanmaya başlamıştır ancak, uzunluk niteliği ile ilgili kıyaslamalarda büyük-küçük gibi belirsiz sıfatları kullandıkları durumlar yaşanmıştır. Öğretim ile ulaşılan seviyede öğrencilerin terminolojiyi yani uzunluk, yükseklik, çevre, santimetre ve metre gibi kelimeleri doğru bir şekilde kullandığı söylenebilir. Ancak öğrencilerin terminolojiyi öğrenip ölçmeye dair kavramsal anlamadan uzak olma durumları da söz konusu olabilir. Öğrencilerin terminolojiye ait bilgileri sözel-dilsel formda kalabilir, kullanılan terminolojinin içselleştirilerek bir üst forma taşınması gerekir. Bu durumda öğrencilerin bu kelimelerden kavramsal olarak ne anladığı ortaya çıkarılmalıdır. Öğretim ile ulaşılan seviyede Mert ve Eda'nın sözü edilen kavramları tanımlamaları incelendiğinde, kelimeleri matematiksel olarak doğru bir şekilde kullandıkları söylenebilir. Yalnızca doğrusallık kelimesini öğrenciler düz şeklinde ifade etmeye devam etmiştir. Sebebinin günlük kullanımın etkisi olduğu ve kelimenin düz şeklinde bir alternatifinin olması olduğu düşünülebilir. Nitekim Mert ve Eda'nın düz kelimesini kullandıklarında bir yüzeyi değil tek boyutu kastettikleri anlaşılmaktadır. Dolayısıyla-öğretim boyunca görülen bir ihtiyaç olarak-öğrencilerin kullandıkları kelimelerle ne kastettiğinin anlaşılması önemlidir. Greig ve Taylor'a (2007) göre öğrencinin düşüncelerini öğrenmek ve anlamak için onun dünyasının farklı olduğunu kabul etmek ve öğrenciyi farklı şekillerde dinlemek gerekmektedir.

5.3. Literatürle Benzerlik ve Farklılıklar

Bu başlık altında öğrenme güçlüğüne sahip sırasıyla 9 ve 10 yaşlarında olan Mert ve Eda'nın uzunluk kavramına dair kavrayışları ve yanılgıları literatürle karşılaştırılarak özetlenmiştir. Öğretim öncesi seviyede öğrenciler literatürdekine benzer olarak cetvelle bir uzunluğu ölçerken 0 yerine ölçmeye 1'den başlamışlardır (Bragg & Outhred, 2004; Kamii, 1995; Lehrer, 2003). Eda'ya özgü olmamakla birlikte Mert'in literatürle benzer şekilde basit uzunlukları ölçerken farklı büyüklükteki birimleri karışık kullandığı görülmüştür (Sarama & Clements, 2009). Aynı zamanda olmaması gerektiğini ifade ettikleri halde, 9-10 yaş grubu akranlarına benzer şekilde, Mert ve Eda'nın birimleri yinelemede boşluklar bıraktıkları

ancak bunun farkında olmadıkları söylenebilir (Hiebert, 1981). Eda birimleri yinelerken birimler arasında boşluk bıraksa dahi birimlerin üst üste binmemesine dikkat etmiştir. Ancak, Mert'in yaptığı ölçümlerde buna özen göstermediği zamanlar olmuştur. Bu durumun Mert'in çabuk sıkılan yapısından kaynaklandığı düşünülmektedir. Literatürde daha çok küçük yaştaki öğrencilerin birim sayıları yetersiz olduğunda uzunluk ölçümünü tamamlayamadıkları belirtilirken (Bragg & Outhred, 2004); Mert ve Eda birimlerin tekrarlı kullanımına başvurabilmektedir. Tıpkı Eda'nın öğretim öncesi seviyede yaptığı gibi, öğrencilerin birimleri yinelerken birimler arasına parmaklarını koydukları literatürde de görülmüştür (örn., Szilagyi vd., 2013). Aynı zamanda literatürde öğrencilerin cetveli yanlış hizalayabildiğinden (Bragg & Outhred, 2000; Stephan & Clements, 2003) ve nesneyi cetvelin köşesiyle hizalayarak ölçebildiklerinden söz edilmektedir (Kamii, 1995). Mert ve Eda'nın dikkatlerinin dağınık olduğu bir durumda bunu yaptığı, ancak daha sonra fark ederek düzelttiği görülmüştür. Daha öncede belirtildiği gibi literatürde (Bragg & Outhred, 2004; Kamii, 1995; Solomon vd., 2015; Stephan & Clements, 2003) belirtilen cetvel ya da ölçek üzerindeki aralıklar yerine çentikleri veya sayıları sayma hatalarını Mert ve Eda da gerçekleştirmektedir. Benzer şekilde 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin cetvel ve nesne yanlış hizalanmış bir şekilde (cetvelin sol ucuyla hizalanmadan verilen bir nesne) yerleştirildiğinde doğru ölçüm yapamadıkları belirtilmektedir (Kayhan & Argün, 2014) ki bunun sebebi de büyük olasılıkla öğrencilerin çentik sayması veya son sayıyı okumasıdır. Cetvelle yapılan ölçme eyleminde, nesnenin yalnızca bitiş noktasına odaklanma Bragg & Outhred, 2004), Mert ve Eda'nın önceki şeması olarak görülmektedir. Mert ve Eda literatürle benzer bir şekilde çevre ve alan kavramlarını birbirine karıştırmıştır (Şişman & Aksu, 2009). Öğretim ile ulaşılan seviyede kavramsal olarak düzlemde yer kaplama özelliği ile tek boyutta yer kaplama özelliklerini ayırt edebilmelerine rağmen, bu niteliklerin miktarının belirlenmesi bağlamında alan ile uzunluğun birbiri ile ilişkili olduğunu düşünmüşlerdir. Miktar ve hesaplama gündeme geldiğinde bu şekilde ortaya çıkan bir kavrayışa literatürde rastlanmamıştır. Mert ve Eda öğretim öncesi seviyede birim uzunluğu ve ölçüm için gerekli olan birim sayısı arasındaki ters ilişkinin farkındadır. Nitekim Clements ve Sarama'ya (2009) göre 7 yaşında bir çocuk daha uzun birime daha az ihtiyaç duyulacağını açıkça ifade edebilir.

Ülkemizde yapılan çalışmalar incelendiğinde, ikinci sınıf öğrencilerinin standart birimlere dair algılarının incelendiği ve öğrencilerin metreyi hem birim hem de uzunluk ölçmek için bir araç olarak algıladıkları ortaya çıkmıştır (Yenilmez & Pargan, 2008). Benzer şekilde

katılımcı öğrenciler de öğretim öncesi seviyede sorulan bir dolaylı karşılaştırma sorusu için cetvel kullanamayacakları belirtildiğinde, metre kullanabileceklerini ifade etmişlerdir. Bunun sebebi günlük hayatta kullanılan ölçme araçlarından birinin metre şeklinde isimlendiriliyor olması olabilir. Nitekin TDK'da metre "üzerinde desimetre, santimetre ve milimetre imleri bulunan, bir metre uzunluğundaki ölçü aracı" şeklinde tanımlanmıştır. Literatürde karşılaşılmayan ve Mert ve Eda'nın her ikisinde de görülen bir kavrayış olarak yaptıkları her ölçüm sonucunu cm ile ifade etmeleri veya da Eda'nın ölçüm sonucunu birim kullanmadan ifade etme eğilimi de önemlidir. Aynı zamanda öğretim öncesi seviyede Mert'in doğrusal olmayan eğrilerin uzunluklarını başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık olarak tanımlama durumu Sarama ve Clements (2009) tarafından 8 yaşında aşılan bir durum olarak belirtilmektedir. Nitekim Mert öğretim ile ulaşılan seviyede bunu aşabilmiştir. Öğretim öncesi seviyede Mert'in aynı hizada olmayan doğrusal nesneleri her iki uçtan da ayrı ayrı değerlendirmesi de literatürde karşılaşılmayan bir kavrayıştır. Bunun yanında Eda'nın öğretim öncesi seviyede doğrusal olmayan eğri ve nesnelerin uzunluklarının ölçülemeyeceği, bazı uzunlukların çok kısa, bazılarının çok uzun olduğu için ölçülemeyeceği fikri, yine Eda'nın derinlikle hacim kavramını karıştırması, öğrencilerin uzunluğu boy temsiline aşırı özellemesi, Mert'in ip ile ölçüm yapabileceğini keşfettikten sonra parça parça yapacağı uzunluk ölçümlerinde cetvel yerine ipi kullanmak istemesi öğrencilerin literatürde görülmeyen farklılıklarıdır. Mert'in öğretim öncesi seviyede Eda'nın ise ölçüm sonucunda birimi söylemesi gerektiğine dair yapılan etkinlikler sonucunda oluşan şeması olarak, özellikle cm şeması, baskın bir şemadır ki öğrencilerin bu şemayı değiştirmesi zor olmuş ve öğretim boyunca dikkatsizlik durumlarında öğrencilerin bu şemalarına geri döndükleri görülmüştür. Bu durum hiyerarşik etkileşimciliğin daha önce de açıklandığı gibi hiyerarşik gelişim ilkesinde açıklanan bir durumdur (Szilágyi vd., 2013).

Öğrencilerin özellikle birim kavramını yapılandırmakta zorlandıkları görülmüştür. Her öğretim oturumunda tekrar edilen, gündeme gelen ve önemli olan ve öğrencilerin edinmede zorluk yaşadıkları temel kavramın birim kavramı ve uzunluğun yer kaplama özelliği olduğu söylenebilir. Temel kavrayışlarda yaşanan eksikliklerin sebebinin niteliklerin korunumu, uzunluğun sürekliliği, toplanabilirliği ve tek boyutta yer kaplama özelliklerine dayandığı söylenebilir. Öğrencilerin sürekli tekrar eden ve öğretime rağmen zaman zaman devam eden hataları ve geri döndükleri şemaların, birimin ne olursa olsun cm ile ifade edilmesi ve cetvelde çentik sayma şemaları olduğu söylenebilir. Bu davranışların altında yatan sebeplere odaklanılırsa her ölçüm sonucunu cm ile ifade etme- birimin uzunluğuna dikkat etmeme,

birimde esas noktanın birimin uzunluğu olduğuna dikkat etmeme ve dolayısıyla birimin ne anlama geldiğini kavrayamamış olma ile ilgili yani birim kavrayışı ile ilgili olduğu söylenebilir. Cetvelde çentikleri sayma da aynı şekilde birim kavramının anlaşılmaması, ölçme eyleminin yalnızca saymaya indirgenmesi, ölçme eyleminin nesnenin referans alınan birimle kıyaslanarak, söz konusu birim kadar tek boyutta kaplanan yer miktarı büyüklüğünün hesaplandığının anlaşılmaması ile ilgilidir. Bu ise yine birimi anlamamak, birimi saymamak, birimin uzunluk niteliğinin dikkate alınarak tek boyutta kapladığı yerleri dikkate almaksızın bu eylemi gerçekleştirmekle ilgilidir. Mert eski şemasına geri döndüğü durumlarda hatasını fark ederek doğru açıklamalarda bulunabilmiştir. Mert cetvelde çentiklerin ne anlama geldiğini doğru bir şekilde ifade edebilmektedir, ancak eski şemasına geri dönmemesi için bu bilgilerin içselleştirilmesinin gerekli olduğu aşikardır. Çünkü başarılı uygulamalar belirli bir seviyenin kullanımının artmasını sağlamaktadır (Szilágyi vd., 2013) Yine ülkemizde yapılan bir çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin bile cetvelle ölçmeye sıfır yerine birden başladıkları, aralık yerine çentikleri ya da cetveldeki sayıları saydıkları, cetveldeki son sayıyı her zaman ölçüm sonucu olarak ele aldıkları, uzunluk ölçümünde birimleri karışık kullanabildikleri ve niteliğe uygun birim seçiminde problemler yaşadıkları belirtilmektedir (Sisman & Aksu, 2012). Dolayısıyla Sisman ve Aksu'nun (2012) çalışmasına göre dördüncü ve beşinci sınıfta bulunan Mert ve Eda'nın öğretim öncesi seviyede bu yanılgılara sahip olması yadsınamazdır.

Öğrenme yol haritalarının karşılaştırılması. Sarama ve Clements (2009) öğrenme yol haritasına ait düşünme seviyeleri içerisinde, öğrenciler bir seviyenin davranışlarının tamamını gerçekleştirdiğinde, ancak bir üst seviyedeki davranışların tamamını gerçekleştiremediğinde, öğrencilerin o seviyede olduğuna karar verdiklerini belirtmiştir. Nitekim öğrenci belirli bir seviyede olsa da önceki seviyelerde yapılandırdığı şemalara çeşitli nedenlerden dolayı geri dönebilmektedir, bu durum onun önceki seviyelerde olduğunu göstermemektedir. Aynı şekilde öğrenci bulunduğu seviyenin bir üstü olan seviyenin davranışlarını da gösterebilmektedir.

Clements ve Sarama (2009) tarafından oluşturulan ve daha sonra çeşitli çalışmalarla gözden geçirilen (örn., Barrett vd., 2012; Szilagyi vd., 2013) uzunluk kavramına dair öğrenme yol haritası incelendiğinde, Mert ve Eda'nın öğretim öncesi düşünme seviyelerinin, 7 yaş civarında bulunan "Uzunluk Birimi İlişkinlendirici ve Tekrarlayıcı" seviyesi ile benzerliği dikkat çekmektedir. Özellikle Mert, Szilagyi vd.'nin (2013) bu seviyeye sonradan eklediği farklı birimleri karşılaştırma eylemlerinde birimlerin uzunluklarını dikkate almadan ölçüm

sonucunda belirtilen sayıya göre büyük sayı içerenin daha uzun olacağını düşünme davranışını sergilemiştir. Eda bu yanılgıya kapılmamış ve Mert'ten farklı olarak uzunlukların önemli olduğunu belirtmiştir. Ancak yine de Eda daha önce belirtildiği gibi ölçüm sonuçlarını ifade ederken yalnızca birim sayısını ifade etmekle yetinebilmektedir. Dolayısıyla bu durum birimi dikkate almamanın farklı bir sonucu olarak değerlendirilmiştir. Aynı zamanda araştırmacılar "Uzunluk Birimi Tekrarlayıcı" seviyesinde öğrencilerin tıpkı Eda gibi birimleri yinelerken araya parmaklarını koyabildiğini ve parmaklarının genişliğinin ölçüme dahil edildiğinin farkında olmadıklarını belirtmektedir. Bu seviyede bazı öğrencilerin ise hayali birimleri işaretlemek için parmaklarını kullanabileceğini belirtmişlerdir. Bu seviyedeki öğrencilerin, bütünü parçaların toplamı olarak gördükleri ancak bu parçalamanın eş olup olmadığına dikkat etmedikleri ifade edilmektedir. Benzer stratejileri birimleri yineleme veya eş parçalama eylemlerinde Mert ve Eda da gerçekleştirmiştir. Eda, belki de Mert'ten bir yaş büyük olması sebebiyle, 8 yaş "Yol Ölçer" seviyesine ait bazı davranışlara sahiptir. Örneğin Mert'e kıyasla bazı dolaylı karşılaştırma durumlarında doğrusal olmayan bir yolun uzunluğunu temsil etmek için esnek bir nesne kullanılabileceğini kendisi kolaylıkla keşfetmiştir. Yine dolaylı karşılaştırma durumlarında zikzak biçimindeki yolların uzunluğunu, Mert, başlangıç ve bitiş noktaları arsındaki mesafe olarak değerlendirirken; Eda, doğrusal hale getirmese de parça parça uzunlukları ölçmüş ve toplamıştır. Ancak Eda'nın bir üst seviye olan "Yol Ölçer" seviyesinde sayılabilmesi için gerekli olan cetvelde sıfır noktasını anlamlandırma, cetvelin eş birimlerden oluşan bir nesne olduğunu anlama, kırık cetveli veya sayısı olmayan bir cetveli kullanabilme, yine aynı yaşta (8 yaş) farklı bir seviye olan "Kavramsal Cetvel Ölçer" seviyesinden, içsel bir ölçüm aracına sahip olma, zihinsel olarak bir nesneyi hareket ettirme, parçalara ayırma gibi eylemleri gerçekleştiremediği görülmektedir. Dolayısıyla öğrenme güçlüğüne sahip olan 9 ve 10 yaşlarında iki öğrencinin bu çalışmada belirlenen öğretim öncesi düşünme seviyelerinin, Clements ve Sarama tarafından belirlenen öğrenme yol haritasının- gelişim hızları farklı olmakla ve içerikleri de ayrıntılandırılabilir olmakla birlikte- 7 yaş civarında tanımlanan "Uzunluk Birimi İlişkinlendirici" ve "Tekrarlayıcı" seviyesine tekabül ettiği söylenebilir.

