GAZİ ÜNİVERSİTESİ

Gazi

1926

KESİCİ TAKIM DİNAMİĞİNİN MODELLENMESİ VE ANALİZİ

Bayram Sercan BAYRAM

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İMALAT MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NİSAN 2023

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Bayram Sercan BAYRAM

13/04/2023

KESİCİ TAKIM DİNAMİĞİNİN MODELLENMESİ VE ANALİZİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Bayram Sercan BAYRAM

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Nisan 2023

ÖZET

Bu çalışmada, parmak frezeleme işlemi için mekanistik olarak hesaplanan kesme katsayılarına dayalı bir kuvvet tahmin modeli geliştirilmiştir. Kesme katsayılarının hesaplanması için, farklı ilerleme hızlarında, sabit kesme hızı ve eksenel derinlikte, kesici takım ve malzeme çifti için üç tekrarlı frezeleme deneyleri yapılmıştır. Deney koşullarının özdeşliğinin sağlanması için iş parçası numuneleri eş boyutlara işlenmiş ve yüzeyleri taşlanmıştır. İş parçası malzemesi AISI 4140 ıslah çeliğidir. Kesici takım AlCrN kaplamalı Tungsten Karbür (WC) alaşımından üretilmiş 38° helis açılı 9,5 mm çapında parmak frezedir. Frezeleme deneyleri 500 µm eksenel derinlikte 3350 dev/dk iş mili hızı ve 10 kHz örnekleme aralıklarında gerçekleştirilmiştir. Frezeleme deneyleri ile yapılan ölçümlerden elde edilen ve ayrık zamanda bulunan kesme kuvveti verilerine Fourier analizi yapılmıştır. Sistemin yapısında bulunan gürültüler optimize edilmiş ve sürekli zaman sinüzoidal kuvvet tahmin fonksiyonları için Fourier katsayıları tespit edilmiştir. Sinüzoidal kuvvet fonksiyonlarının performansı, determinasyon katsayısı aracılığıyla deneysel ölçüm sonuçlarına göre kıyaslanarak %95,5 oranında deneysel veriler ile benzerlik göstermiştir. Kesme katsayılarına ve talaş hacmine bağlı bir kuvvet tahmin modeli geliştirilmiş ve model ile yapılan tahminler, deneysel ölçüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Üç farklı ilerleme hızlarında yapılan kuvvet tahminleri ile aynı şartlarda elde edilen deneysel ölçüm verilerinin F_x-F_y kuvvetleri için %83,6 - %89,7 oranında benzer olduğu tespit edilmiştir. Kesme kuvveti uyarıları altındaki parmak freze, ankastre kiriş şeklinde iki serbestlik dereceli olarak modellenmiştir. Modellenen sistemin hareket denklemleri, sonlu farklar denklemleri kullanılarak, Python programlama dili aracılığı ile sayısal olarak çözümlenmiş ve sistem cevapları zaman alanında verilmiştir. Çalışma kapsamında, verilen yöntemler ile kesme sırasında oluşan yüklerin tahmini ve bu yüklerin etkisi altındaki takımın dinamik analizlerinin gerçekleştirilmesi konusunda literatüre katkı sağlanmıştır. Ayrıca, sunulan sayısal yöntemler, anlık takım izlemesi ve kontrolü gibi çeşitli uygulamaların geliştirilmesine yardımcı olacaktır. Böylece yüzey pürüzlülüğü, boyutsal hatalar ve takım ömrünün iyileştirilmesi hususunda ekonomik ve endüstriyel kazanımlar sağlayacaktır.

Bilim Kodu	:	93008
Anahtar Kelimeler	:	Dinamik model, dinamik analiz, kesici takım dinamiği
Sayfa Adedi	:	115
Danışman	:	Prof. Dr. İhsan KORKUT

MODELLING AND ANALYSIS OF CUTTING TOOL DYNAMIC

(M. Sc. Thesis)

Bayram Sercan BAYRAM

GAZİ UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

April 2023

ABSTRACT

In this study, a force estimation model was developed for end milling based on mechanistically calculated cutting coefficients. In order to calculate the cutting coefficients, three repetitive milling experiments were carried out for the cutting tool and material pair at different feed rates, constant cutting speed and axial depth. In order to ensure the equality of the test conditions, the workpiece samples were machined to equal dimensions and their surfaces were ground. The workpiece material is AISI 4140 tempered steel. The cutting tool is a diameter of 9.5 mm with 38° helix angle AlCrN coated end mill, produced from Tungsten Carbide (WC) alloy. Milling experiments were carried out at an axial depth of 500 µm, at a spindle speed of 3350 rpm and a sampling rate of 10 kHz. Fourier analysis was performed on the obtained cutting force data from the milling experiments in discrete time. The noise in the system structure was optimized and Fourier coefficients were determined for the continuous time sinusoidal force estimation functions. The performances of the sinusoidal force functions were compared with the experimental results according to the coefficient of determination, and the functions showed at the rate of 95.5% similarity with the experimental data. A force estimation model based on the cutting coefficients and chip volume was developed and the predictions made with the model were compared with the experimental results. It was determined that the force estimations made at three different feed rates and the experimental data obtained under the same conditions were between the rates of 83.6% - 89.7% similarity for the F_x-F_y forces. The end mill under shear force excitations is modeled as a fixed beam with two degrees of freedom. Motion equations of the modeled system are numerically solved by using the finite difference equations with the Python programming language, and the system answers have been given in the time domain. Within the scope of the study, a contribution is provided in the literature with given methods to estimate the occurred loads during cutting, and performing the dynamic analysis of the tool under the effect of these loads. In addition, the numerical methods shown in this study will provide an assistance for the development of several applications, such as instant tool monitoring and control. Thus, the economic and industrial improvements were provided in terms of surface roughness, dimensional errors and tool life improvement.

Science Code	:	93008
Key Words	:	Dynamic model, dynamic analysis, cutting tool dynamic
Page Number	:	115
Supervisor	:	Prof. Dr. İhsan KORKUT

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın en başından sonuna kadar bilgi, tecrübe ve desteklerini esirgemeyen ve yol gösterici olarak katkı sağlayan danışman hocam Prof. Dr. İhsan KORKUT'a, deneysel çalışmalar sırasında vermiş olduğu destek ve katkılarından dolayı Arş. Gör. M. Okan KABAKÇI'ya, tez yazım aşamasında yardımlarından dolayı Arş. Gör. S. Alper YAŞAR'a bu tezi FYL-2021-7274 kodlu proje ile destekleyen Gazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi Başkanlığına teşekkür ederim. Ayrıca yoğun ve stresli geçen çalışma dönemlerimde desteğini hep yanımda hissettiğim çok değerli eşim Emel'e, beni bu günlere getiren, üzerimde sonsuz emekleri olan annem, babam ve kardeşime teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Sayfa

Sayfa

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil **Sayfa**

RESİMLERİN LİSTESİ

Resim **Sayfa**

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	**Açıklamalar**
$\mathbf{a}$	Eksenel diferansiyel elemanlarının toplam boyutu
$\mathbf{a_c}$	Talaş kalınlığı (mm)
$\mathbf{a_0, a_n, b_n}$	Fourier serrisi katsayıları.
$\mathbf{a_z}$	Eksenel derinlik (mm)
$\mathbf{c}$	Sönüm katsayısı (rad/s)
$\mathbf{c_s}$	İş parçası malzemesi ısı katsayısı (Nm/kg°C)
$\mathbf{h}$	Anlık talaş kalınlığı
$\mathbf{h_A}$	Takım diş izlerinin büyüklüğü
$\mathbf{h_c}$	Şekil değiştirmiş talaş kalınlığı
$\mathbf{k}$	Direngenlik kaysayısı
$\mathbf{l_t}$	Takım ile talaşta temasta olduğu yüzeyin uzunluğu
$\mathbf{m_c}$	Birim zamanda kesilen talaş miktarı
$\mathbf{r}$	Frekans oranı
$\mathbf{r_c}$	Talaş şekil değiştirme oranı
$\mathbf{A_s}$	Kesme düzlemi alanı
$\mathbf{C}$	Sönüm matrisi
$\mathbf{C_t}$	İş parçası ısı iletim katsayısı
$\mathbf{E}$	Elastikiyet modülü
$\mathbf{F_a}$	Eksenel kuvvet
$\mathbf{F_f}$	İlerleme kuvveti
$\mathbf{F_t}$	Teğetsel kuvvet
$\mathbf{F_r}$	Radyal kuvvet
$\mathbf{F_c}$	Bileşke kuvvet
$\mathbf{F_s}$	Kayma kuvveti
$\mathbf{F_u}$	Sürtünme kuvveti, (N)
$\mathbf{F_v}$	Takım talaş yüzeyine etki eden normal kuvvet, (N)
$\mathbf{H}$	Büyüme faktörü

Simgeler	Açıklamalar
$\mathbf{K}$	Direngenlik matrisi
$\mathbf{K_s}$	Özel kesme basıncı
$\mathbf{K_{tc}}$	Teğetsel özel kesme katsayısı
$\mathbf{K_{rc}}$	Radyal özel kesme katsayısı
$\mathbf{K_{ac}}$	Eksenel özel kesme kaysayısı
$\mathbf{K_{te}}$	Teğetsel kesici kenar katsayısı
$\mathbf{K_{re}}$	Radyal kesici kenar katsayısı
$\mathbf{K_{ae}}$	Eksenel kesici kenar katsayısı
$\mathbf{L_c}$	Kayma düzlemi uzunluğu
$\mathbf{M}$	Kütle matrisi
$\mathbf{M_A}$	Büyüme oranı
$\mathbf{P}$	Modal matris
$\mathbf{P_s}$	Kayma düzleminde harcanan enerji
$\mathbf{P_u}$	Takım talaş yüzeyinde harcanan sürtünme enerjisi
$\mathbf{P_{ts}}$	Harcanan toplamam enerji
$\mathbf{R_t}$	Kesici takım yarıçapı
$\mathbf{R_T}$	Boyutsuz ısıl sayı
$\mathbf{T_d}$	Sönümlü sistemin doğal periyodu
$\mathbf{T_z}$	Takım kesici kenar uzunluğu
$\mathbf{T_{diş}}$	Takım kesici diş sayısı
$\mathbf{T_{int}}$	Ortalama sıcaklık artışı
$\mathbf{T_r}$	Oda sıcaklığı
$\mathbf{V}$	Kesilmemiş talaş hızı
$\mathbf{V_c}$	Takıma göre talaşın bağıl hızı
$\mathbf{V_s}$	Kayma hızı
$\mathbf{\Delta d}$	Deformasyon bölge ile olmamış bölge arasındaki mesafe
$\mathbf{\Delta s}$	Yer değiştirme
$\mathbf{\Delta T_c}$	Ortalama sıcaklık artışı
$\mathbf{\Delta T_m}$	Kesilen talaşa aktarılan en yüksek sıcaklık artışı
$\mathbf{\Delta z}$	Eksenel diferansiyel eleman yüksekliği
$\boldsymbol{\alpha_r}$	Takım talaş açısı

Simgeler	**Açıklamalar**
α_n	Normal talaş açısı
f	Frekans
f_z	Diş başı ilerleme
Φ	Dalma açısı
ϕ	Faz açısı
ϕ_N	Kesici adım açısı
ϕ_g	Kesici kenar giriş açısı
$\phi_ç$	Kesici kenar çıkış açısı
β	Helis açısı
β_a	Sürtünme açısı
γ_s	Kayma gerinimi
δ	Logaritmik azalma
ζ	Sönüm oranı
η_c	Talaş akma açısı
σ_s	Normal gerilim
τ_s	Kayma gerilimi
ψ_B	Gecikme açısı
φ_c	Kayma açısı
φ_n	Normal kayma açısı
ω	Açısal hız
ω_n	Doğal frekans
ω_t	Takım doğal frekansı
ω_w	İşparçası doğal frekansı
ω_R	Rezonans frekansı
λ_h	Kayma deformasyonu karakterizasyon faktörü
λ_s	İş parçasına iletilen ısı oranı
λ_{int}	Sıcaklık değişimi düzeltme faktörü
ρ	İşparçası malzeme yoğunluğu
μ_a	Kesici ile malzeme arasındaki sürütnme katsayısı

Kısaltmalar	Açıklamalar
ÇSD	Çok serbestlik dereceli
DDE	Delayed differantial equations
FE	Finite element (Sonlu elemanlar)
FEA	Finite element analysis (Sonlu elemanlar analizi)
FRF	Frequency response function (Frekans yanıt fonksiyonu)
KLD	Kararlılık lob diyagramı
ODE	Ordinary differential equations (Adi diferansiyel denklemler)
SCD	Serbest cisim diyagramı
SD	Semi discretization (Yarı ayrıklaştırma)
TSD	Tek serbestlik dereceli
ZOA	Zeroth order approximate (Sıfırıncı sıra yaklaşımı)

1. GİRİŞ

Frezeleme operasyonları, dolu kütük bir malzemeden talaş kaldırarak parça üretiminin yanı sıra döküm, dövme ve haddeleme gibi yüzey kalitesi ve tolerans aralığı düşük şekillendirme yöntemleriyle üretilen parçalarda, istenilen boyut toleransı ve yüzey kalitesi değer aralıklarını yakalamak amacıyla da kullanılır. Frezeleme işlemi çeşitli geometrilere sahip kesiciler ile gerçekleştirilir. Freze operasyonlarında sıklıkla kullanılan parmak frezeler, helisel açılı kesme kenarlara sahip karmaşık geometrili kesici takımlardır.

Parmak frezeleme operasyonları havacılık, otomotiv, medikal ve kalıpçılık sektörlerinde mekanik parça üretimi ve parçalara son şeklini verme süreçlerinde kullanılan önemli bir üretim yöntemidir. Frezeleme sürecinde, kesici takımın malzemeden keserek talaş kaldırma performansı, sürecin çıktıları için çok önemlidir. Kesme işleminin kararlılığı, yapılan işin performansını ve sonuçlarını doğrudan etkileyen bir faktörüdür. Parmak frezeleme işlemi sırasında oluşan kuvvetler, dinamik olarak değişmektedir. Kesici takım ve iş parçasına etki eden dinamik kesme kuvvetlerinin yapılan işin performansında önemli etkileri vardır. Frezeleme sırasında, kesme kuvvetleri altında çalışan kesici takımda dinamik şekil değişimleri meydana gelir. Kesici takıma etki eden dinamik kesme kuvvetleri, kesicinin zorlanmış titreşim hareketleri yapmasına neden olur. Bu titreşim hareketleri, kabul edilemeyecek yüzey kalitesi, boyut tolerans değerlerine ve takım ömrünün kısalmasına neden olabilirler. Bununla beraber talaş kaldırma oranlarına sınırlamalar getirir.

Frezeleme prosesinden elde edilen yüzey kalitesi ve boyutsal toleransların istenilen değerlerde elde edilmesi için, kesme işleminin kararlı aralıklarda gerçekleştirilmelidir. Sürecin kararlığının sağlanması ve performansının yükseltilmesi için, kesme mekaniğinin araştırılması ve kesici takımların uygun kesme parametrelerinin bilinmesi gerekir. Uygun kesme parametreleri bir dizi deneysel frezeleme ölçümleri ve ölçüm sonuçlarının optimize edilmesiyle belirlenebilir. Oldukça pratik olan bu yöntem, sıklıkla kullanılır ancak sürecin mekaniğini anlamak ve çok daha kompleks analizler yapmak için yeterli değildir. Bu yüzden, çok daha ileri analizler yapabilmek ve tahminlerde bulunabilmek için sürecin dinamiğinin araştırılması ve matematiksel olarak modellenmesi gerekir.

Parmak freze ile talaş kaldırarak şekil verme işleminin dinamikleri, doğası gereği çok karmaşıktır. Sadece iş parçasının deformasyon bölgesindeki plastik şekil değişikliklerini değil, aynı zamanda takım malzemesinin kesme bölgesindeki elastik davranışlarını da içerir. Kesme dinamiği, talaş kaldırma işlemi sırasında kesilmemiş talaş kalınlığından etkilenir ve kesme kuvvetlerinin anlık değişimini yönetir. Bununla beraber takım tezgâhının yapısında bulunan mekanik boşluklar, iş parçasının bağlanmasında kullanılan aparatlar, kesici takım geometrisi, işleme sırasında ortaya çıkan ısıl enerji, kesilen talaşın şekli, takım yolunun geometrisi, iş parçası ve takım malzemesi gibi birçok faktör kesme dinamiğinde önemli etkilere sahiptir. Kompleks dinamik etkiler altındaki böyle bir fiziksel sistemin matematiksel olarak ifade edilmesi ve çözümlenmesi çok güçtür, hatta çoğu zaman imkânsızdır. Ancak karmaşık fiziksel problemlerin çözümü için yapılan yaklaşımlar ve geliştirilen sayısal yöntemlerle gerçek çözüme yakın sonuçlar elde edilebilmektedir. Kesme mekaniğini açıklamak ve bir takım analizler yapabilmek için birçok araştırmacı tarafından kabul gören, belirli varsayımlar altında geliştirilen iki boyutlu dik kesme modeli bu alanda yapılan çalışmalarda sıklıkla kullanılmıştır.

Mühendislikte diferansiyel matematik denklemleri ile ifade edilen çoğu fiziksel problemlerin analitik çözümü neredeyse yok denecek kadar azdır. Bu tip problemlerin çözümünde karşılaşılan zorlukların üstesinde gelmek ve problemin yaklaşık çözümlerini çok daha kısa ve ekonomik biçimde sonuçlandırmak için geliştirilen sayısal yöntemler, mühendislik ve doğa bilimlerinde karşılaşılan problemlerin çözümünde sıklıkla kullanılmaktadır. Frezeleme sürecinin problemlerinin çözümlerinde de bu yaklaşımlar kullanılabilir.

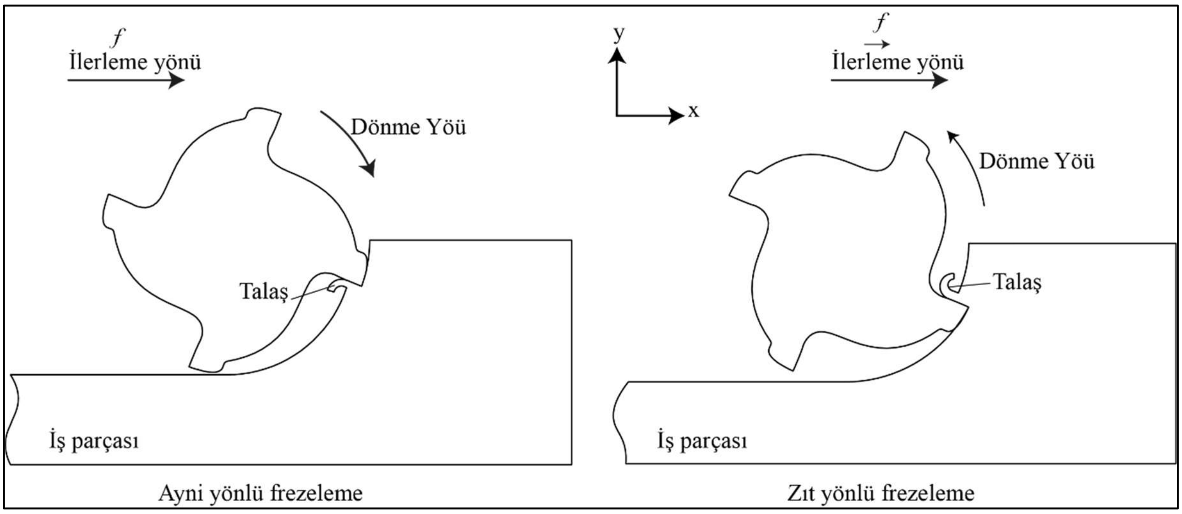
Metal kesme işlemi sırasında oluşan, kesintili ve periyodik yapıdaki kesme kuvvetlerinin takım ve iş parçası üzerinde oluşturduğu titreşimler kaçınılmazdır. Periyodik yapıdaki kesme kuvvetlerini oluşturan harmonik bileşenlerden bazıları, sistemin doğal frekansı ile çakışabilir. Eğer harmoniklerden bazıları sistemin doğal frekansı ile çakışırsa sistemin rezonansa girmesine dolayısıyla kararsız bir durum göstermesine neden olabilir. Metal kesme işlemi sırasında ortaya çıkan ve tırlama olarak adlandırılan kararsız durum, titreşim ve kesme kuvvetinin kabul edilemez seviyelere yükselmesine neden olur. Sonuç olarak sistemin kararsızlığı, yüzey bitirme işleminin kalitesi, takım ömrü ve geometrik tolerans aralıklarını olumsuz etkiler.

Tırlama titreşimleri, talaş kaldırma işlemi sırasında kendinden tahrik mekanizmasından kaynaklanır. Takım tezgâhının yapısal özelliği, kesme hızı, kesme derinliği, ilerleme hızı, kesici ve iş parçasının yapısal özellikleri gibi birçok parametre tırlamanın oluşumunda bir faktördür. Her bir parametre için diğer parametreler sabit tutulduğunda, talaş genişliğinin yani eksenel derinliğin tırlama üzerindeki etkisi diğer parametrelere kıyasla daha önemli etkiye sahiptir [1]. Kendinden tahrikli titreşim türü olan tırlama, en iyi şekilde dalgalılık yenilenmesi olarak adlandırılan bir fenomenle açıklanabilir. Yenilenen dalgalılık teorisi, dinamik kesme kuvvetleri alanındaki çalışmalarda ilk araştırmacılar arasında yer alan Tobias [2] ve Tlusty [3] tarafından geliştirilmiş ve birçok işleme şartlarında tırlamanın temel nedeninin yenilenen dalgalılık fenomenin etkisi olduğunu tanımlamışlardır [4, 5]. Bu etkiye göre, kesme kuvvetlerinin neden olduğu zorlanmış titreşimler kesme yüzeyinde dalgalı geometriye sahip yüzey oluşumuna neden olur. Frezeleme esnasında bir önceki dişten kalan dalgalı yüzey, birbirini takip eden bir sonraki diş tarafından kaldırılır ancak yapısal titreşimlerin varlığı tekrar dalgalı bir yüzey oluşumuna neden olur. Oluşan dalgalı yüzeyler, birbirini takip eden kesme ağızları için iki ardışık dalga arasındaki faz kaymasına bağlı olarak, talaş kalınlığında periyodik titreşimlere sebep olur. Kesme işlemi sırasında meydana gelen titreşimler, sistemin yapısal bir moduna yakın ancak eşit olmayan bir tırlama frekansında artarak kararsız bir durum oluşturabilir. Kararlı durum için ilk titreşimler sonraki geçişlerde azalması beklenir. Kritik durumda ise titreşimlerin şiddeti sabit aralıkta kalarak kesme işlemi devam eder [6].

Bu çalışmada, kesme işleminin kararlılığında önemli etkileri olan kesme kuvvetlerinin hesaplanması üzerine odaklanılmış ve helisel parmak frezeleme operasyonunda anlık kuvvet tahminlerini yapabilmek için, mekanistik olarak hesaplanan özel kesme katsayılarının kullanıldığı bir kuvvet tahmin modeli sunulmuştur. Yapılan çalışmada literatürden farklı olarak hesaplamaların doğruluğunun artırılması adına çeşitli optimizasyon işlemleri gerçekleştirilmiştir. Özel kesme katsayılarının hesaplanması için yapılan kalibrasyon deney verilerinde bulunan gürültünün minimize edilmesi ve sürekli zaman kuvvet fonksiyonlarının elde edilmesi için optimize edilmiştir. Nihai olarak farklı ilerleme hızları için kuvvet tahminleri gerçekleştirilmiş ve bu tahminlerin doğrulanması için aynı frezeleme şartları altında deneysel ölçümler yapılmıştır. Yapılan deneysel ölçüm sonuçları ile tahmin sonuçları karşılaştırılarak sunulan yöntem doğrulanmıştır.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Malzemeden talaş kaldırarak işleme süreci çok eski zamanlardan beri çeşitli şekillerde kullanılmakta olsa da, bu alanı sistematik bir temellere oturmak için yapılan çalışmalar F.W. Taylor [7] metal kesme süreci üzerine yaptığı kapsamlı çalışmalara dayanmaktadır. Frezeleme, çok ağızlı kesici kenarlara sahip takımlar ile yapılan kesintili bir kesme işlemidir. Frezeleme işleminde, kesme mekaniği, talaş oluşumu, sıcaklık, aşınma, sürtünme mekanizmaları ve kesme sürecinde ortaya çıkan kuvvetlerin tahmin edilebilmesi gibi konular üzerine birçok çalışma yapılmış ve modeller geliştirilmiştir. Kesme dinamiğinin anlaşılması ve kararlılığın artırılması için yapılan bu çalışmaların önemli birçoğu talaşlı imalat ve takım tezgâhları üzerine yazılan kitaplarda bulunabilir [2, 8–19]. Kesme alanında yapılan ilk araştırmalar, talaş oluşumu mekanizması ve frezeleme kuvvetleri tahminleriyle ilgiliydi [20–26]. M.E. Merchant 1944 yılında ortaya koyduğu kesme geometrisi ve matematiksel modeliyle, gerinim, kesme hızı, takım ve talaş arasındaki sürtünme, metalin kesme direnci gibi temel nicelikler açısından kesme mekaniği alanındaki problemlerin çözümü ve araştırmaların ilerlemesine önemli bir katkı sağladı [27]. Frezeleme operasyonu genel olarak çevresel ve yüzey frezeleme şeklinde iki kategoride sınıflandırılabilir. Bu tezin kapsamı olan çevresel frezelemede kesici takım kesme kenarları ile kesme işleminin yapıldığı yüzey takım eksenine paraleldir. Yüzey frezelemede, kesme işlemi takım eksenine dik bir yüzeyde gerçekleşir. Bununla beraber, kesme işlemi süresince her kesici kenar belirli süreye sahip periyodlarda, iş parçası ile temas ederek kesme işlemini gerçekleştirir. Dönen kesici takımın sabit iş parçası üzerinde yaptığı bağıl hareket değişken talaş kalınlığına sebep olur. Takım dönme yönü ve iş parçası üzerinde aldığı yolun doğrultusuna bağlı olarak frezeleme işlemi yukarı yönlü veya aşağı yönlü olarak adlandırılabilir (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Yukarı yönlü ve aşağı yönlü frezeleme geometrisi

Yukarı yönlü frezelemede kesici kenarın iş parçasından kaldırdığı talaşın kalınlığı, sıfırdan başlayan ve kesme süresi boyunca artan değişken kesite sahiptir. Aşağı yönlü frezeleme işleminde ise maksimum kalınlıktan, sıfır kalınlığa doğru değişen talaş kesitine sahiptir. Yukarı yönlü ve aşağı yönlü frezeleme arasındaki teorik ve pratik farklılıklar ve kesme kuvvetlerinin tahmin edilmesine yönelik araştırmalar Martellotti tarafından yapılan frezeleme sürecinde kesicinin hareketinin geometrisi üzerine olan çalışmalara dayanmaktadır. Martellotti [28, 29] çalışmasında, kesici ucun kesme işlemi sırasında izlediği yolun trokoidal bir geometriye sahip olduğunu gösterdi. Trokoidal yolun modellenmesi ve hesaplanmasının karmaşıklığından dolayı işlem analizinin basitleştirmek için, eğer kesici yarıçapı diş başı ilerlemeden çok daha büyükse ve hareketin yaklaşık dairesel olduğu varsayımıyla, talaş kalınlığının tahmini hesaplamak için ilerleme ve dalma açısına bağlı aşağıdaki gibi bir fonksiyon önerdi:

$$h(\phi) = f_z \sin(\phi) \tag{2.1}$$

Burada h anlık talaş kalınlığı, f_z ilerleme hızı ve Φ kesici ağız dalma açısıdır. Ayrıca frezelenmiş bir yüzey üzerinde kesici dişlerin, kesme sürecinde takım devri boyunca bıraktığı izlerin büyüklüğü için bir ifade türetilmiştir:

$$h_A = \frac{f_z^{\,2}}{8\left[R_t + \dfrac{f_z T_{diş}}{\pi} \right]} \tag{2.2}$$

Burada h_A, diş işaretlerinin büyüklüğüdür f_z diş başı ilerlemedir R_t, kesici yarıçapıdır ve $T_{diş}$, kesici diş sayısıdır [28, 29]. Gerçekte üç boyutlu karmaşık geometrilere sahip kesme mekaniği birçok kompleks dinamiği içermektedir. Fiziksel sistemin matematiksel olarak modellenmesi ve çözümü oldukça güçtür. Ancak kesme mekaniğini açıklamak ve çözümü kolaylaştırmak için Fiziksel sistem için belirli varsayımlar altında basit iki boyutlu geometriler ile ifade edilebilir [11]. Bu bağlamda iki boyutlu ortogonal kesme modeli genel kesme mekaniğini açıklamak için bir temel oluşturur ve eğik kesme gibi geometrik olarak daha karmaşık talaş kaldırma proseslerini modellemek için genişletilebilir [30]. Buna göre kesme işlemi, ortogonal (dik) ve oblik (eğik) olmak üzere iki şekilde sınıflandırılabilir. Ortogonal kesme modelinde, kesici takımın ağzı, takımın iş parçasına göre hareketine diktir. Oblik kesme modelinde, kesici takım ağzı, takım iş parçasına göre olan hareketine göre dik olmayan bir açıya sahiptir. Merchant 1945 yılında yaptığı çalışmada [31], günümüzde halen kullanılmakta ortogonal kesme işlemi için minumum enerji ilkesi uygulanarak kesme açısını sağlayan matematiksel bir model geliştirmiştir. Armarego ve Brown [13], eğik kesme mekaniği üzerinde gerçekleştirdikleri çalışmada, ortogonal kesme mekaniğinin genişletilmesiyle kayma gerilimi, kesme açısı ve sürtünme katsayısı gibi kesme parametreleri arasındaki ilişkiyi göstermişlerdir. Talaş kaldırma operasyonlarında kullanılan parmak freze kesici takımları için kesme kuvvetlerinin tahmin edilmesine yönelik birçok çalışma yapılmıştır [32–36]. Parmak frezelerin karmaşık geometriye sahip olmaları ve birçok hesaplanması güç dinamik etkilerin varlığı, frezeleme kuvvetlerinin analitik olarak hesaplanmasını zorlaştırır. Frezeleme dinamiğinde, geometrik ve yapısal değişkenlerden kaynaklı birçok parametreyi göz ardı ederek hesaplamaları basitleştirmek için deneye dayalı tekniklerden faydalanılabilir [37]. Bunun için çok sayıda veri gereklidir. Kesme kuvvetlerinin tahminiyle ilgili yapılan ilk çalışmalarda, kuvvetler ilerleme hızı, kesme derinliği ve kesme katsayılarının bir fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Teğetsel kesme kuvvetinin tahmini için en basit fakat halen popüler bir yaklaşım olan, talaş kaldırma oranı ile ortalama tüketilen güç arasındaki ilişkiyle dayanmaktadır [38]. Kesintili ve periyodik olan frezeleme kuvvetleri için ilk ifadeler Sawin [24] ve Salomon [39] tarafından geliştirilmiştir. Salomon düz ağızlı kesici için, özgül kesme basıncının talaş kalınlığının üssel bir işlevi olduğu varsaymış ve bununla ilgili bir denklem türetmiştir. Teğetsel kuvvet ile kesicinin yaptığı iş arasındaki ilişki kesme basıncının talaş kalınlığının üssel bir fonksiyonu olarak türetilen denklem ile aşağıdaki gibi gösterilmiştir:

$$F_t = K_s a_z h \tag{2.3}$$

$$K_s = Ch^x \tag{2.4}$$

$$F_t = K_s C a_z h^{x+1} \tag{2.5}$$

Burada a_z, eksenel derinlik h, anlık talaş kalınlığıdır ve K_s, kesme basıncıdır, C ve x, deneysel olarak belirlenen katsayılardır. Sabberwal ve Koenigsberger [40, 41], benzer şekilde helis açısı sıfır olmayan kesicilerle deneysel olarak elde edilen, üstel kesme katsayılarını kullanarak kesme kuvvetlerini tahmin etmek için genişletmişlerdir. Kesme kuvvetlerinin analizinde, kesme katsayılarının deneysel olarak elde edilmesi yaklaşımı, birçok araştırmacı tarafından benimsenen "Mekanistik Model" olarak bilinir. Yaygın olarak kullanılan bir diğer yaklaşım ise ortalama kesme basıncı ve sabit kenar kuvveti katsayısının kullanımını içerir [42]. Bu model, frezeleme kuvvetlerinin modellenmesinde Tlusty ve McNeil [43], Kline ve arkadaşları [44, 45], Sutherhand ve DeVor [46], Montgomery ve Altıntaş [47] katkılarıyla, Budak ve arkadaşları tarafından teğetsel, radyal ve eksenel sırasıyla F_t, F_r ve F_a kuvvetlerin aşağıdaki verildiği gibi hesaplanabilen pratik formülasyon haline getirildi [32].

$$\begin{aligned} F_t &= K_{te} a_z + K_{tc} a_z h \\ F_r &= K_{re} a_z + K_{rc} a_z h \\ F_a &= K_{ae} a_z + K_{ac} a_z h \end{aligned} \tag{2.6}$$

Burada K_{te}, K_{tc}, K_{re}, K_{rc}, K_{ae} ve K_{ac}, deneysel olarak elde edilen kesme kuvveti katsayılarıdır. Bu katsayılar, bir malzeme ve kesici ikilisi için sabit kesme hızı ve eksenel derinlikte farklı ilerleme hızları ile yapılan deneyler sonucu elde edilir.

Kesici takım geometrileri, işlenen malzemenin cinsine, istenilen yüzey kalitesine ve işleme yöntemine göre en iyi performansı gösterecek şekilde farklı geometrilerde tasarlanmıştır. Farklı geometrilere sahip çeşitli kesiciler mevcut olsa da, her kesici takımın kesme işleminin gerçekleştiği kesici kenar noktalarında temel kesme mekaniği ve dinamikleri ortaktır. Altıntaş ve Engin çalışmalarında [48–50], sıklıkla kullanılan helisel, helisel konik küresel ve takma uçlu kesici takımlar için genelleştirilmiş matematiksel bir model sunmuşlardır. Altıntaş ve Lee helisel [33] parmak frezeleme için kesme kuvvetlerini, titreşimleri, boyutsal yüzey hatalarını ve tırlama kararlılık aralıklarının tahminine izin veren, kesme mekaniği ve dinamiklerini genel bir modele entegre etmiş ve modeli deneysel olarak doğrulamıştır. Budak ve Altıntaş [51], takım tucusuna bağlanmış helisel parmak frezeyi, doğrusal yaylarla bir konsol kiriş olarak modelleyerek çevresel frezeleme işleminin analizini yapmıştır. Kıvanç ve Budak [52] Takım statik ve dinamik özelliklerini tahmin etmek için bir model sunmuşlar ve farklı durumlar için yaptıkları tahminlerin doğruluğunu göstermişlerdir. Rubeo ve Schmitz [53] çalışmalarında, kesme kuvveti katsayılarının iş mili hızı, diş başı ilerleme ve radyal derinlik gibi frezeleme parametrelerine bağımlılıklarını değerlendirmişlerdir. Araştırmalarında kesme kuvveti katsayılarını hesaplamak için iki farklı yöntem kullanmış ve bir dizi frezeleme deneyi ile hesaplanan kesme kuvveti katsayılarını karşılaştırmışlardır. Kaneko ve arkadaşları [54], kesme kuvvetlerinin tahmini için eğik kesme modeline dayalı mekanistik bir model önermişlerdir. Bu modelde, kesici takım eksenel yönde sonsuz küçüklükte kalınlığa sahip disk elemanlarına bölünerek talaş kaldırma bölgesinde yer alan disk elemanlarına etki eden kesme kuvvetleri hesaplanmış ve hesaplanan bu kuvvetlerin kesme derinliği boyunca toplanması ile anlık kesme kuvvet tahmini gerçekleştirilmiştir. Ayrıca çalışmalarında gerçekleştirdikleri deneyle modeli doğrulamışlardır. Campatelli ve Scippa [55], farklı kesme parametreleriyle güvenilir bir şekilde kesme kuvvetlerini tahmin edebilen bir model geliştirmek için diş başına ilerlemenin ve kesme hızının kesme katsayıları üzerindeki etkisini araştırmış. Frezeleme deneylerinde, alüminyum 6082-T4 malzemesi kullanarak teğetsel kesme katsayısı için bir model geliştirmişlerdir. Tukora ve Szalay [56], kesme geometrisinden kaynaklı kısıtlamalar olmaksızın tek bir deney sırasında kesme kuvveti katsayılarının belirlenmesine yönelik bir algoritma ile beraber, mekanik kesme kıvvet, modeline dayalı bir kesme kuvveti tahmin yöntemi sunmuşlardır. Tsai ve arkadaşları [36], endüstride yaygın olarak kullanılan Alüminyum 6060-T6 alaşımı için frezeleme kesme kuvvetlerini ve kesme katsayılarının tahmin edilmesi bilinen iki yöntemi kullanarak sonuçlarını deneysel olarak karşılaştırmış ve diş başı ilerleme ve takım çapının kesme katsayısı üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Gonzalo ve arkadaşları [57], mekanistik bir model ile frezeleme kuvvetlerinin tahmin edilmesinde ihtiyaç duyulan özel kesme katsayılarının, hesaplanması için bir yöntem sunmuşlardır. Araştırmalarında, anlık kesme kuvveti değerlerini kullanılarak kısıtlı en küçük kareler uydurma yönteminin uygulanmasıyla tersine bir yöntemle denklem sistemi çözmüşlerdir.

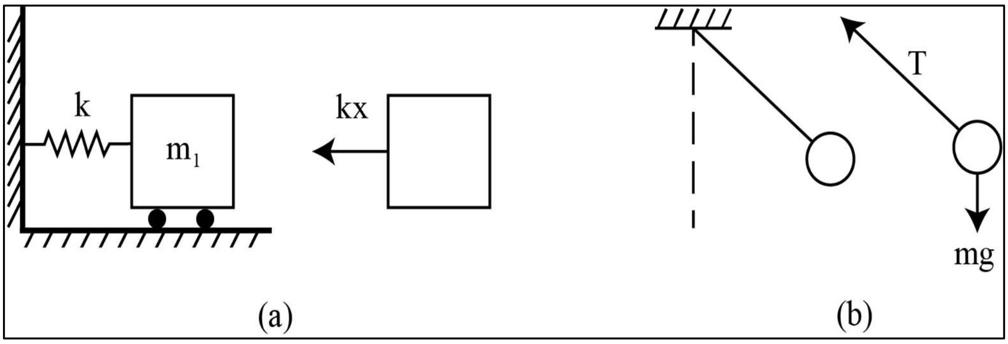
Helisel parmak frezelerdeki, helis adımlarının değişken olması daha sonra değinilecek olan tırlamanın temel nedeni rejenarasyon mekanizmasının periyodunu bozarak tırlama titreşimlerini azalttığı bilinmektedir. Bu konuda, Shirase ve Altıntaş [58] değişken hatveye sahip parmak frezeler için rejenarasyonu mekanizmasını dikkate alan, kesme kuvvetleri ve boyutsal hataların tahmini için matematiksel bir model sunmuşlardır. Değişken adımlı kesiciler kullanarak yaptıkları deneylerle yüzey hata oranlarındaki azalma oranını çalışmalarında vermişlerdir. Lazoğlu ve Liang [59], çok ağızlı küresel parmak freze için dinamik kesme kuvvetleri için analitik bir model sunmuştur. Kline ve DeVor [60] kesici takımın salgısını üzerine yaptıkları çalışmalarda, kesme kuvvetlerini tahmin etmek için önceden geliştirilen modellere kesici takım salgısının etkilerini dahil etmiş ve havacılık sınıfı 7075 Alüminyum malzeme kullanarak yaptıkları deneysel ölçümlerle tahmin edilen kuvvetlerin karşılaştırmasını yapmışlardır. Çalışmalarının sonucunda salgının varlığı, kesme işlemine giren dişler için ortalama talaş kalınlığını ve maksimum/ortalama kuvvet oranını artırdığını göstermişlerdir. Karpat ve arkadaşları [61], mikro kesici takımın eksenel sapmasının dâhil edildiği kübik polinom karakteristiğine sahip ortalama kuvvet modeline dayalı mekanistik bir model geliştirmiş ve modeli doğrulamak için Ti6Al4V alaşımlı malzeme üzerinde frezeleme deneyleri yaparak tahmin edilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Li ve arakdaşlar [62], helisel parmak frezeleme işleminde kesme kuvvetlerininin modellenmesi için Oxley tarafından geliştirilen prediktif işleme teorisine [17] dayalı bir yöntem sunmuştur. Bu yöntemde, helisel parmak frezedeki kesme kuvvetleri, işleme karakteristik faktörlerinin temel iş parçası malzeme özellikleri, takım geometrisi ve kesme koşullarının girdi verilerinden tahmini hesaplanması teorisine dayanılarak modellenir. Model, helisel parmak freze kesici kenarlarının her biri için, kesme kuvvetleri üzerindeki helis açısının etkisini hesaba katmak için parmak freze ekseni boyunca disk elemanlarına ayrılmıştır. Disk elemanlarının her biri, kesme bölgesinde eğik kesme işlemi olarak modellenmiş ve kesiciye etki eden toplam kesme kuvvetleri, tüm disk elemanlarına etki eden kuvvetlerin toplamı olarak elde edilmiştir. Çalışmalarda kesme kuvvetlerinin doğru tahmin edilmesi için hesaplamalarda önemli bir rolü olan kesme kuvveti katsayıların etkin olarak hesaplanması gerekmektedir. Bu konuda, kuvvet katsayılarının kalibrasyonu için harcanan zamanı önemli ölçüde azaltan prosedürler sunulmuştur [63]. Ozturk ve arkadaşları [64] tarafından mekanistik yöntemden belirlenen kesme kuvveti katsayılarının hesaplanması için bir algoritma sunulmuştur. Srinivasa ve Shunmugam [65], kesici kenar yarıçapı ve malzeme güçlendirme etkileri dikkate alınılarak kesme katsayılarının tahmin edilmesi için yeni bir metodoloji sunmuşlardır. Ek olarak, üst üste binen diş birleşmelerini hesaba katarak mikro frezeleme için kesme kuvveti tahminini sağlayan mekanistik bir model geliştirmişlerdir.

Tobias [2] ve Tlusty [3] tarafından geliştirilen ve önceki bölümde bahsedilen yenilenen dalgalılık teorisini doğrulamak için Merritt [66], geri besleme kontrol teorisini kullandı ve iş mili hızı ile titreşim fazını ilişkilendirerek kararlılık loblarını geliştirdi. Kararlılık lob diyagramı (KLD), iş mili hızının bir fonksiyonu olarak kesme derinliğinin titreşimsiz diğer bir ifadeyle, kararlı haldeki frezeleme operasyonları ile kararsız işleme operasyonları arasındaki sınırları gösteren bir çizelgedir. Altıntaş ve Budak [67], dinamik frezeleme katsayılarının sıfırıncı Fourier terimine dayanan frezeleme kararlılık loblarını tahmin etmek için sıfırıncı sıra yaklaşımı (Zeroth Order Approximate - ZAO) olarak bilinen analitik bir yöntem sundular. Yöntem, zamanla değişen talaş kalınlığı, yön faktörleri ve takım tezgâhı ile etkileşime sahip dinamik frezeleme formülasyonuna dayanmaktadır. Yöntem, kesme kuvvetlerinin daha az değişiklik gösterdiği, önemli radyal daldırma ve çok ağızlı frezeleme işlemleri için kabul edilebilir ölçüde doğru tahminlere ulaşabilmektedir. Bu yöntem Altıntaş [68] tarafından kararlılık loblarını tahmin etmek için üç boyutlu bir modele geliştirildi. Insperger ve Stépán [69, 70], geciktirmeli diferansiyel denklemi DDE'yi bilinen çözümlerle bir dizi özgün özerk adi diferansiyel denklemlere (ODE'ler) dönüştüren, katı cisimlerin sonlu eleman analizi veya hesaplamalı akışkanlar mekaniğinde kullanılan bir teknik olan yarı ayrıklaştırma (Semi Discretization -SD) yöntemini sundu. Kararlılık loblarını tahmin etmek için teorik yaklaşımlara alternatif olarak deneysel, olasılıksal veya yapay zeka yaklaşımlarına dayanan diğer yöntemlerde önerilmiştir. Deneysel verilere dayalı yaklaşımlar, teorik bilgi birikimini gerektirmeksizin büyük hesap yüklerini azaltmanın yanı sıra, hesaplamalarda yapılan yanlışlıkları göstermez. Quintana ve arkadaşları [71], KLD'larını belirlemek için değişken eksenel derinliğe sahip frezeleme deneylerine dayanan bir yöntem sunmuşlardır. Bu yöntemde, iş parçasının eğimli yüzeye sahip iş parçası kesicinin ilerleme doğrultusunda değişken eksenel derinliklere izin verir. KLD, iş mili hızı pasolar arasında artırılır ve tırlama tespit edilir edilmez kesme işlemi kesilir. Kararlı ve kararsız kesme arasındaki sınırları fiziksel olarak işlenir. Bir başka çalışmada Quinttana vd. [72] KLD tanımlamak için frezelemede ses haritalama teknikğini önermektedir. Totis [73], tırlama tahmini için bir olasılık algoritması, güçlü bir tırlama tahmin yöntemi önerir. Yöntem, kararlı aralık sınırları içerisinde değişen model parametreleriyle sağlanan ve deterministik modeller ailesi olarak tanımlanan belirsiz bir dinamik frezeleme modelinin analizine dayanmaktadır. Khacan ve İsmail [74], çok eksenli tezgahlarda frezeleme operasyonlarındaki tırlamanın geleneksel simülasyon teknikikleriyle uyumlu, zaman alanı simülasyonları için grafiksel bir yöntem geliştirdi. Löser ve arkadaşları [75], frekans alanındaki kararlılık analizine dayanan, talaş kaldırma süreci kararlılığı için güven seviyelerini iyi bir şekilde hesaplanmasını sağlayan bir yöntem sunmuştur. Yöntem, az sayıda parametre durumunda açık kararlılık hesaplamaları gerektiren yaklaşık bir çözüm sunar. Zhang ve arkadaşları [76], frezeleme esnasındaki takım ucundaki titreşimleri kurdukları bir düzenek ile deneysel olarak ölçmüşler. Frezeleme işlemi sırasında oluşan titreşim hareketlerini ölçmek için tek sensörlü sistem ve bir sinyal işleme algoritması sunmuşlardır. Wang ve arkadaşları [77], iki serbestlik dereceli sertlik varyasyonunun (SV) dinamik bir frezeleme modelini önerdi ve SV yönteminin titreşimi bastırmak için etkili olduğunu kanıtladı. A. C. Araujo ve arkadaşları [35], düz olmayan iki serbestlik dereceli bir model kullanarak, parmak freze kesici takımıyla yapılan çevresel frezeleme işlemi için doğrusal olmayan dinamikleri ve takımın iş parçasına göre titreşimini analiz etmişlerdir. Bazı araştırmacılar kararlık tahminleri için sonlu elemanlar (FEA) yöntemini kullanmışlardır [78], Wang vd. [79], ince cidarlı duvarların frezelenmesi anında kararlılığı tahmin etmek için proses sönümlemesini ve iş parçasının modal şeklini dikkate alan dinamik bir model geliştirdi. Budak ve arkadaşları [80], FE modeli kullanarak yapısal dinamik modifkasyon tekniğine dayanan yöntem ile talaş kaldırma işleminin frekans yanıt fonksiyonu (FRF) üzerine etkisini inceledi. Bu yöntem ile tasarım aşamasındaki davranışların tahmin edilebilmesinden kaynaklı beraberinde getirdiği avantajlar oldukça büyüktür. Segury vd. [81], ince cidarlı duvar ve zeminlerin frezelenmesinde kararlılık loblarını tahmin etmek için sonlu elemanlar yönteminin kullanımını önermektedir. Uzun ince parmak frezelerle kesme işleminin gerçekleştirilmesinde veya oldukça esnek ince cidarlı duvarlara sahip türbin motoru bileşenleri gibi parçaların frezelenmesinde tırlama kaçınılmazdır. Mahnama ve Movahhedy [82], dinamik kesme koşulları altında talaş oluşumunu sonlu elemanlar yöntemiyle modellemişler ve titreşim tahmini için bir yöntem sunmuştur. Biermann vd. [83], beş eksenli takım tezgâhında türbin kanatçığının frezelenmesinin sonlu elemenlar töntemiyle modellemiş ve titreşimlerini hesaplamıştır.

3. MEKANİK TİTREŞİMLER

3.1. Titreşim Kavramı ve Temelleri

Belirli bir denge konumuna göre periyodik salınım yapan mekanik sistemlerin hareketine titreşim denilmektedir. Titreşim halinde olan bir sistemin, yapmış olduğu hareketi tanımlayan koordinatlar genelleştirilmiş koordinatlar olarak ifade edilir. Titreşim, atalete sahip bir elemana dışarıdan aktarılan enerjinin, bu elemanı statik denge noktasından ayırmasıyla ortaya çıkar. Denge noktasından ayrılan elemanın, statik denge konumuna geçmesini isteyen ve potansiyel enerji elemanından oluşan korunumlu kuvvet, elemanı denge konumuna geri çeker



Şekil 3.1. Blok denge diyagramı

Şekil 3.1. (a) Blok denge konumundan ayrıldığında yayda depolanan potansiyel enerji bloğu tekrar denge konumuna çeker. (b) Sarkaç denge konumundan ayrılırsa yer çeki kuvvetinin etkisiyle oluşan potansiyel enerji tekrar denge konumuna çekmeye çalışır [84]

Şekil 3.1. (a)'da verilen bloğu denge konumundan uzaklaştırmak için üzerinde bir iş yapılırsa yay üzerinde yapılan işe eşit bir potansiyel enerji oluşur. Blok denge konumundan farklı bir pozisyona çekilir ve bırakılırsa, yayda oluşan potansiyel enerji kinetik enerjiye dönüşerek bloğu tekrar denge konumuna çekecektir. Korunumsuz kuvvetlerin olmadığı şartlarda, enerji kaybı olmadığı için blok denge konumu etrafında sürekli salınım yapacaktır. Benzer şekilde Şekil 3.1. (b)'de verilen sarkaç modeli, korunumsuz kuvvetlerin olmadığı şartlarda, bir dış kuvvetin etkisiyle denge noktasından farklı bir noktaya çekilip bırakıldığında, yerçekimi kuvvetinin etkisiyle oluşan potansiyel enerji, kinetik enerjiye dönüşerek sarkacın denge konumu etrafında devamlı salınım yapmasına neden olur [84].

Birçok yapısal ve mekanik sistemlerde ortaya çıkan titreşimler, kontrol altına alınmazlarsa sistemlerin çökmesine sebep olabilirler. Bu duruma, depremler ya da aerodinamik etkilerden kaynaklı titreşimlerin yapısal sistemlere verdikleri hasarlar örnek olarak verilebilir. Benzer şekilde takım tezgâhlarında meydana gelen titreşimler, üretim sürecinde boyutsal hatalara yol açabilir ve bu da uygunsuz imalata neden olur. Bu açından, sistemlerin tasarımları ve hesaplamaları hassasiyetle yapılması gereken bir konudur.

3.2. Matematiksel Modelleme

En yalın şekilde titreşimleri anlamak ve bu konu üzerinde çalışmak, fiziksel sistemlerin matematiksel modellenmesi ile başlar. Sonrasında, matematiksel olarak ifade edilen problemlerin çözümlerinin elde edilmesi, analizlerin gerçekleştirilmesi ve yorumlanması şeklinde devam eder. Fiziksel sistemlerin anlamlı matematiksel modellerle ifade edilebilmesi birçok metot ve yöntem içermekle beraber, temel yaklaşım, gerçek karmaşık sistemleri varsayımlar ile çözümlenmesi daha kolay, basit sistemlere indirgeyerek yapılır. Bir sistemde yer alan mühendislik problemini çözmek için öncelikle o sistemin matematiksel modelinin elde edilmesi gerektiğine daha önce değinilmişti. Buna göre, modellenecek sistem öncelikle yalın hale getirilerek çevresinden soyutlanır ve dış faktörlerin etkileri tespit edilir. Sistemin sabitleri ve değişkenleri belirlenir. Gerçek fiziksel sistemlerin modellenmesinde tüm faktörlerin dikkate alınması, ortaya konulan matematiksel denklemlerin çok karmaşık olmasına ve çözümü imkânsızlaştırmasına neden olur. Bu nedenle, modeli basitleştirmek ve çözüme gidebilmek için bazı varsayımlar yapılabilir. Bu şekilde, öncelikle yaklaşık ve daha az karmaşık bir fiziksel sistem modellenir. Yapılan yaklaşık model ve çözümü, gerçek problemin çözümünden daha basit ve sonuçları amaçları doğrultusunda istenilen hassasiyet aralığında olduğu kabulü ile yapılmalıdır. Gerçek fiziksel sistemler, doğrusal değildir. Buna göre, fiziksel bir sistemin gerçek modeli doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerle uğraşılmasını gerektirir ve bu birçok durumda analitik olarak çözümsüzdür. Doğrusal sistemlerin tam çözümlerinin olmasından dolayı, sistemleri doğrusallaştırmak için varsayımlar yapılır. Doğrusallaştırma yaklaşımı, matematiksel modelden doğrusal olmayan terimlerin çıkartılması ya da bu terimlerin yaklaşık yöntemlerle ifade edilmesidir. Doğrusal sistem ile doğrusal olmayan sistemler birbirlerinden farklı davranırlar. Matematiksel modelde yer alan diferansiyel denklem doğrusallaştırılırsa, yapılan bu varsayımın güvenilirliği için çıkan sonuçların doğruluğu önemlidir. Model çıktıları yorumlanırken, akılda tutulması gereken önemli noktalardan biri, yapılan matematiksel modelin, gerçek fiziksel sisteme ait yaklaşık çözüm olduğudur. Bu sebeple, gerçek fiziksel sistem ile yapılan model sonuçları arasında farklılıklar olacaktır [84, 85]. Örneğin, Şekil 3.1 (b)'de verilen sarkaç modelinde aerodinamik etkiler ve tüm sürtünme çeşitleri matematiksel modelde ihmal edilmiş ve sonrasında sarkaca belirli bir başlangıç yer değiştirmesi verilip serbest bırakılarak durum analiz edilmiştir. Sarkaç için yapılan bu tahmin modeli, sarkacın sürekli harmonik salınım hareketi gerçekleştirdiğini vermiştir. Gerçekte bu şekilde sürekli bir hareket olması imkansızdır. Aerodinamik etkilerin ihmal edilmesi, sarkaç hareketi için doğru olmayan bir zaman cevabı veriyor olsa da ortaya konulan model, periyot, frekans ve hareket genliği tahmini için verimlidir.

3.2.1. Temel fizik yasaları

Fiziksel sistemlerin etkileşim mekanikleri için karmaşık ve ayrıntılı birçok yasa vardır. Ancak tüm bu karmaşık yasaların hepsinin üzerinde genel ilkeler vardır. Doğanın temel kanunları olarak bilinen bu ilkeler korunum yasaları olarak bilinir. Bu yasalar, doğanın anlaşılması ve süreçlerin tanımlanmasının temelini oluşturur. Tüm fiziksel sistemlere uygulanan doğa yasaları, gözlenebilir ancak başka bir kanun ile türetilemezler. Temel doğa yasaları: kütlenin korunumu, momentumun korunumu, enerjinin korunumu, termodinamiğin ikinci ve üçüncü yasaları gibi korunum ilkeleridir. Bu yasaları kullanarak korunumlu nicelikleri ve hareketi tanımlayabiliriz. Özellikle momentumun korunumu, mekanik titreşimler alanında sıklıkla uygulanan temel yasadır. Kütlenin korunumu yasası titreşim problemleri alanında uygulanması önemli değildir. Aynı zamanda sistemde ısıl enerjinin var olmaması koşulunda, enerjinin korunumu yasası, mekanik iş enerji ilkesi ile açıklanabilir [84, 86].

3.2.2. Bünye denklemleri

Malzemelerin harici yüklere karşı göstereceği tepkileri açıklayan denklemlere bünye denklemleri denir. Bünye denklemleri, sistemde kullanılan malzemeler hakkında bilgi verirler. Malzemeler, uygulanması mümkün olan tüm sıcaklık ve şekil değişime gibi farklı şartlar altında karmaşık davranışlar gösterir ve bu davranışları tek bir denklem veya denklem takımı ile açıklamak mümkün değildir. Ancak farklı tipteki malzemeler için ideal davranışları tanımlayabilen farklı denklemler verilebilir. Bazı malzemelerin bünye denklemlerinin formları aynı olsa bile, denklemlerde katsayılar farklıdır. Bünye denklemleri, malzemede gerçekleşen deformasyon olaylarını bilgisayar ortamında simüle edebilecek şekilde matematiksel olarak ifade edebilmek için kullanılırken [87], mekanik titreşimlerde sistem modelinde yer alan parçaların kuvvet-yer değiştirme bağlantılarını açıklamak için kullanılabilir [84].

3.2.3. Geometrik sınırlar ve diyagramlar

Mühendislik sistemlerinin matematiksel olarak modellenmesinde geometrik sınırlara sıkça başvurulur. Geometrik sınırlar, mekanik bir sistemin yer değiştirme, hız ve ivme arasındaki kinematik ilişkiler olarak tanımlanabilir. Temel fizik yasaları ve bünye denklemlerinin kullanımı diferansiyel denklemleri sonuç verirken, geometrik sınırlar, çoğu zaman başlangıç ve sınır şartlarını formüle etmek için kullanılır [84]. Problemlerin daha iyi anlaşılması ve çözümlenmesi için diyagramların kullanımı önemlidir. Dinamik, sistemler üzerindeki kuvvetler ve bu kuvvetin etkileri ile ilgilenir. Bunun için sistemi en yalın haliyle tanımlamak çok önemlidir. Buna göre, sistemin çevresinden soyutlanıp, dikkate alınabilen tüm çevresel faktörleri ve etkilerini kuvvetler şeklinde gösterilen diyagrama serbest cisim diyagramı (SCD) adı verilir. Dinamik modelde, sistemin tüm zaman aralığındaki davranışları ile ilgilenildiğinden, SCD diyagramı istenilen bir an için çizilir. Benzer şekilde, titreşim modelleri için SCD istenilen belirli bir an için çizilir. Daha önce anlatıldığı üzere, bünye denkleri ve geometrik sınırlar hesaplamalara eklenir ve temel fizik kanunları bu modele uygulanır.

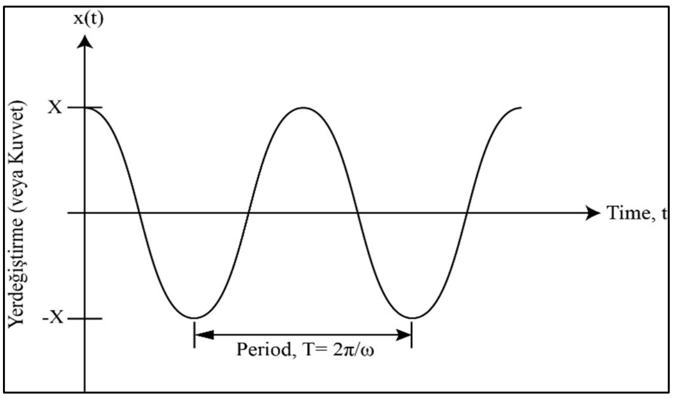
3.2.4. Matematiksel çözüm ve sonuçların yorumu

Matematiksel model, fiziksel bir sistemin matematiksel olarak ifade edilmesi ve ifade edilen denklemlerin çözümünü içerir. Farklı tipte fiziksel problem için uygulanan matematikte farklı olabilir. Örneğin, çoğu statik, dinamik ve mukavemet problemleri sadece cebirsel işlemleri gerektirebilir. Mekanik titreşim problem uygulamaları diferansiyel denklemleri gerektirir. Çözüm noktasında varsa tam analitik çözüm, sayısal veya yaklaşık çözümlere gidilebilir. Tam analitik çözümler genellikle doğrusal problemler için vardır. Gerçek hayatta çoğu fiziksel problem doğrusal değildir ve bu problemlerin çok azının tam analitik çözümü mevcuttur. Matematiksel model kurulup, çözüldükten sonra sonuçların yorumlanması gerekir. Harmonik kuvvet uygulanan bir sistemin frekans cevabının boyutsuz şekli sistem davranışının anlaşılmasında önemli bir parametre olabilir. Genel olarak, titreşim veya dinamik problemlerinin tümü en baştan sonuca kadar analiz edilir ve modellemenin sonuçları uygulanır.

3.3. Titreşimlerin Sınıflandırılması

Titreşimler, kurgulanan modeller için gerekli kılınan serbestlik derecesi sayısına, sisteme etki eden kuvvet tipine ve modellemede kullanılan varsayımlara göre çeşitli sınıflara ayrılabilir. Bir serbestlik derecesine sahip sistemler, tek serbestlik dereceli (TSD) şeklinde adlandırılır. Birden fazla serbestlik derecesine sahip sistemler ise çok serbestlik dereceli (ÇSD) sistemler olarak adlandırılır. Sonlu sayıda serbestlik derecesine sahip sistemler, ayrık sistemler olarak adlandırılır. Sonsuz sayıda serbestlik derecesine sahip sistemler ise sürekli sistemler şeklinde adlandırılır. Sisteme sadece başlangıçta bir kuvvet uygulanmış veya enerji verilmiş ve herhangi başka bir anada dış etki yoksa sistemin başlangıçtaki etkilere karşı gösterdiği titreşim hareketi serbest titreşim olarak adlandırılır. Sistem eğer dış bir etkiden kaynaklı olarak titreşiyorsa bu titreşim, zorlanmış titreşim şeklinde adlandırılır. Sisteme etki eden dış uyarı periyodik ise, harmonik titreşim olarak adlandırılır. Diğer şekilde, titreşimler *geçici* olarak isimlendirilir. Sisteme gelen dış uyarı stokastik ise, bu etkinin oluşturduğu titreşim rastgele şeklinde adlandırılır. Titreşimler sahip oldukları enerji sönüm kaynaklarına göre sönümlü ve sönümsüz titreşimler olarak sınıflandırılabilir. Sönümlü titreşimler ise kendi içlerinde viskoz sönüm mevcut ise viskoz sönümlü diye adlandırılır. Ayrıca modellenen fiziksel sistem doğrusal ise, doğrusal titreşimler değilse doğrusal olmayan titreşimler olarak da kategorize edilir.

3.4. Basit Harmonik Hareket



Şekil 3.2. Basit harmonik hareket

Bir cismin, geri çağırıcı kuvvet ile doğru orantılı olacak şekilde yaptığı periyodik yer değiştirme hareketi, basit harmonik hareket şeklinde ifade edilebilir. Şekil 3.2.'de görülen salınımlı hareket matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi temsil edilebilir:

$$x(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t \tag{3.1}$$

Tirigonometrik eşitlikler kullanılarak Eş. 3.1 aşağıdaki formda kullanılabilir:

$$x(t) = X\sin(\omega t + \phi) \tag{3.2}$$

Burada X denge konumundan maksimum yer değiştirmeyi ifade eden genliktir ve aşağıda verildiği gibi bulunabilir:

$$X = \sqrt{A^2 + B^2} \tag{3.3}$$

ve faz açısı ϕ, dalga formunun bir referans noktasından sağa veya sola kaydırdığı açıdır:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{A}{B}\right) \tag{3.4}$$

Periyot, tekrarlı hareketin bir çevrimini gerçekleştirmesi için gereken zaman olarak tanımlanabilir ve T harfi ile gösterilir:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{3.5}$$

Periyodun tersi olan frekans ise, bir saniyede tamamlanan çevrim sayısını ifade eder:

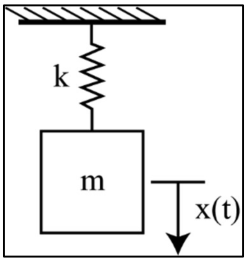
$$f = \frac{\omega}{2\pi} \tag{3.6}$$

Çevrim/Saniye bir Hertz (hz) olarak tanımlanır.

3.5. Titreşim Analizi

3.5.1. Tek serbestlik dereceli sönümsüz sistemler

Kütle yay modeli verilen (Şekil 3.3) sönümsüz TSD bir sistemin genel hareket denklemi Eş. 3.7'de verilmiştir.