Öğretim öncesi seviyede, katılımcı öğrencilerin Clements ve Sarama tarafından belirlenen öğrenme yol haritasına göre 7 yaş seviyesinde bulunması, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin akranlarını 2 yıl geriden takip etmesi kriteri ile tutarlı bir sonuçtur (APA, 2013, s. 69). Benzer şekilde Mabbott ve Bizans (2008) tarafından öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin çarpma işlemindeki beceri ve bilgilerinin niteliksel olarak daha küçük yaştaki,

benzer yetenekli öğrencilerle benzer olduğu görülmüştür. Dolayısıyla şimdiki çalışma herhangi bir özel eğitim ya da müdahaleye maruz kalmadan önce öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramı bağlamında da daha küçük yaştaki öğrenci performansına sahip olduğunu destekleyen bir çalışmadır. Ancak bu çalışma aynı zamanda öğrenci düşünmesini ve öğrenmesini dikkate alarak yapılan bir müdahale dahilinde öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin akademik anlamda yaşıtlarıyla arasındaki farkın azaltılabileceğini de göstermektedir. Öğretim ile ulaşılan seviyede artık her iki öğrenci de yukarıda sözü edilen yanılgılarını gidermiş ve eksiklerini tamamlamıştır. Öğrencilerin öğretim ile ulaşılan seviyelerinin ise 8 yaş "Yol Ölçer" seviyesine tekabül ettiği söylenebilir. Bu seviyeler öğrencilerin uzunluğu parçalayabildiği ve birleştirebildiği seviyelerdir. Bu seviyede öğrenciler uzunluk ve uzunluğun parçaları arasındaki ilişkiyi anlayabilmektedir. Uzunluğun toplanabilirliği kavramları tersinirdir; öğrenciler bir bütün uzunluğun parçalara ayrılabildiğini ve parçalar eklendiğinde bütün uzunluğu oluşturacağını anlayabilmektedir (Szilagyi vd., 2013). Nitekim Eda ve Mert cetvelin önce parçalara ayrıldığı ve daha sonra bu parçaların birleştirilerek tekrar cetvelin oluşturulduğu cetveli parçalama ve oluşturma etkinliğini ve benzer etkinlikleri gerçekleştirmiş ve anlamlandırmışlardır. Bu seviyede öğrenciler başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe daha kısa olsa da doğrusal olmayan zikzak yolun doğrusal yoldan daha uzun olabileceğini anlamışlardır. Zikzak yolun uzunluğunun başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık değil, parçalarının toplamı olduğunu anlamışlardır. Cetveli eş birimlerin birleşimi olarak görebilmiş ve cetvel üzerindeki sayıların bu birimlerin sayısını belirttiğini kavramışlardır. Aynı zamanda cetvel üzerindeki sıfır noktasının anlamını ve önemini de kavramışlardır. Bununla birlikte cetvelin eş birimlerin birleşimi ile oluşan bir nesne olduğunu anlamakta ve kırık cetveli ve numaralandırılmamış cetveli kullanabilmektedirler. Nitekim bu bilgi, beceri ve düşünmelerin 8 yaş "Yol Ölçer" seviyesine ait olduğu görülebilir (Szilagyi vd., 2013). Szilagyi vd. (2013) aynı yaşa ait "Yol Ölçer" alt seviyesinde yapılandırılan tüm becerilerin, aynı yaşa ait bir diğer alt seviye olan "Uzunluk Ölçer" seviyesinde tamamlandığını, genelleştirildiğini ve ilişkilendirildiğini belirtmektedir. "Uzunluk Ölçer" seviyesinde öğrencilerin özellikle parça bütün anlayışının daha esnek ve bütünleşik olduğu, birimlerin birleşimi ve birimlerin birimlerine dair kavrayışı içerdiği gibi, bunlar arasındaki ilişkilere dair de zihinsel temsillerin yer aldığını ifade etmektedir. Örneğin, öğrenci 3 metrenin 300 santimetre olduğunu bilebilmektedir. Ancak yine de bu anlayışın çok esnek olmadığı ifade edilmektedir. Şimdiki çalışmada da öğrenciler öğretim ile ulaşılan seviyede metre, santimetre ve milimetre arasında dönüşüm yapabilmektedir. Ancak öğrencilerin öğrenme

güçlüğüne sahip olması bu tür sayısal becerilerin ön planda olduğu eylemlerde çok esnek davranabilmelerini engelleyebilmektedir. Öğretim ile ulaşılan seviyede, Clements ve Sarama tarafından 8 yaş için bir üst seviye olarak tanımlanırken, daha sonra Barrett vd. (2012) tarafından 9 yaşa ait bir seviye olarak ele alınan Kavramsal Cetvel Ölçer seviyesi için gerekli olan, birimleri (birim tarafından kaplanan yeri) sayma, birim hareketlerinde birimin bittiği noktayı temsil etmek için işaret kullanma ve sıfırdan itibaren uzunluğun birikimini ifade etmek için çentikleri numaralandırma şemalarını koordine etme eylemlerini her iki öğrencinin de gerçekleştirdiği söylenebilir. Ancak bu seviyede öğrenciden içsel bir ölçüm aracına sahip olması, zihinsel olarak bir nesneyi hareket ettirmesi, parçalara ayırması ve parçaları sayması, ölçümler üzerinde aritmetik işlemler yapması ve doğru bir şekilde tahminlerde bulunması da beklenmektedir. Ancak öğrencilerin eş parçalama eylemlerinde gelişmemiş stratejiler kullanması ve öğretimde ölçümler üzerinde aritmetik işlemlere, nicel muhakeme ve görsel uzamsal becerilere kapsamlı olarak yer verilmemesi sebebiyle öğrencilerin 9 yaş Kavramsal Cetvel Ölçer seviyesinde bulunduklarını söylemek doğru olmayacaktır. Buna rağmen bu beceriler haricinde, öğrencilerin bu seviyede diğer kavrayışlara sahip olduğu belirtilmelidir. Öğrencilerin 4 aylık bir süre içerisinde eş parçalama eylemlerinde gelişmemiş stratejiler, ölçümler üzerinde aritmetik işlemler, nicel muhakeme ve görsel uzamsal beceriler noktalarında verimli şemalar oluşturamamış olmaları yadsınamazdır. Nitekim öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayılar, aritmetik işlemler ve görsel uzamsal yetenekleri noktasında çeşitli güçlükler yaşadıkları bilinmektedir (Andersson & Östergren, 2012). Feza-Piyose (2012) da öğrencilerin özellikle sayılar öğrenme alanına dair hazır bulunuşluklarının uzunluk kavramını öğrenmedeki etkisini vurgulamıştır. Ölçme, hem uzamsal becerileri hem de sayısal becerileri gerektirmektedir (Casey vd., 2011). Bununla birlikte Bizzaro vd. (2018) geometri öğrenme alanında başarı gösteremeyen beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin alan ve çevre hesaplamada da başarılı olamadığını ve bu öğrencilerin çalışan bellek, hesaplama ve görsel uzamsal yetenekte güçlükler yaşadığını gözlemlemişlerdir. Nitekim görsel uzamsal yeteneği zayıf olan öğrencilerin geometride de zorlandığı belirtilmektedir (Mammarella vd.'den aktaran Bizzaro vd., 2018). Dolayısıyla öğrencilerin zihinsel bir ölçme aracı inşa ederek, bunu her durumda uygulaması, uzunluklara dair doğru tahminler yapabilmesinin görsel uzamsal yeteneği gerektireceği düşünülebilir. Gabel ve Enochs (1987) ise yüksek seviyede görsel uzamsal yeteneğe sahip olan öğrencilere uzunluk, alan ve hacim kavramlarının bu sırayla öğretiminin başarılı olduğunu ancak düşük görsel uzamsal yeteneğe sahip öğrencilere ilk olarak hacmin öğretilmesinin daha başarılı olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla görsel uzamsal yeteneğin, uzunluk öğrenmedeki

etkisinin, uzunluğun tek boyutlu olmasından, alandan ve hatta hacimden bağımsız olarak görselleştirilmesinin daha doğru bir ifadeyle somutlaştırılmasının mümkün olmamasından kaynaklı olarak önemli hale geldiği ve düşük görsel uzamsal yeteneğe sahip öğrencinin bu noktalarda zorluk yaşayabileceği düşünülebilir. Ölçmeye dair tahmin ise tam olarak hesaplama yeteneği ile ilgili görülmemekle beraber benzer bilişsel becerileri gerektirmektedir. Andersson (2010) 9 ila 13 yaşlarındaki öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerde gözlemlediği tahmin etmede yaşanan güçlüğü öğrencilerin miktarları manipüle etme ve tahmin etmek için kullanılan görsel-uzamsal sayı sistemine ilişkin bir eksikliğe sahip olma ihtimaline dayandırmıştır. Uzunluk tahmini, uzunluktaki artışlara ve sayıdan uzunluğa ve uzunluktan sayıya eşleme için artan sayısal değerlerin uygulanmasını içermektedir (Joram vd., 2005). Ancak öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler sembolik olmayan çoklukların tahmininde, diğer akranlarına göre daha çok algısal ipuçlarına (örn., örneğin noktaların toplam alanı gibi) odaklanmaya, sayısal mantıktan çok algısal bilgileri kullanmaya eğilimlidirler (Mejias vd., 2012; Munro, 2003). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bir sayının sembolik temsili ile büyüklük temsili arasında bağlantı kuramadıkları, bu yüzden de sembolik olmayan etkinlikler kullanıldığında da yaklaşık sayı temsillerinde ve buna dair tahmin yürütmede tipik öğrenciler kadar ilerleme kaydedemedikleri belirtilmektedir (Mejias vd., 2012). Uzunluk birim olarak alınan standart bir birim bağlamında sayısal bir büyüklük temsili olarak ele alındığında, öğrencilerin uzunluk tahminlerinde 4 aylık bir süre zarfında iki üst düşünme seviyesine ulaşamamalarının, literatürde de (Andersson, 2010; Mejias vd., 2012; Joram vd., 2005) belirtilen sebeplerce makul görülebileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin Kavramsal Cetvel Ölçer düşünme seviyesine ulaşabilmeleri için tahmine, nicel muhakemeye ve görsel uzamsal yeteneğin gelişimine daha fazla odaklanan etkinlik dizilerinin uygulanmasının gerekli olduğu görülmektedir. Özetlenecek olursa; öğrenme güçlüğüne sahip 9 ve 10 yaşında bulunan Mert ve Eda'nın öğretim ile ulaşılan seviyede 8 yaş "Uzunluk Ölçer" seviyesinde olduğu söylenebilir. Mert ve Eda'nın 4 aylık süren bir öğretim etkinlikleri dizisi ile 7 yaş seviyesinden 8 yaş seviyesine ulaşması ve 9 yaş "Kavramsal Cetvel Ölçer" seviyesinin uzunluk ölçmeye dair kavramsal gerekliliklerini yerine getirmiş olması önemli bir sonuçtur. Katılımcı öğrencilerin 9 yaş "Kavramsal Cetvel Ölçer" seviyesinin işlemsel gereklilikleri yerine kavramsal gerekliliklerinde daha başarılı olması, literatürde yer alan ÖGS öğrencilerin yapılan öğretim müdahaleleri ile gelişimlerinin kavramsal yönde olduğu (Tsuei, 2014) ve sembolik veya işlemsel konulardan çok kavramsal konularda daha başarılı olduğu (Munro, 2003) araştırma sonuçları ile tutarlıdır. Ayrıca

hiyerarşik etkileşimcilik birçok öğrencinin gelişimi hakkında aşama kavramının geçerliliği ve genelliği konusunda şüpheciliği benimsemiştir (Daro vd., 2011). Clements ve Sarama (2014), Piaget'in aşama kavramı ile hiyerarşik etkileşimciliğin seviyelerini karşılaştırmakta ve birbirlerinden farklı olduğunu ifade etmektedir. Bu iki kavram arasındaki farklardan biri de aşamalar için yıllar periyodu gerekliyken, seviyeler için aylar ya da (özellikle etkili öğretimle) günlerin yeterli olacağıdır. Söz konusu çalışmanın bulguları bu düşünceyi destekler niteliktedir. Öğrenme güçlüğüne sahip iki öğrenci de 4 aylık bir öğretimle 7 yaş seviyesinden 8 yaş seviyesine ulaşabilmiştir.

Bununla birlikte öğrenciler söz konusu öğrenme yol haritalarında değinilmeyen, niteliğin farklı temsillerini tanıma, tek boyutta yer kaplama özelliği, uzunluğun alan ve hacimden farkı gibi kavrayışlara da sahip olmuşlardır. Szilagyi vd. (2013) aynı uzunluk kavramına ait öğrenme yol haritasını iki farklı ülkede uygulayarak, her iki öğrenci grubunda da uygulanan öğretim etkinlikleri dizisi ve değerlendirmeler ışığında, aynı gelişim düzeyini yani öğrenme yol haritalarının birbirleri ile tutarlı olduğu sonucunu elde etmiştir. Öğrenci seviyesindeki ilerlemenin kültür farklı olsa da benzer olması öğretim amaçları ve öğretim etkinlikleri dizisinin öğrenmedeki güçlü yönünü gösterebilir. Benzer şekilde, Feza-Piyose (2012) de aynı öğrenme yol haritasını farklı bir ırktan gelen öğrencilere uyguladığında benzer ilerlemeyi görmüş ve bununla birlikte anadilin uzunluk kavramını öğrenmedeki etkisini vurgulamıştır.

Ülkemiz öğretim programında (MEB, 2013a) uzunluk kavramı 1. sınıf seviyesinden 3. sınıfa kadar yer alırken; "çevre" kavramına 3. ve 4. sınıfta yer verilir. 5. sınıfta uzunluk ölçülerini tanıma, dönüştürme ve çokgenlerin uzunluklarını hesaplama ile uzunluk ölçme öğrenme alanı sonlandırılır. Mert ve Eda ülkemiz öğretim programının beklentileri olan kazanımları öğretim ile ulaşılan seviyede edinebilmiştir. Örneğin, öğretim programında aynı çevreye sahip farklı geometrik şekillerin oluşturulmasına yönelik kazanımın dördüncü sınıf düzeyinde yer almasına rağmen (MEB, 2013a), 4. sınıf öğrencisi Mert öğretim öncesi seviyede bir cismin farklı konumlanmalarında, tabandaki uzunluklarına göre cismin çevresinin değişebileceğini kabul etmemiştir. Ancak ilgili öğretim etkinlikleri dizisi ile öğretim ile ulaşılan seviyede Mert bu fikri yapılandırabilmiştir.

Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin yaşıtlarını 1 veya 2 yıl geriden takip ediyor olması ve müdahaleye ihtiyaç duyması, benzer şekilde katılımcı öğrencilerin de 9 ve 10 yaşlarında uzunluk kavrayışı bakımından yaşıtlardan bir-iki yaş geride iken ancak öğretimle birlikte ilerleme kaydedebilmesi, hiyerarşik etkileşimciliğin genetik olmayan seviyeler yapısı ile

tutarlıdır. Genetik olmayan seviyeler boyunca ilerleme yaşa bağlı gelişimden ziyade daha çok sosyal etkilerden ve özellikle öğretimden etkilenmektedir. Bu noktada söz konusu çalışma ile Clements ve Sarama'nın bazı seviyelerin olgunluk sınırlamaları içinde gelişse de ilerlemenin, zamanın gereği olarak değil ancak öğretim müdahalelerinin gerektirmeleri olarak gerçekleştiğine dair ifadeleri doğrulanmaktadır (Clements, 2011). Gelişimsel olarak uygun olan basit olarak yaş ve seviyenin fonksiyonu değildir, ancak büyük oranda öğrenmeye dair önceki fırsatlara bağlıdır (Sarama & Clements, 2009).

5.4. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrenciler ve Onlara Uzunluk Öğretimine Dair Öneriler

Bu başlık altında çalışmanın sınırlılıkları, bulgu ve sonuçları çerçevesinde, ÖGS öğrencilere dair matematik eğitimi araştırmaları ve matematik öğretimine ilişkin öneriler sunulmuştur:

5.4.1. Matematik Eğitimi Araştırmalarına Dair Öneriler

Öğrenme yol haritası literatürde müfredat geliştirme (Barret vd., 2012; Clements, 2007), değerlendirme araçları geliştirme (Battista, 2004), öğrenmeye dair standartlar geliştirme (Confrey vd., 2014) için kullanılmaktadır. Bu çalışmanın sonucunda belirlenen öğrenme yol haritasının daha geniş öğrenme güçlüğüne sahip öğrenci grubunda geçerliliği sağlandıktan sonra, söz konusu yol haritaları öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için müfredat geliştirme, değerlendirme araçları geliştirme, öğrenmeye dair standartlar geliştirme ya da öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimi ile tutarlı olarak öğretime ait temelleri organize etmek için bir çerçeve sağlama (Panorkou vd., 2013) amacıyla kullanılabilir. Nitekim hem Türkiye'de hem de yurtdışında bu konuda yapılacak çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Aynı zamanda bu öğrencileri tanılamak için kullanılan Müdahaleye Yanıt Verme yönteminde kullanılmak üzere geçerliği sağlanmış uyarlamalara ihtiyaç duyulduğu ve zaman içerisindeki öğrenmeyi ortaya koymak için ölçme araçları gerektiği belirtilmiştir (Vaughn & Fuchs, 2003). Belirlenen öğrenme yol haritaları bu bağlamda ölçme araçları geliştirmek adına kullanılabilir (Battista, 2004) Bununla birlikte, ÖGS öğrencilerin tüm temel matematiksel kavramlara dair öğrenme yol haritaları ortaya çıkarılarak, bu yol haritalarındaki örüntüler yardımıyla, ÖGS öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri ve öğrenmeleri daha kapsamlı olarak incelenebilir. Bu inceleme ve ortaya konulan öğrenme yol haritaları ÖGS öğrenciler için öğretmenlere rehberlik etmede ele alınabilir. Çalışmaya katılan öğrencilerin her ikisinin de belirli adımlardan sonra belirli edinimlere sahip olduğu

görülmüştür. Literatürden bazı noktalarda farklılaşırken, her iki öğrenci arasındaki kavrayış benzerlikleri dikkat çekicidir. Bu bağlamda gelecek araştırmalar için ÖGS öğrencilerin öğrenme ihtiyaçlarını karşılayabilmek adına, onların kavrayışlarının farklı kavramlar bağlamlarında ortaya konulması önemlidir.

Mert ve Eda'nın literatürde bulunmayan farklı kavrayışları veya farklı yanılgıları söz konusudur. Bu durumun genelde öğrencilerin yanlış veya doğru kavrayışlarını aşırı genellemelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Aynı zamanda katılımcı öğrencilerin öğrenme güçlüğüne sahip olduğu hatırlanırsa, bulguların literatür desteğiyle yorumlanması sırasında ÖGS öğrencilerin ölçme kavrayışlarını inceleyen çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmüştür. Aynı zamanda ÖGS öğrenci tanımında, literatürde ve şimdiki çalışmanın bulgularında da gözlemlenmiştir ki ÖGS öğrenciler dili anlama ve kullanmada güçlük yaşamakta ve bu matematik öğrenmelerini etkilemektedir. Bu bağlamda ÖGS öğrencilerin aşırı genellemeleri ve kavram yanılgılarının giderilmesi ve engellenmesini amaçlayan müdahale çalışmalarına; bulguların literatür desteğiyle yorumlanmasında ihtiyaç duyulduğu üzere ÖGS öğrencilerin ölçme kavrayışlarını derinlemesine inceleyen nitel çalışmalara; ÖGS öğrencilerin matematiksel dillerini geliştirmeye yönelik müdahale çalışmalarına ihtiyaç olduğu söylenebilir.