Şekil 3.3. TSD bir sistemin kütle yay modeli

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{3.7}$$

Sistem sönümsüz olduğu zaman Eş. 3.7'de verilen karakteristik denklemin kökleri sanaldır. Çözüm için $x(t) = ae^{st}$ kabulü yapılırsa:

$$(ms^2 + k)ae^{st} = 0 \tag{3.8}$$

Çözümün geçerli olabilmesi için $ae^{st} \neq 0$ olması gereklidir. Buna göre sistemin özdeğerleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$ms^2 + k = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{s}_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}i = \pm i\omega_n \tag{3.9}$$

Gibi bulunur ve her iki kök sistemin karakteristik denklemini sağlar. TSD sistemin serbest titreşim frekansı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (rad/s)} \tag{3.10}$$

Genel çözüm için denklem aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$x(t) = a_1 e^{i\omega_n t} \quad \Leftrightarrow \quad x(t) = a_1 e^{-i\omega_n t} \tag{3.11}$$

Yukarıdaki denklem lineer olduğu için çözümün toplamı hareket denkleminin çözümüdür:

$$x(t) = a_1 e^{i\omega_n t} + a_2 e^{-i\omega_n t} \tag{3.12}$$

Yukarıdaki denklem, Eş. 3.13'de verilen Euler eşitlikleri kullanılarak bir diğer matematiksel formu Eş. 3.14'de verildiği gibi yazılabilir:

$$\left.\begin{aligned} \sin \omega t &= \frac{1}{2i}\left(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right) \\ \cos \omega t &= \frac{1}{2i}\left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right) \\ e^{\pm i\omega t} &= \cos \omega t \pm i \sin \omega t \end{aligned}\right\} \tag{3.13}$$

Eş. 3.13, Eş. 3.12'de yerine yazılırsa:

$$x(t) = a_1\left[\cos \omega_n t + i \sin \omega_n t\right] + a_2\left[\cos \omega_n t - i \sin \omega_n t\right] \tag{3.14}$$

Eş.14 ile verilen denklem düzenlenirse:

$$x(t) = (a_1 + a_2)\cos \omega_n t + i(a_1 - a_2)\sin \omega_n t \tag{3.15}$$

Eş. 3.15 aşağıda verilen formlarda da ifade edilebilir:

$$x(t) = A \sin(\omega_n t + \phi) \;\Leftrightarrow\; x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t \tag{3.16}$$

Eş. 3.16'da verilen katsayılar Eş. 3.17'de verildiği gibi tanımlanabilir:

$$A = \sqrt{a_1^{\,2} + a_2^{\,2}}$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}\right) \tag{3.17}$$
$$A_1 = a_1 + a_2$$
$$A_2 = (a_1 - a_2)i$$

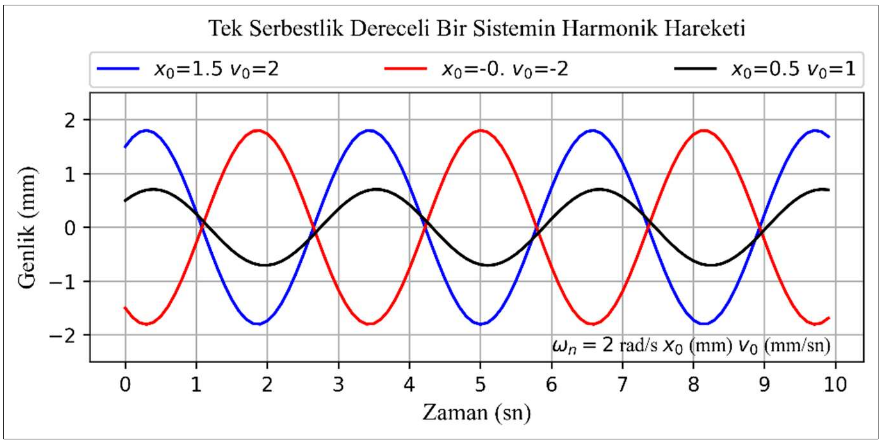
a_1 ve a_2 karmaşık eşlenikken A_1 ve A_2 gerçektir. Eş. 3.16'da $x(0)=x_0$ ve $\dot{x}(0)=\dot{x}_0$ başlangıç şartları uygulanırsa:

$$x_0 = A_1 \cos\omega_n 0 + A_2 \sin\omega_n 0 \;\rightarrow\; A_1 = x_0$$
$$\dot{x}_0 = -\omega_n A_1 \sin\omega_n 0 + \omega_n A_2 \cos\omega_n 0 \;\rightarrow\; A_2 = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \tag{3.18}$$

Katsayıları bulunur ve Eş. 3.16'da yerlerine yazılırsa:

$$x(t) = x_0 \cos\omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\sin\omega_n t \tag{3.19}$$

Eş. 3.19'da ile verilen eşitlik basit harmonik hareket denklemidir. Burada, ω_n şeklinde ifade edilen frekans, doğal frekans olarak bilinir. Genel matematiksel denklemi verilen basit harmonik hareketin farklı başlangıç şartları için cevabı Şekil 3.4.'de verilmiştir.



Şekil 3.4. TSD sistemin farklı başlangıç şartları için tepkisi

3.5.2. Tek serbestlik dereceli sönümlü sistemler

TSD sistemin sönümlü modeli için hareket denklemi aşağıda verildiği gibi ifade edilir:

$$m_{eş}\ddot{x}+c_{eş}\dot{x}+k_{eş}x=0 \tag{3.20}$$

Eş. 3.20, $m_{eş}$'e bölünürse:

$$\ddot{x}+\frac{c_{eş}}{m_{eş}}\dot{x}+\frac{k_{eş}}{m_{eş}}x=0 \tag{3.21}$$

Eş. 3.10'da tanımlanan doğal frekans ω_n ve sönüm oranı $\zeta=\dfrac{c_{eş}}{2\sqrt{k_{eş}m_{eş}}}$ Eş. 21'de yerlerine konulursa eşitlik aşağıdaki gibi olur:

$$\ddot{x}+2\zeta\omega_n\dot{x}+\omega_n^2x=0 \tag{3.22}$$

Eş. 3.21 Sönümlü TSD bir sistemin standart şeklidir. Bu denklemin çözümü $x(0)=x_0$ ve $\dot{x}(0)=\dot{x}_0$ başlangıç şartları ve $x(t)=Ae^{at}$ kabulü ile gerçekleştirilir:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=aAe^{at}\\ \ddot{x}(t)&=a^2Ae^{at}\end{aligned} \tag{3.23}$$

Eş. 3.23, Eş. 3.22'de yerlerine yazılırsa:

$$(a^2+2\zeta\omega_na+\omega_n^2)Ae^{at}=0 \tag{3.24}$$

Denklem Eş. 3.24'de verildiği gibi olur ve çözümü $a^2+2\zeta\omega_na+\omega_n^2=0$ denkleminin kökleri sağlar:

$$a = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4\omega_n^2}}{2} \qquad (3.25)$$

Yukarıdaki ifade düzenlenirse:

$$a = \omega_n\left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) \qquad (3.26)$$

Verilen karakteristik denklemin çözüm biçimi sönüm oranı değerine bağlıdır. Eş. 3.25'de $\zeta = 0$ ise denklem bölüm 3.5.1'deki gibi sönümsüz serbest titreşim hareketi yapar. $0 < \zeta < 1$ ise kökler karmaşık eşleniktir ve sistem zayıf sönümlüdür. $\zeta = 1$ şeklinde ise çözümde gerçek katlı kökler vardır ve sistem için serbest titreşimler kritik sönümlüdür. $\zeta > 1$ ise çözümün iki reel kökü vardır ve sistem aşırı sönümlüdür.

Kritik altı sönümlü durum için, sönüm oranı 1'den küçük ($0 < \zeta < 1$) ve karmaşık eşleniktir:

$$\begin{aligned} a_1 &= \omega_n\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,i - \zeta\right) \\ a_2 &= -\omega_n\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,i + \zeta\right) \end{aligned} \qquad (3.27)$$

Sönümsüz sistem için izlenen yol izlenirse:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left(a_1 e^{i\sqrt{1-\zeta}\omega_n t} + a_2 e^{-i\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t}\right) \qquad (3.28)$$

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left[(a_1 + a_2)\cos\omega_d t + i(a_1 - a_2)\sin\omega_d t\right] \qquad (3.29)$$

Burada a_1 ve a_2 kompleks katsayılardır ve sistemin doğal frekansı $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ şeklinde tanımlanır. Sistem aşağıda verildiği gibi ifade edilirse:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}(A_1 \sin\omega_d t + A_2 \cos\omega_d t) \qquad (3.30)$$

Burada katsayılar için aşağıdaki bağlantılar verilebilir

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{A_1}{A_2}\right) \tag{3.31}$$

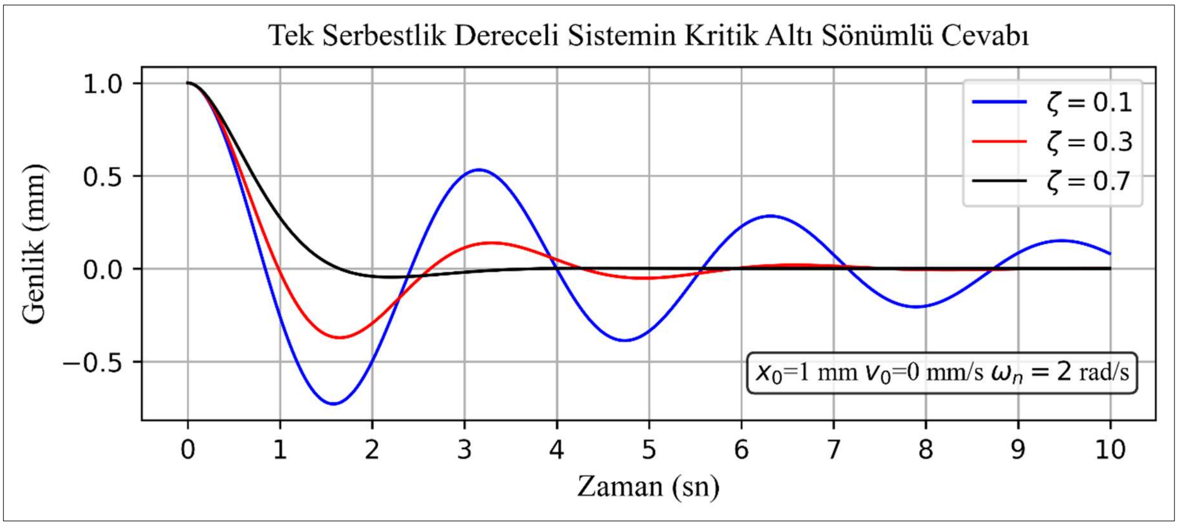
Eşitlik trigonometrik formuyla ifade edilirse:

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \phi) \tag{3.32}$$

Burada başlangıç $(t = 0,\ x(t) = x_0,\ v_0 = \dot{x}_0)$ şartlarına göre tekrar çözüm aranırsa kritik altı tek serbestlik dereceli bir sistem için cevap Eş. 3.33'de verildiği gibi olur:

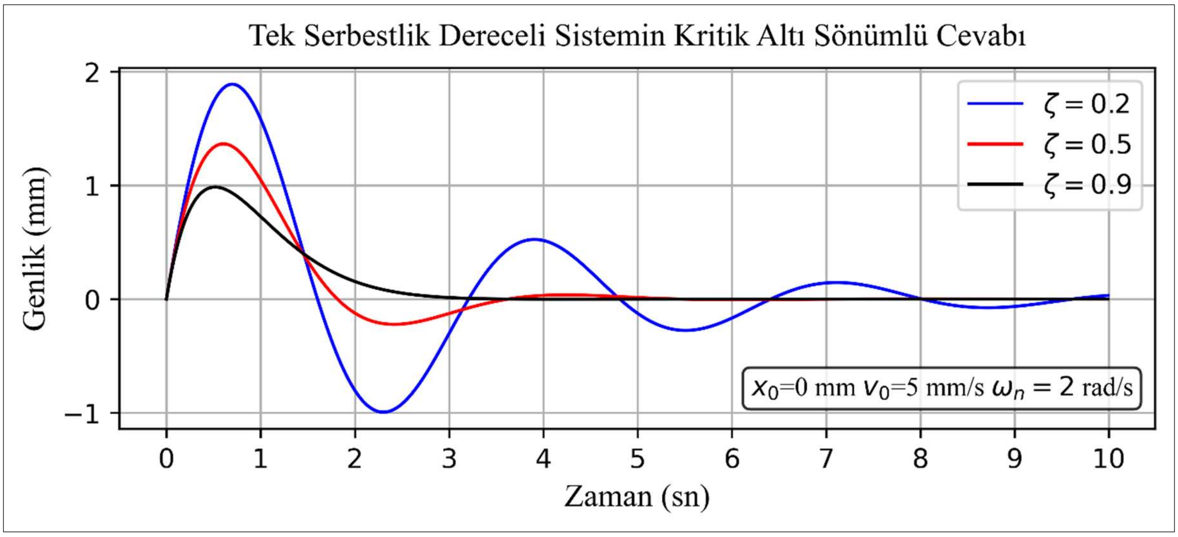
$$x(t) = \frac{\sqrt{(\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0)^2 + \left(x_0\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)^2}}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(\omega_n t\sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left[\frac{x_0\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}\right]\right) \tag{3.33}$$

Sönümlü TSD sistemin cevabı için x_0 = 1 mm ve v_0 = 0 başlangıç şartları için, farklı sönüm oranlarında sistemin verdiği yanıtların grafiksel gösterimi Şekil 3.5.'de verilmiştir.



Şekil 3.5. Sönümlü TSD sistem sıfırdan farklı x_0 başlangıç şartları altında farklı sönüm oranları için sistemin cevabı

Aynı sistem için x_0 = 0 mm ve v_0 = 5 başlangıç şartları altında sistemin verdiği yanıtlar aşağıda verilen Şekil 3.6. ile verilen görselde verilmiştir.



Şekil 3.6. Sönümlü TSD sistem sıfırdan farklı v_0 başlangıç şartları altında farklı sönüm oranları için sistemin cevabı

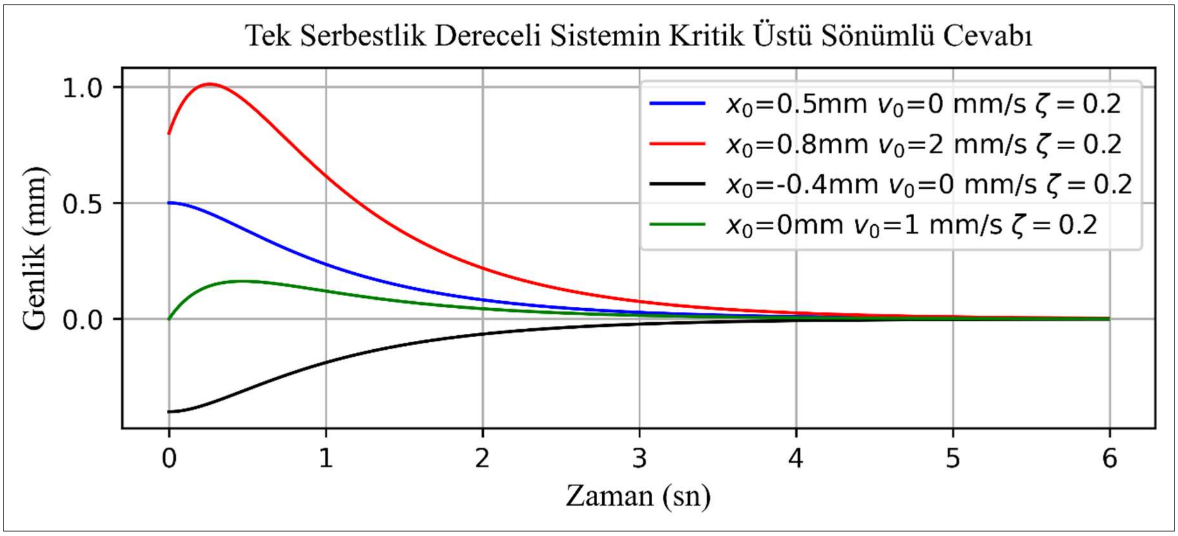
Kritik üstü durumlarda sönüm oranı 1 (bir)'den büyüktür. Böyle durumlarda çözüm için iki farklı reel kök mevcuttur. Sistemin verilen başlangıç şartları için çözümü aşağıdaki gibi verilebilir:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left(a_1 e^{-\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}t} + a_2 e^{\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}t}\right) \tag{3.34}$$

Reel kökler aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$a_1 = \frac{-\dot{x}_0 + \left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n x_0}{2\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}} \text{ ve } a_2 = \frac{\dot{x}_0 + \left(\zeta + \sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n x_0}{2\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}} \tag{3.35}$$

Kritik üstü sönümlü bir sistem için farklı başlangıç şartları altında sistemin verdiği yanıt Şekil 3.7. ile verilmiştir.

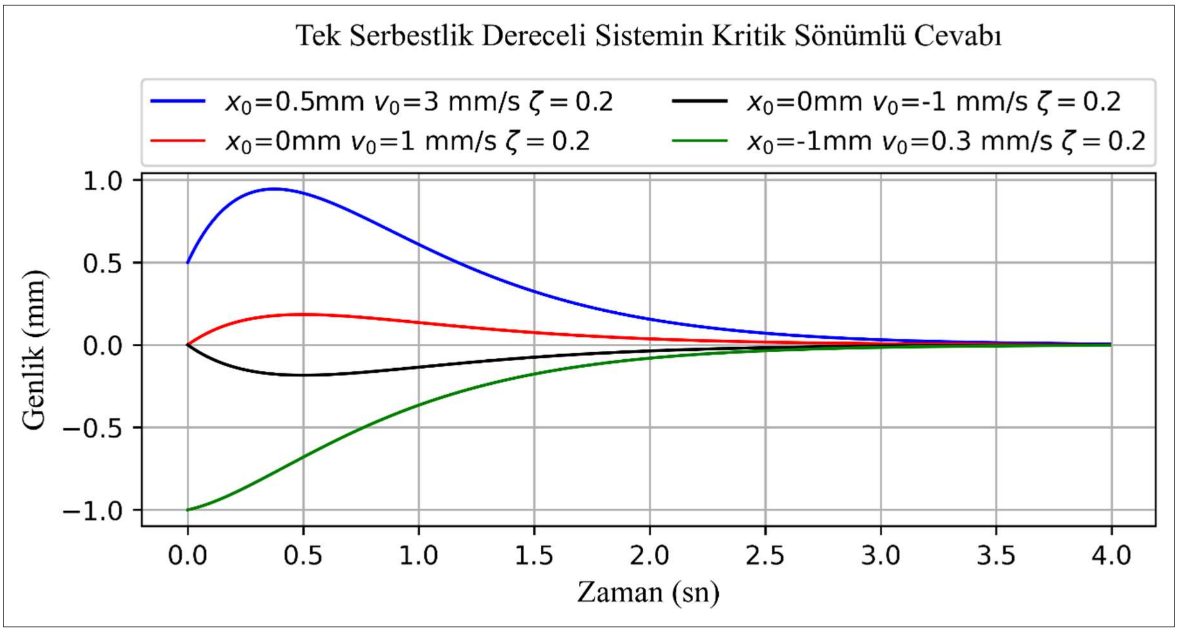


Şekil 3.7. TSD kritik üstü sönümlü sistemin farklı başlangıç şartları için tepkisi

Kritik sönümlü durumlar için sönüm oranı 1 (bir)'e eşittir ve çözümün kökleri katlıdır. Sistemin çözümü verilen başlangıç şartları için aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$x(t) = [x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t]e^{-\omega_n t} \tag{3.36}$$

Kritik sönümlü bir sistem için farklı başlangıç şartları altında sistemin verdiği yanıt Şekil 3.8. ile verilmiştir.

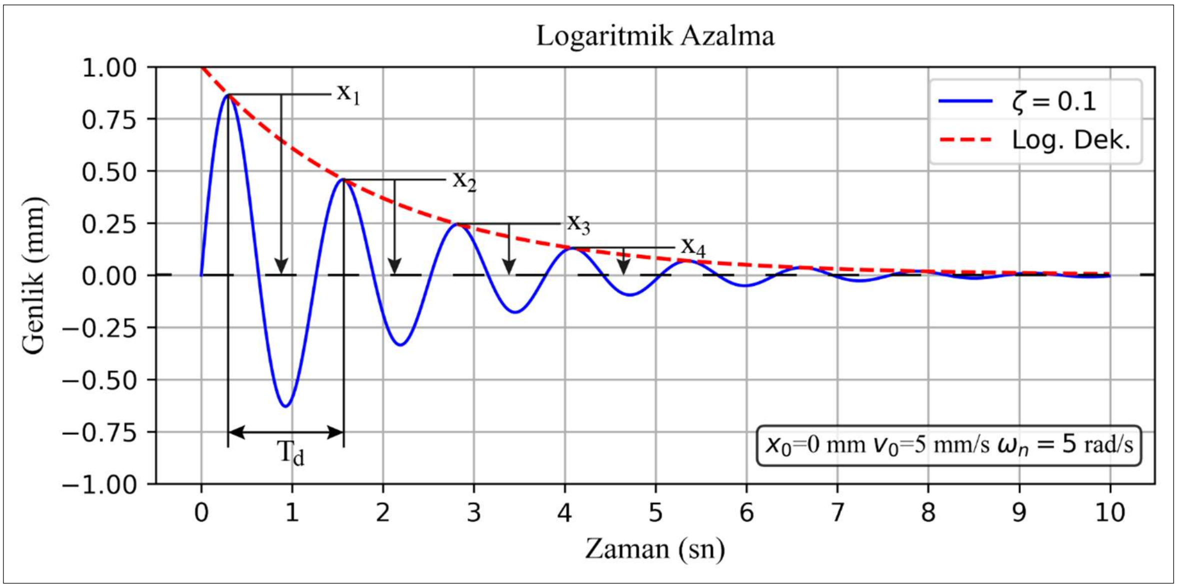


Şekil 3.8. TSD kritik sönümlü sistemin farklı başlangıç şartları için tepkisi

3.5.3. Logaritmik azalma ile sönüm oranı tayini

Deneysel ölçümler kullanılarak hesaplanabilen logaritmik azalma, sistemin yaklaşık sönüm oranının hesaplanmasında kullanılır. Zayıf sönümlü bir sistemin titreşim cevabı aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_n t + \phi) \tag{3.37}$$



Şekil 3.9. Zayıf sönümlü bir sistemde Logaritmik Dekreman eğrisi ile sönüm oranı tayini

Sistemin sönüm oranın belirlenmesi için kullanılan Logaritmik Azalma (δ), mekanik sistemin birbirini takip eden serbest titreşim salınım genliklerinin logaritmik oranı şeklinde tanımlanır. Zayıf sönümlü bir sistemin salınım genlikleri kullanılarak hesaplanan Logaritmik Dekreman eğrisi Şekil 3.9.’da gösterilmiştir.

Tanım gereği Logaritmik Azalma (δ) aşağıda verildiği gibi ifade edilir:

$$\delta = \ln\left(\frac{x(t)}{x(t+T_d)}\right) = \ln\left(\frac{Ae^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \phi)}{Ae^{-\zeta\omega_n (t+T_d)}\sin\left[\omega_d (t+T_d) + \phi\right]}\right) \tag{3.38}$$

Yukarıda verilen ifade için sinüs fonksiyonu her periyotta eşit değerler olacağından aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\delta = \ln \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{e^{-\zeta\omega_n t} e^{-\zeta\omega_n T_d}} = \ln e^{\zeta\omega_n T_d} = \zeta\omega_n T_d \tag{3.39}$$

Sönümlü sistemin doğal periyodu $T_d = \dfrac{2\pi\zeta}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ yerine yazılırsa (Şekil 2.5.1) logaritmik azalma:

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{3.40}$$

Sönüm oranının küçük değerleri için ifade aşağıdaki şekilde kullanılabilir:

$$\delta = 2\pi\zeta \tag{3.41}$$

Elde edilen ifade kullanılarak sistemin sönüm oranı yaklaşık olarak aşağıda verildiği gibi hesaplanır:

$$\zeta = \frac{\delta}{2\pi} \tag{3.42}$$

Eş. 3.40'de verilen ifadenin tam olarak kullanılmasıyla sönüm oranı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\delta^2}{4\pi^2 + \delta^2}} \tag{3.43}$$

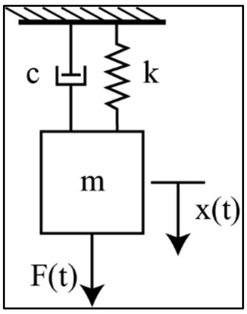
Logaritmik azalma, deneysel olarak ölçülen serbest titreşim genlikleri kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_0}{x_n}\right) \tag{3.44}$$

Burada x_0 titreşim cevabında elde edilen başlangıç genliğidir n ise tam salınım sayısıdır.

3.5.4. Tek serbestlik dereceli sistemlerin zorlanmış titreşimleri

Bir kuvvet altında titreşim hareketi yapan sistemlere zorlanmış titreşimler olarak adlandırılır. Zorlanmış titreşimlere örnek olarak, deprem etkisinden kaynaklı yerin hareketi, periyodik hareket yapan makinelerden kaynaklı oluşan titreşim hareketleri örnek verilebilir.



Şekil 3.10. Zorlanmış titreşim için kütle yay damper modeli

Şekil 3.10.'da zorlanmış titreşimler için TSD bir sistemin genel modeli tanımlanmıştır. Bu model için genel hareket denklemi aşağıda verildiği gibidir:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \tag{3.45}$$

Eş. 3.45, m'e bölünürse TSD bir sistemin doğrusal zorlanmış titreşimleri için hareket denkleminin genel formu elde edilir:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{1}{m}F(t) \tag{3.46}$$

Diferansiyel ifadenin çözümü, F(t) = 0 homojen çözümü ile F(t) özgü çözüm $x_p(t)$ özel çözümüm toplamı şeklinde ifade edilebilir:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \tag{3.47}$$

F(t) uyarısı $F(t)=F_0\sin\omega t$ şeklinde harmonik bir yapıda ise:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t \tag{3.48}$$

$X_p(t)=X\sin(\omega t-\varphi)$ kabulü yapılarak, ifadenin türevleri alınırsa:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \omega X\cos(\omega t-\varphi)\\ \ddot{x}(t) &= -\omega^2 X\sin(\omega t-\varphi)\end{aligned} \qquad (3.49)$$

Eş. 3.48'de yerlerine konulursa:

$$-\omega^2 X\sin(\omega t-\varphi)+2\zeta\omega_n\left[\omega X\cos(\omega t-\varphi)\right]+\omega_n^2 X\sin(\omega t-\varphi)=\frac{F_0}{m}\sin(\omega t)$$

(3.50)

Trigonometrik açılımlar kullanılırsa:

$$\begin{aligned}&[-\omega^2\cos\varphi+2\zeta\omega_n\omega\sin\varphi+\omega_n^2\cos\varphi]X\sin\omega t=\frac{F_0}{m}\sin\omega t\\ &[\omega^2\sin\varphi+2\zeta\omega_n\omega\cos\varphi-\omega_n^2\sin\varphi]X\cos\omega t=0\end{aligned} \qquad (3.51)$$

İfadeler düzenlenirse:

$$\begin{aligned}&\left[2\zeta\omega_n\omega\sin\varphi+(\omega_n^2-\omega^2)\cos\varphi\right]X=\frac{F_0}{m}\\ &\left[2\zeta\omega_n\omega\cos\varphi-(\omega_n^2-\omega^2)\sin\varphi\right]X=0\end{aligned} \qquad (3.52)$$

Eş. 3.52 ω_n^2 'ye bölünürse:

$$\begin{aligned}&\left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\sin\varphi+(1-\frac{\omega}{\omega_n^2}^2)\cos\varphi\right]X=\frac{F_0}{k}\\ &\left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\cos\varphi-(1-\frac{\omega}{\omega_n^2}^2)\sin\varphi\right]X=0\end{aligned} \qquad (3.53)$$

Eş. 3.54'de tanımlanan Frekans oranı r, yerine konursa:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \tag{3.54}$$

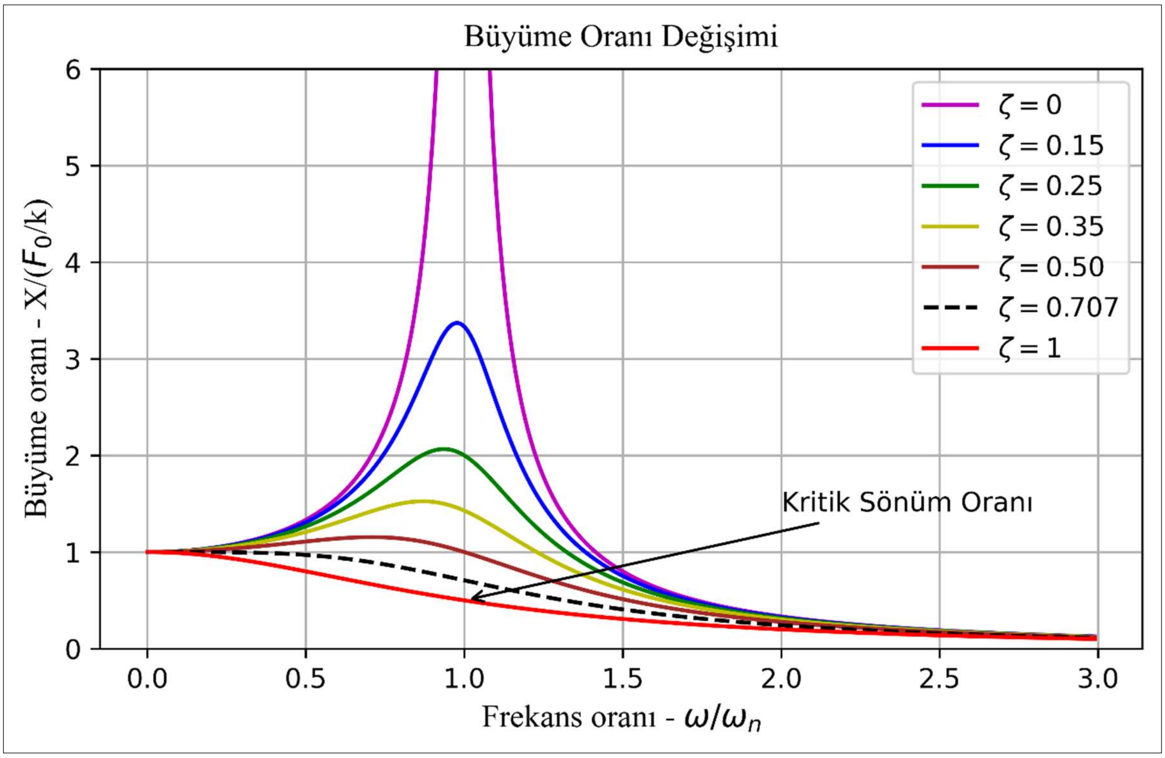
Aşağıda verilen eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned} \tan\varphi &= \frac{2\zeta r}{1-r^2} \\ \sin\varphi &= \frac{2\zeta r}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} \\ \cos\varphi &= \frac{1-r^2}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} \end{aligned} \tag{3.55}$$

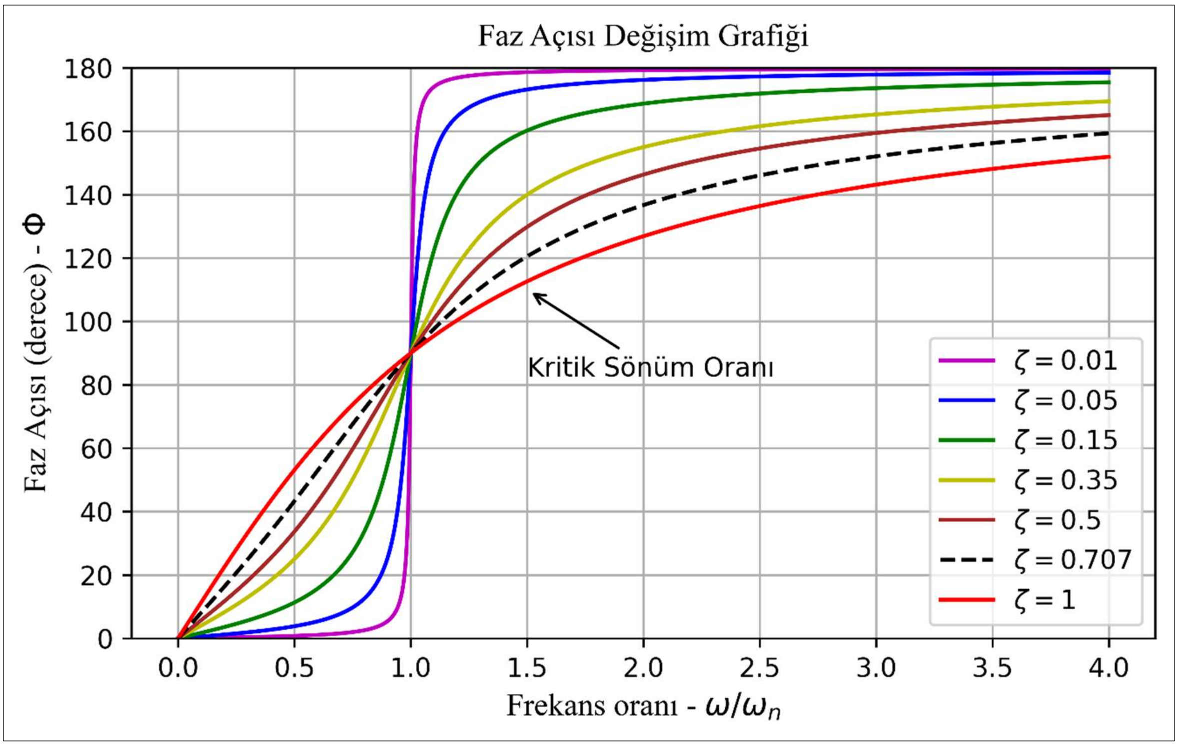
Elde edilen ifadeler, Eş 3.53'de yerlerine konursa aşağıda verilen büyütme oranı elde edilir:

$$M_A = \frac{X}{F_0/k} = \frac{1}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} \tag{3.56}$$

Farklı sönüm oranları için büyütme oranı ve faz açısındaki değişimler sırasıyla Şekil 3.11. ve Şekil 3.12 ile verildiği gibidir. Faz açısı değişim grafiği incelendiğinde sönüm oranı değerinin 1 olduğu nokta tüm faz açıları için bir kesişim noktasıdır.