5.4.2. Matematik Öğretimine Dair Öneriler

Öğrenme yol haritaları. Öğrenme yol haritaları ağırlıkla öğretime bağlıdır. Hiyerarşik etkileşimciliğe göre belirli bir öğrenme yol haritasının kaçınılmaz olduğu, öğretime ait etkinliklerin öğretim ve öğrenme için en iyisi olduğu ya da yararlı olan tek bir seçenek olduğu şeklinde bir iddia söz konusu değildir. Ancak bazılarının diğerlerinden daha olası veya daha üretken olabileceği ileri sürülmektedir. Hiyerarşik etkileşimcilik olası gelişim yollarını takip eden ve bunlardan yararlanan öğretim ve etkinlik dizilerinin, öğrenciye yardımcı olmak için daha etkili olacağı yönünde güçlü bir iddiada bulunmaktadır (Clements & Sarama, 2007). Dolayısıyla söz konusu araştırmanın bulguları olan öğrenme yol haritalarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için en uygun veya tek yararlı rota olduğu iddia edilmemektedir. Ancak öğrenci düşünme seviyelerinin ayrıntılı tasvirleri, öğrenci düşünme seviyelerindeki ilerlemeler ve bunların tasvirinin, ÖGS öğrencilerin sayılardan farklı bir matematik öğrenme alanında öğrenme ve düşünmelerine dair bulgular sunması bakımından literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu çalışmada öğretim etkinlikleri dizileri boyunca öğrencilerin kavrayışlarının neler olduğunun tespit edilmesi, farklı

algıladıkları durumların, farklı kavrayışlarının ortaya çıkarılması, kavram yanılgılarının neden kaynaklandığının tespiti ve bunun üzerine gidilmesi gerekli görülmüştür. Öğrenme yol haritalarının doğası gereği, öğretimde adım adım, tahmini, hiyerarşik düşünme seviyeleri izlenerek devam edilmiştir. Bu durumla, literatürde bazı çalışmalar tarafından tavsiye edilen (Gersten vd., 2008, s.9) bazıları tarafından reddedilen (Lambert, 2018) bir stratejinin adım adım öğretildiği doğrudan öğretim kastedilmemektedir. Bilgi parçalarının öğrencinin öğrenebileceği bir şekilde analiz edilerek, öğrencinin hangi sırada hangi bilgileri edineceği hipotezine göre, hem matematiksel kavramın doğası, hem de kavramın öğretimine ait literatüre göre belirlenen amaçlarla ve bu amaçların da yine kendi içinde öğrencinin nasıl öğreneceğine dair literatür desteği ve öğrenci kavrayış ve düşünmelerine göre ayrılan veya eklenen/çıkarılan parçalarla öğretim tasarlanmıştır. Bu da öğrencilerin öğrenme yol haritalarını ortaya çıkarmada uygulanan yöntemin bir faydasıdır ve elde edilen öğrenme çıktıları ile ÖGS öğrencilerin gelişimlerine ait ilerlemeye uygun kazanımların deneysel olarak elde edilmesini sağladığı söylenebilir. Nitekim literatürde de öğrenme yol haritalarının öğretmenlere daha büyük hedeflere genellenmiş anlamalara karşı, küçük öğrenme hedefleri önerdiği, bunun da öğretmene öğrenme sürecini yorumlamada, ne zaman, nerede ve nasıl değerlendireceğini planlamada kolaylık sağladığı belirtilmektedir (Heritage, 2008).

Niteliklerin tanınması ve ayırt edilmesi için pedagojik açıdan niteliklerin kavramsal olarak ayırt edilmesi ve her seferinde hangi niteliğin ölçüleceğini seçme kapasitesinin geliştirilmesi önemlidir (Outhred & Mitchelmore, 2000; Zacharos & Chassapis, 2012). Bu bağlamda öğrencilere öncelikle yüzey kaplama miktarı ile tek boyutta yer kaplama miktarı arasındaki ayrımı fark etmelerini sağlayacak, tarlayı gübrelemek için yapılan hesap ile, etrafa çit etmek için yapılan hesaplamayı karşılaştırmalarını sağlayacak etkinlikler düzenlenmiştir. Öğretim ile ulaşılan seviyede öğrenciler yüzeyin düzlemde yer kaplama özelliği ile uzunluğu ayırt edebilmişlerdir. Ancak bu özelliklerin miktarını hesaplama söz konusu olduğunda, alan ve uzunluk hesaplama bağlamında bu iki niteliği birbirinden ayırt edememişlerdir. Dolayısıyla öğrenme yol haritalarının doğası gereği, etkinlik faktörünün etkisi her zaman vardır. Etkinlikler gelişime ait ilerlemeyi anlamlandırmada ve öğrenme sürecine dair hipotezler üretmede önemli bir role sahiptir. Aynı zamanda etkinlik dizilerinin en iyisi olduğu veya en iyi rota olduğu söylenemez. Farklı etkinlikler farklı sonuçlar ortaya çıkarabilir (Szilagyi vd., 2013). Bu çalışma sonucunda ortaya çıkarılan öğrenme yol haritalarının, hem gelişime ait ilerlemelerle hem de bu gelişimde öğrencilerin başarıyla ilerlemesini sağlayan etkinlik

dizileriyle, öğrencilerin uzunluk ölçmede güçlü bir temel yapılandırmalarına yardım ederek önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Öğrencilerin hepsi öğrenme yol haritasında belirtilen yolda ilerlesin veya ilerlemesin, geçerli bir gelişime ait ilerleme, öğretimi planlama ve organize etmede öğretmenlere pratik bir yol sağlayacaktır (Szilagyi vd., 2013).

Uzunluk kavramı. Alan ve hacim kavramlarına göre uzunluk kavramının avantajlı bir yanı olarak görülen uzunluğun günlük hayatta da aynı anlamıyla kullanılan teknik bir sözcük ("technical lexis") olma özelliğine (Zacharos, 2006, s. 225) rağmen; uzunluk kavramına dair kavrayışlar boy kavramında görüldüğü gibi günlük dilden dolayı olumsuz etkilenebilmektedir. Örneğin, D'Amore ve Fandiño Pinilla (2006) çevre ve alan arasındaki ilişkiye dair öğrencilerin yaşadığı güçlüklerin konunun dilbilimsel gelişimine de bağlı olduğunu ifade eder. Mert'in yüksekliği doğrudan yüksek olma ile ilişkilendirdiği hatırlanırsa, öğretimde kullanılan kelimelere dikkat edilmesi, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin dilden kaynaklanabilecek yanılgılarının önceden tahmin edilmesi ve önüne geçilmesini mümkün kılabilir.

Uzunluk kavramına dair yapılan tanımlar sebebiyle öğrenciler uzunluğu doğrusallığa aşırı özelleyebilmektedir. Bu bağlamda uzunluk kavramının öğretiminde uzunluğun doğrusal olarak belirlendiği ancak doğrusal olma durumunun nesnelere ait bir özellik olduğu dolayısıyla nesnelerin dolaylı karşılaştırma yoluyla doğrusal hallerinin elde edilerek uzunluklarının ölçülebileceği fikrinin yapılandırılmasının sağlanması önerilebilir. Bununla birlikte daha önce de belirtildiği gibi uzunluk kavramının nesnenin en uzun ayrıtının adı olarak kullanılması sebebiyle TDK (2011) tanımında da görüldüğü gibi, günlük hayattaki bu kullanımından ve aynı zamanda kelime kökünden dolayı öğrenciler uzunluk kavramını uzun olma ile birebir ilişkilendirebilmektedir (TDK, 2011). Benzer şekilde Szilagyi vd. (2013) tarafından da doğrusal nesneler için uzun kelimesinin kullanılması ve bu şekilde uzun kavramına dair anlayışın kısıtlandığı belirtilmektedir. Dolayısıyla kavramın ilk tanıtımı aşamasında kısa nesneleri de içeren uzunluk örneklerinin verilmesi dolaylı karşılaştırma eylem şemasının yapılanmasının ardından doğrusal olmayan nesneler üzerinde uzunluğun tanımlanması önemlidir. Mert dolaylı karşılaştırmada yalnızca cetvel ve cetvel benzeri doğrusal araçlara odaklanmaktadır ve öğretim sürecinde de ip, tel gibi gerektiğinde doğrusal hale getirilebilecek araçların kullanımı konusunda ikna olmakta zorlanmıştır. Bu kavrayışın sebebinin de benzer şekilde uzunluk öğretiminde doğrusallığa yapılan vurgu ve aynı zamanda niteliğin dolaylı ve doğrudan karşılaştırmalar yoluyla kavramsal olarak anlaşılmasına yeterince zaman ayrılmadan ölçme eylemine geçilmesi olduğu

düşünülmektedir. Şimdiki çalışmanın bulgularına göre ölçme eylemine geçmeden önce doğrudan ve dolaylı karşılaştırma işe koşularak uzunluk kavramının tanıtılması önerilmektedir. Öğrenciler ancak uzunluk kavramını anladıktan sonra temsillerinin birer uzunluk olduğunu gerekçelendirebilmiştir. Öğrencilerin bazı temsillerin (ebat uzunlukları, kalınlık, derinlik) hangi ayrıtlarla belirlenebileceğini ayırt edemediği ve bazı temsilleri (çevre, en, genişlik, derinlik) alan veya hacim ile karıştırdığı durumlar gözlemlenmiştir. Örneğin, öğrencilerin çevre kavramına dair kavrayışlarının temel olarak uzunluk kavrayışlarından etkilendiği söylenebilir. Ancak öğretim etkinlikleri sırasında uzunluk kavramını mesafe ile ilişkilendirdiklerinde uzunluğun farklı temsillerini tespit edebilmişlerdir.

Uzunluk öğretiminde etkinlikler, stratejiler ve materyal kullanımı. Her ne kadar çalışmalarında işlemsel bilgiye dayalı problem çözme ön planda olsa da öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle alan ve çevre hesaplamaya dair gerçekleştirdikleri öğretim ile araştırmacılar, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin basit seviyede temel çevre ve alanla ilgili problemleri çözebildikleri sonucuna ulaşmışlardır (Cass vd., 2003; Satsangi & Bouck, 2015). Dolayısıyla öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin, onlara uygun öğretimle ilerleme kaydettikleri söylenebilir. Ancak yine de bu çalışmalarda öğrencilerden yalnızca verilen bir şeklin alan ve çevresini hesaplayabilmeleri beklenmektedir. Bu ise alan denildiğinde hangi formülü, çevre denildiğinde hangi formülü uygulayacağını bilmeyi ve doğru olarak uygulayabilmeyi içerir. Öğrenciler bu problemleri çözerken nesneler arasındaki ve ölçme birimleri arasındaki uzamsal ilişkiyi düşünmek ya da uzamsal nesneleri manipüle etmek veya üretmek zorunda değildir. Onlardan sayısal teknikleri kullanarak yalnızca formülleri uygulamaları beklenir. Ancak ölçmeyi kavramak bunları yapabilmekten ibaret değildir (Casey vd., 2011). Satsangi ve Bouck'un (2015) çalışmalarında görsel manipülatiflerin öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için alanla ilgili problemleri çözmede çevre ile ilgili problemlere göre daha yararlı olduğu görülmüştür. Dolayısıyla alan ile ilgili problemleri çözme için görsel manipülatiflerin ve görsel temsillerin daha yararlı olduğu bulunmuştur. Sebebi ise blokların boyanması ile öğrencinin alanı belirlemesinin kolaylaşması şeklinde ifade edilmiştir (Satsangi & Bouck, 2015). Dolayısıyla görsel olarak yüzeyin ifade edilmesi alan hesaplamada öğrencilerin neleri hesaba katacağını belirlemelerini kolaylaştırmış olabilir. Bununla birlikte yüzeyi boyamanın, alan niteliğinin düzlemde yer kaplama özelliğinin sezdirilmesi bakımından yararlı olduğu düşünülebilir. Dolayısıyla öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için görselleştirmenin ve manipülatif kullanımının önemi

yadsınamazdır (Satsangi & Bouck, 2015). Benzer şekilde şimdiki çalışmada da her adımda örüntü blokları, kesir çubukları, geometrik cisimler gibi somut materyallerin kullanımına özen gösterilmiştir. Özellikle örüntü blokları ve geometrik cisimler uygun birim seçimi noktasında öğrencilerin kullanılan niteliğe dikkatlerini çekebilmek adına çeşitli ip, tel gibi nesnelerle birlikte kullanılarak verilen bir kurdelenin uzunluğunu ölçmesi öğrencilerden istenmiştir. Aynı zamanda kurdelenin yüzeyini tamamen kaplamaya uygun örüntü blokları seçilerek, öğrencinin yüzeyin kaplama miktarını mı, yoksa bir kenar uzunluğunu mu veya kurdele üzerindeki bir mesafeyi mi hangisini dikkate aldığı üzerine konuşulmuştur. Ölçülecek nitelikle ölçme aracının ya da birimin uyumlu olmasının ölçme sürecinin daha etkili olmasını sağladığı belirtilse de (Nunes vd., 1993; Zacharos & Chassapis, 2012) zaman zaman öğrencilerin aradaki ayrımı fark ettiğinden emin olmak ve bunu sağlamak da önemli olmaktadır. Nitekim böyle durumlarda öğrencilerin kullandıkları nesneyi başka hangi şekilde temsil edebilecekleri veya da kullanılan araçlarla aynı uzunlukta olduğu bilinen ince bir sicim telle ölçüldüğünde değişen bir şeyin olup olmadığı öğrencilere sorulmuştur. Ölçmede neyi dikkate aldıklarını çizmeleri sağlandığında Eda ve Mert aynı uzunlukta doğru parçaları çizmişlerdir. Nitekim bir uzunluğu temsil etmek için kullanılan bir çizgi, aynı zamanda, öğrencilerin niteliği tanıması gereksinimini de karşılar ve öğrencilerin uzunluk birimlerini, alan ve hacmi ölçmek için kullanılan birimlerden ayırt etmesine de yardımcı olur (Bragg & Outhred, 2004). Birimlerin yinelenmesi veya sayı ve ölçme ilişkisine dair tartışmalar cetvelle, kesir çubuklarıyla, renkli çubuklarla gerçekleştirilmiştir. Çevre kavramına dair yapılan etkinliklerde örüntü blokları kullanılmıştır. Birim kavramını edindirmek için yapılan etkinliklerde cetvele odaklanılmış; kırık cetvel, numarasız cetvel ve cetvelin 1 cm'lik kağıt parçalarıyla oluşturulması aşamasında kağıt parçalarından yararlanılmıştır. Özellikle kırık veya numarasız cetvel gibi farklı cetvellerin kullanılması öğrencilerin cetvel üzerindeki işaretleri verildiği gibi kabullenmek yerine onlar hakkında düşünmelerini sağlar (Dietiker vd., 2011). Öğrencilere cetvelde ne gibi bir değişiklik yapılırsa yanlış ölçer sorusu sorulmuş ve verilen cevaplar üzerinde tartışılmıştır. Bu soru hem birimlerin eşliği, santimetre kavramı hem de uzunluğun alan ve hacimden ayrılması bağlamında değerlendirilmiştir. Birimleri eş olmayan ve olan cetveller oluşturulup hangisini kullanmanın daha doğru olduğu nedenleriyle sorgulanmıştır. Standart birimler işlenirken sınıfa bir mezura getirilmiştir. Nitekim öğretmenlerin öğrencilerine hem santimetre küpleri gibi manipulatif birimleri ve hem de geleneksel cetvelle ölçüm yapmayı sağlaması gerektiği belirtilmektedir (Stephan & Clements, 2003). Derinlik ve sığlık kavramlarında derinlik ve sığlıkları aynı olan veya farklı olan farklı büyüklükteki kaplardan yararlanılmıştır. Niteliğin

farklı temsilleri sınıftan nesnelerle sürekli örneklendirilmiştir. Uzunluk kavramının tek boyutta yer kaplama özelliğini fark ettirmek ve uygun birim seçimi için sicim telleri ve kalın süngerlerden yararlanılmıştır. Etkinlikler boyunca öğrencilerle gerçek nesnelerin uzunluklarının ölçülmesi sağlanmıştır. Nitekim Hiebert (1984) ölçme aktivitelerinde gerçek fiziksel ölçümlerin yararından söz eder. Barrett ve Clements'e (2003) göre ölçme anlamını gerçek nesneleri karşılaştırmadan alır. Öğrencilerin doğrusal nesneleri ölçme şemaları karşılaştırmalar gerçekçi durumlara dayandırıldığında daha sofistike hale gelmektedir. Öğretim boyunca buna dikkat edilmiş ve örneğin standart birimlerin tanımlanması, standart birimlere olan ihtiyaç, en, boy, yükseklik kavramları ve uzunluğun diğer temsillerinin edindirilmesi, dolaylı karşılaştırma etkinlikleri, uzunluğun alandan farkı gerçek hayat durumları ile ilişkilendirilerek öğrencilere sunulmuştur. Özellikle somut manipülatif materyallerden yararlanılarak uzunluğun alandan farkının hissettirilmesi sağlanmıştır. Öğrencinin yalnızca uzunluğa odaklanması için diğer nitelikleri değişirken belirlenen uzunluğu sabit olan materyaller Mert ve Eda ile birlikte hazırlanmıştır. Şimdiki çalışmada gözlemlenen bir diğer nokta ise öğretimde kırık cetvel kullanımı ile sürekli önceki şemasına dönen öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin dikkatinin daha açık tutulması ve farkındalığının daha fazla olması sağlanmış ve aynı zamanda öğrencinin neyi saydığını sürekli hatırlaması sağlanarak birim kavramının pekiştirildiği düşünülmektedir.

Kırık cetvel veya da cetvelde nesnenin ortaya konulduğu problemleri çözmek, kavramsal bir ölçme anlayışını gerektirir. Burada önemli olan kavrayış, ölçmenin sürekli bir miktarı ayrık, tek düze birimlere ayırmayı ve sonra bu birimleri saymayı içermesidir (Solomon vd., 2015). Dolayısıyla cetveli ve birim kavramını öğrenmeye yönelik yapılan etkinlikte Mert ve Eda'dan sürekli olan cetveli ayrık ve eş parçalara (birimlere) kendilerinin ayırarak, yaptıkları ölçümle bu birimleri sayarak ölçüm sonucuna ulaşmaları istenmiştir. Bu sürecin zorluğunu 1 cm'lik kağıt parçalarıyla hisseden Mert ve Eda kendileri "cetvel demek ki kolaylaştırsın diye yapılmış" şeklinde cetvelin inşasına olan ihtiyacı hissetmiş, ellerindeki ayrık birimlerle tekrar sürekli olan cetveli oluşturmuş ve cetvelin çentiklerini belirleme ve işaretleme süreçlerini aktif olarak yaşamışlardır. Nitekim ayrık birimleri sürekli bir cetvelle açıkça ilişkilendirme, cetvel üzerindeki uzamsal aralıkları ölçüm birimleri olarak düşünmeyi kolaylaştırabilir (Levine vd., 2009). Öğrenciler birimler konusunda somut nesneler ve uzamsal aralık ilişkisini anlamlandıramamaktadır ve bu yüzden de ölçme eylemleri yalnızca nesneyi saymaya dönüşmektedir (Solomon vd., 2015). Dolayısıyla öğrenciler somut birimlerle temsil edilen uzamsal aralıkları anlamlandıramadıklarından cetvelde de daha

somut olan (nesne benzeri olan (Solomon vd., 2015) çentiği saymaya yöneliyor olabilirler. Nitekim Solomon vd. de (2015) bunun için cetvelde birimleri farklı renklerle boyamak, numarasız cetvel kullanmak veya da şimdiki çalışmada uygulanan uzunluğu aynı olan farklı birimlerin kullanımı gibi stratejileri önermektedir. Şimdiki çalışmada birimler için Mert ve Eda'nın çizgi çizmeleri, birbirinden farklı somut nesneleri kullanarak birim uzaklığı temsil etmeleri sağlanmıştır. Örneğin 1 cm uzunluğunda bir telin, bir kağıt parçasının, bir bloğun kullanımıyla yapılan ölçme eylemlerinin her birinde aynı sonucun elde edildiği vurgulanmıştır. Solomon vd. (2015) bu etkinlikleri önerme sebebi, birim kavramının uzunluğuna öğrencinin odaklanmasını sağlamaktır. Şimdiki çalışmada bu etkinlikler hem miktar olarak birim uzunluğa hem de uzunluğun tek boyutta yer kaplama özelliğine vurgu için kullanılmıştır. Farklı ayrık birimler tek boyutta aynı miktarda yer kaplayabilir fikrinin öğrencilere edindirilmesi sağlanmıştır. Cetveldeki ayrık birimler ve uzamsal aralıklar arasında öğrencilerin ilişkilendirme yapabileceği etkinlikler önerilmektedir (Levine vd., 2009; Solomon vd., 2015). Cetveli parçalama ve tekrar oluşturma etkinliğinin bu ilişkilendirmeyi sağladığı düşünülmektedir.