Şekil 3.11. Büyüme oranı değişim grafiği



Şekil 3.12. Faz açısı değişim grafiği

Genliğin en büyük değere sahip olduğu durum, sistemin rezonans durumudur. En büyük genliğin elde edildiği frekans değere ise rezonans frekansı adı verilir. Bu frekans değerinde Eş. 3.56'nin türevi sıfırdır.

$$\frac{d\left(\dfrac{X}{F_0/k}\right)}{dr} = 0 = \frac{0*\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2} - 0.5\dfrac{8\zeta^2 r - 4r - 4r^3}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}}}{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2} \tag{3.57}$$

Eş. 3.57 ifadesinden r değerleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1-2\zeta^2} \tag{3.58}$$

Rezonans frekansı:

$$\omega_R = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2} \tag{3.59}$$

$\zeta = 0.707$ ve sonrası için rezonans tepeleri izlenmez. Rezonanstaki genlik değerini hesaplamak için bulunan r değeri büyütme oranında yerine konulursa:

$$\left(\frac{X}{F_0 / k} \right)_R = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{3.60}$$

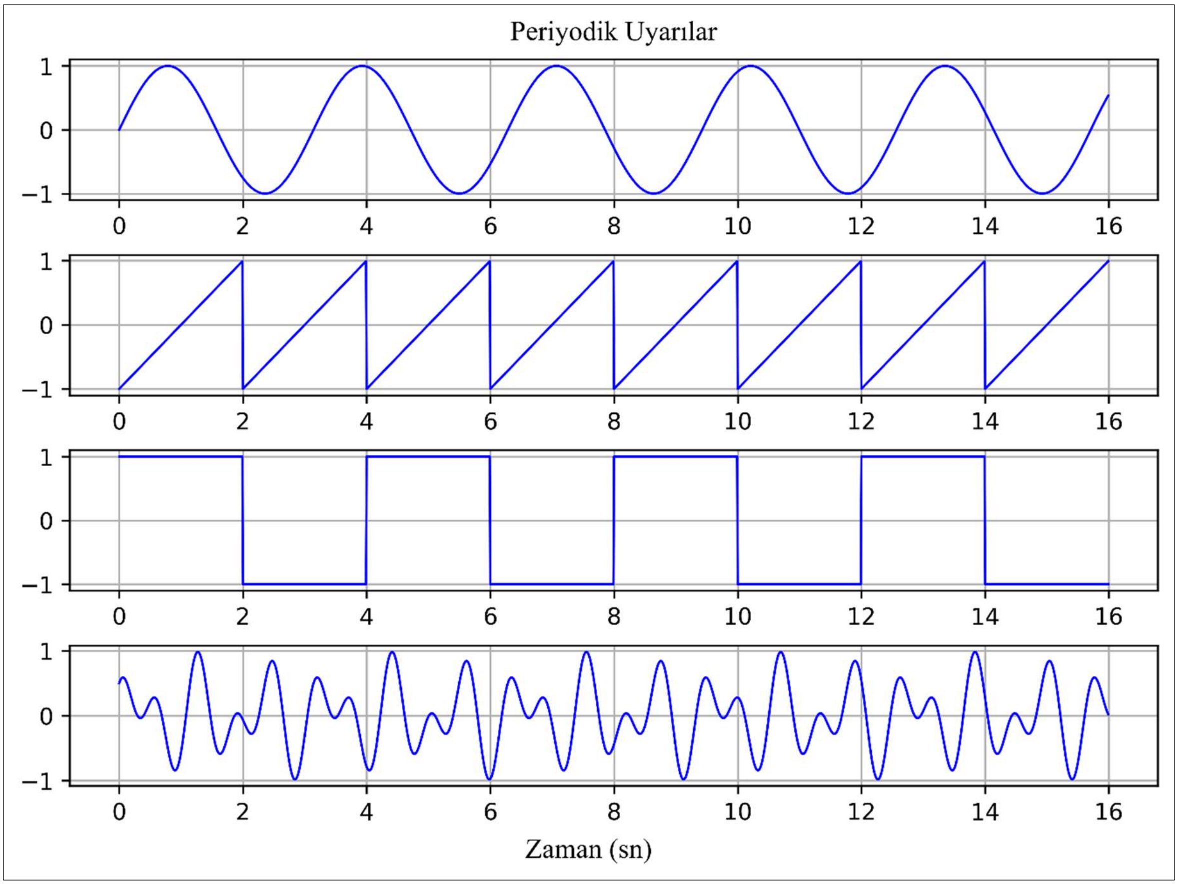
Eş. 3.60 elde edilir. Küçük sönüm oranları için rezonans genliği

$$\left(\frac{X}{F_0 / k} \right)_R = \frac{1}{2\zeta} \tag{3.61}$$

Eş. 3.61'de verildiği gibi kullanılabilir.

3.5.5. Tek serbestlik dereceli sistemlerin periyodik zorlanmış titreşimleri

Bir sisteme dışarıdan etki eden uyarılar periyodik olarak düzgün tekrarlı etki edebilir (Şekil 3.13) . Bu tür uyarılar altında sistemin zorlanmış titreşimleri aşağıdaki gibi ifade edilir:



Şekil 3.13. Periyodik uyarılar

Periyodik fonksiyonlar Fourier serisi açılımı ile sinüzoidal fonksiyonların toplamları şeklinde ifade edilebilir:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \omega n t + b_n \sin \omega n t \tag{3.62}$$

Önceki bölümlerde TSD sönümlü bir sistemin sinüsoidal uyarılara karşı verdiği cevaplarda incelendiği gibi peryodik fonksiyonlar içinde benzer işlemler uygulanır:

$$f(t) = F \sin \omega t \tag{3.63}$$

Gibi sinüzoidal bir uyarıya sistemin cevabı aşağıda verildiği gibidir:

$$x(t) = \frac{F}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \sin\left(\omega t - \varphi\right) \tag{3.64}$$

Burada faz açısı $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$ şeklinde tanımlanır. Büyüme faktörü ise:

$$H = \frac{1}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} \tag{3.65}$$

Şeklinde tanımlanırsa:

$$x(t) = \frac{F}{k} H \sin(\omega t - \varphi) \tag{3.66}$$

Gibi yazılabilir. Eğer girdi kosinüs formunda ise:

$$x(t) = \frac{F}{k} H \cos(\omega t - \varphi) \tag{3.67}$$

Şeklinde yazılır. Periyodik uyarı altındaki sistem yukarıda verildiği gibi seri açılımı şeklinde hesaplanırsa, lineer sistemler için periyodik girdilerin cevabı bu seri açılımında verilen bu sinüzoitlerin toplamı şeklinde olacaktır.

$$x_t(t) = \frac{1}{2}\frac{a_0}{k} + \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{\infty} H_n \left[a_n \cos(n\omega t - \varphi_n) + b_b \sin(n\omega t - \varphi_n)\right] \tag{3.68}$$

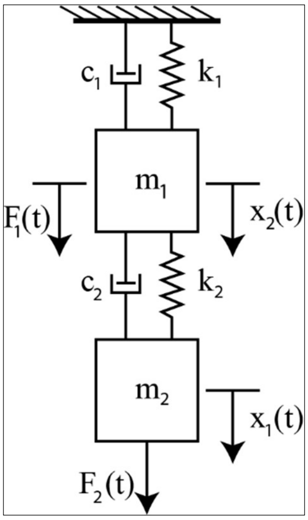
Toplam içerisinde yer alan büyüme faktörü, frekans oranı ve faz açısı aşağıdaki gibi açılabilir:

$$H_n = \frac{1}{\sqrt{(2\zeta r_n)^2 + (1-r_n^2)^2}}, \quad \mathrm{r}_n = \frac{n\omega}{\omega_n}, \quad \varphi_n = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r_n}{1-r_n^2}\right) \tag{3.69}$$

Burada ω_n doğal frekans ve $n\omega$ temel frekanstır.

3.5.6. Çok serbestlik dereceli sistemler

Çok serbestlik derecesine sahip bir sistem serbestlik derecesi sayısı kadar diferansiyel denklemden oluşur. Gerçek mühendislik uygulamalarında birçok problem birden fazla n serbestlik derecesi içermektedir. Çok serbestlik dereceli sistemlerin titreşim cevaplarının hesaplanması oldukça karmaşıktır ve matris işlemlerini gerektirir.



Şekil 3.14. ÇSD sistemin kütle, yay, damper modeli

Verilen iki serbestlik dereceli sönüm yay sisteminin (Şekil 3.14) modelini kullanarak x_1 ve x_2 için hareket denklemlerini elde edersek:

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 \tag{3.70}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (x_2 - x_1)^2 \tag{3.71}$$

$$\delta W = f_1 \delta x_1 + f_2 \delta x_2 - c_1 \dot{x}_1 \delta x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \delta (x_2 - x_1) \tag{3.72}$$

x_1 genel koordinatı için Lagrange denklemi uygulanırsa:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_1}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial E_2}{\partial x_1} = Qx_1 \tag{3.73}$$

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 x_2 + k_2 x_1 &= f_1 - c_2 \dot{x}_2 + c_2 \dot{x}_1 \\ m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 &= f_1 \end{aligned} \tag{3.74}$$

X_2 genel koordinatı için Lagrange denklemi uygulanırsa:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_1}{\partial x_2}\right)+\frac{\partial E_2}{\partial x_2}=Qx_2 \tag{3.75}$$

$$\begin{aligned} m_2\ddot{x}_2+k_2x_2-k_2x_1&=f_2-c_2\dot{x}_2+c_2\dot{x}_1\\ m_2\ddot{x}_2-c_2\dot{x}_1+c_2\dot{x}_2-k_2x_1+k_2x_2&=f_2\end{aligned} \tag{3.76}$$

Hareket denklemleri matris formunda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0\\ 0 & m_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{x}_1\\ \ddot{x}_2\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2\\ -c_2 & c_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2\\ -k_2 & k_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}x_1\\ x_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}f_1\\ f_2\end{Bmatrix} \tag{3.77}$$

Elde edilen matris formu, bir kuvvet altında sönümlü sistemler için genel titreşim formudur.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0\\ 0 & m_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{x}_1\\ \ddot{x}_2\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2\\ -k_2 & k_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}x_1\\ x_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\end{Bmatrix} \tag{3.78}$$

ÇSD Sistemin doğal frekanslarının hesaplanması, sönümsüz serbest titreşim denklem takımlarının (Eş. 3.78) çözümünü gerektirir. İstenilen çözümlere daha önceki bölümlerde değinilmiştir.

3.5.7. Modal analiz

Birden fazla serbestlik derecesine sahip sistemlerin hareket denklemlerinde, bütün serbestlik derecelerini görmek mümkündür. Bu gibi birbirleri ile bağdaşık (coupled) hareket denklemleri çözülürken, denklemlerin birlikte çözülmeleri gerekir. Bu kısımda, hareket denklemlerini tek başlarına çözülebilir bağımsız denklemler haline getirilmesi ve denklem çözüm sonuçları dikkate alınarak Süperpozisyon teoremini ile başlangıç şartları veya sisteme verilen harici uyarılar için sistem cevabının elde edilmesi anlatılmıştır.

Sönümsüz *n* serbestlik dereceli doğrusal bir sistemin, serbest titreşimlerini ifade eden hareket denklemi için genel formülasyon aşağıdaki gibi verilebilir:

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \tag{3.79}$$

Yukarıdaki formülasyonda verilen M ve K sırasıyla kütle ve direngenlik matrisleridir. Bu matrisleri simetrik olup kare matrislerdir. Genel formülasyonu verilen hareket denklemlerinin matris formu iki serbestlik dereceli sönümsüz ve doğrusal bir sistem için aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.80}$$

Eş. 3.79 aşağıda verilen varsayımla normal-mod çözümüne izin verir:

$$\begin{aligned} x_n(t) &= X_n e^{i\omega_n t} \\ \ddot{x}_n(t) &= -\omega_n{}^2 X_n e^{i\omega_n t} \end{aligned} \tag{3.81}$$

Eş. 3.81’de verilen varsayımlar Eş. 3.79’de yerine konursa:

$$\begin{aligned} &[K]\{X\}_n - \omega_n{}^2 [M]\{X\}_n = 0 \\ &[K - \omega_n{}^2 M]\{X\}_n = 0 \end{aligned} \tag{3.82}$$

Serbestlik derecesi birden fazla olan bir sistemin i. ve j. doğal frekansları için:

$$[K]\{X\}_i = \omega_i^2 [M]\{X\}_i \tag{3.83}$$

$$[K]\{X\}_j = \omega_j^2 [M]\{X\}_j \tag{3.84}$$

i. Doğal frekans için mod biçimleri $\left(\dfrac{X_1}{X_2}\right)_i = \dfrac{k_2}{(k_1+k_2) - m_1\omega_i^2} \Leftrightarrow \left(\dfrac{X_1}{X_2}\right)_i = \dfrac{k_2 - m_2\omega_i^2}{k_2}$ gibidir.

Eş. 3.83 ve Eş. 3.84 sırasıyla $\{X\}_j^T$ ve $\{X\}_i^T$ ile çarpılırsa:

$$\omega_i^2 (X_j, X_i)_M = (X_j, X_i)_K \tag{3.85}$$

$$\omega_j^2 (X_i, X_j)_M = (X_i, X_j)_K \tag{3.86}$$

Yukarıda verildiği gibi olur ve denklemler birbirinden çıkartılırsa:

$$(\omega_i^2 - \omega_j^2)(X_j, X_i)_M = 0 \tag{3.87}$$

Elde edilir. Burada $\omega_i \neq \omega_j$ olduğundan:

$$(X_j, X_i)_M = (X_i, X_j)_M = 0 \tag{3.88}$$

Şeklinde bulunur. Bu sonuç, farklı doğal frekanslar için mod şekil vektörlerinin ortogonal olduğunu gösterir. Bu durum, skaler enerji çarpımının sıfır olduğunun ifadesidir ve direngenlik matrisleri kullanılarak gerçekleştirilen çarpımlar içinde geçerlidir.

$$(X_i, X_j)_K = 0 \tag{3.89}$$

Birbirleri ile bağdaşık durumda olan hareket denklemlerini bağımsız yapmak için Modal matris [P] kullanılır:

$$\begin{gathered}
[M]_q = [P]^T [M][P],\ [M]_q = \begin{bmatrix} m_{q11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_{q11} & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & m_{qnn} \end{bmatrix} \\
[C]_q = [P]^T [C][P],\ [C]_q = \begin{bmatrix} c_{q11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_{q11} & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & c_{qnn} \end{bmatrix} \\
[K]_q = [P]^T [K][P],\ [K]_q = \begin{bmatrix} k_{q11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_{q11} & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & k_{qnn} \end{bmatrix}
\end{gathered} \tag{3.90}$$

Hareket denklemleri Modal koordinatlar kullanılarak birbirlerinden bağımsız hale getirilebilir:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \tag{3.91}$$

$\{x\}=[P]\{q\}$ kabul edilirse:

$$[M][P]\{\ddot{q}\}+[C][P]\{\dot{q}\}+[K][P]\{q\}=\{F(t)\} \tag{3.92}$$

Eştlik $[P]^{-1}$ ile çarpılırsa:

$$[P]^{-1}[M][P]\{\ddot{q}\}+[P]^{-1}[C][P]\{\dot{q}\}+[P]^{-1}[K][P]\{q\}=[P]^{-1}\{F(t)\} \tag{3.93}$$

Serbest titreşim için F(t)=0’dır ve eşitlik aşağıda verildiği gibi olur.

$$[M]_q\{\ddot{q}\}+[C]_q\{\dot{q}\}+[K]_q\{q\}=0 \tag{3.94}$$

Buna göre n serbetlik dereceli bir sistemin başlangıç şartları altında cevabı:

$$q_i(t)=e^{-\zeta_i\omega_{ni}t}[A_i\cos(\omega_{di}t)+B_i\sin(\omega_{di}t)],\ \text{i=1,2,3,...,n.} \tag{3.95}$$

Modal koordinatlarda ilk durumlar aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\{q_0\}=[P]^{-1}\{x\}_0,\ \{\dot{q}_0\}=[P]^{-1}\{\dot{x}\}_0 \tag{3.96}$$

Katsayılar aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

$$A_i=q_{i0},\ \mathrm{B}_i=\frac{q_{i0}+\zeta_i\omega_{ni}q_{i0}}{\omega_{di}} \tag{3.97}$$

$$\zeta_i=\frac{c_{qii}}{2\sqrt{k_{qii}m_{qii}}},\ \omega_{di}=\omega_{ni}\sqrt{1-\zeta_i^2} \tag{3.98}$$

Gerçek koordinatlara geçiş için ters dönüşüm aşağıdaki gibi yapılır:

$$\{x\}_t=[P]\{q\}_t \tag{3.99}$$

Genel koordinatlar, modal koordinatlardaki cevapların toplamı şeklinde elde edilebilir. Örnek olarak iki serbestlik dereceli bir sistem için:

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} x_1(t) = P_{11}q_1 + P_{12}q_2 \\ x_2(t) = P_{21}q_1 + P_{22}q_2 \end{matrix} \tag{3.100}$$

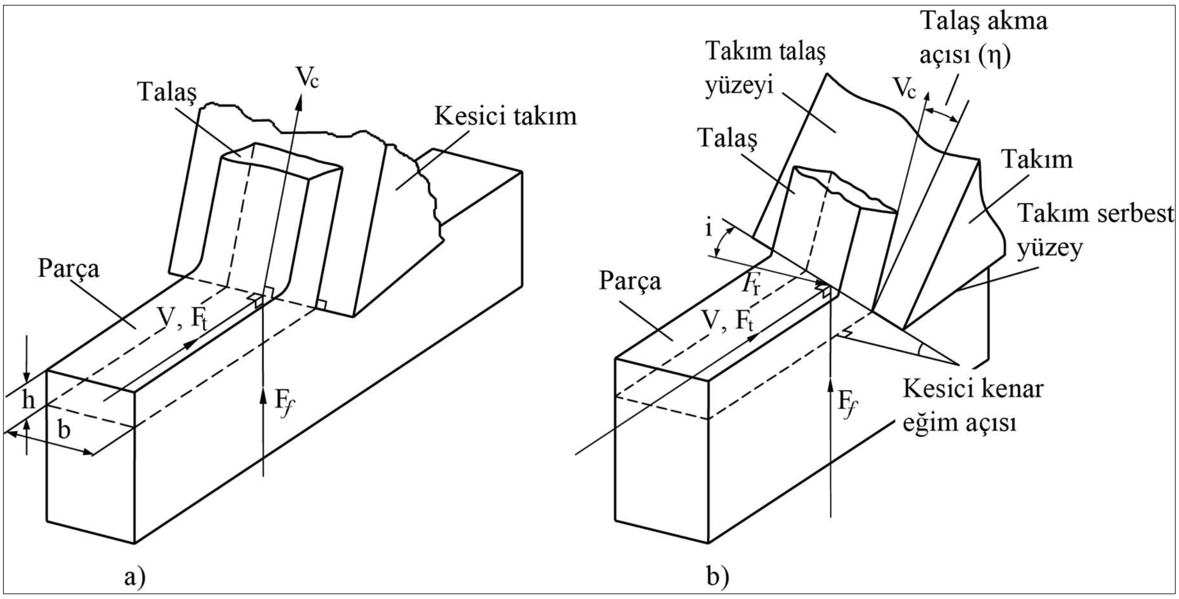
4. KESME MEKANİĞİ

Malzemeyi keserek parçaya son halini verme yöntemi, günümüzde popülerliğini koruyan önemli bir üretim metodudur. Metal işleme operasyonları, ham kütük parçadan talaş kaldırarak parçaya son şeklinin verilmesinin yanı sıra, diğer yöntemlerle üretilen parçaların şekil, boyut toleranslarını sağlamak ve yüzey kalitesi açısından en iyi yüzeyi elde etmek içinde oldukça sık kullanılmaktadır. Talaş kaldırarak metal işleme operasyonları, kesme ve taşlama olmak üzere iki temel sınıfa ayrılabilir. Kesme operasyonları, kesici takımların kullanılmasıyla malzemenin istenilen şekil ve boyutlara işlendiği proseslerdir. Kesici takımlarla işlenen malzemenin sonrasında daha yüksek yüzey kalitesi ve hassas boyutsal tolerans elde etmek için taşlama operasyonları kullanılır. Bilinen ve yaygın olarak kullanılan talaş kaldırarak işleme yöntemlerine tornalama, frezeleme ve delme gibi operasyonlar örnek olarak verilebilir. Bu işleme operasyonlarının kinematiği birbirlerinden farklı olsa da kesme mekanikleri aynı temellere dayanmaktadır [11].

4.1. Dik Kesme Mekaniği

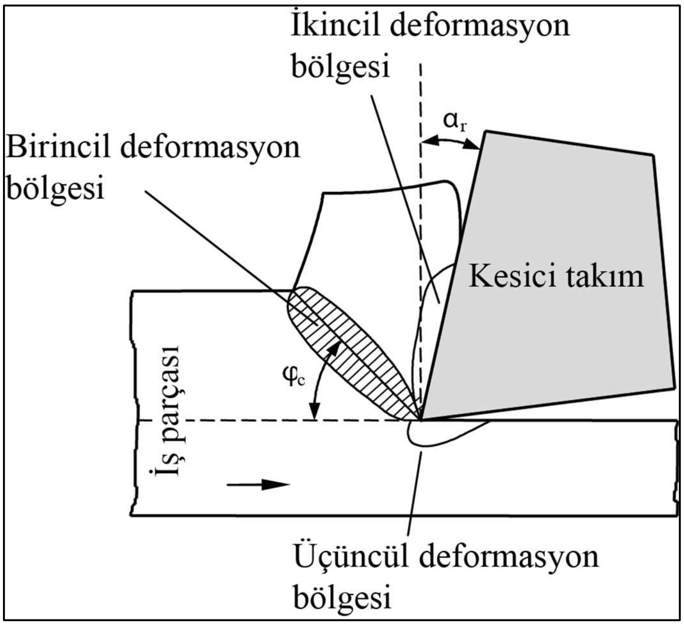
Kesme mekaniği karmaşık dinamik ilişkileri ve geometrik yapısından dolayı açıklanması oldukça zor bir süreçtir. Yine de araştırmacılar kesme sürecini anlamak, açıklayabilmek ve bazı yorumlarda bulunabilmek için basit iki boyutlu dik kemse modelini geliştirmişlerdir. Modele göre takımın kesici ağızı, takım ve parçanın göreceli hareketine göre diktir. Daha karmaşık olan üç boyutlu eğik kesme mekaniği ise dik kesme modeline geometrik ve kinematik dönüşümler uygulanmasıyla değerlendirilir. Kesme süreçlerini anlatan şema Şekil 4.1.'de verilmiştir. Şekil 4.1-a'da iş parçasından genişliği *b* ve derinliği *h* olan talaşın kaldırıldığı, takım kesici kenarının kesme hızı yönüne dik doğrultuda konumlandığı, dik kesme olarak adlandırılan işlem verilmiştir. Dik kesme işleminde, kesme şartlarının takım kesme kenarı boyunca homojen olduğu varsayılır. Bu sebeple, keme işlemi iki boyutlu modele indirgenerek incelenebilmektedir. Bu varsayım sonucunda, kesme hızı yönünde oluşan teğetsel (F_t) kuvveti ve talaş kalınlığı yönünde oluşan ilerleme kuvvetleri (F_f) kuvvetlerinden bahsedilebilir. Eğik kesme sürecinde ise (Şekil 4.1-b), kesme ağzında yer alan eğim açısına bağlı olarak radyal yönde bir kuvvet (F_r) daha oluşur. Özetle eğik kesme ile dik kesme arasındaki fark, takım kesici kenarının kesme hızına göre olan pozisyonudur.

Kesme hızına dik olmayan kesici kenar, eğik kesmede üçüncü bir kuvvetin dikkate alınmasını gerektirir.



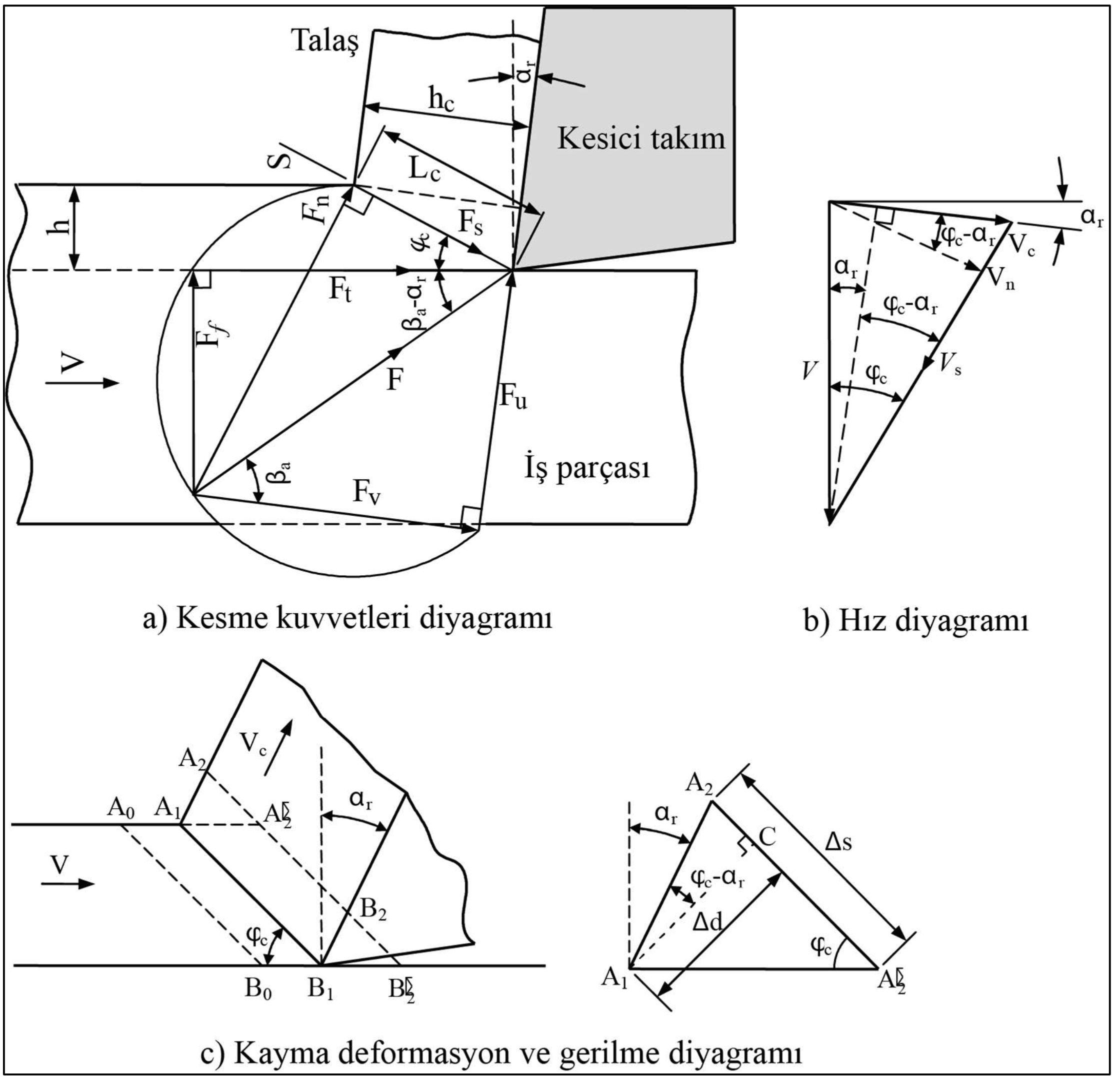
Şekil 4.1. Dik ve Eğik kesme süreçlerinin şematik gösterimi, a) Dik kesme b) Eğik kesme

Ortogonal kesme olarak da adlandırılan, dik kesme modeli kesit görüntüsü Şekil 4.2.'de gösterildiği üzere kesme işlemi sırasında üç deformasyon bölgesi mevcuttur.



Şekil 4.2. Kesme sırasında kesici takım kesit görünümü

Birincil deformasyon bölgesi, takım kesici kenarının iş parçasına girmesi ve kesici kenarın parçadan malzeme kaldırmasıyla talaş oluşumunun gerçekleştiği bölgedir. Sıralı olarak kesilen talaşlar ikincil deformasyon bölgesi olarak gösterilen yüzey üzerinden hareket ederler. Üçüncül bölge olarak gösterilen alan ise, kesici takımın serbest yüzeyinin, yeni işlenmiş yüzeye sürtündüğü alan olarak tanımlanır. Merchant [88] ortaya koyduğu dik kesme modelinde kayma bölgesinin ince bir düzlem olduğu varsayımını yapmıştır. Lee ve Shaffer, Palmer ve Oxley gibi diğer araştırmacılar, birincil bölge için kalın deformasyon bölgesi varsayımını yapmışlar ve çalışmalarında kullanmışlardır [89, 90]. Bu çalışma için Merchant'ın yapmış olduğu varsayım benimsenmiş, kesici kenarın keskin olduğu ve deformasyonun çok ince bir yüzey olarak kayma düzleminde gerçekleştiği kabul edilmiştir. Başka bir varsayım, kayma gerilimi (τ_s) ve normal gerilim (σ_s) takım kayma yüzeyi boyunca sabit olduğudur. Kuvvet ve kayma gerinim dağılım diyagramları Şekil 4.3.'de φ_c ile kayma açısı gösterilmiştir. Malzemeden kesilmesi anında kayma düzleminden talaşa etki eden kuvvet, bileşke kesme kuvveti (F_c) olarak adlandırılır. Takımın talaş yüzeyi ile talaş arasında ortalama sabit bir sürtünme katsayısı olduğu kabul edilir. Takım serbest bölgesinin sürtündüğü üçüncül bölgede oluşan temas kuvvetlerinin ise sıfır olduğu kabul edilir ve oluşan tüm kuvvetlerin kayma bölgesinde oluşan kuvvetlerden ve takım ile talaş arasındaki temastan kaynaklandığı kabul edilir.



Şekil 4.3. Dik kesme diyagramları, a) Kesme kuvvetleri diyagramı, b) Hız diyagramı, c) Kayma deformasyon ve gerilme diyagramı

Kuvvet denge diyagramından bileşke kuvvet aşağıdaki gibi yazılabilir [11]:

$$F = \sqrt{F_t^2 + F_f^2} \tag{4.1}$$

İlerleme kuvvet (F_f) kesme işlemine girmemiş talaş kalınlığı yönündedir. Teğetsel kuvvet (F_t) kesme hızı yönüyle aynı doğrultudadır.