Levine vd. (2009) ayrık birimlerle cetvelin ve aynı zamanda cetvelde doğru hizalanan ve hizalanmayan ölçümlerin birlikte ele alınarak, öğrencinin bunları karşılaştırmasının sağlanması gerektiğini belirtmektedir. Şimdiki çalışmada da benzer şekilde öğrencilere kırık cetvelle, numaralandırılmamış cetvelle ve normal cetvelle aynı anda ölçümler yaptırılarak, Mert ve Eda'nın kırık veya numarasız cetvelde yaptığı hatayı normal cetveli kullanarak kendisinin fark etmesi sağlanmış ve bu karşılaştırmayla öğrencinin hatasını yorumlaması amaçlanmıştır. Aksi taktirde yalnızca normal cetvel kullanımıyla öğrenci her seferinde doğru sonuca ulaşarak kavramsal anlamadan yoksun bir şekilde doğru yaptığını düşünmeye devam edecektir. Nitekim Levine vd. (2009) ilkokul öğrencilerinin bu etkinliklerden fayda sağladığını bulmuştur. Bu etkinliklerin cetvelle nasıl ölçülür etkinliğinden çok cetvelin ne olduğu ve neden işe yaradığını anlamlandırmaya katkı sağladığı belirtilir. Şimdiki çalışmada da Mert ve Eda'nın çentik saymada hatalarının olduğunu fark edip stratejilerini gözden geçirmeleri sağlanmış ve öğrenciler aralıkları değil çentikleri saymalarının hatalı olduğu fikrine araştırmacı-öğretmen yardımıyla ulaşmışlardır. Mert öncelikle hatasının ilk çentiğe sıfır dememek olduğunu kendisi bulmuştur. Dolayısıyla Mert cetvele benzeterek ölçüm yapması gerektiğini fark etse dahi cetveli hala anlamlandıramadığı için cetveli parçalama ve oluşturma etkinliği yapılmıştır. Nitekim Nührenbörger (2001) de cetveli öğrencilerin ön kavrayışlarını belirlemek için bir teşhis aracı, ölçme deneyimleri ve cetvelin nasıl

yapılandırıldığına dair tartışmalar için bir başlangıç noktası ve tahmin için gerekli bir zihinsel cetvel yapılandırmak için bir yardımcı olarak kullanılabileceğini belirtmektedir. Söz konusu çalışmada da belirtilen cetveller öğrencilerin kavrayışlarını ortaya çıkarmak ve öğretimde bilişsel çatışma yaşatarak, tartışmalara başlatmak için kullanılmıştır. Etkinlikler öğrencilerin gerçek yeteneklerine dair anlamlı temsiller sağlayıp sağlamamaları bakımından ele alınmıştır (Szilagyi vd., 2013). Van de Walle vd. (2010) öğrencilere kendi cetvellerini yaptırırken sayıların her bir birimin ortasına yazılmasının onlar için daha anlamlı olacağını ifade eder. Nitekim öğrencilerden numaraları yazılı olmayan cetvelle ölçüm yapmaları istendiğinde Eda'nın birim sayılarını cetvelin ortasına yazdığı görülmüştür.

ÖGS öğrenci özellikleri. Sayılar söz konusu olduğunda öğrencilerin kaygı seviyelerinin arttığı, dikkatlerinin dağıldığı görülmüştür. Gersten vd. (2005) ÖGS öğrencilerin temel aritmetik gerçeklikleri, örneğin 4 ile 5'in toplamının 9 olduğunu hatırlayamayıp, o an toplamaya çalıştıkları anda sayı kavramlarıyla ilgili herhangi bir diyaloğu kavramakta veya çeşitli problem çözme yaklaşımlarını kavramakta zorlandıklarını belirtmektedir. Benzer şekilde Mert ve Eda'nın da sayılar veya işlemler söz konusu olduğunda o işlemlere odaklandıkları ve dikkatlerini toplayamadıkları görülmüştür. Bu noktada Mejias vd. (2012) belirttiği öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayıların sembolik temsili ile büyüklük temsili arasında ilişkilendirmede zorlanmaları ve bu temsilleri eşleştirememelerinin de önemli bir etken olduğu düşünülebilir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayıların sembolik temsili ile büyüklük temsili arasında ilişkilendirme yapamaması öğrencilerin uzunluk ölçümüne dair tahminlerde bulunmalarını da etkilemektedir. Öğretim oturumlarında Eda ve Mert'e ispatlanması, öğrencinin farketmesi amaçlanan bilgi ve becerilerin, öğrenci toplama işlemine ve sayılara odaklandığı için fark ettirilemediği görülmüştür. Dahası etkinliğin amacından kopularak, dikkatin öğrencinin sayılar ve işlemlerde yaptığı hataları düzeltmeye kaydığı görülmüştür. Dolayısıyla yapılandırılacak bir bilgi veya edinilecek bir beceri sayı ve işlem bilgisinin kullanılmasını gerektiriyorsa, söz konusu bilgi ve becerinin göz ardı edilmesini ve odaktan çıkmasını engellememek için kullanılan sayı ve işlemlerin en basit düzeyde içerilmesi faydalı olabilir. Öğrencilerin aşırı genellemeye olan yatkınlığı ve aritmetik işlemlerde yaşadığı güçlükler ve sayılar ve işlemler söz konusu olduğunda yaşadığı kaygı sebebiyle, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere sunulan öğretimin kavramsal temellere dayanması önemli görülmektedir. Nitekim kaygının unutkanlığa ve kendine güvenin azalmasına sebep olma gibi olumsuz etkileri (Tobias, 1993, s. 98) dolayısıyla öğrencilerin öğrenmesini zorlaştırıcı etkisinden söz edilebilir. Aynı zamanda ÖGS

öğrencilerin kullanılan dilden fazlasıyla etkilendiği tespit edildiğinden, kullanılan terimlerin ve kullanılan dilin öğrenciler için de aynı anlamı ifade ettiğinden emin olunması önemlidir. Diğer bir ifadeyle öğrencilerin kullanılan dili anladığından emin olunmasının yanında, öğrencilerin kullandığı dilin de iyi anlaşılması gerekli olduğu düşünülmektedir. Özellikle ÖGS öğrencilerin Eda örneğinde görüldüğü gibi dili anlama ve kullanma becerisinde güçlük yaşayabileceği, kendisine ait terimler oluşturarak kullanabileceği, Mert örneğinde görüldüğü gibi öğrenci terimleri kullansa bile terimlerin matematiksel anlamlarının farkında olmadan kullanabilir. Bu bağlamda öğrenciler tarafından kullanılan dilin anlaşılması ve terimlerin öğrenci için yalnızca sözel-dilsel formda bırakılmaması önemlidir. Araştırmanın bulgularına göre öğrenme güçlüğüne sahip katılımcı öğrencilerin 9 yaş Kavramsal Cetvel Ölçer düşünme seviyesine ulaşamamalarındaki sebebin uzunluk kavramı ve uzunluğa ait eylemlerden ziyade, öğrencilerin tahmin becerisi, aritmetik işlemler, kesir kavramı ve görsel uzamsal yeteneklerindeki sınırlılıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu noktada matematiğin hiyerarşik doğası gereği, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerde öğrenme alanlarının ayırt edilmeksizin öğretiminin amaçlanması önerilebilir. Matematik eğitimcilerinin öğrenme güçlüğüne sahip farklı ve çeşitli öğrenenlerin perspektifinden matematiksel dünyayı keşfe çıkmaları, matematiği bilme ve somutlaştırma arasındaki ilişkinin anlaşılmasını ve efsanevi "normal" matematik öğrenicisini ayrıcalıklı kılan varsayımların yeniden düşünülmesini sağlayacaktır (Lambert & Tan, 2017). Türkiye'de ve dünyada öğretmenlerin öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere matematik öğretimine dair yeterli bilgiye sahip olmadığı (DeSimone & Parmar, 2006; Hacısalihoğlu-Karadeniz, 2017; MEB, E., 2010, s.105; Sezer & Akın, 2011) da göz önünde bulundurulduğunda bu konuda elde edilecek deneyime dayalı öneriler önem arz etmektedir.

KAYNAKLAR

Abdi, H. (2007). The Kendall rank correlation coefficient. *Encyclopedia of Measurement and Statistics. Sage, Thousand Oaks, CA*, 508-510.

Aile ve Sosyal Politikalar Bakanlığı, (2013). *Engelli ve Yaşlı Hizmetleri Genel Müdürlüğü, Destek Özel Eğitim Hizmetlerinin Verimliliğinin Araştırılması Projesi*, 4576, Ankara.

American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statical manual of mental disorders: DSM-5*. Washington, D.C: American Psychiatric Association.

Andersson, U., & Östergren, R. (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, *22*(6), 701-714.

Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *102*(1), 115.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik kavramlaırn künyesi*. Ankara: Gazi.

Aşık, G., & Yılmaz, Z. (2017). Matematik eğitimi çalışmalarında tasarım tabanlı araştırma ve öğretim deneyi yöntemleri: Farklar ve benzerlikler. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *13*(2), 343-367.

Ayyıldız, N. (2010). 6. sınıf matematik dersi geometriye merhaba ünitesine ilişkin kavram yanılgılarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul*.

Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education* (Doctoral dissertation, Michigan State University. Department of Teacher Education).

Bardsley, M. E. (2006). *Pre-Kindergarten teachers' use and understanding of hypothetical* Learning *trajectories in mathematics education*. Doctoral Dissertation. The State University of New York at Buffalo. Retrieved form https://ubir.buffalo.edu/xmlui/handle/10477/49580

Barrett, J. E., & Clements, D. H. (2003). Quantifying path length: Fourth-grade children's developing abstractions for linear measurement. *Cognition and Instruction*, *21*(4), 475-520.

Barrett, J. E., Clements, D. H., Klanderman, D., Pennisi, S. J., & Polaki, M. V. (2006). Students' coordination of geometric reasoning and measuring strategies on a fixed perimeter task: Developing mathematical understanding of linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(3),187-221.

Barrett, J. E., Cullen, C., Sarama, J., Clements, D. H., Klanderman, D., Miller, A. L., & Rumsey, C. (2011). Children's unit concepts in measurement: a teaching experiment spanning grades 2 through 5. *ZDM*, *43*(5), 637.

Barrett, J. E., Sarama, J., Clements, D. H., Cullen, C., McCool, J., Witkowski-Rumsey, C., & Klanderman, D. (2012). Evaluating and improving a learning trajectory for linear measurement in elementary grades 2 and 3: A longitudinal study. *Mathematical Thinking and Learning, 14*(1), 28-54.

Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning, 6,* 185–204.

Ben-Yehuda, M., Lavy, I., Linchevski, L., & Sfard, A. (2005). Doing Wrong with Words: What Bars Students' Access to Arithmetical Discourses. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(3), 176-247.

Berch, D. B., & Mazzocco, M. M. M. (2007). *Why is math so hard for* some *children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities.* Baltimore, MD: Paul H Brookes Publishing.

Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational studies in mathematics*, *19*(2), 179-191.

Bizzaro, M., Giofrè, D., Girelli, L., & Cornoldi, C. (2018). Arithmetic, working memory, and visuospatial imagery abilities in children with poor geometric learning. *Learning and Individual Differences*, *62*, 79-88.

Blume, G. W., Galindo, E., & Walcott, C. (2007). Performance in measurement and geometry from the viewpoint of Principles and Standards for School Mathematics. *Results and interpretations of the 2003 Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*, 95-138.

Borgioli, G., M. (2008). A Critical Examination of Learning Disabilities in Mathematics: Applying *the* Lens of Ableism. *Journal of Thought, Spring-Summer, 131*-146.

Boulton-Lewis, G. M., Wilss, L. A., & Mutch, S. L. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *The Journal of Mathematical Behavior*, *15*(3), 329-347.

Bragg, P., & Outhred, L. (2004). *A measure of rulers-the importance of units in a measure*. Paper presented at the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Butterworth, B., & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: identification and intervention. *ZDM Mathematics Education*, *42*, 527–539.

Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia screener*. London: NferNelson Pub.

Büttner, G., & Hasselhorn, M. (2011). Learning Disabilities: Debates on definitions, causes, subtypes, and responses. *International Journal of Disability, Development and Education, 58*(1), 75-87.

Calhoon, M. B., & Fuchs, L. S. (2003). The effects of peer-assisted learning strategies and curriculum-based measurement on the mathematics performance of secondary students with disabilities. *Remedial and Special Education*, *24*(4), 235-245.

Casey, B. M., Dearing, E., Vasilyeva, M., Ganley, C. M., & Tine, M. (2011). Spatial and numerical predictors of measurement performance: The moderating effects of community income and gender. *Journal of Educational Psychology*, *103*(2), 296.

Cass, M., Cates, D., Smith, M., & Jackson, C. (2003). Effects of manipulative instruction on solving area and perimeter problems by students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, *18*(2), 112-120.

Cathcart, W., Pothier, Y., Vance, J., & Bezuk, N. (2006). *Learning mathematics in elementary mathematics and middle schools*. (4th ed). Columbus, OH: Merrill Prentice Hall.

Cavanagh, M. (2007). Year 7 students' understanding of area measurement. *Australian Association of Mathematics Teachers Inc.*, 136.

Cawley, J. F., Foley, T. E., & Hayes, A. M. (2009). Geometry and measurement: a discussion of status and content options for elementary school students with learning disabilities. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 7*(1), 21-42.

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education,* (pp. 308- 327). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Clements, D., & Stephan, M. (2004). Measurement in PreK-2 Mathematics. In D. Clements, J. Sarama, A. M. Di-Biase (Eds.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education,* (pp. 299-321). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (2000). Designing effective software. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education,* (pp. 761-776). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. Mathematical *Thinking and Learning*, *6*(2), 81-89.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics,* (pp. 461-555). New York: Information Age Eds.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). Learning trajectories: Foundations for effective, research-based education. In A. P. Maloney, J. Confrey, & K. H. Nguyen (Eds), *Learning over time: Learning trajectories in mathematics education,* (pp.1-31) New York: Information Age Eds.

Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, *99*(1), 5-11.

Clements, D. H. (2007). Curriculum research: toward a framework for" research-based curricula". *Journal for Research in Mathematics Education,* 35-70.

Clements, D. H. (2011). Learning trajectories: Foundations for effective, research based education. In L. R. Wiest & T. Lamberg (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (pp. 320-356). Reno, NV: University of Nevada, Reno.

Clements, D. H., Barrett, J. E., & Sarama, J. (t.y). Measurement in early and elementary education. Retrieved from https://www.nctm.org/Handlers/AttachmentHandler.ashx?attachmentID=lY9QHoBvt%2FU%3D

Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., Swaminathan, S., & McMillen, S. (1997). Students' development of length concepts in a Logo-based unit on geometric paths. *Journal for Research in Mathematics Education*, 70-95.

Clements, D. H., Wilson, D. C., & Sarama, J. (2004). Young children's composition of geometric figures: A learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, *6*(2), 163-184.

Cobb, P., Hodge, L. L., & Gresalfi, M. (2011). Introduction. In E. Yackel, K. Gravemeijer, & A. Sfard (Eds.), *A journey in Mathematics Education Research,* (pp. 167-177). Netherlands: Springer

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2010). Participating in classroom mathematical practices. In E. Yackel, K. Gravemeijer, & A. Sfard (Eds.), *A journey in Mathematics Education Research,* (pp. 117-163). Netherlands: Springer

Confrey, J., & Maloney, A. (2010). The construction, refinement, and early validation of the equipartitioning learning trajectory. *In Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences*, *1*, 968-975.

Confrey, J. (2012). *Articulating a learning sciences foundation for learning trajectories in the CCSS-M.* Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Kalamazoo.

Confrey, J., Maloney, A. P., & Corley, A. K. (2014). Learning trajectories: a framework for connecting standards with curriculum. *ZDM, 46*(5), 719–733.

Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K. H., & Corley, A. K. (2012). *A design study of a wireless interactive diagnostic system based on a mathematics learning trajectory*. In Annual Meeting of the American Educational Research Association, Vancouver, BC, Canada.

Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Mojica, G., & Myers, M. (2009, July). Equipartitioning/splitting as a foundation of rational number reasoning using learning trajectories. In *33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki, Greece*.

Confrey, J., Nguyen, K. H., Lee, K., Corley, A., Panorkou, N., & Maloney, A. (2011). *Learning trajectories hexagon map and descriptors for the Common Core State Standards for Mathematics*. Retrieved from www.turnonccmath.net

Corcoran, T., Mosher, F.A., & Rogat, A. (2009). *Learning progressions in science: An evidence-based approach to reform (RR-63)*, New York: Consortium for Policy Research in Education (CPRE), Teachers College, Columbia University.

Curry, M., & Outhred, L. (2005). *Conceptual understanding of spatial measurement.* Paper presented at the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Melbourne.

Curry, M., Mitchelmore, M., & Outhred, L. (2006). Development of children's understanding of length, area, and volume principles. *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2*, 377–384.

Dudley-Marling, C. (2004). The social construction of learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*(6), 482–489.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2006). Relationships between area and perimeter: beliefs of teachers and students. *Mediterranean journal for research in mathematics education*, *5*(2).

Çakır, S. Ö., & Yürük, N. (1999). Oksijenli ve Oksijensiz Solunum Konusunda Kavram Yanılgıları Teşhis Testinin Geliştirilmesi ve Uygulanması. *III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu*. M.E.B. ÖYGM

Çakıroğlu, O. (2018). Özel öğrenme güçlüğüne giriş. M. A. Melekoğlu & U. Sak (Ed.), *Öğrenme güçlüğü ve özel yetenek,* (s. 2-21). Ankara: Pegem.

D'Amore, B., & Fandiño-Pinilla, M.I. (2006). Relationships between area and perimeter: beliefs of teachers and students. *Mediterranean Journal For Research in Mathematics Education, 5*(2), 1-29.

Daro, P., Mosher, F. A., & Corcoran, T. (2011). *Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction* (Consortium for Policy Research in Education Report). Philadelphia, PA: Consortium for Policy Research in Education.

Demircan, O. (1985). Metrenin öyküsü. *Bilim ve Teknik*, *6*, 36-37

Deniz, E., Hamarta, E., & Akdeniz, S. (2014). Öğrenme güçlüklerinin belirtileri. S. Yıldırım-Doğru (Ed.), *Öğrenme güçlükleri,* (s. 49-66). Ankara: Eğiten Kitap.

DeSimone, J. R., & Parmar, R. S. (2006). Middle school mathematics teachers' beliefs about inclusion of students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, *21*(2), 98-110.

Dietiker, L. C., Gonulates, F., & Smith, J. P. (2011). Understanding linear measure. *Teaching Children's Mathematics*, *18*(4), 252-259.