Dik kesme mekaniği deformasyon bölgeleri olan birincil kayma ve ikincil kayma bölgeleri aşağıda verildiği gibi açıklanır.

4.1.1. Birincil deformasyon bölgesi

Kesme sırasında kayma düzleminde meydana gelen kayma kuvveti (F_s) Şekil 4.3-a'dan aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

$$F_s = F_c \cos(\varphi_c + \beta_a - \alpha_r) \tag{4.2}$$

Yukarıda verilen eşitlikte α_r kesici takımın talaş açısıdır. Sürtünme kuvveti olarak adlandırılan β ise bileşke kuvvet ile sürtünme kuvveti normalinin arasındaki açıdır. Ayrıca ilerleme ve teğetsel kuvvetin bir fonksiyonu olarak kayma kuvvet aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

$$F_s = F_t \cos\varphi_c - F_f \sin\varphi_c \tag{4.3}$$

Bu işlemlere benzer olarak, kesme düzlemine etki eden normal kuvvet aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

$$F_n = F_c \sin(\varphi_c + \beta_a - \alpha_r) \tag{4.4}$$

Ya da:

$$F_n = F_t \sin\varphi_c + F_f \cos\varphi_c \tag{4.5}$$

Kayma gerilimi, kesme düzlemindeki gerilimin sabit ve eşit olduğu varsayımı ile aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\tau_s = \frac{F_s}{A_s} \tag{4.6}$$

Eş. 4.6'da verilen A_s aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$A_s = b\frac{h}{\sin\varphi_c} \tag{4.7}$$

Burada b kesme genişliği, h kesme derinliği (talaş kalınlığı) ve ψ_c kayma açısıdır.

Kayma düzlemi üzerine etki eden normal gerilme σ_s ise aşağıda verildiği gibi hesaplanır:

$$\sigma_s = \frac{F_n}{A_s} \tag{4.8}$$

Kayma hızı V_s aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

$$V_s = V \frac{\cos\alpha}{\cos(\varphi - \alpha)} \tag{4.9}$$

Talaş hızı, kesilen talaşın yüzeyine paralel olarak takıma göre talaşın hızı aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir [11, 91]:

$$V_c = V \frac{\sin\alpha}{\cos(\varphi - \alpha)} \tag{4.10}$$

Kesme sırasında kayma düzleminde harcanan enerji ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$P_s = F_s . V_s \tag{4.11}$$

Harcanan enerji ısıya dönüşür ve buna karşılık kesme düzlemindeki sıcaklık değişimi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$P_s = m_c c_s (T_s - T_r) \tag{4.12}$$

Eş. 4.12'de verilen m_c birim zamanda parçadan kesilen malzeme miktarıdır ve birimi (kg/s) olarak ifade edilir, c_s işlenen parça malzemesinin ısı katsayısıdır birimi (Nm/kg°C) şeklinde ifade edilir ve T_r ise oda sıcaklığıdır. Kesme sırasında şartlara bağı olarak parçadan kaldırılan malzeme miktarı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$m_c = Q_c \rho; \quad Q_c = bhV \ \ (\mathrm{m}^3 / sn) \tag{4.13}$$

Burada ρ (kg/m^3) kesilen malzemenin yoğunluğudur. İşleme sırasında kayma düzlemindeki sıcaklığı ifade edilen denklem Eş. 4.12 düzenlenmesiyle aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$T_s = T_r + \frac{P_s}{m_c . c_s} \tag{4.14}$$

Verilen denklemlerde plastik deformasyonun tamamının sadece kayma düzleminde olduğu ısının sadece kayma düzleminde harcandığı varsayımına dayanarak çıkartılmıştır. Oxley bu sıcaklık öngörü fonksiyonunu geliştirerek aşağıdaki gibi önermiştir:

$$T_s = T_r + \lambda_h (1 - \lambda_s) \frac{P_s}{m_c c_s} \tag{4.15}$$

Yukarıda verilen formülasyonda yer alan λ_h kayma bölgesi dışında kalan plastik deformasyon işini karakterize eden faktördür ve karbon çelikleri için yaklaşık olarak 0.7 alınabilir. Deneysel verilere bağlı olarak aşağıda verilen denklemlerle belirlenebilen λ_s ise işlenen parçaya iletilen ısının oranıdır [17]:

$$\begin{aligned} \lambda_s &= 0.5 - 0.35 \log(R_T \tan\varphi_c); \quad 0.04 \leq \mathrm{R}_T \tan\varphi_c \leq 10 \\ \lambda_s &= 0.3 - 0.15 \log(R_T \tan\varphi_c); \quad \mathrm{R}_T \tan\varphi_c \geq 10 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Yukarıdaki denklemde ψ_c daha önceden tanımlanan kayma açısı, R_T ise boyutsuz ısıl sayıdır ve aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

$$R_T = \frac{\rho c_s V h}{c_t} \tag{4.17}$$

Formülde verilen c_t işlenen parçanın ısı iletim katsayısıdır. İşleme sırasında iş parçasına iletilen ısının ortaya çıkan toplam enerjiden daha fazla olmasının mümkün olmadığı ($0 \leq \lambda_s \leq 1$) göz önüne alınmalıdır [11].

Varsayımı yapılan ince kayma düzlemi uzunluğu L_c aşağıda verildiği gibi bulunabilir:

$$L_c = \frac{h}{\sin\varphi_c} = \frac{h_c}{\cos(\varphi_c - \alpha_r)} \tag{4.18}$$

Talaş sıkıştırma veya baskı oranı olarak adlandırılan r_c, kesilmemiş talaş kalınlığının deforme olmuş kalınlığına oranıdır:

$$r_c = \frac{h}{h_c} \tag{4.19}$$

Kayma açısı aşağıda verildiği gibi ifade edilir:

$$\varphi_c = \tan^{-1}\left(\frac{r_c \cos\alpha_r}{1 - r_c \sin\alpha_r}\right) \tag{4.20}$$

Kesme işlemi sırasında kesilen malzemenin şekil değiştirme hızı, metal malzemelerin çekme testlerine ve şekillendirme işlemlerine göre daha yüksektir. Şekil 2.2'de kesilmemiş talaş geometrisi $A_0B_0B_1A_1$ olarak gösterilmiştir. Kesilmemiş talaş kesiti işlenecek parçanın hızıyla (V) hareket ettiği kabul edilir. Kesilen parça, B_1A_1 düzleminde yani kesme düzleminde plastik deformasyon gerçekleştir ve kesilen malzeme takım talaş yüzeyinden V_c hızı ile hareket eder. Sırasıyla deforme olmamış talaş kayma düzlemine temas etmesiyle $A_1B_1B_2A_2$ şeklini alır. Burada ψ_c açısına sahip kayma düzlemine temas eden talaş $B'_2A'_2$ yerine B_2A_2 konumuna hareket eder. Düzlemsel gerinim etkilerinden dolayı $A'_2A_2 = B'_2B_2$ alınır. Buna göre kayma gerinimi (γ_s) plastik olarak deforme olmuş (Δ_s=A'_2A_2) ve olmamış düzlemlerin birbirleri ile aralarındaki nominal mesafeye (Δd=A_1C) oranı olarak aşağıda verildiği gibi tanımlanabilir [11]:

$$\gamma_s = \frac{\Delta s}{\Delta d} = \frac{\overline{A_2A'_2}}{A_1C} = \frac{\overline{A'_2C}}{A_1C} + \frac{\overline{CA_2}}{A_1C} = \cos\varphi_c + \tan(\varphi_c - \alpha_r) \tag{4.21}$$

İfade yeniden düzenlenirse:

$$\gamma_s = \frac{\cos\alpha_r}{\sin\varphi_c \cos(\varphi_c - \alpha_r)} \tag{4.22}$$

Burada kayma gerinimi yani şekil değiştirme hızı aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\gamma_s' = \frac{\gamma_s}{\Delta t} \tag{4.23}$$

Şekil değiştirme oranı ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir [11,40]:

$$\gamma_s' = \frac{\gamma_s}{\Delta d} = \frac{V \cos\alpha_r}{\Delta d \cos(\varphi_c - \alpha_r)} \tag{4.24}$$

Yukarıda kayma bölgesi için kalınlık çok düşük olduğundan Eş. 4.24’de çok yüksek kayma gerinim hızları oluşur. Başka bir anlatımla, kayma düzlemi kalınlığının sıfır olduğu varsayımı deformasyon hızını sonsuza götürmektedir ve bu doğru değildir. Ancak kayma düzlemi için yapılan bu varsayım, kesme işleminin makromekanik analizleri için elverişlidir.

4.1.2. İkincil deformasyon bölgesi

Kesme kuvveti (F)’in normal kuvvet F_v ve teğetsel kuvvet F_u olmak üzere iki adet bileşeni vardır (Şekil 4.3-a).

$$\begin{aligned} F_v &= F_t \cos\alpha_r - F_f \sin\alpha_r \\ F_u &= F_t \sin\alpha_r + F_t \cos\alpha_r \end{aligned} \tag{4.25}$$

Yapılan analizde talaş ile takım arasında bir sürtünme katsayısı (μ_a) vardır. Bu katsayı ortalama sabit bir değer olarak kabul edilir [11] Sürtünme katsayısı μ_a aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\mu_a = \tan\beta_a = \frac{F_u}{F_v} \tag{4.26}$$

Burada β_a sürtünme açısı olarak adlandırılır ve aşağıdaki alternatif formuyla yazılabilir:

$$\tan(\beta_a - \alpha_r) = \frac{F_f}{F_t} \quad \rightarrow \quad \beta_a = \alpha_r + \tan^{-1}\left(\frac{F_f}{F_t}\right) \tag{4.27}$$

Kesme işlemi sonucunda kesilen ve şekil değişimine uğrayan talaş, takım yüzeyinden aşağıda verilen hızla hareket eder [11, 91, 92]:

$$V_c = \frac{\sin \varphi_c}{\cos(\varphi_c - \alpha_r)} V \tag{4.28}$$

Kesici yüzeyinde sürtünmeden kaynaklı harcanan güç hesabı için:

$$P_u = F_u V_c \tag{4.29}$$

Formülasyonu kullanılabilir [91]. Harcanan toplam enerji Eş. 4.10 ve Eş. 4.11'un toplamıdır:

$$P_{tc} = P_s + P_u \tag{4.30}$$

Takım tezgahı iş milinin çektiği toplam güç, kesme kuvveti ve hız dengelerinden aşağıdaki gibi bulunur:

$$P_{tc} = F_t V \tag{4.31}$$

Eş. 4.29'dan anlaşılacağı gibi, hız ile sürtünme kuvveti arasında doğrusal bir ilişki vardır yani hız arttıkça sürtünme gücüde artacaktır. Sürtünme gücünün artışı ise takım sıcaklığın artmasına sebep olacaktır ve bu da takım malzemesinin karakteristiğine etki ederek yumuşamasına sebep olacaktır. Takım malzemesi özelliğindeki bu değişim, takımın daha çabuk aşınmasına hatta kırılmasına sebep olacaktır. Ancak imalat mühendisleri optimum işleme sürelerini yakalayabilmek için parçadan birim zamanda kaldırılan talaş miktarının yüksek olması isterler. Bunun için, yüksek talaş miktarında düşük kesme kuvvetinin (F_u) elde edildiği takım tasarımları ve malzemesinin geliştirilmesi gerekmektedir. Takım ve kesme bölgesinin sıcaklık dağılımını hesaplamak oldukça karmaşık olmasına karşın araştırmacıların yararlanabileceği, sürtünme gücünün ısıya dönüşümü için basitleştirilmiş bir hesap aşağıdaki gibi yapılabilir:

$$P_u = m_c c_s \Delta T_c \tag{4.32}$$

Formülasyonda yer alan ΔT_c ortalama sıcaklık artırışıdır. Kesici takım ile talaş temas ara yüzeyinde plastik deformasyon bölgesi olarak adlandırılan dikdörtgensel şekilde bir bölgenin olduğu varsayımı yapılır. Bu varsayım kabulü altında, deneysel sıcaklık testleri ile deneysel sonuçlara dayalı sıcaklık ilişkisi ampirik formüllerle aşağıdaki gibi verilir:

$$\log\left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_c}\right) = 0.06 - 0.195\delta\sqrt{\frac{R_T h_c}{l_t}} + 0.5\log\left(\frac{R_T h_c}{l_t}\right) \tag{4.33}$$

Eş. 4.33'de ΔT_m, kesici takımının talaş ile l_t uzunluğunca temasta olduğu arayüzeyinde, kesilen talaşa aktarılan en yüksek sıcaklık artışıdır. Plastik katman kalınlığının şekil değiştirmiş talaş kalınlığına (h_c) oranı δ ile ifade edilir ve boyutsuz bir sayıdır. Talaş ve takım temasının olduğu arayüzeydeki ortalama sıcaklık artışı (T_{int}) aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$T_{\text{int}} = T_s + \lambda_{\text{int}}\Delta T_m \tag{4.34}$$

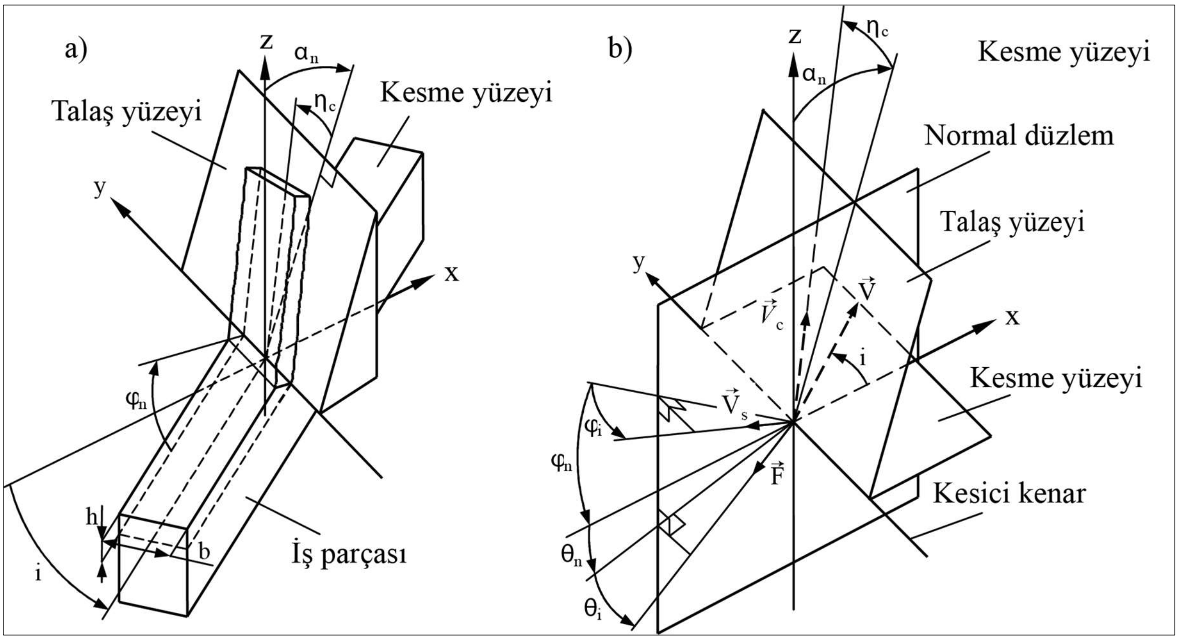
Eş. 4.34'de verilen T_s ortalama kayma düzlemi sıcaklığı, λ_{int} (≈ 0.7) talaş ve takım temas arayüzeyi boyunca sıcaklık değişiklikleri için bir düzeltme faktörüdür. Ölçümlerin ve sonuçların doğruluğu için talaş temas yüzeyi (l_t) ve plastik katman kalınlığı mikroskop (SEM) ile ölçülmelidir. Bileşke kesme kuvvetinin kesici-talaş temas uzunluğunun ortasına ve gerilimsiz talaş yüzeyinin sınırlarına paralel olacak şekilde etki ettiği varsayımı ile Şekil 2.2'den yaklaşık olarak tahmin edilebilir [11]:

$$l_t = \frac{h\sin(\varphi_c + \beta_a - \alpha_r)}{\sin\varphi_c \cos\beta_a} \tag{4.35}$$

Kesme bölgesinde, kesici takım ile talaş ara yüzeyinde oluşan sıcaklık dağılımının tahmin edilmesi, kesici takımda fazla aşınma olmaksızın en uygun talaş hacmini veren optimum kesme parametrelerinin belirlenmesi için çok önemlidir. Yukarıda verilen prosedürlerin uygulanmasıyla, kesici takım malzemesinin ergime ve difüzyon mekanizmalarının başlangıç sınır değerlerinin üzerine çıkmadan kesme yapılabilmesi için, en uygun parametrelerin belirlenebilmesine yaklaşık bir çözüm sunar [11].

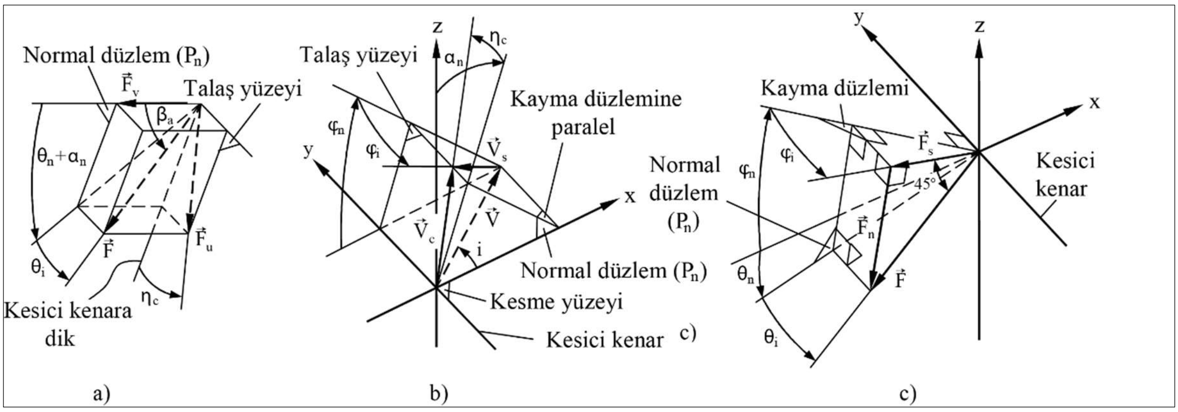
4.2. Eğik Kesme Mekaniği ve Geometrisi

Dik kesme mekaniği ve eğik kesme mekanizması arasındaki farkın kolay anlaşılması için Şekil 2.1'de verilen görsel incelenebilir. Dik kesme mekanizmasında, takımın kesici kenarı kesme hızına diktir. Eğik kesmede ise, kesici kenar ile normal düzlem arasında (i) kadarlık bir eğim açısı vardır (Şekil 4.4).



Şekil 4.4. Eğik kesme mekanizmasının geometrisi

İki kesme mekanizması arasındaki fark Şekil 4.4.'de eğik kesme mekanizmasının geometrisi ile verilmiştir. Takım kesici kenarına dik olan ve kesme hızı ile arasında (i) eğim açısı bulunan düzlem, normal düzlem ya da P_n şeklinde isimlendirilir. Parçadan malzeme kaldırılması sırasında gerçekleşen şekil değişiminin yanal olarak yayılma göstermediği kabul edilir. Bu kabul altında, talaş hareketi esme hızına paralel olan bununla birlikte kesici kenara dik olan bütün yüzeylerde aynıdır. Bu yüzden, kesme (V), kayma (V_s) ve talaş hızları (V_c) normal düzlem veya hız düzleminde yer alır ve kesici kenara dik açıya sahiptirler. Dik kesme mekanizmasında kesici takım ve talaş temas yüzeyine etki eden kuvvetler ile beraber bileşke kesme kuvveti (F) normal düzlem üzerinde yer alırlar. Normal düzleme dik doğrultuda üçüncü bir kuvvet yoktur. Eğik kesme mekanizmasında (i) kadar eğim açısına sahip olan kesme hızı, sahip olduğu eğimden kaynaklı olarak sürtünme, kayma ve talaş akışı ve bileşke kuvvetinin (x,y,z) olmak üzere üç bileşeni oluşmasına neden olur. Şekil 4.5.'te verilen görselde, kesici kenar ile x ekseni birbirlerine diktir ve x ekseni kesilen veya oluşan yeni yüzey üzerindedir; benzer olarak, y ekseni ile kesici kenar aynı doğrultuda ve birbirleri ile çakışıktır, z ekseni ise üç el kuralına uygun olarak xy eksenine dik konumdadır. Kesici kenarın sahip olduğu eğim açısından dolayı eğik kesme mekanizması Kartezyen koordinatlarda üç yönde kuvvetlere sahiptir. Bununla beraber, kesme yüzeyi, kayma düzlemi, talaş yüzeyi, xy düzlemi, normal düzlem ve hız düzlemi önemli düzlemler olduğu bilinmelidir. Yapılan birçok analizde eğik kesme mekaniğinin dik düzlemde dik kesme ile aynı olduğunu varsayarak, bu yüzden hız ve kuvvet vektörlerinin iz düşümleri dik düzleme alınmış ve tahminler bu şekilde yürütülmüştür. Şekil 4.5.'te eğik kesme mekaniği için kuvvet, hız ve kayma diyagramları verilmiştir. Normal kayma açısı (ψ_n) şeklinde adlandırılan açı, xy düzlemi ile kayma düzlemi arasındaki açıdır. Kayma düzlemi üzerinde yer alan, kayma hızının ile normal kesici kenara dik olan ve normal düzlemde yer alan vektörle aralarında (Ψ_i) kadar açı vardır. η_c olarak gösterilen açı talaş akma açısıdır. Kesme sırasında talaş ile takım akma yüzeyi arasında oluşan sürtünme kuvveti doğrultusu, talaş akış doğrultusu ile aynı yöndedir. Normal talaş açısı olarak tanımlanan açı (α_n) ile gösterilmiş ve z ekseni ile talaş yüzeyi üzerinde yer alan normal vektör arasındaki açıyı ifade eder. Takım talaş yüzeyinde sürtünmeden kaynaklı oluşan kuvvet $(\vec{F_u})$ ve talaş yüzeyine dik olarak etki eden normal kuvvet $(\vec{F_v})$ sürtünme açısı olan β_a ile beraber bileşke kesme kuvvetini $(\vec{F_v})$ meydana getirir [11].



Şekil 4.5. Eğik kesme diyagramı, a) kuvvet, b) hız ve c) kayma

Şekil 4.5. ile verilen diyagramlardan aşağıda verilen eşitlikler türetilebilir:

$$F_u = F_c \sin\beta_a = F\frac{\sin\theta_i}{\sin\eta_c} \rightarrow \sin\theta_i = \sin\beta_a \sin\eta_c$$
$$F_u = F_v \tan\beta_a = F_v\frac{\tan(\theta_n+\alpha_n)}{\cos\eta_c} \rightarrow \tan(\theta_n+\alpha_n) = \tan\beta_a \cos\eta_c \qquad (4.36)$$

Merchant [31], yaptığı çalışmalarda dik kesme mekanizmasında minimum enerji prensibi kullanılarak kayma açısı tahminin yapılabileceğini önermiştir. Bu prensip benzer şekilde eğik kesme mekanizması içinde uygulanabilir. Buna göre, Şekil 4.5.’te verilen geometri kullanılarak kayma kuvveti, doğrultusu kayma yönünde olan bileşke kuvvetinin *($\vec{F}_c$)* iz düşümü olarak tanımlanmıştır.

$$F_s = F_c[\cos(\theta_n+\varphi_n)\cos\theta_i\cos\varphi_i + \sin\theta_i\sin\varphi_i] \qquad (4.37)$$

Alternatif olarak Şekil 4.4 kullanılarak, kayma düzlemi alanı ile kayma gerilmesinin çarpımı şeklinde aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$F_s = \tau_s A_s = \tau_s\left(\frac{b}{\cos i}\right)\left(\frac{h}{\sin\varphi_n}\right) \qquad (4.38)$$

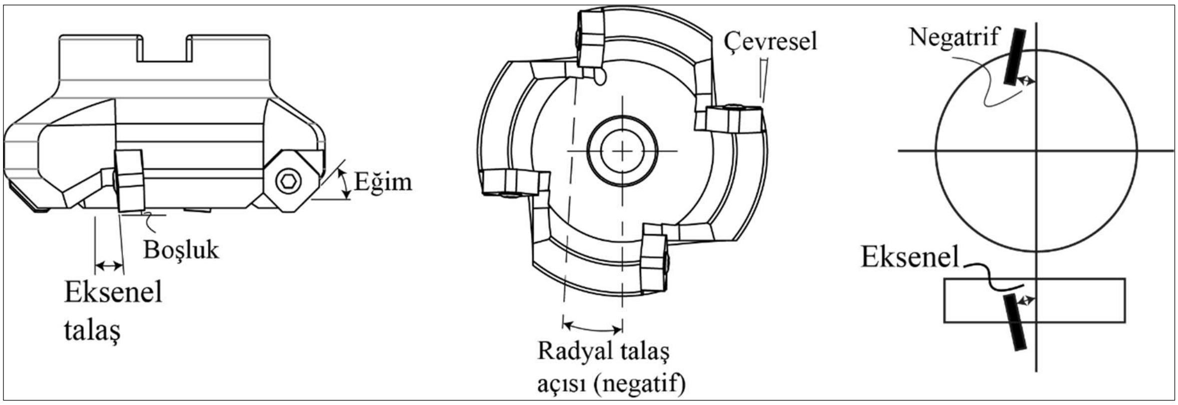
Eş. 2.37 ve *Eş. 2.38* eşitlendiğinde, bileşke kuvvet F_c aşağıda verildiği gibi tanımlanabilir:

$$F_c = \frac{\tau_s bh}{[\cos(\theta_n+\varphi_n)\cos\theta_i\cos\varphi_i + \sin\theta_i\sin\varphi_i]\cos i\sin\varphi_n} \qquad (4.39)$$

4.3. Frezeleme Kesme Mekaniği ve Süreci

Frezeleme tekniği, bir veya daha fazla kesici kenara sahip takımın tablaya sabitlenmiş iş parçasından açısal ve doğrusal hareket ile malzeme kaldırılması şeklinde ifade edilebilir. Frezelemede takım kesici ağzı, kesme süreci boyunca açısal ve doğrusal hareketin sonucunda trokoidal bir yörüngeyi izler [28, 29]. Kesici ağızın yapmış olduğu trokoidal hareket, iş parçasından kesilen talaş kalınlığının periyodik olarak değişimine neden olur. Frezeleme operasyonları temelde alın frezeleme ve çevresel frezeleme olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Basit alın frezeleme için kullanılan takım geometrisi Şekil 4.6.’da verilmiştir.

Frezeleme operasyonlarında işlenecek parçanın geometrisine ve özelliğine bağlı olarak farklı geometri ve özelliklere sahip takımlar mevcuttur. Her ne kadar kesici takımlar geniş bir çeşitliliğe sahip olsa da kesme mekanikleri basit alın frezeleme mekaniğinin genişletilmesi ile açıklanabilir. Alın frezelemede, kesici takımın eksenel doğrultusu iş parçası üzerinde işlenen yüzeye diktir.



Şekil 4.6. Alın frezeleme takımı geometrisi

Çevresel frezeleme işleminde ise, işlenen yüzey kesici takım eksenine paraleldir. Frezeleme operasyonunda kesici takım üzerinde bulunan bir kesici kenar tek başına, bağımsız olarak düşünüldüğünde, kesme mekaniği tornalama mekanizması ile benzerdir. Aralarındaki fark, frezelemede kesici ağızın trokoidal hareketi ve doğası gereği kesintili kesme yapmasıdır. Bununla beraber talaş kalınlığı ve kesme kuvvetleri periyodik olarak değişkendir (Şekil 5.5). Frezeleme operasyonu için talaş kalınlığı, kesicinin açısal ve doğrusal pozisyonuna bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$h(\phi) = f \sin\phi \tag{4.40}$$

Yukarı verilen formülasyonda f doğrusal ilerleme hızı (mm/dak) ϕ ise takım dönüş açısıdır. Frezeleme operasyonu kesme yönü açısından ikiye ayrılabilir. Bunlar; takım ilerleme yönü ile açısal dönme yönünün ayı olduğu eş yönlü kesme ve ilerleme yönü ile açısal dönme yönünün ters olduğu zıt yönlü kesmedir. Zıt yönlü işlemede, kesici kenar sıfır talaş kalınlığından maksimum talaş kalınlığına doğru artarak kesme yaparken, aynı yönlü frezelemede kesici kenar, maksimum talaş kalınlığından sıfır talaş kalınlığına doğru kesme işlemi yapar. Bu durum kesme sırasında oluşan kesme kuvvetleri içinde benzerdir. Kesme kuvvetleri hesaplanırken, kesici helis açıları sıfır olduğu kabul edilir ve teğetsel, radyal ve eksenel kesme kuvvetleri için sırasıyla aşağıdaki fonksiyonlar kullanır:

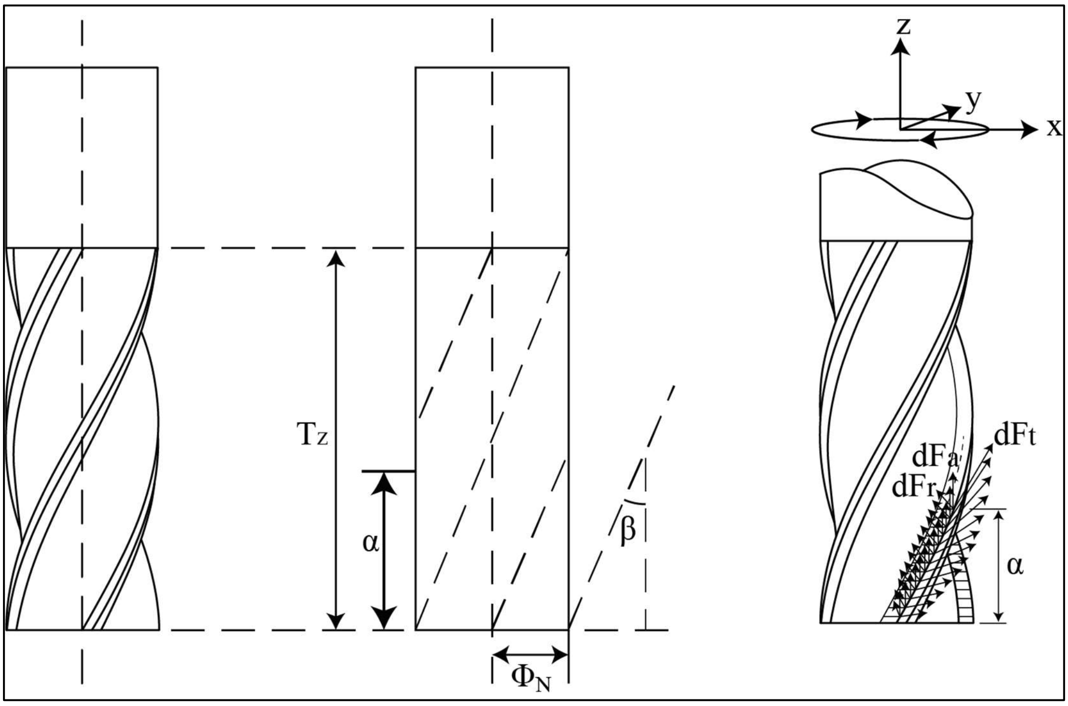
$$
\begin{aligned}
F_t(\phi) &= K_{te}a + K_{tc}ah(\phi) \\
F_r(\phi) &= K_{re}a + K_{rc}ah(\phi) \\
F_a(\phi) &= K_{ae}a + K_{ac}ah(\phi)
\end{aligned}
\tag{4.41}
$$

Formülasyonda, K_{tc}, K_{rc} ve K_{ac} şeklinde verilen sırasıyla teğetsel, radyal ve eksenel yöndeki özel kesme katsayıları ve K_{te}, K_{re} ve K_{ae} de kesici kenar katsayıları olarak adlandırılmaktadır. Özel kesme katsayıları, belirli bir iş parçası ve kesici takım çifti için sabittir ve bu katsayılar deneysel veriler ile mekanistik olarak kalibre edilir veya eğik kesme dönüşüm yöntemi ile hesaplanabilir.