Dobbins, A., Gagnon, J. C., & Ulrich, T. (2014). Teaching geometry to students with math difficulties using graduated and peer-mediated instruction in a response-to-intervention model. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, *58*(1), 17-25.

Ebersbach, M. (2009). Achieving a new dimension: children integrate three stimulus dimensions in volume estimations. *Developmental Psychology, 45*(3), 877.

Emül, N. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin 3-boyutlu geometride uzamsal yeteneklerini kullanma durumları.* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Engelli Bireyler Eğitim Kanunu, (2004). Individuals with Disabilities Education Improvement Act of, 20 U.S.C. 614 et seq.

Feza-Piyose, N. (2012). Language: A cultural capital for conceptualizing mathematics knowledge. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *7*(2), 62-79.

Fletcher, J. M., Lyon, G. R., Fuchs, L. S., & Barnes, M. A. (2007). *Learning disabilities: From identification to intervention*. New York: Guilford Press.

Fore III, C., Hagan-Burke, S., Burke, M. D., T. Boon, R., & Smith, S. (2008). Academic achievement and class placement in high school: Do students with learning disabilities achieve more in one class placement than another? *Education and Treatment of Children*, 55-72.

Fuchs, D., & Fuchs, L. S. (2006). Introduction to response to intervention: What, why, and how valid is it?. *Reading research quarterly*, *41*(1), 93-99.

Fusch, D., Mock, D., Morgan, P. L., & Young, C. L. (2003). Responsiveness-to-Intervention: Definitions, evidence, and implications for the learning disabilities construct. *Learning Disabilities Research & Practice, 18*(3), 157–171.

Gabel, D. L., & Enochs, L. G. (1987). Different approaches for teaching volume and students' visualization ability. *Science Education*, *71*(4), 591-597.

Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, *49*(3), 363-383.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*(1), 4-15.

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, *32*(3), 250–263.

Geary, D. C., Bailey, D. H., & Hoard, M. K. (2009). Predicting Mathematical Achievement and Mathematical learning disability with a simple screening tool: The number sets test. *Journal of Psychoeducational Assessment, 27*(3), 265-279.

Geary, D. C., Bailey, D. H., Littlefield, A., Wood, P., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: A latent class trajectory analysis. *Cognitive Development, 24*, 411–429.

Geary, D. C., Hoard M. K., Byrd-Craven J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development, 78*(4), 1343 – 1359.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, *33*(3), 277-299.

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2008). Mathematics instruction for students with learning disabilities or difficulty learning mathematics: A synthesis of the intervention research. *Center on Instruction*. Retrieved from http://www.centeroninstruction.org/files/Teaching%20Math%20to%20SLD%20Meta-analysis.pdf

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, *79*(3), 1202-1242.

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, *38*(4), 293-304.

Gindis, B. (1999). Vygotsky's vision reshaping the practice of special education for the 21st century. *Remedial and Special Education, 20*(6), 333-340.

Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities, 30*(1), 20-33.

Goldkuhl, G. (2013). Action research vs. Design research: Using practice research as a lens for comparison and integration (accepted paper). *SIG Prag workshop on IT artefact design & workplace improvement*, June 5, 2013. Tilburg, the Netherlands.

Goldman, S. R., Pellegrino, J. W., & Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts: Strategy changes in learning-disabled students. *Cognition and Instruction*, *5*(3), 223-265.

Görgün, B. (2018). *Özel öğrenme güçlüğünün tanılanması*. (Edt. Melekoğlu, M. A., Sak, U.), Öğrenme güçlüğü ve Özel Yetenek (s.54-76). Ankara: Pegem.

Gözün, Ö., & Yıkmış, N. (2004). İlköğretim müfettişlerinin kaynaştırma uygulamasına ilişkin görüş ve önerileri. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, *5*(2).

Gravemeijer K., Figueiredo, N., Feijs, E., van Galen, F., Keijzer, R., & Munk, F. (2016). *Measurement and geometry in upper primary school*. Springer.

Grobecker, B., & De Lisi, R. (2000). An investigation of spatial-geometrical understanding in students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly, 23*(1), 7-22.

Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2*(3), 253-275.

Gürefe, N., & Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(2).

Güven, D., & Argün, Z. (2018). Width, length, and height conceptions of students with learning disabilities. *Issues in Educational Research*, *28*(1), 77-96.

Hacısalihoğlu Karadeniz, M. (2017). Öğretmen adaylarının özel eğitim ve kaynaştırma eğitiminde matematik uygulamalarına ilişkin görüşleri. *Kalem Uluslararası Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, *7*(1), 119-158.

Herendiné-Kónya, E. (2015, February). The level of understanding geometric measurement. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 536-542).

Heritage, M. (2008). *Learning progressions: Supporting instruction and formative assessment.* Paper prepared for the formative assessment for teachers and students, state collaborative on assessment and student standards of the council of chief state school officers. Washington: Council of Chief State School Officers.

Hershkowitz, R. (1987). *The acquisition of concepts and misconceptions in basic geometry-Or when" a little learning is a dangerous thing.".* Paper presented at the Proceedings of the second international seminar on misconceptions and educational strategies in science and mathematics.

Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics—teacher–student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics, 83*, 341–368.

Hiçbir Çocuk Eğitimsiz Kalmasın, (2002). *No Child Left Behind Act of*, 20 U.S.C 6301 et seq.

Hiebert, J. (1981). Cognitive Development and Learning Linear Measurement. *Journal for Research in Mathematics Education, 12*(3), 197-211.

Hiebert, J. (1984). Why do some children have trouble learning measurement concepts?. *The Arithmetic Teacher*, *31*(7), 19-24.

Hunt, J. H., & Empson, S. B. (2015). Exploratory study of informal strategies for equal sharing problems of students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *38*(4), 208-220.

Individuals With Disabilities Educational Act. (2004). *Engelli Bireyler Eğitim Yasası,* web https://sites.ed.gov/idea/, sayfasından erişilmiştir.

Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (2015). Responding to children's mathematical thinking in the moment: an emerging framework of teaching moves. *ZDM Mathematics Education,* DOI 10.1007/s11858-015-0717-0.

Jitendra, A. K., & Star, J. R. (2011) Meeting the Needs of Students with Learning Disabilities in Inclusive Mathematics Classrooms: The Role of Schema- Based Instruction on Mathematical Problem-Solving, *Theory Into Practice*, *50*(1), 12-19.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Nisbet, S. (2002). Elementary students'access to powerful mathematical ideas. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education,* (pp. 113-141). NY: Routledge.

Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R., & Subrahmanyam, K. (2005). Children's use of the reference point strategy for measurement estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4-23.

Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2000). Mathematical thinking in second-grade children with different forms of LD. *Journal of learning disabilities*, *33*(6), 567-578.

Jordan, N., Hanich, L., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development, 74*, 834– 850.

Judge, S., & Watson, S. M. (2011). Longitudinal outcomes for mathematics achievement for students with learning disabilities. *The Journal of Educational Research*, *104*(3), 147-157.

Jupp, V. (2006). *The Sage dictionary of social research methods*. Sage.

Kamii, C., & Clark, F. B. (1997). Measurement of length: The need for a better approach to teaching. *School Science and Mathematics*, *97*(3), 116-121.

Kamii, C. (1991). Children's readiness for measurement of length. *Proceedings of the thirteenth annual meeting North American Chapter of the International Group for the Psychologv of Mathematics Education, 2*, 113-118.

Kamii, C. (1995, October). *Why is the use of a ruler so hard?* Paper presented at the 17th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, The Ohio State University, Columbus, OH.

Kamii, C. (2006). Measurement of length: How can we teach it better? *Teaching Children Mathematics*, *13* (3), 5.

Karadeniz, M. H. (2013). Diskalkuli yaşayan öğrencilere ilişkin öğretmen görüşlerinin değerlendirilmesi. *E-Journal of New World Sciences Academy Social Sciences,* DOI 10.12739/NWSA.2013.8.2.1C0580.

Karasu, T., & Mutlu, Y. (2014). Öğretmenlerin perspektifinden özel eğitimde yaşanan sorunlar ve çözüm önerileri: Muş il örneği. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *2*(1).

Kargın, T., Ergül, C., Büyüköztürk, Ş., & Güldenoğlu, B. (2015). Anasınıfı çocuklarına yönelik Erken Okuryazarlık Testi (EROT) geliştirme çalışması. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, *16*(03), 237-268.

Kavale, K. A., & Forness, S. R. (2012). *The nature of learning disabilities: Critical elements of diagnosis and classification*. Routledge.

Kayhan, H. C., & Argün, Z. (2014). İlköğretim öğrencilerinin uzunluk ölçme aracının çalışma biçimini bilme ve kullanma durumları arasındaki ilişki. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*(2).

Keijzer, R., & Terwel, J. (2004). A low-achiever's learning process in mathematics: Shirley's fraction learning. *The Journal of Classroom Interaction*, 10-23.

Kumaş, Ö. A., & Ergül, C. (2017). Öğrenme güçlüğü olan ve olmayan öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki performansları. *International Online Journal of Educational Sciences*, *9*(3).

Lambert, R., & Tan, P. (2017). Conceptualizations of students with and without disabilities as mathematical problem solvers in educational research: A critical review. *Education Sciences*, *7*(2), 51.

Lambert, R. (2018). Indefensible, illogical, and unsupported; Countering deficit mythologies about the potential of students with learning disabilities in mathematics. *Education Sciences*, *8*(2), 72.

Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8–9-year-old students. *Cognition*, *93*(2), 99-125.

Langrall, C., Mooney, E., Nisbet, S., & Jones, G. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. In English, L. D. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education,* (pp. 109-135). NY: Routledge.

Learning trajectories for interpreting the Common Core State Standards for Mathematics, (2010). Retrieved from https://www.turnonccmath.net/

Lee, K., & Smith, J. P. (2011). What is different across an ocean? How Singapore and US elementary mathematics curricula introduce and develop length measurement. *ZDM*, *43*(5), 681.

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, 179-192.

Lehrer, R., Jaslow, L., & Curtis, C. (2003). Developing an understanding of measurement in the elementary grades. *Learning and teaching measurement*, *1*, 100-121.

Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998*).* Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space,* (pp. 137-168). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Levine, S. C., Kwon, M. K. Huttenlocher, J., & Ratliff, K. Deitz, K. (2009, January). Children's understanding of ruler measurement and units of measure: A training study. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, *31*(31), 1-1.

Lewis, K. E. (2011). *Toward a reconceptualization of mathematical learning disabilities: A focus on difference rather than deficit*. Doctoral Dissertation, University of California, Berkeley.

Lewis, K. E. (2014). Difference not deficit: Reconceptualizing mathematical learning disabilities. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(3), 351-396.

Lienemann, T. O., & Reid, R. (2006). Self-regulated strategy development for students with learning disabilities. *Teacher Education and Special Education*, *29*(1), 3-11.

Livy, S., Muir, T., & Maher, N. (2012). How Do They Measure Up? Primary Pre-Service Teachers' Mathematical Knowledge of Area and Perimeter. *Mathematics Teacher Education and Development*, *14*(2), 91-112.

Lubienski, S. T., & Bowen, A. (2000). Who's Counting? A Survey of Mathematics Education Research 1982-1998. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(5), 626-633.

Mabbott, D. J., & Bisanz, J. (2008). Computational skills, working memory, and conceptual knowledge in older children with mathematics learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *41*(1), 15-28.

MacDonald, A. (2012). Young children's photographs of measurement in the home. *Early Years, 32*(1), 71-85.

Machaba, F. M. (2016). The concepts of area and perimeter: Insights and misconceptions of Grade 10 learners. *Pythagoras*, *37*(1), a304.

Mammarella, I. C., Giofrè, D., Ferrara, R., & Cornoldi, C. (2013). Intuitive geometry and visuospatial working memory in children showing symptoms of nonverbal learning disabilities. *Child neuropsychology, 19*(3), 235-249.

Marchett, P., Medici, D., Vighi, P., & Zaccomer, E. (2005). Comparing perimeters and area. Children's pre-conceptions and spontaneous procedures. *Proceedings of the CERME*, *4,* 766-776.

Marshall, L. (1997). *Year 7 students' understanding of the relationship between area and perimeter*. Retrieved from http://ro.ecu.edu.au/ theses/900

Mauser, A. J. (1981). *Assessing the learning disabled: Selected instruments*. Califonia: Academic Theraphy Publication.

Mayer, R. E. (1987). *Educational Psychology: A Cognitive Approach*. New York: Harper Collins.

Mazzocco, M. M., & Myers, G. F. (2003). Complexities in identifying and defining mathematics learning disability in the primary school-age years. *Annals of Dyslexia*, *53*(1), 218-253.

Mazzocco, M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, *20*(3), 142-155.

Mazzocco, M. M. M. (2007). Defining and differentiating mathematical learning disabilities and difficulties. In D. B. Berch & M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is math so hard for* some *children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities,* (pp. 29-48). Baltimore, MD: Paul H Brookes Publishing.

Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child* development*, 82*(4), 1224-1237.

Mazzocco, M. M., Myers, G. F., Lewis, K. E., Hanich, L. B., & Murphy, M. M. (2013). Limited knowledge of fraction representations differentiates middle school students with mathematics learning disability (dyscalculia) versus low mathematics achievement. *Journal of Experimental Child* Psychology, *115*(2), 371-387.

McDermott, R., Goldman, S., & Varenne, H. (2006). The cultural work of learning disabilities. *Educational Researcher, 35*(6), 12–17.

McGatha, M., Cobb, P., & McClain, K. (2002). An analysis of students' initial statistical understandings: Developing a conjectured learning trajectory. *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*(3), 339-355.

Mejias, S., Mussolin, C., Rousselle, L., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2012). Numerical and nonnumerical estimation in children with and without mathematical learning disabilities. *Child Neuropsychology*, *18*(6), 550-575.

Melekoğlu, M. A. (2018). *Özel öğrenme güçlüğünün nedenleri ve özellikleri*. M. A. Melekoğlu & U. Sak (Ed.), *Öğrenme güçlüğü ve özel yetenek,* (s. 24-52). Ankara: Pegem.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. London: SAGE Publication.

Miller, S. P., & Mercer, C. D. (1997). Educational aspects of mathematics disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(1), 47-56.

Milli Eğitim Bakanlığı (2009). *İlköğretim matematik dersi (1–5 sınıflar) öğretim programı.* Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı (2013a). *Ortaokul matematik (5-8. sınıf) dersi öğretim programı.* Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı (2013b). *Okul öncesi eğitim programı*. Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı (2015). *İlkokul matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. Sınıflar) öğretim programı.* Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı, (1973). *Milli Eğitim Temel Kanunu*, Resmi Gazete, 14574 (Haziran 1973): 5-9. web: http://mevzuat.meb.gov.tr/html/temkanun_0/temelkanun_0.html, sayfasından erişilmiştir.

Milli Eğitim Bakanlığı, (2000). *Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği*. web: https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2000_10/10111226_ozel_egitim_hizmetleri_yonetmeligi_son.pdf, sayfasından erişilmiştir.

Milli Eğitim Bakanlığı, (2006). *Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği*. web: https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2006_10/10111226_ozel_egitim_hizmetleri_yonetmeligi_son.pdf, sayfasından erişilmiştir.

Milli Eğitim Bakanlığı, Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı, (2010). *İlköğretim Okullarındaki Kaynaştırma Uygulamalarının Değerlendirilmesi*, Ulusal nihai rapor.

Mojica, G. F. (2010). Preparing pre-service elementary teachers to teach mathematics with learning trajectories. Unpublished PhD Dissertation. The Graduate Faculty of North Carolina State University. Retrieved from *https://search.proquest.com/docview/761000988?pq-origsite=gscholar*

Montague, M., Enders, C., & Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *34*(4), 262-272.

Moscardini, L. (2010). I like it instead of maths': how pupils with moderate learning difficulties in Scottish primary special schools intuitively solved mathematical word problems. *British Journal of Special Education*, *37*(3), 130-138.

Munro, J. (2003). Dyscalculia: A unifying concept in understanding mathematics learning disabilities. *Australian Journal of Learning Difficulties*, *8*(4), 25-32.

Murata, A., & Fuson, K. (2006). Teaching as assisting individual constructive paths within an interdependent class learning zone: Japanese first graders learning to add using 10. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(5), 421-456.

Murphy, C. (2012). The role of subject knowledge in primary prospective teachers' approaches to teaching the topic of area. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(3), 187-206.

Murphy, M. M., Mazzocco, M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cutoff criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, *40*(5), 458-478.

Mutlu, Y., & Akgün, L. (2017). Matematik öğrenme güçlüğünü tanılamada yeni bir model önerisi: Çoklu süzgeç modeli. *İlköğretim Online*, *16*(3).

Namkung, J., & Peng, P. (2018). *Learning disabilities*. In B. B. Frey (Ed.), *The SAGE Encyclopedia of Educational Research, Measurement, and Evaluation,* (pp. 243-278). SAGE Publications, Inc. City: Thousand Oaks.

National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VR: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Nguyen, K. H. (2010). *Investigating the role of equipartitioning and creating internal units in the construction of a learning trajectory for length and area.* Doctoral Dissertation. North Carolina State University, Raleigh, NC.

Nitabach, E., & Lehrer, R. (1996). Research into practice: Developing spatial sense through area measurement. *Teaching Children Mathematics*, *2*(8), 473-76.

Nunes, T., Light, P., & Mason, J. (1993). Tools for thought: The measurement of length and area. *Learning and Instruction*, *3*(1), 39-54.

Nührenbörger, M. (2001, March). Children's measurement thinking in the context of length. *Paper presented at the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Ludwigsburg*, Germany.

Olkun, S. (2014). Matematik öğrenme güçlükleri/ diskalkuli. S. Yıldırım-Doğru (Ed.), *Öğrenme güçlükleri* (s. 221-227). Ankara: Eğiten Kitap.

Olkun, S., Altun, A., Şahin, S. G., & Denizli, Z. A. (2015). Temel sayı yeterliklerindeki eksiklikler ilköğretim öğrencilerinde düşük matematik başarısına neden olabilir. *Eğitim ve Bilim*, *40*(177).

Olkun, S., Altun, A., Şahin, S. G., & Kaya, G. (2016). Psychometric properties of a screening tool for elementary school student's math learning disorder risk. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, *15*(12), 48-66.

Outhred, L., & McPhail, D. (2000). A framework for teaching early measurement. *In Proceedings of the Mathematics Education Research Group of Australasia, 23,* 487-494. Fremantle, WA: MERGA.

Outhred, L. N., & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for research in mathematics education*, *31*(2), 144-167.

Outhred, L., Mitchelmore, M., McPhail, D., & Gould, P. (2003). Count me into measurement: A program for the early elementary school. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement: Yearbook,* (pp. 81-99). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Owens, K. (2004). *Imagery and property noticing: Young students' perceptions of three-dimensional shapes.* Paper presented at the Annual Conference for the Australian Association for Research in Education. AARE: Melbourne, Australia. Retrieved from http:// www. aare. edu. au/ conf04/. File: OWE04038,

Ölmez, Y., & Argün, Z. (2017). RTI Modelinin Özel Eğitime Gereksinimi Olan 5. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Öğrenmeleri Üzerindeki Etkililiği. *Eğitim ve Bilim*, *42*(190).

Öncül, N., & Batu, E. S. (2005). Normal gelişim gösteren çocuk annelerinin kaynaştırma uygulamasına ilişkin görüşleri. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, *6*(02).

Özmen, E. R. (2017). *Öğrenme güçlüğü hakkında temel bilgiler ve uygulamalar*. Ankara: Eğiten.

Özyeşil, Z. (2014). Öğrenme güçlükleri nedir? Öğrenme güçlüklerinin tarihçesi. S. Yıldırım-Doğru (Ed.), *Öğrenme güçlükleri,* (s. 21-32). Ankara: Eğiten Kitap.

Özyürek, A., Gürleyik, S., Özdemir, S., & Sancı, N. G. (2017). Çocuklarda sayı, sıvı ve uzunluk korunumu gelişiminin cinsiyet ve yaş değişkeni açisindan incelenmesi. *National Education*, 5.

Paksu, A. D., Musan, M., İymen, E., & Pakmak, G. S. (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının boyut konusundaki kavram görüntüleri. *Buca Faculty of Education Journal,* (34).

Panorkou, N., Maloney, A. P., & Confrey, J. (2013*).* A learning trajectory for early equations and expressions for the common core standards*. In Proceedings of the 35th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *35*, 417-424.

Parmar, R. S., & Cawley, J. F. (1995). Mathematics curricula frameworks: Goals for general and special education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *17*(2), 50-66.

Passolunghi, M. C. (2011). Cognitive and emotional factors in children with mathematical learning disabilities. *International Journal of Disability, Development and Education*, *58*(1), 61-73.

Patton, M. Q. (2005). Qualitative *research*. Wiley Online Library.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry* (E. A. Lunzer, Trans.). New York: Norton.

Piazza, M., Facoetti, A. Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., … Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition, 116*, 33–41.

Pierangelo, R., & Giuliani, G. A. (2006). *Learning disabilities: A practical approach to foundations, assessment, diagnosis, and teaching*. Boston: Pearson College Division.

Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics, 75*(2), 191-212.

Reinke, K. S. (1997). Area and perimeter: Preservice teachers' confusion. *School Science and Mathematics*, *97*(2), 75-77.

Reynolds, A., & Wheatley, G. H. (1997). Third-grade students engage in a playground measuring activity. *Teaching Children Mathematics*, *4*(3), 166.

Rousselle, L., & Noel, M. P. (2007) Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition, 102*, 361–395.

Ryu, H., Chong, Y., & Song, S. (2007). *Mathematically gifted students' spatial visualization ability of solid figures.* Paper presented at the Proceedings of the 31st Conference of the International Group for PME.

Sakız, H., Sart, Z. H., & Ekinci, A. (2016). Öğrenme güçlüğünde yaşanan zorlukların eğitsel çerçevede incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *1*(40).

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. London: Routledge.

Sarama, J., Clements, D. H., Barrett, J., Van Dine, D. W., & McDonel, J. S. (2011). Evaluation of a learning trajectory for length in the early years. *ZDM, 43*(5), 667.

Saraswathi, L. S. (1989). Practices in linear measurements in rural tamil-nadu: Implications for adult education programs. *Journal of Education and Social Change*, *3*(1), 29-46.

Satsangi, R., & Bouck, E. C. (2015). Using virtual manipulative instruction to teach the concepts of area and perimeter to secondary students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *38*(3), 174-186.

Sezer, S., & Akın, A. (2011). 6-14 Yaş Arası Öğrencilerde Görülen Matematik Öğrenme Bozukluğuna İlişkin Öğretmen Görüşleri. *İlköğretim Online, 10*(2).

Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choice in addition and subtraction: How do children *know* what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (pp. 229–293). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 91-104.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education,* 114-145.

Sisman, G. T., & Aksu, M. (2012). Seventh Grade Students' Understanding of Linear Measurement: What Has Been Learned About Linear Measurement in Seven Years of Schooling Process? *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *46*, 1905-1909.

Skordoulis, C., Vitsas, T., Dafermos, V., & Koleza, E. (2009). The system of coordinates as an obstacle in understanding the concept of dimension. *International Journal of Science and Mathematics Education, 7*(2), 253-272.

Smith T. E. C., Polloway E. A., Patton, J. R., & Dowdy, C. A. (2001). *Teaching students with special needs in inclusive setting*. Allyn and Bacon: USA.

Smith, J. P., Tan-Sisman, G., Dietiker, L., Figueras, H., Males, L., Lee, K., … Chang, K. (2008). *Framing the analysis of written measurement curricula. In Poster presented at American Educational Research Association, 2008 annual meeting:* Research on schools, neighborhoods, and communities: Toward civic responsibility, New York.

Smith, J. P., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Teppo, A. R. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM*, 46, 617–620.

Smith III, J. P., DiSessa, A. A., & Roschelle, J. (1994). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The journal of the learning sciences*, *3*(2), 115-163.

Smith III, J. P., Males, L. M., Dietiker, L. C., Lee, K., & Mosier, A. (2013). Curricular treatments of length measurement in the United States: Do they address known learning challenges? *Cognition and Instruction*, *31*(4), 388-433.

Solomon, T. L., Vasilyeva, M., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2015). Minding the gap: Children's difficulty conceptualizing spatial intervals as linear measurement units. *Developmental Psychology*, *51*(11), 1564.

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*, (pp. 267-306). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Steffe, L. P. (1991). *The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications.* In *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 177-194). Springer, Dordrecht.

Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. *Learning and Teaching Measurement*, 3-16.

Stephan, M. (2003). Reconceptualizing linear measurement studies: The development of three monograph themes. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph*, *12*, 17-35.

Sterr, A. M. (2004). Attention performance in young adults with learning disabilities. *Learning and individual differences, 14*(2), 125-133.

Sullivan, M. M. (2005). Teaching mathematics to college students with mathematics-related learning disabilities: Report from the classroom. *Learning Disability Quarterly*, *28*(3), 205-220.

Szilágyi, J., Clements, D. H., & Sarama, J. (2013). Young children's understandings of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(3), 581-620.

Şahin, S, Yaban, H., & Acar, E. (2011). Bireyselleştirilmiş eğitim programı. N. Baykoç (Ed.), *Özel Gereksinimli Çocuklar ve Özel Eğitim,* (s. 3-6). Ankara: Eğiten Kitap.

Şişman, G. T. Ş., & Aksu, M. (2009). Seventh grade students' success on the topics of area and perimeter. *Elementary Education Online*, *8*(1), 243-253.

Tall, D. (1995, July). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In *PME conference*, *1*, 1-61.

Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2012). The length measurement in the turkish mathematics curriculum: Its potential to contribute to students'learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(2), 363-385.

The national Joint Committee for Learning Disabilities (1988). *Learning disabilities: Issues on definition.* Maryland: NJCLD.

Thomas, C. N., Van Garderen, D., Scheuermann, A., & Lee, E. J. (2015). Applying a universal design for learning framework to mediate the language demands of Mathematics. *Reading & Writing Quarterly*, *31*(3), 207-234.

Tobias, S. (1993). *Overcoming math anxiety*. New York: W. W. Norton & Company.

Tsuei, M. (2014). Mathematics synchronous peer tutoring system for students with learning disabilities. *Journal of Educational Technology & Society*, *17*(1).

Türk Dil Kurumu. (2011). Türkçe sözlük. Ankara: TDK.

Ural, A. (2011). Matematik öğretmen adaylarının boyut ölçütleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 13-25.

Van de Walle, J.A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. New York, NY: Pearson Education.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Elia, I. (2011). Kindergartners' performance in length measurement and the effect of picture book reading. *ZDM*, *43*(5), 621-635.

Van Dine, D. W. (2014). *Development and evaluation of a revised developmental progression of a learning trajectory for volume measurement in the early years*: Doctoral dissertation. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Douglas_Van_Dine/publication/295067935_Development_and_evaluation_of_a_revised_developmental_progression_of_a_learning_trajectory_for_volume_measurement_in_the_early_years/links/56c68c2408ae408dfe4d6ba6.pdf

Van Garderen, D., Scheuermann, A., & Poch, A. (2014). Challenges students identified with a learning disability and as high-achieving experience when using diagrams as a visualization tool to solve mathematics word problems. *ZDM Mathematics Education, 46*, 135–149.

Vaughn, S., & Fuchs, L. S. (2003). Redefining learning disabilities as inadequate response to instruction: The promise and potential problems. *Learning Disabilities Research & Practice, 18*(3), 137–146.

Vostal, B. R., Hughes, C. A., Ruhl, K. L., Benedek-Wood, E., & Dexter, D. D. (2008). A content analysis of learning disabilities research & practice: 1991–2007. *Learning Disabilities Research & Practice*, *23*(4), 184-193.

Vygotsky, L. S. (1993). *Introduction: Fundamental problems of defectology*. In R. W. Rieber & A. S. Carton (Eds.), The collected works of L. S. Vygotsky: Vol. 2. The fundamentals of defectology (Abnormal psychology and learning disabilities) (J. E. Knox & C. Stevens, Trans.). New York, NY: Plenum Press. (Original work published 1929).

Wang, F., & Hannafin, M. J. (2005). Design-based research and technology- enhanced learning environments. *Educational Technology Research and Development*, *53*(4), 5-23.

Wheatley, G. H., & Reynolds, A. (1996). The construction of abstract units in geometric and numeric settings. *Educational Studies in Mathematics*, *30*(1), 67-83.

Wilson, P. H., Sztajn, P., Edgington, C., & Confrey, J. (2014). Teachers' use of their mathematical knowledge for teaching in learning a mathematics learning trajectory. *Journal Math Teacher Education, 17*, 149–175.

Wilson, P. H., Mojica, G. F., & Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking, *Journal of Mathematical Behavior, 32*, 103– 121.

Woodward, J., & Montague, M. (2002). Meeting the challenge of mathematics reform for students with ld. *The Journal of Special Education*, *36*(2), 89–101.

Woodward, J., & Brown, C. (2006). Meeting the curricular needs of academically low-achieving students in middle grade mathematics. *The Journal of Special Education*, *40*(3), 151-159.

Yanık, H. B., Helding, B., & Flores, A. (2008). Teaching the concept of unit in measurement interpretation of rational numbers. *İlköğretim Online*, *7*(3).

Yenilmez, K., & Çiftçi, Ş. K. (2014). Lise öğretmen adaylarının çevre ve alan kavramlarına ilişkin bilgilerinin belirlenmesi. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi, 5*(10), 23-35.

Yenilmez, K., & Pargan, A. Ş. (2008). İlköğretim ikinci sinif öğrencilerinin standart uzunluk ölçme birimine ilişkin algıları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(2).

Yeo, J. (2008). Teaching area and perimeter: Mathematics-pedagogical-content knowledgein-action. *In Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, *31*, 621-627.

Zacharos, K., & Chassapis, D. (2012). Teaching suggestions for the measurement of area in elementary school. Measurement tools and measurement strategies. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, *6*(2), 41-62.

Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior, 25*(3), 224-239.

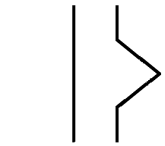
Zeleke, S. (2004). Learning disabilities in mathematics: A review of the issues and children's performance across mathematical tests. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *26*(4), 1-14.

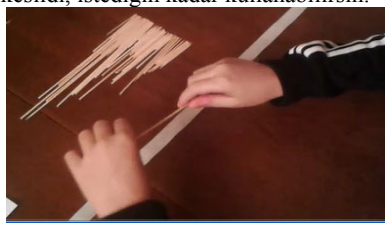
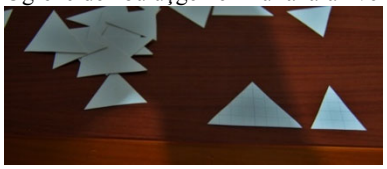
EKLER

Ek-1. İlk Klinik Görüşme Soruları

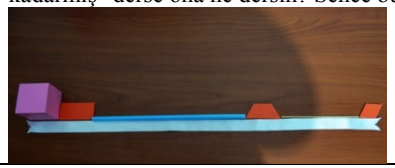
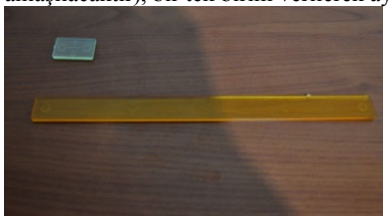
<table>
<tr><td colspan="2">Uzunluk Bağlamında Ölçme Kavramının Karakteristiklerinin İncelenmesi

Okul öncesi ve 1-4. sınıf seviyelerinde hazırlanmıştır.
Görüşme boyunca gerekli materyallerin yanında kalem, kağıt ve cetvel hazır bulunacaktır.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Uzunluk: Doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık; doğrusal olmayan bir nesnenin ise doğrusal hale getirildiğinde başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık, o nesnenin uzunluğudur (Argün vd., 2014).</td></tr>
<tr><td>Ölçme kavramına ait karakteristikler</td><td>Sorular/Etkinlikler</td></tr>
<tr><td>Niteliği Tanıma</td><td>1. [Bir su şişesi gösterilerek] Bu şişenin özelliklerinden bahsedebilir misin?, Özellikleri dediğimde aklına neler geldiğinden bahsedebilir misin?, Şu kalemin özelliklerinden bahseder misin?, Şu kalorifer peteğinin özelliklerinden bahseder misin?,
Şişenin bir boyu var mıdır?
2. Ölçme nedir? Ölçme deyince hangi kavramlar aklına gelmektedir? Ölçme kavramına günlük hayatta nerede ve ne yaparken ihtiyaç duyarız? Örneğin pazara gittim....
3. Uzunluk nedir? Uzunluk deyince aklına neler gelmektedir? Örnek verir misin? Bu odadan uzunluk kavramına dair örnekler verebilir misin? Kardeşine/senden küçük bir arkadaşına uzunluğu nasıl açıklarsın?
4. [Aşağıdaki nesneler şekilde görüldüğü gibi masanın üzerine dizilir] Bu nesnelerden hangilerinin uzunluğunu ölçebilirim? Neden ölçebiliriz/ölçemeyiz? [Nesnelerin her biri için] Neresinin uzunluğunu ölçeriz? Nasıl ölçeriz? (Confrey, Baturo, & Nason'dan (1996) uyarlandı)
 
5. Aşağıdaki ifadelerden hangileri uzunluk ölçmedir? Neden?
Annemin boyu
Odamızın genişliği
Evim ile okulum arasındaki uzaklık
Bahçemizin çevresi (Çevre nedir?)
Akvaryumun boyu
Kitaplığıma ne kadar kitap koyabileceğim
Bir demir paranın kalınlığı
Akvaryumun yüksekliği
Akvaryumun odada işgal ettiği yer miktarı
Akvaryumun masa üzerinde kapladığı yer miktarı
Bir demir paranın kağıt üstünde kapladığı yer
Akvaryumun alabileceği su miktarı</td></tr>
</table>

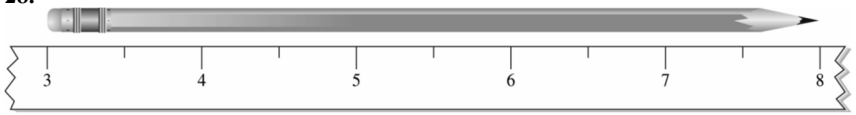
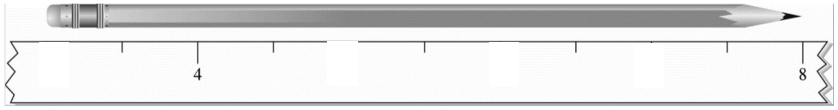
	Arabanın uzunluğu Akvaryumun eni Bir kamyona doldurabileceğimiz kum miktarı **6.** Bu odada kolunun uzunluğundaki nesneleri/eşyaları sayabilir misin? (Clements, 1999) [Masadaki tel, kurdele, kolyeler ve cetvel kullanılabilir] Nasıl anlayabiliriz? Nasıl karşılaştırabiliriz? **7.** Odamızdaki şu boş yer [boş bir yer gösterilerek] şu kitaplığı alacak kadar geniş midir? Buna nasıl karar vereceğiz? Ne yapmamız lazım? Ne yardımcı olur? Nasıl yaparsın? [Ölçeriz derse] Nasıl ölçeriz? Hadi ölçelim! Ne ile ölçeceğiz? Cetvelimiz yokmuş anlamaya çalışıyoruz ne yapmalıyız? (Kamii & Clark, 1997; Kamii, 2006)
Niteliklerin Korunumu İlkesi	**8.** [Masa üzerinde duran] pipetle çöp şişin uzunluğunu karşılaştırır mısın? [Uzunluklar eşit] O zaman nasıl ifade edeceğiz? Bu pipetin uzunluğu kaç tane çöp şişin uzunluğuna eşit? Peki ben pipeti alıp yere koysam uzunluğu değişir mi? Diğer odaya götürsem değişir mi? Şöyle döndürsem değişir mi? [Bir makasla] Peki şöyle parçalara ayırsam sonra tekrar birleştirsem bantlasam kestiğim yerlerden pipetin uzunluğu değişir mi? Neden? **9.** Şekildeki gibi verilen pipet ve kurdeleyi karşılaştırması istenir.  [Doğrusal hale getirerek yerleştirir ve karşılaştırırsa] Neden bu şekilde yaptın? Neden önceki hali gibi karşılaştırmadın da bu şekilde karşılaştırdın? O zaman uzunluklarını ölçmek için iki nesnenin nasıl karşılaştırılması gerekmektedir? [Doğrusal hale getirerek düzenlemezse] Sence bu şekilde karşılaştırabilir miyiz? Acaba başka şekillerde de karşılaştırabilir miyiz? **10.** [Pipet ve kurdele şekilde görüldüğü gibi konumlandırılır.] Peki bu şekilde yerleştirirsem pipet ve kurdelenin uzunlukları değişir mi? Karşılaştırır mısın?  Kurdelenin uzunluğu neresi? Böyleyken yaptığımız karşılaştırma doğru mudur? Neden? Bu iki nesnenin uzunluğunu karşılaştırıyoruz, ne demeliyiz? **11.** Aşağıdaki uzunlukları karşılaştırır mısın? Neden? (Clements, 1999)  _____

Geçişlilik	**12.** Kurdele ve pipete tekrar dönülür ve karşılaştırması istenir. Peki kurdeleden daha uzun olan bir ipim varsa ip ile pipetin uzunlukları için ne söylersin? İp kurdeleden uzun, kurdele de pipetten uzunsa o zaman ne söylersin?
Birim Kavramı/Birimin Uygunluğu	**13.** Şekildeki gibi verilen kurdeleyi[4] verilenlerden hangisiyle ölçmek daha uygundur? Ölçmek için birimin hangi parçasını kullandın? Peki bununla nasıl ölçeceğini açıklar mısın? Gösterir misin? [Her birini tek tek incelemesi sağlanır] Bununla ölçersen kurdelenin uzunluğunu nasıl ifade edeceksin? (Curry vd.'den (2006)' dan uyarlandı) 
Eş Birimlerin Kullanımı	**14.** [Çöp şişler resimdeki gibi verilir]Bu çöp şişleri kullanarak kurdelenin uzunluğunu ölçer misin? Bu çöp şişler kurdele ile aynı uzunlukta olacak şekilde kesildi, istediğin kadar kullanabilirsin.  O zaman bu kurdelenin uzunluğu için ne diyeceksin? Birimin ne olmuş oldu? Uzunluğu hangi birim cinsinden ifade edersin? [Farklı birimlerle ifade ederse, farklı birimler gösterilip] Bunlarla bunların bir farkı var mı? **15. [**40 birim uzunluğuna sahip bir nesne ile birlikte bir kenarı 8 birim ve bir kenarı 5 birim olan üçgenler yeteri sayıda şekildeki gibi öğrenciye verilir. Öğrenciden bu üçgenleri kullanarak verilen nesnenin uzunluğunu ölçmesi istenir.]  O zaman bu çubuğun uzunluğu için ne diyeceksin? Birimin nedir? Uzunluğu hangi birim cinsinden ifade edersin? **16.** Evimdeki perde için kurdele almam lazım ama evden çıkamıyorum. Kurdeleyi ölçtüm kendi karışımla 5 karışmış. Perdeciyi aradım "Bana 5 karışlık kurdele gönderir misin?" dedim. Doğru bir şey mi yaptım? Neden? Doğru ölçüm olması için ne yapmamız lazım? **17.** Ayşe'nin öğretmeni "Evinizdeki çalışma masanızın uzunluğunu ölçün ve birbirinizle karşılaştırın" şeklinde bir ödev vermiş. Ayşe ertesi gün öğretmenine demiş ki "Öğretmenim benim masamın uzunluğu 6 tane kırmızı çubuk [Çubuğun uzunluğunu bilinmemektedir, duruma göre 6 karış da denilebilir. Arkadaşımınki de 4 tane mavi çubukmuş (4 ayak) o zaman benim ki daha uzundur." demiş. Sence doğru mu? Ayşe'nin öğretmeni olsan ona ne derdin? Karşılaştırmasının doğru olması için Ayşe ne yaparsa doğru olur?