5. SAYISAL VE ANALİTİK YÖNTEMLER

5.1. Parmak Freze Kesme Kuvvetlerinin Analitik Modellenmesi

Talaş kaldırma yönteminde kesici takım olarak kullanılan parmak frezeler, esas olarak iş parçası duvar yüzeylerinden, yüksek eksenel ve düşük radyal derinliğe sahip talaş kaldırma işlemi olan çevresel frezeleme operasyonlarında kullanılmaktadır. Kesme anında kesici kenarların malzemeye dalması sırasında oluşan ve takıma sürekli etki eden kesintili yüklemelerin etkileri kontrol altına alınamazsa yüzey kalitesi, boyutsal tolerans aralıkları ve takım ömrü gibi faktörler üzerinde kabul edilemez olumsuz etkilere nede olur. Bu yüzden, parmak freze kesici kenarları, kesme işlemi sırasında oluşan darbeyi sönümlemek için helisel şekilde tasarlanır. Şekil 5.1.'de tipik helisel kesici kenara sahip parmak freze gösterilmiştir.

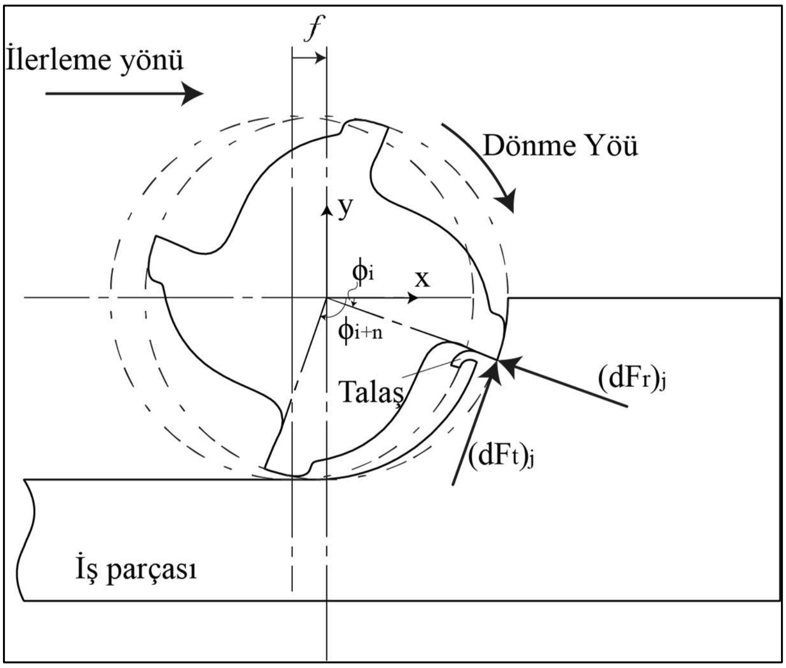


Şekil 5.1. Parmak freze geometrisi

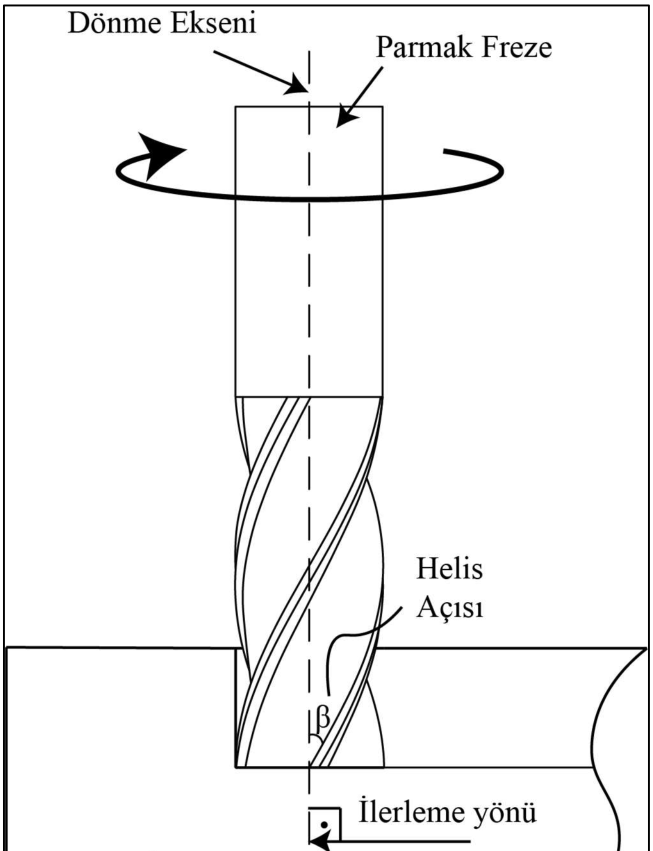
Burada T_z, kesmeyi gerçekleştiren kesici kenarın eksenel uzunluğu olup α, eksenel diferansiyel elemanlara bölünmüş toplam talaş derinliğidir. Şekiş 1.1' de β ile tanımlanan açı, kesme sırasında oluşan kuvvetlerin kademeli artması için sarmal geometride tasarlanan kesici kenar geometrisinin helis açısıdır [44]. Helis açısı pozitif bir değere sahip ise, kesme kenarı üzerindeki bir noktanın pozisyonu, her eksenel derinlikte farklı olacaktır. Örneğin, eksenel doğrultuda kesici kenar üzerinde alınan bir noktanın pozisyonu, takım uç noktasından alınan bir noktanın pozisyonuna göre geride kalacaktır. Eksenel derinliğe (z) göre değişen bu pozisyon kayması helis açısından kaynaklanır ve gecikme açısı (ψ_B) olarak adlandırılır. Gecikme açısı, aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\psi_\beta(j,k) = \frac{2\tan\beta}{D}\sum_{n=0}^{j}\Delta z(k) \tag{5.1}$$

Frezemele işlemi; iş parçasına göre doğrusal bağıl harekete sahip kesici takımın aynı anda kendi ekseni etrafında dönmesiyle malzemeden talaş kaldırması şeklinde tanımlanabilir. Kesme işleminde kesiciye etki eden esas kesme kuvveti, takım kesici kenarının dönen dairesel hareket ile iş parçasından malzeme kaldırması esnasında meydana gelen kesme kuvvetlerinden kaynaklanır. Düz uçlu parmak freze ile yapılan kesme işlemi ve kesme sırasında takıma etki eden kesme kuvvetleri Şekil 5.2’de verilmiştir. Parmak freze dönme ekseni, takım ile parça arasındaki bağıl hareketin doğrultusuna diktir (Şekil 5.3). Kuvvet tahmini için sunulan modelde kesme kuvvetlerinin yönlerini tanımlamak için orijin noktası parmak frezenin uç alın yüzeyinin merkezinde x, y eksen takımı olarak tanımlanmıştır. Tanımlanan eksen takımında z ekseni, takım ekseni ile çakışıp olup yukarı yönlüdür. Kuvvet tahmini hesaplamaları yapılırken göz önüne alınması gereken bir diğer önemli husus ise, kesme kuvvetlerinin sadece kesme sırasında oluştuğudur. Dolayısıyla, takımın sadece kesme bölgesinde yer alan kesici kenarlarında bu kuvvetlerin hesaplanması gerekir. Ek olarak, taranan açı aralığı ve kesme yapan ağız sayısına göre birden fazla kesici kenarın kesme bölgesi içinde yer alabileceği de hesaplamalarda göz önünde bulundurulmalıdır.



Şekil 5.2. Parma frezeleme işlemi kesiti ve takıma etkiyen kuvvetler

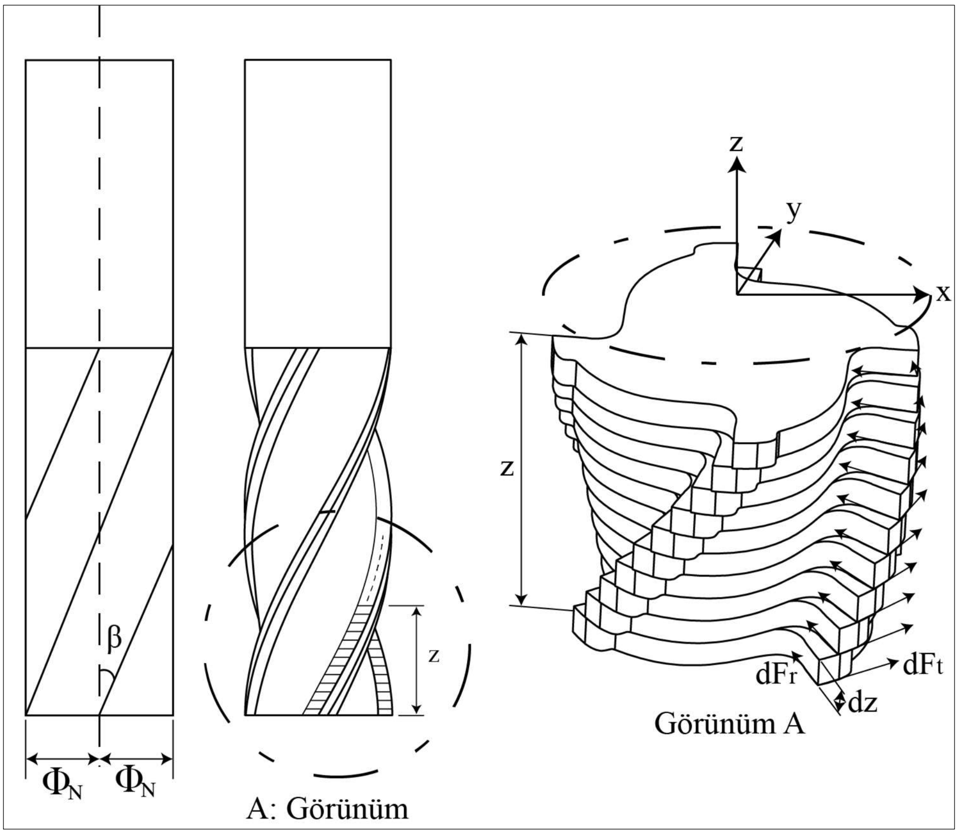


Şekil 5.3. Parmak frezeleme sürecinde takımın iş parçasına göre hareketi [93].

Anlık kesme kuvvetlerin hesaplanması için yapılan hesaplamalarda, kesme bölgesinde bulunan kesici kenar sayısının tespit edilebilmesi için, freze adım açısının hesaplamalara dâhil edilmesi gerekir. Parmak freze adım açısını hesaplamak için aşağıdaki fonksiyon kullanılabilir. Burada *N* kesici uç sayısıdır.

$$\phi_N = \frac{2\pi}{N} \tag{5.2}$$

Kesme bölgesinde yer alan, takım kesici kenarları boyunca kaldırılan talaş kalınlığı, gecikme açısından kaynaklı olarak eksenel doğrultuda her noktada farklı olacaktır. Farklı kalınlığa sahip talaşlar, farklı talaş yükü demektir ve buda etki ettikleri kesici kenar noktasında farklı kesme kuvvetlerinin oluşması anlamına gelir. Kesici kenarlar üzerine etki eden ve eksenel doğrultuda her noktada birbirinden farklı olan kesme kuvvetlerini hesaplamak için, takım z ekseni boyunca çok küçük diferansiyel (dz) kalınlıktaki elemanlara bölünür (Şekil 5.4).



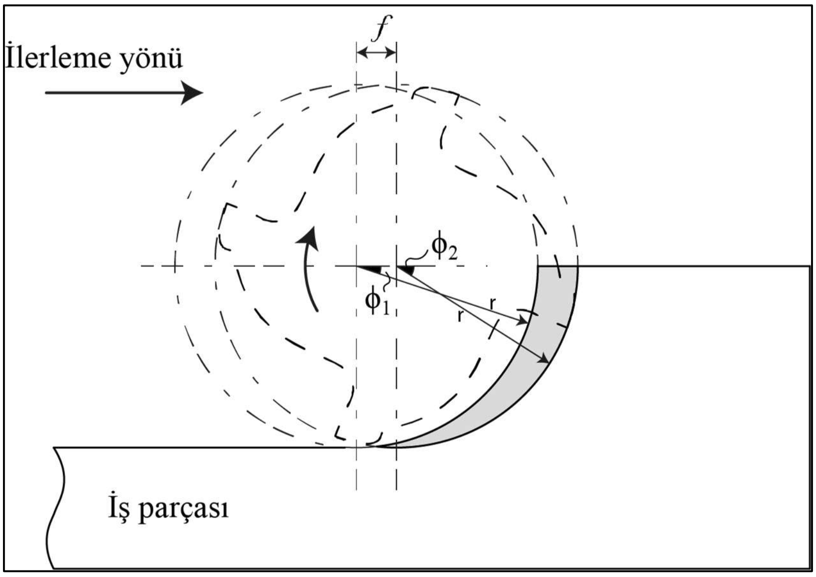
Şekil 5.4. Diferansiyel kalınlıkta disk elemanlarına bölünmüş kesici takım [93].

Görselde verilen çok küçük diferansiyel kalınlıklara sahip disk elemanlarının kesme yapan kenar noktalarının pozisyonu gecikme açısından dolayı faklıdır. Kuvvet tahmini hesaplaması için gereli olan bu pozisyonlar, eksenel kesme derinliği boyunca her nokta için yeniden hesaplanmalıdır. Kesici kenar sayısı N olan parmak freze için, referans olarak seçilen kesici kenarın konumu açısı Φ(i,j,k) fonksiyonu ile aşağıda Eş. 5.3'de verildiği gibi hesaplanabilir:

$$\phi(i,j,k) = \phi + \sum_{n=0}^{i-1} \phi_N - \psi_\beta(j,k) \tag{5.3}$$

Fonksiyonda yer alan i, kesici kenar indisi k, eksenel derinlik ve j ise dz kalınlığa bölünmüş disk elemanının indisidir.

Periyodik olarak değişken talaş kalınlığına neden olan, takım kesici kenarlarının izlediği trokodial yol Şekil 5.5.'te gösterilmiştir.



Şekil 5.5. Kesici kenarın izlediği yola bağlı olarak oluşan talaş kalınlığı

Talaş kalınlığının dönme ve ilerleme hızına bağlı olan değişimi Eş. 5.4 ile hesaplanabilir:

$$h_{i,j}(\phi,k) = f \sin\phi_{i,j}(k) \tag{5.4}$$

Kesme sırasında dz kalınlıktaki disk elemanlarının kesici kenarına etki eden kuvvetler Eş.

5.5, Eş. 5.6 ve Eş. 5.7’da verildiği gibi hesaplanabilir:

$$dF_t^{i,j}(\phi,k) = \left[K_{te} + K_{tc}h_{i,j}(\phi,k)\right]dz \tag{5.5}$$

$$dF_r^{i,j}(\phi,k) = \left[K_{re} + K_{rc}h_{i,j}(\phi,k)\right]dz \tag{5.6}$$

$$dF_a^{i,j}(\phi,k) = \left[K_{ae} + K_{ac}h_{i,j}(\phi,k)\right]dz \tag{5.7}$$

Şekil 5.2.’de verilen teğetsel (F_t) ve radyal (F_r) kuvvetlerinin doğrultusu, sırasıyla kesme yönüne ters ve takım merkezi doğrultusundadır. Bu kuvvetlerin yönleri, takım uç alın merkezine tanımlanan eksen takımına göre trigonometrik fonksiyonlarla Eş. 5.8’de verildiği gibi dönüştürülebilir:

$$\begin{bmatrix} dF_x^j(\theta,k) \\ dF_y^j(\theta,k) \\ dF_z^j(\theta,k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta_j(k) & -\sin\theta_j(k) & 0 \\ \sin\theta_j(k) & -\cos\theta_j(k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_t^{i,j}(\theta,k) \\ dF_r^{i,j}(\theta,k) \\ dF_a^{i,j}(\theta,k) \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Takım ekseni boyunca, diferansiyel kalınlıklara bölünmüş disk elemanlarının kesici kenarlarında oluşan kuvvet hesaplamaları için kullanılan ifadeler; Eş. 5.4, Eş. 5.5, Eş. 5.6 ve Eş. 5.7, Eş. 5.8’de yerlerine konulmasıyla aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{Bmatrix} dF_x^j(\theta,k) \\ dF_y^j(\theta,k) \\ dF_z^j(\theta,k) \end{Bmatrix} = \frac{f}{2}\begin{bmatrix} -\sin 2\phi_j(k) & -1+\cos 2\phi_j(k)) & 0 \\ 1-\cos 2\phi_j(k) & -\sin 2\phi_j(k) & 0 \\ 0 & 0 & 2\sin\phi_j(k) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_{tc} \\ K_{rc} \\ K_{ac} \end{Bmatrix} dz + \begin{bmatrix} \cos\phi_j(k) & -\sin\phi_j(k) & 0 \\ \sin\phi_j(k) & -\cos\phi_j(k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_{te} \\ K_{re} \\ K_{ae} \end{Bmatrix} dz \tag{5.9}$$

Eş. 5.9 aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\left\{dF_s\right\} = \left[\frac{f}{2}\left[M_{1,j}\right]\{K_{qc}\} + \left[M_{2,j}\right]\left\{K_{qe}\right\}\right]dz \quad \text{s=x,y,z, q=t,r,a} \tag{5.10}$$

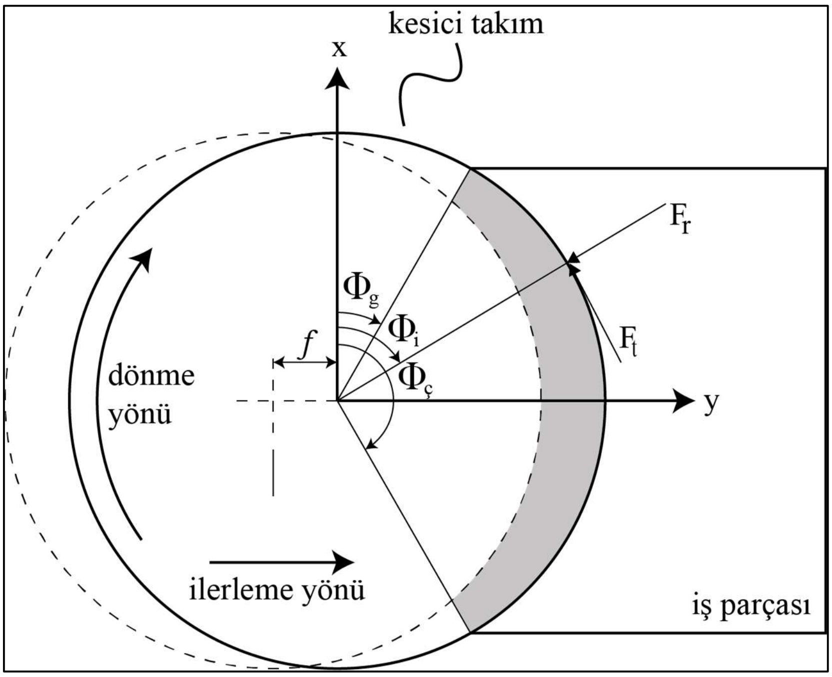
Eş. 5.10 ile verilen diferansiyel kuvvetler k eksenel derinliği boyunca entegre edilirse, toplam kesme kuvveti Eş. 5.11’de gösterildiği gibi hesaplanabilir:

$$F_s(\theta, k_{1,2}) = \int_{k_1}^{k_2} \left[\frac{f}{2} \left[M_{1,j} \right] \{K_{qc}\} + \left[M_{2,j} \right] \left\{ K_{qe} \right\} \right] dz \quad \text{s=x,y,z, q=t,r,a} \tag{5.11}$$

Hesaplamalar yapılırken, birden fazla kesici kenarın kesme bölgesinde bulunabileceği ve kuvvetlerin sadece bu alan içerisinde oluşacağı göz önüne alınmalıdır.

$$\phi_g \leq \phi \leq \phi_ç \tag{5.12}$$

Eş. 5.12'de verilen ifadede ϕ_g ve $\phi_ç$ sırasıyla kesici kenarların iş parçasına giriş ve çıkış açılarıdır (Şekil 5.6)



Şekil 5.6. Frezelemede talaş oluşumu

Kesme bölgesinde aynı anda bulunan kesici kenar sayısını hesaplamak için, takımın iş parçası üzerinde taradığı açı ile Eş. 5.2 ile verilen adım açısı karşılaştırılır. Adım açısı, taranan açıdan küçük ise, birden fazla kesici kenarın eş zamanlı kesme işlemi gerçekleştirdiği anlamına gelir. Bu durumda, kesme bölgesinde bulunan tüm kesici kenarlara etki eden kuvvetler hesaplanmalıdır.

5.2. Kesme Katsayılarının Kalibrasyonu

Kesme kuvvetlerinin gerçek değerlere yakın tahmin edilebilmesi için kesme katsayılarının doğru hesaplanması oldukça önemlidir. Özel kesme katsayılarının mekanistik yöntemle belirlenmesinin temeli, anlık talaş hacmi ile anlık kesme kuvvetlerinin ilişkilendirilmesine dayalıdır [9, 93]. Takımın iş parçasından keserek malzeme kaldırması sırasında oluşan esas kuvvetin bileşenleri, birincil kesme bölgesinde yer alan kesme düzleminin neden olduğu kesme kuvveti ve kesici kenar yan yüzey sürtünme kuvvetlerinden oluşur. Eş. 5.5-Eş. 5.7'de K_{tc}, K_{rc} ve K_{ac} şeklinde gösterilen katsayılar, sırasıyla teğetsel, radyal ve eksenel kesme katsayıları olarak adlandırılır. Aynı eşitlikte yer alan K_{te}, K_{re},,ve K_{ae} katsayıları ise sürtünmeden kaynaklanan teğetsel, radyal ve eksenel sürtünme katsayılarıdır. Frezele kuvvet sabitlerinin belirlenmesi için, kayma açısı, kayma gerilmesi ve sürtünme katsayısı gibi dik kesme parametrelerinin kullanıldığı eğik kesme transformasyonu formülleri kullanılabilir. Ancak bu yöntem ile karmaşık geometrilere sahip bazı kesici takımların kuvvet sabitlerinin hesaplanması çok zahmetli ve zordur. Bu nedenle, kesici takım malzeme çiftinin kalibre edilmesinde hızlı bir metot olan mekanistik yöntem önerilir. Çalışmalarda sıklıkla kullanılan mekanistik yöntemde kesme katsayıları, sabit eksenel kesme derinliği ve kesme hızı şartlarında farklı ilerleme hızlarıyla yapılan deneylerle elde edilen ortalama kuvvetlere bağlı olarak belirlenir [32, 93, 94]. Kesme işlemi sırasında takımın bir periyodu boyunca kesici kenarlara etki eden toplam kuvvet ölçülür. Ölçümlerde, takım salgı etkisini tolere edebilmek için bir devir boyunca ölçülen toplam kuvvet kesici kenar sayısına bölünür ve bir kesici kenara etki eden ortalama kuvvet elde edilir. Deneysel olarak hesaplanan ortalama kuvvetler analitik olarak hesaplanan ortalama kuvvetlere eşitlenerek kesme kuvveti sabitleri elde edilebilir. *Eş. 5.11*'in bir devir boyunca entegre edilmesi ve adım açısına bölünmesi ile bir periyot boyunca ortalama kuvvet aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\overline{F}_s(\phi_{g,ç}, k_{1,2}) = \frac{1}{\phi_N} \int_{\phi_ç}^{\phi_g} F_s(\phi, k_{1,2}) d\phi \quad \text{s=x,y,z, q=t,r,a} \tag{5.13}$$

Kuvvetlerin sadece kesme bölgesinde oluştuğu dikkate alınarak anlık kesme kuvvetleri entegre edilirse:

$$\bar{F}_s(\phi_{g,ç},k_{1,2})=\frac{1}{\phi_N}\int_{\phi_g}^{\phi_ç}\int_{k_1}^{k_2}\left[\frac{f}{2}\left[M_{1,j}\right]\{K_{qc}\}+\left[M_{2,j}\right]\left\{K_{qe}\right\}\right]dzd\phi \tag{5.14}$$

Giriş ve çıkış açıları sıraısıyla, Φ_g=0 ve $\Phi_ç$= π olan tam dalma koşulları kesme kuvveti sabitlerin belirlenmesinde yapılan hesaplamaları basitleştirir. Tam dalma koşullarında Eş. 5.14 aşağıdaki halini alır:

$$\left.\begin{aligned}\bar{F}_x(\phi_{g,ç},k_{1,2})&=-\frac{Nz}{4}K_{rc}f-\frac{Nz}{\pi}K_{re}\\ \bar{F}_y(\phi_{g,ç},k_{1,2})&=\frac{Nz}{4}K_{tc}f+\frac{Nz}{\pi}K_{te}\\ \bar{F}_z(\phi_{g,ç},k_{1,2})&=\frac{Nz}{\pi}K_{ac}f+\frac{Nz}{2}K_{re}\end{aligned}\right\} \tag{5.15}$$

Eş. 5.15 doğrusal bir fonksiyondur ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

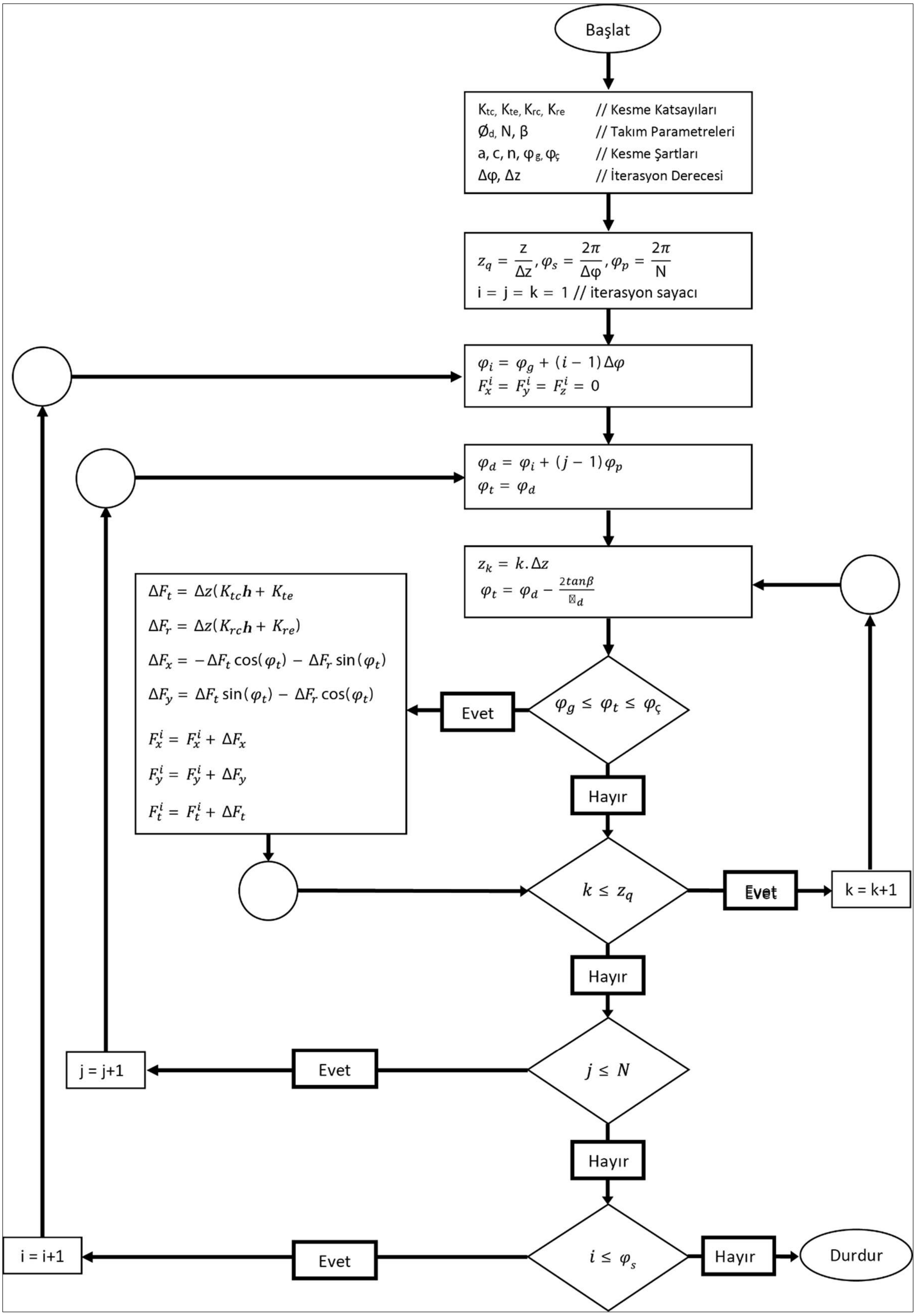
$$\bar{F}_s=\bar{F}_{sc}f+\bar{F}_{se} \quad (\text{s=x, y, z}) \tag{5.16}$$

Yapılan deneylerde ölçülen ortalama kuvvet verileri ilerleme hızına göre doğrusal bir orantıya sahiptir. Elde edilen verilerin doğrusal regresyonu ile Eş. 5.16 kullanılarak kesme kuvveti katsayıları aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\left.\begin{aligned}&K_{tc}=\frac{4\bar{F}_{yc}}{Nz},\ K_{rc}=-\frac{4\bar{F}_{xc}}{Nz},\ K_{ac}=\frac{\pi\bar{F}_{zc}}{Nz}\\ &K_{te}=\frac{\pi\bar{F}_{ye}}{Nz},\ K_{re}=-\frac{\pi\bar{F}_{ye}}{Nz},\ K_{ae}=\frac{2\bar{F}_{ze}}{Nz},\end{aligned}\right\} \tag{5.17}$$

5.3. Frezeleme Kuvvetlerinin İteratif Algoritmalarla Benzetimi

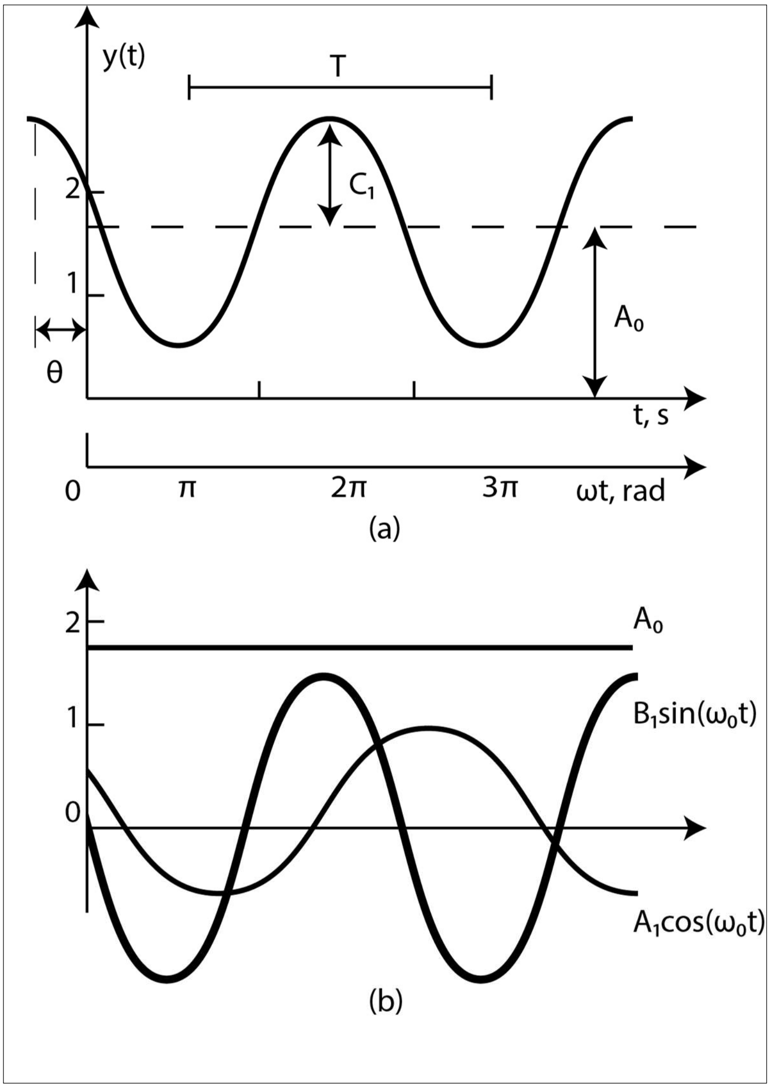
Günümüzde hesaplama ve analiz gerektiren mühendislik uygulamalarında, hesaplama kolaylığı, zaman ve maliyetlerin en verimli şekilde kullanılabilmesinde bilgisayarların etkisi büyüktür. Bu bölümde, Bölüm 5.1'de verilen matematiksel modelin bilgisayar ortamında çözümü için akış şeması verilmiştir (Şekil 5.7). Verilen algoritma genel ve simgesel kod düzenine sahiptir. Genel kod diyagramında belirtilen sabit değişkenler, özel kesme katsayıları, takım çapı, helis, giriş ve çıkış açıları, parmak freze kesici ağız sayısı, talaş derinliği gibi girdiler kullanıcı tarafından önceden belirlenmesi gereken parametrelerdir. Verilen algoritma, belirlenen diferansiyel açı ve eksenel miktarlarda bir tam tur ve toplam kesme derinliği entegre edilerek kuvvetlerin toplanması esasına uygun çalışır. Belirlenen diferansiyel aralıkların küçük tutulması tahmin sonuçlarının sıklığını artırır ancak sonuç sürekli değildir. Çalışma kapsamında, akış diyagramı ile verilen algoritmalar, Python programlama dili kullanılarak ifade edilmiş ve bilgisayar ortamında kuvvet tahmin hesaplamaları gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5.7. Kesme kuvvetlerin simülasyonu için genel bir kod akış diyagramı.

5.4. Sinüzoidal Fonksiyonlar ile Eğri Uydurma (Fourier Yaklaştırması)

Sünizoidal fonksiyonlar, matematik ve matematiğin uygulama alanları ve diğer elektrik-elektronik mühendisliği, makine mühendisliliği, istatistik gibi diğer uygulamalı bilimlerde oldukça sık kullanılmaktadır. Mühendislikte periyodik olarak salınım ve titreşim yapan sistemlerin genel karakteristiğini ifade etmek için kullanılan bu fonksiyonlar, 1, cosx, cos2x, …, cosnx ve sinx, sin2x, …, sinnx şeklinde ifade edilebilir ve süreklidir.



Şekil 5.8. Sinüzoidal fonksiyonlar, a) Sinüzoidal fonksiyon, b) Farklı genliklerdeki sinüzoitler

Sinüs ve kosinüslerden meydana gelen herhangi bir dalga formu sinüzoidal olarak adlandırılır ve matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$f(t) = A_0 + C_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{5.18}$$

Eş. 5.18 ile verilen matematiksel ifade Şekil 5.8-a görselinde verilmiştir. Burada A_0, ortalama değer olarak adlandırılır ve apsisten ölçülen ortalama yükseklik değeridir. Genlik C_1, sinüzoidal dalganın yüksekliğini tanımlar. Açısal frekans ω_0, dalganın ne kadar periyotta tekrar edildiğini ve faz açısı φ, sinüzoidal dalganın yatayda ne kadar kaydığını gösterir. Sinüzoitlerin bir saniyede ne kadar periyot ile çevrim yapacağı, frekans (f) ile karakterize edilir ve matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$f = \frac{1}{T} \tag{5.19}$$

Frekans ile açısal frekans (ω_0) arasında aşağıdaki gibi doğrusal bir bağlantı vardır:

$$\omega_0 = 2\pi f \tag{5.20}$$

Sinüzoidal fonksiyonların Eş. 5.18 ile verilen genel formu matematiksel olarak yeterlidir. Ancak sinüzoidal fonksiyonlar yardımıyla eğri uydurma işlemi yapabilmek için aynı matematiksel formun bir başka alternatif formunu elde etmemiz gereklidir. Sinüzoitlerin genel formunu trigonometrik dönüşümler yardımıyla kullanabileceğimiz forma aşağıda verildiği gibi çevirebiliriz:

$$\cos(A_1 + B_1) = \cos A_1 . \cos B_1 - \sin A_1 . \sin B_1 \tag{5.21}$$

Eş. 5.18 ile verilen kosinüslü ifadeyi Eş. 5.21 de verilen yarım açı formüllerini kullanarak aşağıdaki gibi açılabilir:

$$C_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) = C_1 \left[\cos(\omega_0 t).\cos(\varphi) - \sin(\omega_0 t).\sin(\varphi) \right] \tag{5.22}$$

$$C_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) = C_1 \cos(\omega_0 t).\cos(\varphi) - C_1 \sin(\omega_0 t).\sin(\varphi) \tag{5.23}$$

A_1 ve B_1 Katsayıları aşağıda verildiği gibi tanımlanır ve *Eş. 5.23*'de yerlerine konulursa:

$$A_1 = C_1 \cos(\varphi) \tag{5.24}$$

$$B_1 = -C_1 \sin(\varphi) \tag{5.25}$$

$$C_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \sin(\omega_0 t) \tag{5.26}$$

Eş. 5.24 ve Eş. 5.25 kareleri alıp toplanırsa C_1 katsayısı, birbirine oranlanmasından faz açısı elde edilebilir:

$$A_1^2 + B_1^2 = C_1^2 \left[\cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi) \right] \tag{5.27}$$

$$C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \tag{5.28}$$

$$\varphi = \tan^{-1}(-\frac{B_1}{A_1}) \tag{5.29}$$

Eş. 5.18 ile verilen sinüzoidal fonksiyon Eş. 5.26 ile güncellenirse fonksiyonun alternatif formu aşağıdaki gibi olur (Şekil 5.8-b):

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \sin(\omega_0 t) \tag{5.30}$$

Sinüzoidal fonksiyonlar (0, 2π) Aralığında birbirlerine ortogonaldir. Matematiksel olarak bu fonksiyonlar aşağıdaki üç şartı sağlar:

$$\begin{aligned}
&\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)dx = 0;\ (\text{Tüm m, n için}) \\
&\int_0^{2\pi} \sin(mx)\sin(nx)dx = \begin{cases} \mathrm{m} \neq \mathrm{n} \Rightarrow 0; \\ m = n \Rightarrow \pi; \end{cases} \\
&\int_0^{2\pi} \cos(mx)\cos(nx)dx = \begin{cases} m \neq n \Rightarrow 0; \\ m = n \neq 0 \Rightarrow \pi; \\ m = n = 0 \Rightarrow 2\pi; \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.31}$$

Yukarıda verilen özelliklerin göz önüne alınmasıyla herhangi bir f(x) fonksiyonu;

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos nx + B_n \sin nx) \tag{5.32}$$

Eş. 5.32'de verildiği gibi Fourier serisi ile ifade edilebilir. Fransız fizikçi ve matematikçi J. B. Joseph Fourier, 1807'de tanımladığı Fourier serileri ile herhangi bir periyodik fonksiyonun sinüzoidal fonksiyonların toplamları olarak ifade edilebileceğini göstermiştir. Kısaca Fourier serileri, periyodik fonksiyonların sinüs ve kosinüs fonksiyonları cinsinden ifade edilebilmesidir ve bu ifadenin önemi uygulamalarda kendini göstermektedir. Çünkü Fourier analizi, hem zaman hem frekans tanım kümesi ile ilgili bilgiler içermesi açısından oldukça kullanışlı bir araçtır. Mühendislik alanında sayısal yöntemlerden biri olan ve problemlerin çözümünde etkin şekilde kullanılan regresyon analizinin, sinüzoidal fonksiyonlar kullanılarak uygulanması Fourier Yaklaşımı olarak bilinir. *Eş. 5.32* ile verilen formülasyonda, A_n ve B_n katsayıları aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

$$
\begin{aligned}
A_n &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos(nx)dx \text{ ; n=0,1,2,...} \\
B_n &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(nx)dx \text{ ; n=0,1,2,...}
\end{aligned} \tag{5.33}
$$

Herhangi bir periyodik f(x) fonksiyonunun Fourier serisi açılabilmesi için fonksiyonun aşağıda verilen Drichlet koşullarını sağlaması gerekir:

1. Fonksiyon bir periyodu boyunca sonlu sayıda süreksizlik noktası olmalıdır.
2. Bir periyot boyunca sonlu sayıda noktalar haricinde tek değere sahip olmalıdır.
3. Fonksiyon sonlu sayıda ekstremum noktalara sahip olması gerekir.

Yukarıda verilen koşulların sağlanması durumunda Eş. 5.34 şeklinde tanımlanan seri düzgün olarak f(x) fonksiyonuna yakınsar.

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k\cos(\omega kx) + B_k\sin(\omega kx) \tag{5.34}$$

Eğer f(x) fonksiyonu sürekli değil ve eşit aralıklarda *n* noktada tanımlı ise bu fonksiyon ayrık zamanlı olarak tanımlanır. Bu tür fonksiyonlar için Fourier serisi açılımında toplam sembolleri kullanılabilir:

$$y_i = A_0 + \sum_{k=1}^{n}\left[A_k \cos\left(\frac{2k\pi}{T}x_i\right) + B_k \sin\left(\frac{2k\pi}{T}x_i\right)\right] + e_i \tag{5.35}$$

Yukarıda verilen ifade içerisinde T değeri x değişkeni cinsindendir. Eğer izlenen noktalarla periyod belirlenemiyorsa,

$$T = Max(x_i) - Min(x_i)$$

Gibi alınabilir. A_0, A_1,…, B_0, B_1,…. bilinmeyenleri hata karelerinin toplamları en az olacak biçimde belirlenir.

Buna göre, öncelikle;

$$\theta_i = \frac{2\pi x_i}{T};\ \text{i=1,2, ... ,n}$$

Dönüşümü yapılıp *Eş. 5.35'*de yerine konulursa:

$$y_i = A_0 + A_1 \cos(\theta_i) + B_1 \sin(\theta_i) + e_i \tag{5.36}$$

$$y_i = a_0 z_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + ... + a_m z_m + e_i \tag{5.37}$$

Eş. 5.36 ve Eş. 5.37'de verilen denklemler arasında benzerlik kurarsak, doğrusal fonksiyonlara eğri uydurma yaklaşımımızı sinüzoidal fonksiyonlar için kullanabiliriz:

$$S_r = \sum_{i=1}^{n}\left\{y_i - \left[A_0 + \sum_{k=1}^{m}(A_k \cos k\theta_i + B_k \sin k\theta_i)\right]\right\}^2 \tag{5.38}$$

Amacımız doğrusal eğri uydurmada olduğu gibi Eş. 5.38'de verilen fonksiyonu minimize ederek katsayıları (A_0, A_1, B_1) belirlemek:

$$\frac{\partial S_r}{\partial A_k} = 0;\ \text{k=0, 1, ..., m} \tag{5.39}$$

Olursa,

$$A_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i; \quad \mathrm{A}_k = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \cos k\theta_i; \quad B_k = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \sin k\theta_i; \ \ \text{k=1, 2, ..., m} \tag{5.40}$$

İfadelerine ulaşılır. Burada katsayılar için, *n* örneklem sayısı olmak üzere,

$$2m+1<\leq n \tag{5.41}$$

Şeklinde alınabilir. Buna göre, A_0, A_1, B_1 katsayılarının aşağıdaki gibi hesaplanabilir. Basit bir çözüm olması için m=1 kabul edilirse:

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i - \left[A_0 + A_1 \cos\theta_i + B_1 \sin\theta_i \right] \right\}^2; \ \text{i=1, 2, ... ,n} \tag{5.42}$$

Eş. 5.42'de verildiği gibi yazılır. Elde edilen hataların karelerinin toplamını minimum yapmak için katsayılara göre alınacak türevler sıfıra eşitlenir:

$$\frac{\partial S_r}{\partial A_0} = \sum_{i=1}^{n} 2\left(y_i - \left[A_0 + A_1 \cos\theta_i + B_1 \sin\theta_i \right] \right)\left[-1\right] = 0 \tag{5.43}$$

Yukarıda elde edilen ifadeden,

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = nA_0 + A_1 \sum_{i=1}^{n} \cos\theta_i + B_1 \sum_{i=1}^{n} \sin\theta_i \tag{5.44}$$

Denklemi elde edilir.

$$\frac{\partial S_r}{\partial A_1} = 0 \tag{5.45}$$

Şartı uygulanırsa,

$$\frac{\partial S_r}{\partial A_1} = \sum_{i=1}^{n} 2\left(y_i - \left[A_0 + A_1 \cos\theta_i + B_1 \sin\theta_i \right] \right)\left[-\cos\theta_i \right] = 0 \tag{5.46}$$

ve buradan,

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \cos\theta_i = A_0 \sum_{i=1}^{n} \cos\theta_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} \cos^2\theta_i + B_1 \sum_{i=1}^{n} \sin\theta_i \cos\theta_i \tag{5.47}$$

denklemi bulunur.

$$\frac{\partial S_r}{\partial B_1} = 0 \tag{5.48}$$

ve yukarıda verilen son şartın uygulanması ile,

$$\frac{\partial S_r}{\partial B_1} = \sum_{i=1}^{n} 2\left(y_i - \left[A_0 + A_1 \cos\theta_i + B_1 \sin\theta_i \right] \right)\left[-\sin\theta_i \right] = 0 \tag{5.49}$$

Buradan,

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \sin\theta_i = A_0 \sum_{i=1}^{n} \sin\theta_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} \cos\theta_i \sin\theta_i + B_1 \sum_{i=1}^{n} \sin^2\theta_i \tag{5.50}$$

Denklemleri elde edilir. Minimizasyonu gerçekleyen denklemler matris formunda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} n & \sum \cos\theta_i & \sum \sin\theta_i \\ \sum \cos\theta_i & \sum \cos^2\theta_i & \sum \cos\theta_i \sin\theta_i \\ \sum \sin\theta_i & \sum \sin\theta_i \cos\theta_i & \sum \sin^2\theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i \cos\theta_i \\ \sum y_i \sin\theta_i \end{bmatrix} \tag{5.51}$$

Katsayılar matrisinde yer alan toplamlar için, denklemler çözülürse

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sin\theta_i = 0;\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos\theta_i = 0;$$
$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sin^2\theta_i = \frac{1}{2};\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos^2\theta_i = \frac{1}{2}; \tag{5.52}$$
$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sin\theta_i\cos\theta_i = 0;$$

Minimasyonu sağlayacak denklemlerin matris formu aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n/2 & 0 \\ 0 & 0 & n/2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i\cos\theta_i \\ \sum y_i\sin\theta_i \end{bmatrix} \tag{5.53}$$

Denklemlerin çözümü ile;

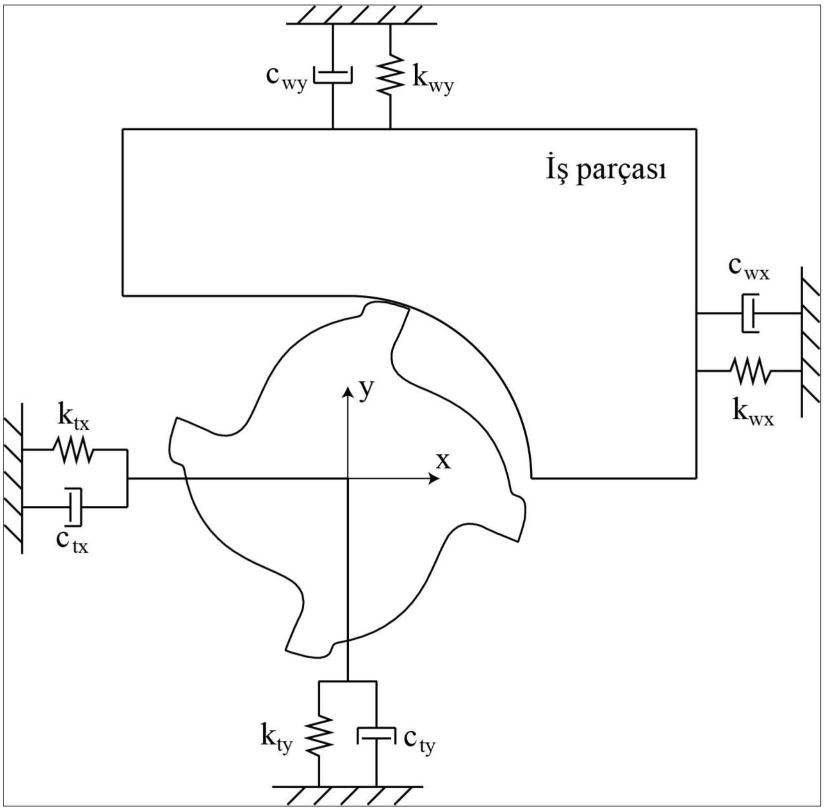
$$\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/n & 0 & 0 \\ 0 & 2/n & 0 \\ 0 & 0 & 2/n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i\cos\theta_i \\ \sum y_i\sin\theta_i \end{bmatrix} \tag{5.54}$$

$$A_0 = \frac{\sum y_i}{n};\ A_1 = \frac{2\sum y_i\cos(\theta_i)}{n};\ B_1 = \frac{2\sum y_i\sin(\theta_i)}{n}; \tag{5.55}$$

Katsayılar Eş. 5.55’te verildiği gibi bulunur.

5.5. Kesici Takım Dinamiğinin Modellenmesi

Frezeleme operasyonları sırasında sistemin yapısal ve harici dinamik etkileri üretim çıktısını olumsuz etkiler. Bu etkiler, çoğu zaman kaçınılmazdır ve tasarımda tolerans aralıklarının belirlenmesi için göz önünde bulundurulması gerekir. Çoğu durumda, tolerans aralıkları sistem dinamiklerinin olumsuz etkileri göz önünde bulundurularak yeterli aralıklarda seçilir. Fakat yüksek hassasiyet isteyen işlemlerde seçilen tolerans aralıkları yeterince geniş aralıklara sahip olmayabilir. Bununla beraber sistemin yapısını anlamak, istenmeyen etkilerin tolerans sınırlarının daraltılması için önemli olabilir. Örneğin, sistemin dinamiklerinin bir sonucu olan titreşim ürün kalitesini etkileyen olumsuz faktörlerden bir tanesidir ve kaçınılmazdır. Ancak etkilerini minimize etmek ve düşük tolerans aralıklarında üretim gerçekleştirebilmek için sistemin dinamiğinin anlaşılması önemlidir. Bu bölümde, kesici takım için Şekil 5.9'da dinamik bir model verilmiştir. Gerçek kesme işlemi sırasında kesici takım ve iş parçası üzerinde bir titreşim hareketi oluşur. Bu hareketlerin, analizi için Eş. 5.56'da verilen dinamik denklemlerin çözülmesi gerekmektedir:



Şekil 5.9. Kesici takım ve iş parçası için ÇSD sistemin kütle, yay, damper modeli

$$\begin{aligned}
&\ddot{x}(t)+2\xi_x\omega_{tx}\dot{x}(t)+\omega_{tx}^2x(t)=\frac{\omega_{tx}^2}{k_x}F_x(t)\\
&\ddot{x}(t)+2\xi_x\omega_{wx}\dot{x}(t)+\omega_{wx}^2x(t)=\frac{\omega_{wx}^2}{k_x}F_x(t)\\
&\ddot{x}(t)+2\xi_y\omega_{ty}\dot{x}(t)+\omega_{ty}^2x(t)=\frac{\omega_{ty}^2}{k_y}F_y(t)\\
&\ddot{x}(t)+2\xi_y\omega_{wy}\dot{x}(t)+\omega_{wy}^2x(t)=\frac{\omega_{wy}^2}{k_y}F_y(t)
\end{aligned} \tag{5.56}$$

Hareket denklemleri verilen sistem Δt kadar eşit aralıklara bölünür ve ayrık zaman formuna geçilir. Denklemin çözümü için türevin analitik formu kullanılarak ayrık zaman boyutundaki çözümler elde edilebilir. Bu durumda, sürekli bir y=f(x) fonksiyonu n adet (x_i, y_i) ayrık noktalarından oluştuğu kabul edilirse, bu fonksiyonda herhangi bir x_i değerine karşılık gelen y_i değeri interpolasyon teknikleri ile yaklaşık olarak bulunabilir. İnterpolasyonda amaç x_i (i=0,1,2,…,n) noktaları için verilen f(x_i) değerleri kullanılarak x_i – x_{i+1} arasında yer alan herhangi bir x noktası için f(x) ara değerini bulmaktır. Bir f(x) fonksiyonun türevleri, $f'(x), f''(x), \dots, f^n(x)$ yerine eşyerleşim polinomları kullanılarak çözüm sağlanabilir. Bu yöntem için sıklıkla kullanılan ileri, merkezi ve geri fark formülleri, Newton (Eş. 5.57) ve Stirling (Eş. 5.58) denklemlerinin türevleri alınarak elde edilmiştir.

$$y'(x) = \frac{1}{h}\left[\Delta y_0 + \left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta^2 y_0 + \frac{3k^2 - 6k + 2}{6}\Delta^3 y_0 + \dots\right] \tag{5.57}$$

Ve

$$y'(x) = \frac{1}{h}\left[\delta\mu y_0 + k\delta^2 y_0 + \frac{3k^2 - 1}{6}\delta^3 \mu y_0 + \dots\right] \tag{5.58}$$

İkinci türev için merkezi fark denklemi *Eş. 5.58*’den türetilebilir.

$$y''(x) = \frac{1}{h^2}\left[\delta^2 \mu y_0 + k\delta^3 y_0 + \frac{6k^2 - 1}{12}\delta^4 \mu y_0 + \dots\right] \tag{5.59}$$

Burada birinci terim alınırsa ikinci mertebeden türev için merkezi fark denklemi aşağıda verildiği gibi olur:

$$y''(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} \tag{5.60}$$

Eş. 5.56’da verilen F_x ve F_y kuvvetleri, sisteme etki eden ve zamana bağlı değişen dinamik kesme kuvvetleridir. Denklemlerde yer alan ω_{tx} , ω_{ty} , ζ_x , ζ_y ve k_x , k_y ifadeler, doğal frekans, yapısal sönüm oranları ve yay sabitleridir. Verilen eşitliğin ayrık zaman alanında çözümü:

$$x(t)=\frac{F_x(t)+x(t-\Delta t)\left[\frac{c_x}{2dt}-\frac{m_x}{(dt)^2}\right]-x(t+\Delta t)\left[\frac{m_x}{(dt)^2}+\frac{c_x}{2dt}\right]}{\left(k_x-\frac{2m_x}{(dt)^2}\right)}$$

$$y(t)=\frac{F_y(t)+y(t-\Delta t)\left[\frac{c_y}{2dt}-\frac{m_y}{(dt)^2}\right]-y(t+\Delta t)\left[\frac{m_y}{(dt)^2}+\frac{c_y}{2dt}\right]}{\left(k_y-\frac{2m_y}{(dt)^2}\right)} \tag{5.61}$$

Buradaki katsayıların gösterimi:

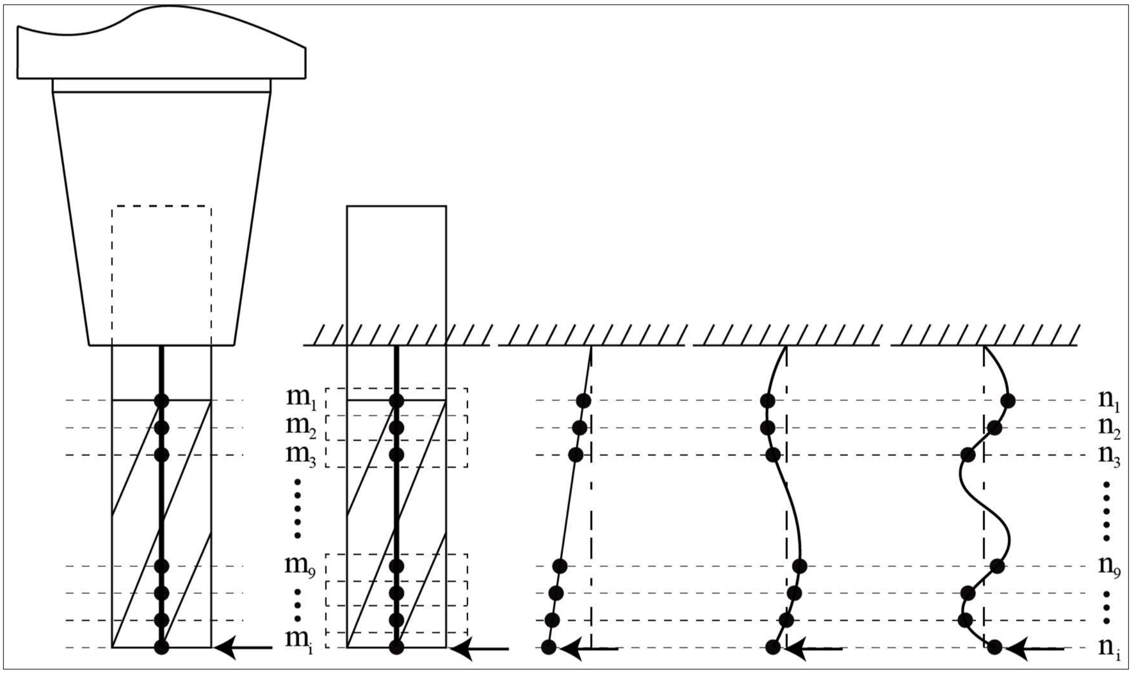
$$m_x=\frac{k_x}{(2\pi\omega_{tx})^2} \quad ; \quad m_y=\frac{k_y}{(2\pi\omega_{ty})^2}$$

$$c_x=2\pi\xi_x m_x\omega_{tx} \quad ; \quad c_y=2\pi\xi_y m_y\omega_{ty} \tag{5.62}$$

Elde edilen çözüm ile sisteme etki eden kesme kuvvetleri altındaki takım için titreşimler tahmin edilebilir. İleri uygulamalarda takım kesici kenarının malzeme üzerindeki pozisyonu hesaplanarak oluşan yüzey kalitesi hesaplanır.

5.6. Sürekli Sistemlerin Topaklanmış Kütle Yaklaşımı ile Kesici Takım Dinamiğinin Modellenmesi

Sürekli sistemlerin hareket denklemleri kısmi diferansiyel denklemler ile belirlenir. Ancak kısmi diferansiyel denklemlerin analitik çözümleri oldukça zordur. Bu tür sistemlerin çözümlerini daha kolaya indirgemek için nümerik yöntemler kullanılmaktadır. Başka bir yaklaştırma yöntemi, sürekli bir sistemin ayrık modelini oluşturmaktır. Topaklanmış kütle modeli, sürekli bir sistem için n adet topaklanmış kütleden oluşan n serbestlik derecesine sahip ayrık bir sistem olarak modellenebilir. Topaklanmış kütle modeli, sürekli bir sistemin sonlu sayıda atalet elemanları ile modellenmesidir. Burada sistemin modelleyen sonlu sayıdaki topaklanmış kütle elemanları düğüm noktası olarak adlandırılabilir. Bu bölümde kesici takım, sürekli sistemlerin topaklanmış kütle yaklaşımı ile modellenecektir.

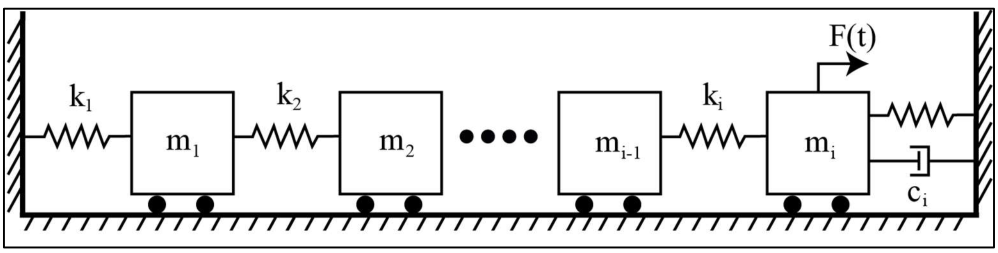


Şekil 5.10. Kesici takım idealizasyonu

Sistem Şekil 5.10.'da verildiği gibi elastik ama kütlesiz elemanlarla birbirlerine bağlı sonlu sayıda topaklanmış kütle elemanları ile idealleştirilebilir. Sistemin kesme kuvvetleri altında zorlanmış yer değiştirmesine ait hareket denklem takımı, matris formunda aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

$$[M]\{\ddot{\delta}\}+[C]\{\dot{\delta}\}+[K]\{\delta\}=\{F\} \tag{5.63}$$

Burada, sistemin ivme, hız ve yer değiştirme matrisleri sırasıyla $\{\delta\}$ ve türevleri ile ifade edilir. [M] kütle matrisini, [C] sönüm matrisini ve [K] direngenlik matrisini gösterir. Sistemi temsil eden kütle-yay-damper sistemi Şekil 5.11.'de verildiği gibi temsil edilebilir.



Şekil 5.11. Kütle, yay, damper sistemi

Verilen *n* serbestlik dereceli sistemin kütle köşegen matrisi, sönüm matrisi ve direngenlik matrisi aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

$$[M]=\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} \tag{5.64}$$

$$[C]=\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,n} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m,1} & c_{m,2} & \cdots & c_{m,n} \end{bmatrix} \tag{5.65}$$

$$[K]=\begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \cdots & k_{1,n} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \cdots & k_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m,1} & k_{m,2} & \cdots & k_{m,n} \end{bmatrix} \tag{5.66}$$

Eş. 5.63 ile verilen denklemlerin doğal frekans ve mod biçimlerinin çözümü bir öz değer öz vektör problem çözümü gerektirir. Serbestlik derecesi *n* olan sönümsüz doğrusal bir sistemi ifade eden denklemlerin genel formu:

$$[M]\{\ddot{\delta}\}+[K]\{\delta\}=0 \tag{5.67}$$

Bir sistemin serbest titreşimleri bir potansiyel veya kinetik enerji tarafından başlatılır. Eş. 5.67 ile verilen sistemde sönüm elemanı yoktur ve bu durumda sistemin serbest titreşimlerinin periyodik olarak salınım yapması beklenir. Sistemin normal mod çözümü için Eş. 5.68 varsayımı yapılabilir:

$$\delta(x,t)=\phi(x)q(t) \tag{5.68}$$

Titreşim hareketi zamanla salınım yapan basit harmonik bir hareket olarak tanımlanabilir:

$$q(t) = A\cos(\omega_n t) + B\sin(\omega_n t) \tag{5.69}$$

Eş. 5.68 ve Eş. 5.69*,* Eş. 5.67'de türevleri alınarak yerlerine konulursa sistemin karakteristik denklemi elde edilir:

$$\left|(K-\lambda M)\right| = 0; \qquad \lambda = \omega^2; \qquad \mathrm{q} \neq 0 \text{ ve } \phi \neq 0 \tag{5.70}$$

Eş. 5.70'de öz değer-öz vektör probleminin çözümü, doğal frekansları ve titreşim biçimlerinin hesaplanmasını sağlar. ÇSD sistemlerde ikinci derecen bir sistemin köklerini hesaplamak için ikinci dereceden denklemler kullanılır. Problemin sayısal çözümünün zorluğu, sitemin serbestlik derecesi sayısı ile orantılı üssel olarak büyür. Serbestlik derecesi n olan ÇSD sistemlerin doğal frekansları karakteristik denklemlerinin kökleridir. Köklerin bulunması için n X n boyutlarında kare matrisin determinantının hesaplanmasını gerektirir. Şekil 5.10.'de idalizasyonu Şekil 5.11.'de kütle-yay-damper sistemi verilen *n* adet topaklanmış kütle modeli için sertlik matrisi aşağıda verildiği gibidir:

$$[\mathrm{K}] = \begin{bmatrix} \mathrm{k}_1 + \mathrm{k}_2 & \text{-k}_2 & 0 & 0 & 0 \\ \text{-k}_2 & \mathrm{k}_2 + \mathrm{k}_3 & \text{-k}_3 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \text{-k}_{n-2} & \mathrm{k}_{n-2} + \mathrm{k}_{n-1} & \text{-k}_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \text{-k}_{n-1} & \mathrm{k}_{n-1} + \mathrm{k}_n \end{bmatrix} \tag{5.71}$$

Sistemin homojen olduğu ve eş kütlelere sahip olduğu ve *n=5* adet topaklanmış kütle modeli varsayımı ile $k_1 = k_2 = \ldots = k_n = k$ olarak alınabilir. Bu durumunda, sistemin katsayıları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$[\mathrm{M}] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}; [\mathrm{C}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}; [\mathrm{K}] = \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 & 0 & 0 \\ -k & 2k & -k & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k & -k & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k & -k \\ 0 & 0 & 0 & -k & 2k \end{bmatrix} \tag{5.72}$$

Eş. 5.70'in determinantı alınırsa:

$$\begin{vmatrix} -\beta+2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\beta+2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -\beta+2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -\beta+2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\beta+2 \end{vmatrix} = 0; \quad \beta = \frac{\lambda m}{k} \tag{5.73}$$

Eş. 5.73'ün köklerinden doğal frekanslar:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 1,837\sqrt{\tfrac{k}{m}}\ {}^{rad}\!/_{s} \\ \omega_2 &= 1,732\sqrt{\tfrac{k}{m}}\ {}^{rad}\!/_{s} \\ \omega_3 &= 1,414\sqrt{\tfrac{k}{m}}\ {}^{rad}\!/_{s} \\ \omega_4 &= 1\sqrt{\tfrac{k}{m}}\ {}^{rad}\!/_{s} \\ \omega_5 &= 0,518\sqrt{\tfrac{k}{m}}\ {}^{rad}\!/_{s} \end{aligned} \tag{5.74}$$

Sistemin titreşim biçimlerinin çözümü *n* adet denklemin eş zamanlı çözümünü gerektirir:

$$\begin{bmatrix} -\beta_i+2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\beta_i+2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -\beta_i+2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -\beta_i+2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\beta_i+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1^i \\ \phi_2^i \\ \phi_3^i \\ \phi_4^i \\ \phi_5^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.75}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_1^i \\ \phi_2^i \\ \phi_3^i \\ \phi_4^i \\ \phi_5^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\beta_i+2 \\ (-\beta_i+2)^2-1 \\ (-\beta_i+2)^3-2(-\beta_i+2) \\ (-\beta_i+2)^2-2 \end{bmatrix} \phi_1^i \tag{5.76}$$

Eş. 5.75 ile verilen denklem takımı, birbiri cinsinden Eş. 5.76'da verildiği gibi yazılabilir. ÇSD bir sistemin normalleştirme kısıtlamalarını ortadan kaldırmak için mod biçiminin kendisiyle kinetik enerjisinin çarpımının bire eşitlenmesi mod biçimlerinin normalleştirilmesi için uygundur:

$$\phi^{i^T} M \phi^i = 1 \tag{5.77}$$

Eş. 5.76'da β değerleri yerine konulursa denklem takımı birbiri cinsinden ifade edilir ve Eş. 5.77 kabulü ile normalleştirilmiş mod biçimleri için çözüm yapılır:

$$\left[\phi_n^1\right] = \left[\phi_n^1 \quad \phi_n^2 \quad \phi_n^3 \quad \phi_n^4 \quad \phi_n^5\right] = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{m}}} \begin{bmatrix} 0,2887 & 0,5 & 0,4082 & 0,5 & 0,1838 \\ -0,5001 & -0,5 & 0 & 0,5 & 0,3184 \\ 0,5774 & 0 & -0,4082 & 0 & 0,367 \\ -0,5002 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,8340 \\ 0,2887 & -0,5 & -0,8164 & -0,5 & 0,1838 \end{bmatrix} \tag{5.78}$$

Modal matrislerin elde edilmesi ve bunların kullanılmasıyla hareket denklemleri birbirlerinden bağımsız ifade edilebilir. Açılım teoremi, herhangi bir zamanda Eş. 5.63 ile verilen denklemin, zamanın sürekli bir fonksiyonu olan $p_i(t)$, i = 1,2,3,…,n katsayılarını içeren öz vektörlerinin serisi şeklinde açılabildiğini ifade eder:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} \phi^i q_i(t) \tag{5.78}$$

Eş. 5.68'de yapılan kabul ile Eş. 5.63 tekrar yazılıp denklemin her iki tarafı modal matrisin transpozu ile çarpılarak yazılırsa Eş. 5.79 elde edilir:

$$[\phi]^T \left[M\right][\phi]\{\ddot{q}\} + [\phi]^T [C][\phi]\{\dot{q}\} + [\phi]^T [K][\phi]\{q\} = [\phi]^T \{F\} \tag{5.79}$$

Burada sırasıyla modal kütle, modal viskoz sönüm ve modal sertlik matrislerinin eşitleri aşağıda verildiği gibidir:

$$[\phi]^T \left[\mathrm{M}\right][\phi] = [\mathrm{I}];\ [\phi]^T [\mathrm{C}][\phi] = 2\zeta_i\omega_i;\ [\phi]^T [\mathrm{K}][\phi] = \omega_i^T;\ [\phi]^T \{\mathrm{F}\} = \Gamma(\mathrm{t}) \tag{5.80}$$

Eş. 5.80, Eş. 5.79'da yerlerine yazılırsa Eş. 5.79 aşağıdaki hali alır:

$$\ddot{\mathrm{q}}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{\mathrm{q}}_i + \omega_i^2\mathrm{q}_i = \Gamma(\mathrm{t}) \tag{5.81}$$

Sisteme etkiyen kuvvet, modal matris ile çarpılır:

$$\Gamma(t)=\frac{1}{\sqrt{m}}\begin{bmatrix}0,2887\\-0,5\\-0,8164\\-0,5\\0,1838\end{bmatrix}F_0(t) \tag{5.82}$$

Burada $F_0(t)$ periyodiktir ve Fourier serisi ile aşağıdaki gibi açılabilir:

$$F_0(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{j=1}^{a}a_j\cos j\omega t+\sum_{j=1}^{a}b_j\sin j\omega t \tag{5.83}$$

Buna göre, Eş. 5.81 aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{q}_i+2\zeta_i\omega_i\dot{q}_i+\omega_i^2 q_i=\left(\frac{A_0}{2}+\sum_{j=1}^{a}A_j\cos j\omega t+\sum_{j=1}^{a}B_j\sin j\omega t\right)$$
$$\varphi=\frac{\phi}{\sqrt{m}};\quad A_0=a_0\varphi;\quad A_j=a_j\varphi;\quad B_j=b_j\varphi; \tag{5.84}$$

Eş. 5.84 ile verilen sistemin düzenli rejim cevabını bulmak için doğrusal süperpozisyon prensibi kullanılabilir. Sistemin asal koordinatları aşağıdaki gibidir:

$$q_i(t)=\frac{A_0}{2k_i}+\sum_{j=1}^{n}\frac{A_0/k_i}{\sqrt{\left(1-r_i^2\right)+\left(2\zeta r_i\right)^2}}\cos(\omega t-\psi_j)$$
$$+\sum_{j=1}^{n}\frac{B_0/k_i}{\sqrt{\left(1-r_i^2\right)^2+\left(2\zeta r_i\right)^2}}\sin(\omega t-\psi_j) \tag{5.85}$$
$$r_i=\frac{\omega}{\omega_i};\ \psi_j=\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right);\ \text{i=1,2,...,n ve j=1,2,...,n}$$

$$x_i(t)=[\phi]q_i \tag{5.86}$$

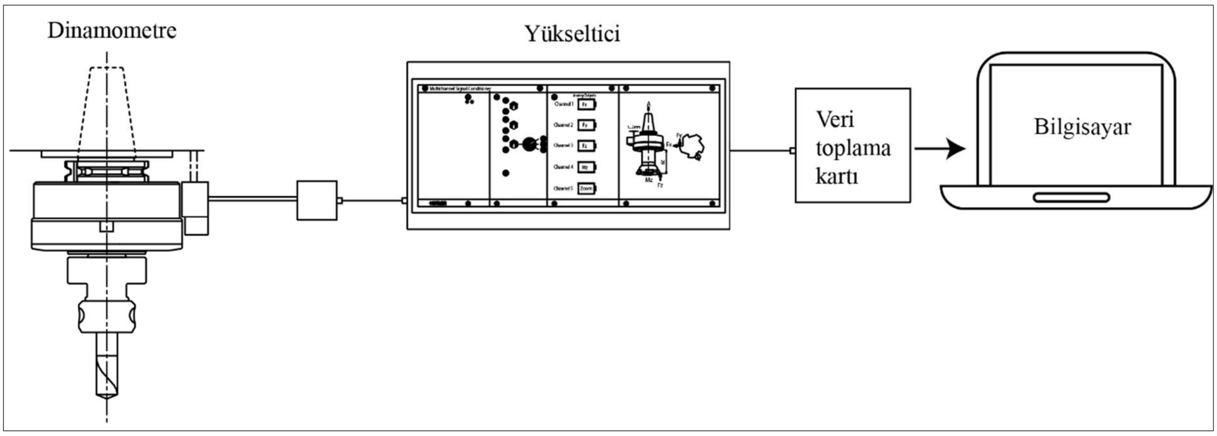
Buna göre, genel koordinatlar için çözüme aşağıda verildiği gibi gidilebilir:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1^1 & \phi_1^2 & \phi_1^3 & \phi_1^4 & \phi_1^5 \\ \phi_2^1 & \phi_2^2 & \phi_2^3 & \phi_2^4 & \phi_2^5 \\ \phi_3^1 & \phi_3^2 & \phi_3^3 & \phi_3^4 & \phi_3^5 \\ \phi_4^1 & \phi_4^2 & \phi_4^3 & \phi_4^4 & \phi_4^5 \\ \phi_5^1 & \phi_5^2 & \phi_5^3 & \phi_5^4 & \phi_5^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \\ q_4(t) \\ q_5(t) \end{bmatrix} \tag{5.87}$$

6. DENEY SİSTEMİ, OPTİMİZASYON VE SAYISAL ÇÖZÜMLER

6.1. Deney Sistemi

Çalışmada deneylerde kullanılmak üzere, endüstriyel üretimin olduğu birçok alanda sıklıkla kullanılan mühendislik malzemesi AISI 4140 ıslah çeliği tercih edilmiştir. Kesici takım olarak, 9.5 mm kesici çapında, Tungsten karbür (WC) hammaddesinden özel olarak üretilmiş AlCrN kaplamalı ve 38° helis açısına sahip parmak freze kullanılmıştır. Deneyler, Gazi Üniversitesi İmalat Mühendisliği İşlenebilirlik Laboratuvarlarında Haas VF 2 SS marka ve model 5 eksen CNC dik işleme merkezinde gerçekleştrilmiştir. Frezeleme sırasında oluşan kuvvetlerin ölçümü için, Kistler Type 9123C marka ve model üç eksende kuvvet ve tork ölçebilen dönel dinamometre kullanılmıştır. Ölçüm sistemi şematik olarak Şekil 6.1.'de gösterilmiştir.



Şekil 6.1**.** Deney düzeneğinin şematik gösterimi

Görseli verilen ölçüm sistemi, frezeleme esnasında oluşan kuvvetler dinamometrede piezo-elektrik şarj oluşturur ve bu sinyaller bir yükselticiye gönderilerek belirli bir katsayı ile yükseltilir. Yükseltilen kuvvet sinyalleri önce veri toplama kartına yazdırılır ve veri toplama kartı aracılığı ile bir bilgisayara aktarılır. Bilgisayara aktarılan işlenmemiş ham kuvvet verileri DynoWare isimli yazılım programı aracılığı ile okunarak işlenebilir.

Resim 6.1. Deney düzeneği

Frezeleme esnasında oluşan kuvvetleri ölçmek için kullanılan deney düzeneğinin resmi Resim 6.1.’de verilmiştir.

6.2. Frezeleme Kuvvet Dağılım Analizi

6.2.1. Kalibrasyon testleri

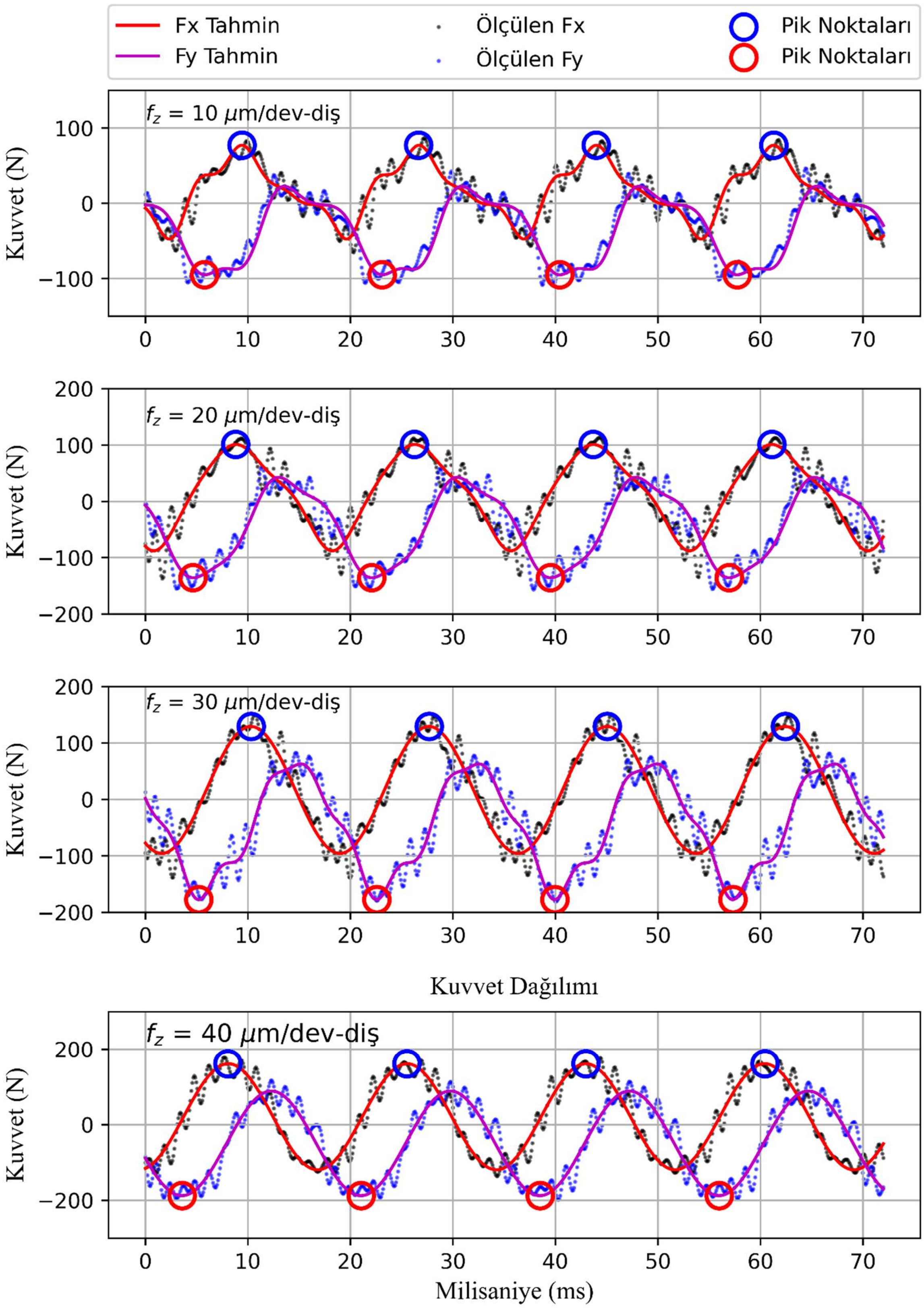
Kalibrasyon testleri, deneylerin özdeşliğinin artırmak amacıyla her bir parametre için yapılan deneylerde aynı tip farklı takım kullanılarak üç tekrarlı olarak gerçekleştirilmiştir. Ek olarak frezelemesi yapılacak numuneler, tezgaha bağlanma sırasında paralelliğin sağlanması ve işleme şartlarının eş olması için aynı ölçülere işlenmiş, alt ve üst yüzeyleri taşlanmıştır. Ölçüm cihazlarının yüksek hassasiyette olması deney şartlarının doğru ve kararlı bir çerçevede yapılmasını gerektirir. Eğer kararlı bir deney şartı sağlanmazsa bu durum ölçüm verilerine doğrudan yansıyacak ve anlamlı verilerin elde edilebilmesini zorlaştıracaktır. Bu nedenle frezeleme deneylerinde öncelikle doğru parametrelerin kullanılması gereklidir. Bu çalışma için yapılan frezeleme deneylerinde kullanılan parametreler Çizelge 6.1.’de verilmiştir. Kesme hızı, ön frezeleme deneyleri ile 100 m/dk şeklinde belirlenmiş ve deneylerde bu parametre sabit tutulmuştur.

Çizelge 6.1. Deney parametreleri ve Fx ve Fy için sinüzoidal optimizasyon doğruluk değerleri

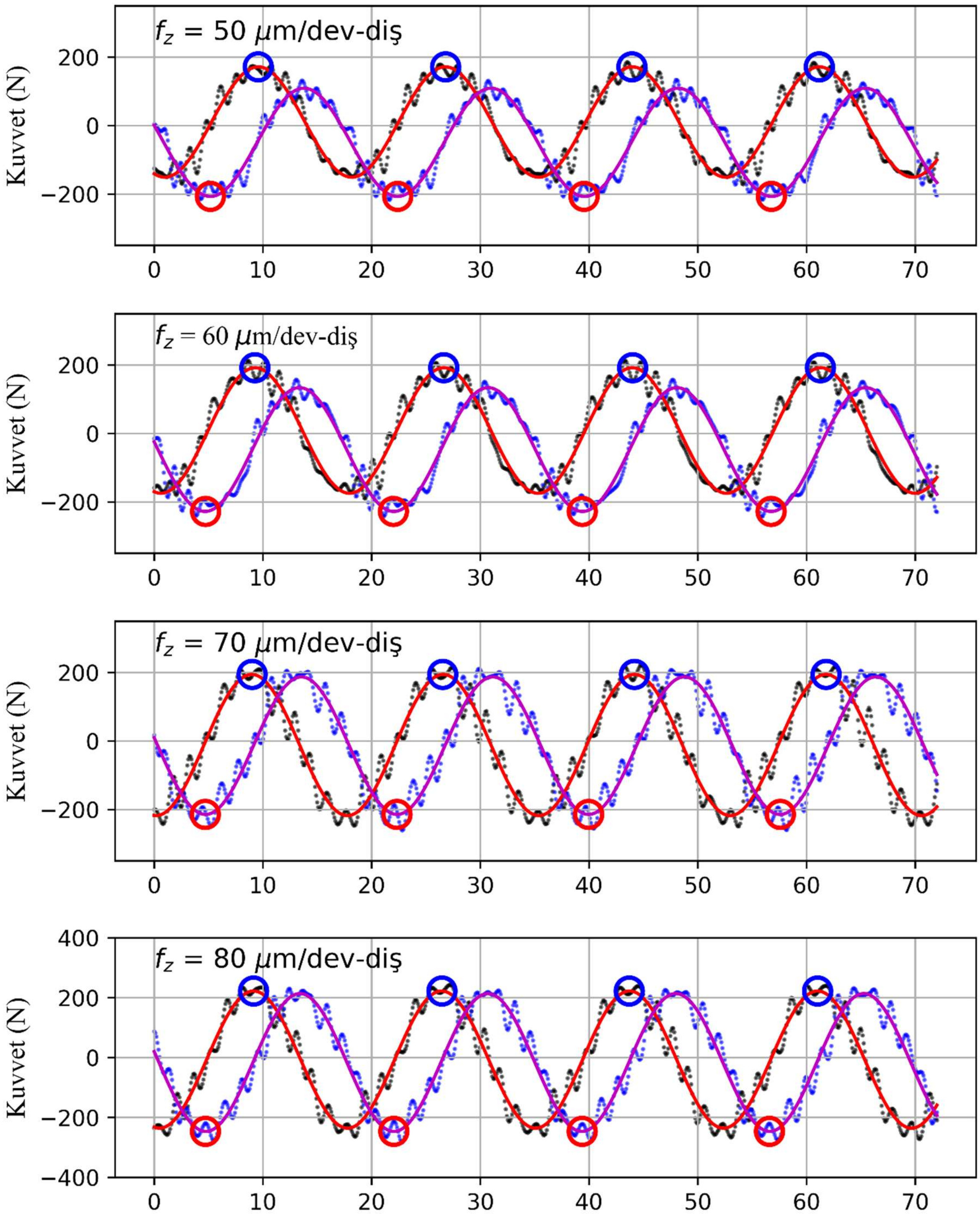
Deney	Kesici Sayısı	İşlem	İlerleme µm	Eksenel Derinlik mm	Fx – R^2	Fy – R^2	Takım Çapı (mm)	Bağlama Boyu (mm)
1. Deney	4 Dişli	Tam slot	10	0,5	0,888	0,951	9,492	23,213
2. Deney	4 Dişli	Tam slot	20	0,5	0,889	0,933	9,507	23,242
3. Deney	4 Dişli	Tam slot	30	0,5	0,951	0,941	9,503	23,198
4. Deney	4 Dişli	Tam slot	40	0,5	0,948	0,938	9,525	23,181
5. Deney	4 Dişli	Tam slot	50	0,5	0,959	0,954	9,509	23,204
6. Deney	4 Dişli	Tam slot	60	0,5	0,968	0,962	9,488	23,175
7. Deney	4 Dişli	Tam slot	70	0,5	0,946	0,954	9,506	23,245
8. Deney	4 Dişli	Tam slot	80	0,5	0,957	0,957	9,511	23,292
9. Deney	4 Dişli	Tam slot	90	0,5	0,958	0,982	9,521	23,218
10. Deney	4 Dişli	Tam slot	100	0,5	0,974	0,975	9,507	23,253
11. Deney	4 Dişli	Tam slot	110	0,5	0,977	0,976	9,487	23,199
12. Deney	4 Dişli	Tam slot	120	0,5	0,975	0,972	9,492	23,162
13. Deney	4 Dişli	Tam slot	120	0,5	0,976	0,976	9,492	23,264
14. Deney	4 Dişli	Tam slot	140	0,5	0,966	0,968	9,513	23,298

6.2.2. Kuvvet sinyallerinin optimizasyonu

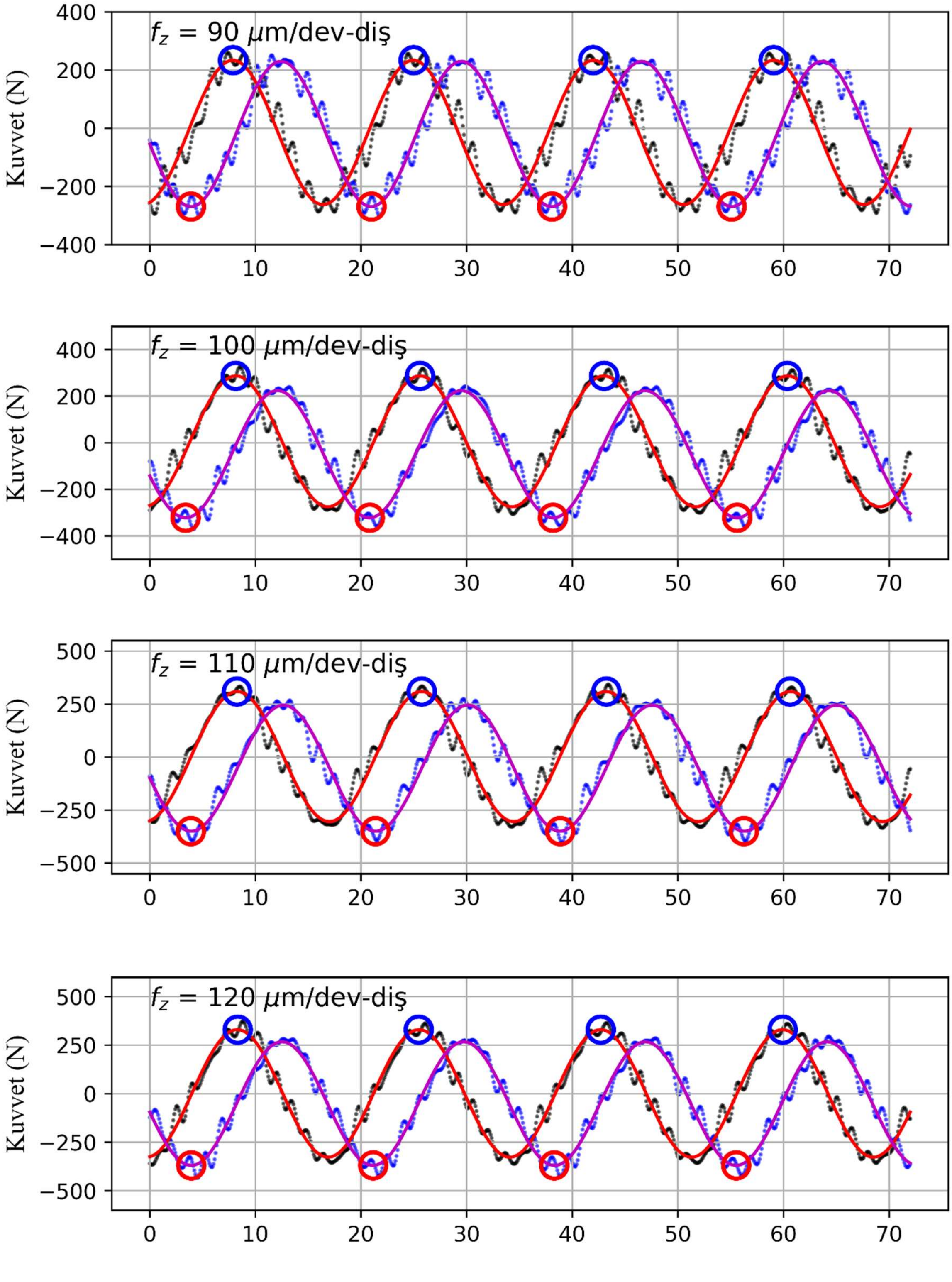
Yüksek örnekleme oranlarında ölçümü yapılan kesme kuvvetleri sistemin doğası gereği ayrık zamanda olup gürültü içerebilmektedir. Kararlı bir dinamik analiz için, bu gürültülerin minimize edilmesi ve verilerin sürekli zamanda bir tahmin modelinin elde edilmesi gereklidir. Ölçüm verilerinin genel formu bir sinüzoit olması sebebiyle sistemin tahmin modelinin geliştirilmesi için Bölüm 5.4'de sunulan yöntem kullanılmıştır. Kullanılan yöntem ile geliştirilen tahmin modeli için elde edilen sonuçlar Şekil 6.3.'de yer alan grafikler ile verilmiştir.



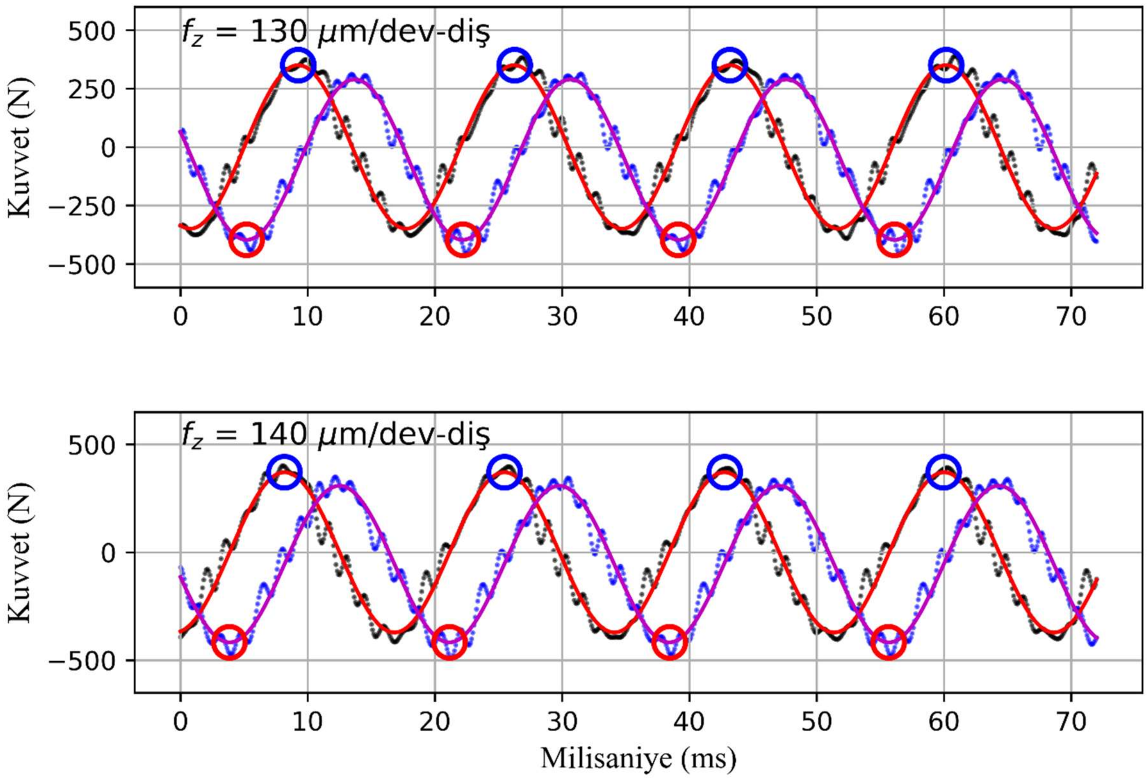
Şekil 6.2. Optimize edilen kuvvet verilerinin grafikleri



Şekil 6.2. (Devam) Optimize edilen kuvvet verilerinin grafikleri



Şekil 6.2. (Devam) Optimize edilen kuvvet verilerinin grafikleri

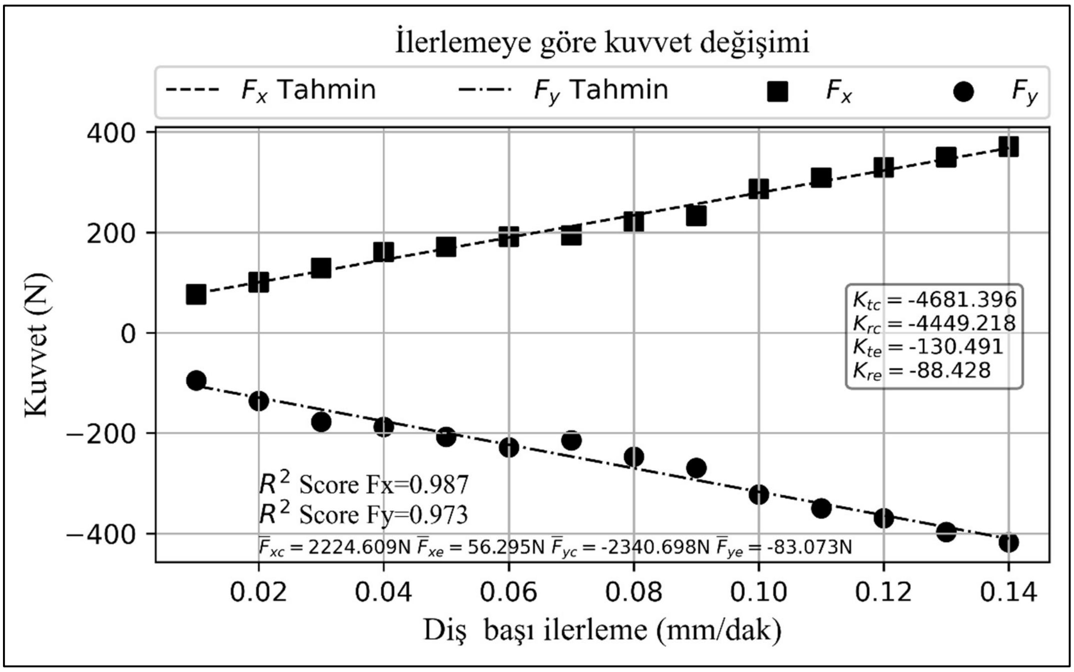


Şekil 6.2. (Devam) Optimize edilen kuvvet verilerinin grafikleri

Fourier yaklaştırması yöntemi kuvvet verilerine oldukça hızlı yakınsamış ve uygun tahmin fonksiyonları elde edilmiştir [95]. Yapılan tahminlerin, gerçek kuvvet değerlerine göre performansı R^2 denklemine göre değerlendirilmiş, sonuçları Çizelge 6.1'de verilmiştir. Buna göre, elde edilen fonksiyon performanslarının ortalama %95 ve üzerinde olduğu görülmektedir. Kuvvet verilerinin sinüzoidal formda olması, sunulan matematiksel yöntem ile yapılan tahminlerin gerçek verilere oldukça hızlı yakınsamasını sağlamıştır. Nihai olarak optimize edilmiş kuvvet fonksiyonları ile ideal kuvvet eğrileri elde edilmiştir.

6.2.3. Kesme katsayılarının hesaplanması

Kesme katsayılarının doğru kalibre edilmesi, kuvvet tahminin doğruluğu için önemli etkiye sahiptir. Bu çalışma için, Bölüm 5.2'de verilen yöntemle hesaplanan kesme katsayıları Şekil 6.4.'de verilmiştir.



Şekil 6.3. İlerlemeye göre kuvvet değişimi ve hesaplanan kesme katsayıları