[4] Öğrencinin bir çokgen kenarının uzunluğunun ölçülebildiğini bildiği varsayılarak bazı sorularda dikdörtgen kenarı veya üçgen kenarı da kullanılabilir. Bu 4. sorudan anlaşılacaktır. Bilmiyorsa kurdele, tel veya çöp şiş ile devam edilecektir.

<table>
<tr><td></td><td>18. [Şekildeki gibi bir diziliş verilir.] "Kardeşin/arkadaşın geldi .... arkadaşım/abla/abi bu kurdelenin boyunu ölçtüm bir kare kenarı, bir pipet, bir kalem kadarmış" derse ona ne dersin? Sence bu doğru mu? Neden? Peki sen bunu kardeşine/arkadaşına nasıl açıklarsın?
  </td></tr>
<tr><td>Birimlerin Yinelenmesi</td><td>19. Sence bu çubuğu ölçmek için bu yeşil birimlerden kaç tane gerekir? [Eş birimlerin uzunluk boyunca dizilimini yapabiliyorsa (önceki sorulardan anlaşılacaktır), bir tek birim verilerek aynı birimin tekrarlı kullanım becerisi sınanır.]
 
20. Bir cetvel verilerek sırasıyla verilen bir uzunluğu, çizilen bir dikdörtgenin bir kenarını ve sonra çevresini ölçmesi istenir. Uzunluklar tam sayı olacak şekilde ve cetvelden daha kısa olacak şekilde çizilmiştir.
21. Verilen cetvelle [cetvel 20 cm’lik] 25 cm uzunluğunda bir yer ölçmesi istenir.
22. Bir kırık cetvel verilerek verilen uzunluğu ölçmesi istenir. Kırık cetvel 6 cm’den sonrası kırık olacak şekildedir. Verilen uzunluk ise 18 cm’dir.</td></tr>
<tr><td>Sayı ve Ölçme</td><td>23. Kesir çubuklarından en uzunu verilir. Aynı uzunluğu hem bununla [kırmızı çubuk gösterilerek] hem de bununla [yeşil çubuk gösterilerek] ölçer misin? Peki hangi ölçüm bu çubuğun uzunluğudur?
25. [Önceki sorunun devamı olarak] Bunun uzunluğunu kırmızı ile ölçersem mi daha fazla birimi yan yana getirmem gerekir? Yeşil (dörtte birlik) ile ölçersem mi daha fazla birimi yan yana getirmem gerekir? Bunu ölçmek için hangisinde daha fazla birime ihtiyaç duyarım? Neden?
Birim küçülürken ölçüm sonucu ne oldu? Sebebi ne olabilir? Birimi kısaltırsam ölçüm sonucum nasıl değişir? Daha uzun bir birim alırsam ölçüm sonucum ne olur? Nasıl değişir?
24. Aşağıdaki uzunlukları karşılaştırır mısın? Neden? (Clements & Stephan, 2004)
— — — — — — — — —
—— —— —— —— ——

26. Dört arkadaş bir odanın genişliğini ölçmek istemektedir. Odanın genişliğini, bir duvardan diğer duvara doğru yürürken attıkları adımları sayarak ölçmeye karar verirler. Aşağıdaki tabloda odanın genişliğini ölçerken attıkları adım sayıları ayrı ayrı verilmiştir. Tabloya göre en uzun adım hangi öğrencinindir? Neden? (TIMSS, 1995)
<table>
<tr><td>İsim</td><td>Adım Sayısı</td></tr>
<tr><td>Ayşe</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Ali</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Fatma</td><td>9</td></tr>
</table>
  </td></tr>
</table>

	Coşkun 7 **27.** Öğrenciye 6 birim uzunluğunda bir tel ve bir top kurdele verilir. "9 birim uzunluğunda bir kurdele kesmek istiyorum. Evde cetvel bulamadım. Yalnızca bu telin 6 birim uzunluğuna sahip olduğunu biliyorum. Bu teli kullanarak ölçmek zorundayım. 9 birim uzunluğunu bu teli kullanarak nasıl elde edebilirim? 3 birim uzunluğunu nasıl elde edebilirim?" (Van de Walle vd.'den (2010) uyarlanmıştır.) **28.**  Kalemin uzunluğu nedir? Nasıl buldun?  **29.** Kalemin uzunluğu nedir? Nasıl buldun?

Ek-2. Etkinlik 5: Öteleme Etkinliği

Amaç: Öteleme ile şekil ve nesne üzerindeki herhangi iki noktanın arasındaki uzaklığın korunduğunu fark etme (Niteliklerin korunumu). Nesne veya şekilleri öteleyerek aynı hizaya getirme.

(Kazanım: Ötelemede şekil üzerindeki her bir noktanın aynı yön ve büyüklükte bir dönüşüme tabi olduğunu ve şekil ile görüntüsünün eş olduğunu keşfeder (7. Sınıf))

Sözcükler: Öteleme, kaydırma

Materyaller: Çubuk, tel, ip, sınıfta bulunan nesneler

Öğrenme Süreci: Öğrencinin önce somut nesnelerle öteleme yapması sağlanır. Öteleme dönüşümü altında uzunluğun korunduğu somut nesneler üzerinde fark ettirilmeli ve vurgulanmalıdır (Niteliklerin Korunumu İlkesi). Nesnenin üzerinde öğrenciyle birlikte iki nokta belirlenir, işaretlenir, isimlendirilir ve "A noktasını şuraya kaydırsam B nerede olur?" şeklinde öteleyerek görmesi ve cevaplaması istenir. Etkinlik kareli kağıt üzerinde gerçekleştirilir. Daha sonra boş kağıtta tekrarlanır (Bu öğrencinin başka kavram yanılgılarına dair de fikir verecektir). İlk bir kaç örnekte somut nesneyi öteleyerek görmesine izin verilir. Daha sonra tahmin etmesi istenir. Yeteri sayıda etkinlik yapıldıktan sonra yine nesnelerle, nesneleri aynı hizaya getirme üzerine odaklanılır. "Bu iki nesnenin A ve C noktalarını aynı hizaya getirdiğimizde B ve D noktaları nerede olur?" gibi sorular sorulur. Daha sonra ise etkinlik şekiller üzerinde devam ettirilir. Öncelikle tek bir nesnenin ötelenmesi üzerinden gidilerek, daha sonra nesneleri aynı hizaya getirmek için yapılan ötelemeler durumunda öğrencinin neler yapacağı gözlemlenir.

Dikkat edilmesi gereken noktalar: Ötelemeye dair kavram yanılgısı oluşmaması açısından nesne seçiminde yalnızca doğrusal olanlara odaklanılmamalıdır. Önce somut nesnelerle sonra şekillerle. Önce tek bir nesneyi öteleme sonra iki nesneyi aynı hizaya getirme için öteleme (bu nokta doğrudan karşılaştırmanın söz konusu olduğu noktadır).

Ek-3. Etkinlik 6: Robinson Crusoe ve Maceraları Etkinliği

Ulaşılması amaçlanan ana fikirler: Nesnelerin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil edebiliriz. Nesneler uzunluklarına göre karşılaştırılırken doğrudan karşılaştırma söz konusu değil ise bu nesnelerin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil ederek karşılaştırabiliriz.

Etkinliğin sonunda öğrenciden beklenen: İki nesnenin uzunluğunu başka bir nesne ile temsil ederek, bu temsile dayanarak doğrudan karşılaştırma yapması ve bu karşılaştırmadan elde ettiği sonucu söz konusu iki nesneye atfedebilmesidir. İki nesneyi uzunluk niteliğini temsil eden başka bir nesne ile dolaylı olarak karşılaştırabilmesidir.

Sözcükler: Karşılaştırmak

Materyaller: Çalışma kağıtları, kurdele, tel, mukavva şerit

Öğrenme Süreci: Öğrenciye çalışma kağıdı verilir ve sesli okuması istenir. Çalışma kağıdında bir hikaye bulunmaktadır: *Robinson Crusoe'un mutlu ve güzel bir hayatı vardı. Ama o hayatının sıkıcı olduğunu düşünüyordu. Bir gün bir arkadaşı ona "Benim babamın bir gemisi var. Onunla dünyayı gezmeye ne dersin?" dedi. Robinson bu fırsatı tabi ki kaçırmadı. Arkadaşı ile bir yolculuğa çıktılar. Gemileri ile birçok yer gezdiler, gördüler. Ancak bir gün bir fırtına gemiyi karaya sürükledi ve paramparça etti. Robinson arkadaşını kaybetmiş ve kendisini ıssız bir adada bulmuştu. Gemiden kalanlarla yaşamını sürdürmeliydi. Öncelikle geceleri üşümemek ve güvende olabilmek için kendisine bir barınak aramaya karar verdi. Sahilden ayrılıp ormanın biraz içlerine doğru yürüdüğünde orada kendisi için çok uygun bir mağara keşfetti. Büyük bir sevinçle olduğu yerde zıpladı. "Hemen bu mağarayı bir eve dönüştürmem lazım" dedi. Bunun için gemiden sağlam kalan eşyaları buraya getirmeliyim diye düşündü. Ancak bir problem vardı: "Acaba getireceğim yatak ve dolap mağaranın girişinden geçebilecek mi?" diye düşündü. "Onları getirip buradan sokmaya çalışsam mı? diye bir düşünce aklına gelir gelmez "Olmaz!" dedi yüksek sesle "Gemi buradan çok uzakta! Eğer sığmayacaklarsa boştan yere taşımamalıyım." Robinson "O zaman ne yapmalıyım? Yatağın ve masanın bu mağaraya girip giremeyeceğini nasıl anlayacağım? Nasıl karar vermeliyim?" diye derin düşüncelere daldı. Sizce Robinson ne yapmalıydı?*

Bu aşamada öğrenciye Robinson neye karar vermeye çalışıyor? sorusu sorularak öğrencinin hikayeyi takip edip etmediği ortaya çıkarılmalıdır.

Robinson derin düşüncelerden birden uyandı. "Buldum!" diye sevinçle bağırdı "Uzunluklarını karşılaştırmalıyım. Ama nasıl?"

Öğrenciye "Nasıl karşılaştırabilir Robinson?" sorusu sorulur.

Öğrencinin muhtemel olan cetvelle ölçerim cevabına müdahale edilmeyecek ve şu sorular vurgulanacaktır: "Neleri ölçecek? (kenarları vs) Neden ölçmeli? Ölçmek ne işine yarayacak? (karşılaştırmamıza) Ölçtükten sonra ne yapmalı? Önce mağaranın girişini ölçtü diyelim, bu ölçüm sonucunu nasıl kullanacak? Amacı neydi Robinson'un?" soruları sorulur. Öğrenciden alınan cevaba göre "Bakalım Robinson ne yapmış?" denilir ve hikayeye devam edilir.

Öğrenci cetveli söz konusu etmezse Nasıl karşılaştırmalı? Getiremiyormuş da buraya o zaman ne yapmalı? sorusu sorulur.

Önce mağara girişinin uzunluğunu başka bir şey ile karşılaştıracağım ve girişin uzunluğunu onu kullanarak anlayabileceğim ve sonra gemiye gidip yatağın uzunluğunu da o şeyle karşılaştıracağım. Böylece mağara girişi ile yatağın uzunluklarını karşılaştırmış olacağım. Ona göre de karar vereceğim."

Öğrenci cetvel demişse:

Robinson o anda hatırlamıştır "Ama cetvelim yok benim. Ne yapacağım?" der. Etrafına bir bakar. Sizce Robinson ne yapmalıdır? Bu aşamada öğrenciden cetvel yok ise uzunlukları temsil edecek başka nesneler önermesi beklenir.

*Robinson acaba karışımla mı karşılaştırsam diye düşünür ancak vakit çok geç olmuştur ve hava kararmaya başlamıştır. Karışımla karşılaştırmak ve uzunluğu ona göre anlamak çok uzun sürer şimdi diye düşünür o zaman ne yapmalıyım der? (*Sizce ne yapmalıdır?) *Etrafa bir bakar yerde kuru yapraklar, çürümüş meyveler, taşlar ve ağaç dalları bulunmaktadır. Robinson'a ne önerirsiniz?*

Robinson ağaç dallarından birini seçer. Yine kafası karışmıştır. "Acaba mağara girişinin neresinin uzunluğunu belirlemeliyim yatak ve dolap ile karşılaştırmak için?" diye düşünür. Siz Robinson Crusoe olsanız ne yapardınız? Sınıfınızdaki kapının mağaranın girişi olduğunu, öğretmen masasının Robinson'un yatağı olduğunu ve kitaplığın da Robinson'un dolabı olduğunu düşünerek, seçeceğiniz bir birimle yatak ve dolabın mağaranın girişinden geçip geçemeyeceğine karar vererek Robinson'a yardım edin. Bu aşamadan sonra öğrenciden uygulamalı olarak göstermesi beklenir.

Ek-4. Etkinlik 7

Ulaşılması amaçlanan ana fikirler:

Fikir 1. Doğrusal olmayan eğrilerin uzunluklarının belirlenmesinde öncelikle bir araç yardımıyla eğilip bükülmüş-doğrusal olmayan eğrilerin doğrusal hale getirilmesi gerekir. (Burada dolaylı karşılaştırma ile aslında tam olarak ne yaptığımızın fark ettirilmesi söz konusu).

Fikir 2. Doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğu, düzleştirilmişi olan doğru parçasının uzunluğudur (bu doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık)

Sözcükler: Doğrusal olma, doğrusal olmama, doğrusal hale getirme

Materyaller: ip, tel, kurdele, şişe kapağı, sünger kedi, çalışma kağıdı 1 ve 2

Öğrenme Süreci:

Giriş

I. Etkinliğin amacının uzunluk kavramının anlaşılması olduğu ifade edilir.

II. Çalışma Kağıdı 1 dağıtılır. Çalışma Kağıdı 1'de bulunan sorular yardımıyla Robinson Crusoe ve Maceraları etkinliği hatırlatılarak öğrencinin etkinlik yoluyla ulaşılan sonucu hatırlaması ve ifade etmesi sağlanır.

1. Önceki derslerimizde işlediğimiz Robinson ve Maceraları etkinliğini hatırlayınız. Robinson yatak ve dolabı mağaraya sokarken, bunların mağaranın girişinden sığıp sığamayacağına nasıl karar vermişti? Bu kararı vermek için neler yapmıştı?

2. Bu etkinliğin sonunda ulaştığımız sonuç ne idi?

Bu soruya beklenen cevap verilmediği takdirde aşağıdaki sorular yöneltilir:

3. Kıvrılmış, eğip bükülmüş (doğrusal olmayan) eğriler ve nesneler uzunluğa sahip midir?

4. Kıvrılmış, eğip bükülmüş (doğrusal olmayan) eğriler ve nesnelerin uzunluklarını ölçebilir miyiz? Nasıl ölçeriz?

Öğrencinin "Doğrusal olmayan nesne ve şekillerin de uzunluğunu ölçebiliriz ve bunu bir başka nesne yardımıyla karşılaştırma yoluyla yapabiliriz" fikrine ulaşılması sağlanır.

Öğrenci bu fikre Robinson etkinliğinde ulaştığından dolayı burada amaç, bu fikrin tekrar hatırlatılmasıdır.

Süreç

III. Çalışma kağıdı 1 üzerinde doğrusal olmayan eğrilerin uzunluklarının belirlenmesinde öncelikle bir araç yardımıyla düzleştirilmiş (doğrusal hale getirilmiş) hallerinin elde edildiği ve nesnelerin uzunluğunu incelerken düzleştirilmiş (doğrusal hale getirilmiş) hallerinin göz önüne alındığı fikrini edindirmek için sorulara devam edilir ve 8. soruda Çalışma kağıdı 2 verilerek düzleştirilmiş (doğrusal) hallerinin göz önüne alınması fikrine ulaştırma amacıyla tablonun doldurulması sağlanır.

5. Robinson etkinliğinde ipi kullanarak ne yapmıştık? Nesnenin hangi halini elde etmiştik? İp bize nesnenin hangi halini göstermektedir?

6. Doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğa sahip olup olmadığı ile ilgili düşünceleriniz nelerdir?

7. Doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunun ölçülüp ölçülemeyeceği konusunda düşünceleriniz nelerdir? Doğrusal olmayan nesnelerin uzunluğunu ölçebilir miyiz? Nasıl ölçeriz? İpten başka hangi araçları kullanabiliriz?

8. Size verilen ip, tel ve kurdeleyi kullanarak önce masanın üzerinde bulunan nesnelerin uzunluğunu ölçünüz ve daha sonra da size verilen tabloyu doldurunuz.

IV. Çalışma kağıdı 2 verilir. Nesnenin elde ettiğim son hali ne şekildedir? ve Ölçmek için nesneye yapılan şey sütunlarını doğru bir şekilde doldurabilmek için nesnenin şekli ve kurdelenin nasıl ele alındığını karşılaştırması sağlanır. Sonuçta cetvelle ölçülecek şekilde ele alınmıştır.

Nesne	Ne ile ölçtük?	Nesnenin şekli	Ölçmek için nesneye yapılan şey	Nesnenin elde ettiğim son hali ne şekildedir? Nesnenin hangi halini elde ettik?	Neden bunu yaptım?

Tabloya bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız:

9. *Nesnenin şekli* sütunu tüm nesneler için ortak bir özelliğe sahip midir? Sahipse bu özellik nedir?

10. *Ölçmek için nesneye yapılan şey* sütunu tüm nesneler için ortak bir özelliğe sahip midir?

11. *Nesnenin elde ettiğim son hali ne şekildedir?* sütunu tüm nesneler için ortak bir özelliğe sahip midir? Sahipse bu özellik nedir? Bu son hali tasvir ediniz.

12. Nesnenin uzunluğuna karar verirken hangi sütundaki bilgileri dikkate aldınız? Neden?

13. Size verilen bükülmüş ya da zigzag biçimindeki telin, kurdelenin ve ipin uzunluğunu ölçmek için ne yaparsınız? (Bükülmüş tel, kurdele ve ip somut materyaller olarak öğrencilere verilecektir) (Size verildiğinde nasıldı? Ölçmek için ne yapacaksın? Hangi halini elde edeceksin?)

14. Doğrusal olmayan bir nesnenin uzunluğunu ölçerken başka bir araç kullanmamızın önemi sizce nedir? Neden cetvel kullanmadık?

Burada öğrenciden beklenen doğrusal olmayan eğrilerin uzunluklarının belirlenmesinde aracın nesnelerin düzleştirilmiş hallerini (doğrusal hallerini) elde etmeyi sağladığını ifade etmesidir.

V. Bu aşamaya kadar *başka bir araç kullanılarak* yapılan ölçümde nesnelerin bir yönde uzatılmış hallerinin dikkate alındığı vurgulandığından, doğrudan ölçme ve karşılaştırmada da doğrusal hallerin dikkate alındığının hatırlatılması için 13. soru sorulmuştur.

15. Doğrusal olmayan bir nesnenin uzunluğuna karar verirken o nesnenin hangi halini göz önüne alırız?

Nesnelerin uzunluğunu incelerken düzeltilmiş halini dikkate aldığımız beklenen cevaptır. Bu aşamadan sonra Fikir 2 ye ulaşmak için etkinliğe devam edilir.

16. Size verilen tabloyu kaldığınız yerden doldurmaya devam ediniz.

Nesne	Araç	Nesnenin şekli	Ölçmek için nesneye yapılan şey	Neden bunu yaptım?	Nesnenin uzunluğu	Uzunluğu belirlerken ne yaptım?	Hangi noktaları dikkate aldım?

17. Uzunluğu belirleme aşamasında neler yaptığınızı adım adım anlatınız.

18. Uzunluğu ölçmeye nereden başladınız? Nerede bitirdiniz? Neden?

Kolye verilir.

19. Kolyenin uzunluğunu ölçerken ne yaptın? (Kıvrık hali kastedilerek) Böyle iken mi baştan sonra kadar ölçtün? Nasılken ölçtün?

Doğrusal haldeyken başladığı noktadan bittiği noktaya kadar dikkate aldım demeli en azından.

20. Diğer ölçümlerinizde de aynı şeyleri mi yaptınız? Farklı bir yol izlediğiniz var mıydı? Varsa ne idi?

21. Uzunluğu belirlerken nelere dikkat ettiniz? Neden?

Başlangıç ve bitiş noktaları arasında kalan noktaları doğru parçalarını dikkate aldığını fark ettirmek için nesnenin ya da doğru parçasının üzerinde olmayan noktalar gösterilip buraları mı dikkate aldın? Neden buraları dikkate almadın? O zaman nereleri dikkate aldın? denilir.

22. Peki nesnemiz doğrusal olursa onun uzunluğunu nasıl belirleriz? Nelere dikkat ederiz? Hangi noktaları dikkate alırız? Bir farklılık var mı?

23. Bu öğrendiklerimiz ışığında uzunluk kavramını birisine açıklamak durumunda kalsanız ona ne söylerdiniz?

24. Mesela bizim uzunluğumuz için ya da kalemin uzunluğu için ne söylerdiniz?

Doğru parçaları çiz, yatay ve düşey olmayan. Bunun üzerinden uzunluğun belirlenme sırasını tekrar et. Ona göre tanımlama yapması için ortam hazırla.

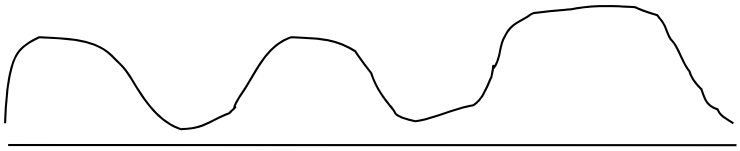
VI. "Doğrusal veya doğrusal olmayan nesnelerin düzleştirilmesiyle halleri ile elde edilen doğru parçası halinin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık nesnenin uzunluğudur" şeklindeki nesnenin uzunluğu tanımını öğrencinin kendi kelimeleri ile ifade etmesi beklenir.

Değerlendirme

Bu aşamadan sonra, öğrencinin ulaşılması amaçlanan fikirleri edinip edinmediğini ortaya çıkarmak amacıyla aşağıdaki sorular sorulur:

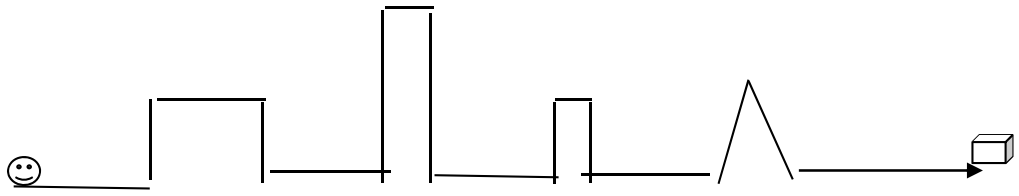
1. Doğrusal olmayan bir nesnenin uzunluğuna başlangıç ve bitiş noktası arasındaki uzaklıktır diyebilir miyiz? Neden? Örnek verir misiniz?

   Soru gerekirse şekildeki gibi örneklendirilir.

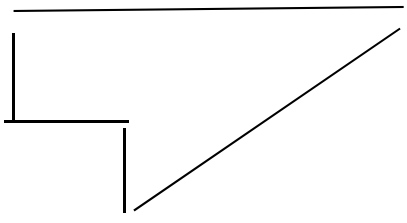


   Şekil 1.

2. Aşağıdaki eğri bir karıncanın evine giderken takip ettiği yolu göstermektedir. Sizce karıncanın aldığı yolun uzunluğu kaç cm' dir? (Sınıfta cetvel bulundurulacak ve gerektiğinde öğrenci kullanabilecek)



3.



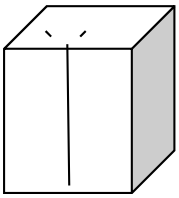
Uzunluklarını karşılaştırınız.

4. Bir doğrunun uzunluğunu ölçmede karşılaşılabilecek muhtemel zorluklar sizce neler olabilir?

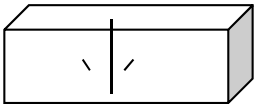
5. Noktanın bir uzunluğa sahip olup olmaması hakkında neler düşünüyorsunuz?

Ek-5. Etkinlik 8

Hilmi, marangoz Ahmet Ustayı telefonla aramış ve "Ahmet usta bana bir dolap yapar mısın?" demiş. Ahmet Usta da "Hay hay!...nasıl bir şey olsun?" demiş. Hilmi "İşte güzel bir şey olsun" demiş. Ahmet Usta "Hayır canım onu demiyorum dolabın ebat uzunlukları ne olsun?" demiş. Hilmi de ustaya: "İşte bir kenarı 60 cm, bir kenarı 70 cm, bir kenarı da 90 cm uzunluğunda olsun" demiş. Ahmet Usta "Hay hay!... 2 haftaya hazır olur" demiş. Hilmi dolabı iki hafta boyunca dört gözle beklemiş. Sonunda Hilmi dolabına kavuşmuş ama bir de ne görsün, ustanın yaptığı dolap kendi düşündüğünden farklı.



Hilmi böyle bir dolap beklerken

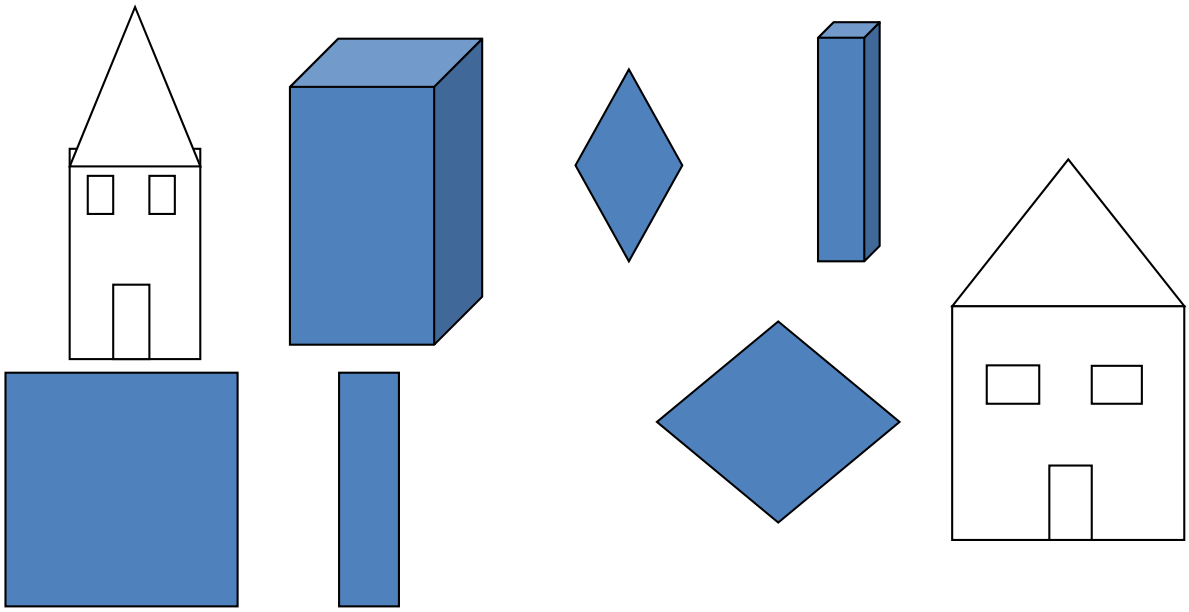


böyle bir dolap gelmiş

Hilmi hemen telefona sarılmış "Ahmet Usta bu ne? Ben senden böyle bir dolap mı istedim?" demiş. O da "E sen benden bir kenarı 60 cm, bir kenarı 70 cm ve bir kenarı 90 cm uzunluğunda olan bir dolap istemedin mi?" demiş. Hilmi "Eveeet!" demiş. Usta da "E tamam yaptım işte!" demiş. Hilmi düşünmüş "bu işte bir gariplik var?" demiş. Ahmet Usta hemen garipliğin ne olduğunu anlamış "Sorunu buldum" demiş "Biz telefonla konuştuğumuz için anlaşamadık. Sen hangi uzunlukların ne kadar olacağının ayrıntısını vermedin demiş." Hilmi "İyi de ne diyeceğim ki?" demiş. Ahmet Usta "Haklısın! O zaman biz bu uzunluklara birer isim vermeliyiz ki artık herkes bana sipariş verirken bir yanlış anlaşılma olmasın" diye söylenmiş. Herkesin hangi uzunluğu kastettiği belli olsun" demiş. Hilmi de "İyi düşündün isimlendirelim" demiş.

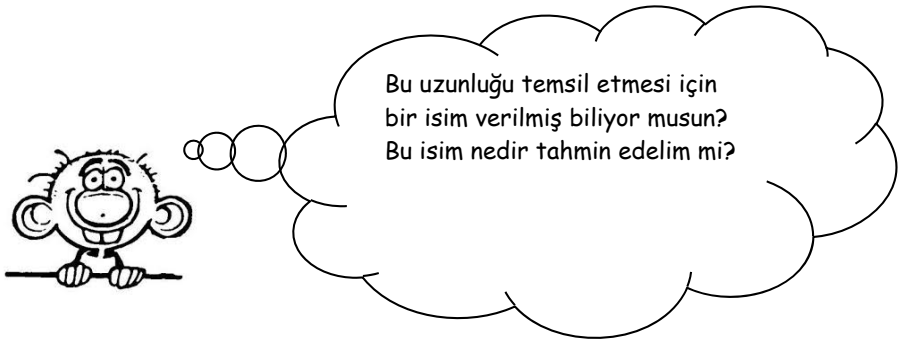
Şimdi birlikte bu uzunluklara ne isimler verildiğini bulalım. Öncelikle videoyu izleyelim.

1. Aşağıdaki şekiller ve nesnelerden geniş olanları kırmızı kalemle dar olanları mavi kalemle işaretleyiniz.

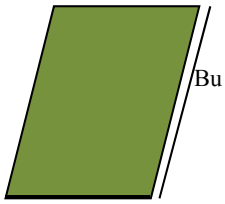


2. Nesnelerin veya şekillerin genişliğine/darlığına nasıl karar verdiniz? Açıklayınız. Neleri göz önünde bulundurdunuz? İşaretleyerek gösteriniz.

3. O zaman şeklin veya nesnenin, genişlik veya darlığını belirleyen nedir? Sizce bunlar nesnenin hangi özelliği ile ilgilidir?

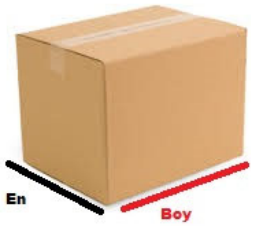


Bu uzunluğa "**en**" diyoruz.



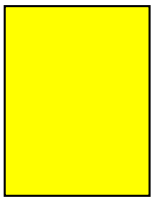
Bu uzunluğa ise **boy** deriz.

en



4. Aşağıdaki nesne ve şekillerin en ve boyunu gösteriniz.



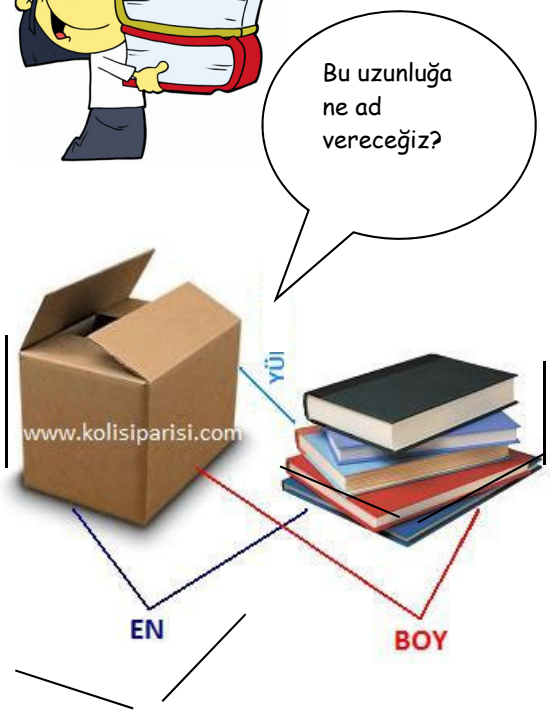






5. Peki biz bir kitabın üzerine bir sürü kitap daha koysak/ eklesek; şu dikdörtgeni bir masaya çevirirsek ne olur?



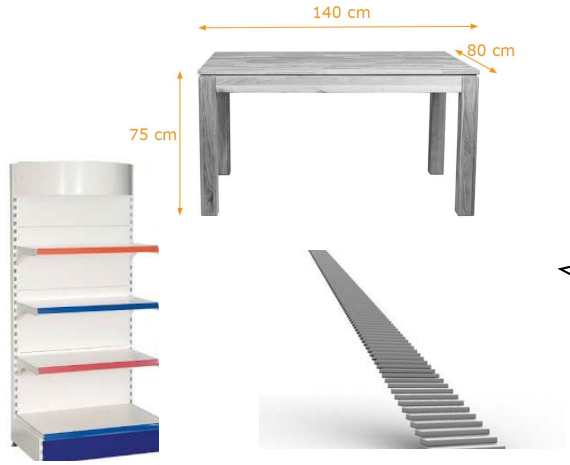


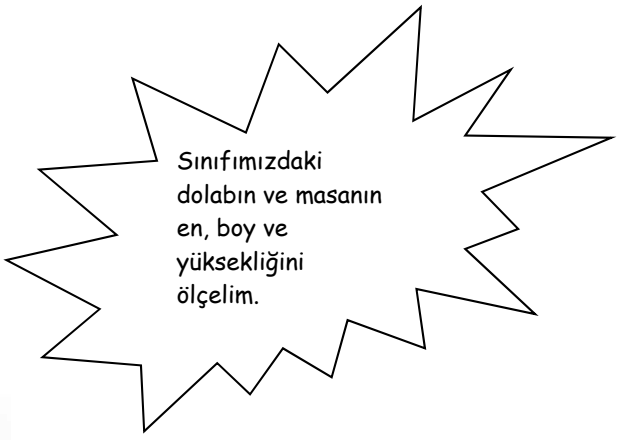


6. Sadece en ve yüksekliğe sahip şekil/nesneler var mıdır? Neden? Varsa örnek verebilir misiniz?

7. Sizce dünyanın en yüksek yeri (zirvesi) neresidir? Videoyu izleyiniz.

8. Aşağıda verilen nesneleri ve şekilleri inceleyerek, en boy ve/veya yüksekliklerinin ne kadar olduğunu ifade ediniz.





9. O zaman sizce Ahmet Usta'nın dolabın uzunluklarına verdiği isimler nelerdir? Bunlar neyi temsil etmektedir? Hilmi sipariş verirken aslında ne söylemeliydi?

10. Yaşadığımız evrende en boy yüksekliğe aynı anda üçüne de sahip olan nesneler nelerdir sayınız.

11. Bir doğru yada doğru parçası gerçek bir çizgi bunların üçüne birden sahip olabilir mi?

Ek-6. Araştırma İzin Belgesi

T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 14588481-605.99-E.3691400 20.03.2017
Konu : Araştırma İzni

GAZİ ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi: a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2012/13 nolu Genelgesi.
b) 16/02/2017 tarihli ve 6626 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitim Anabilim Dalı, İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora öğrencisi Nazmiye Dilşad GÜVEN'in **"Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Öğrenme Yol Haritaları"** konulu tez kapsamında uygulama talebi Müdürlüğümüzce uygun görülmüş ve uygulamanın yapılacağı İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bilgi verilmiştir.

Uygulama formunun (9 sayfa) araştırmacı tarafından uygulama yapılacak sayıda çoğaltılması ve çalışmanın bitiminde bir örneğinin (cd ortamında) Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme (1) Şubesine gönderilmesini rica ederim.

Vefa BARDAKCI
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır.
21 Mart 2017 ...../201.....

Yaşar SUBAŞI
Şef



GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR…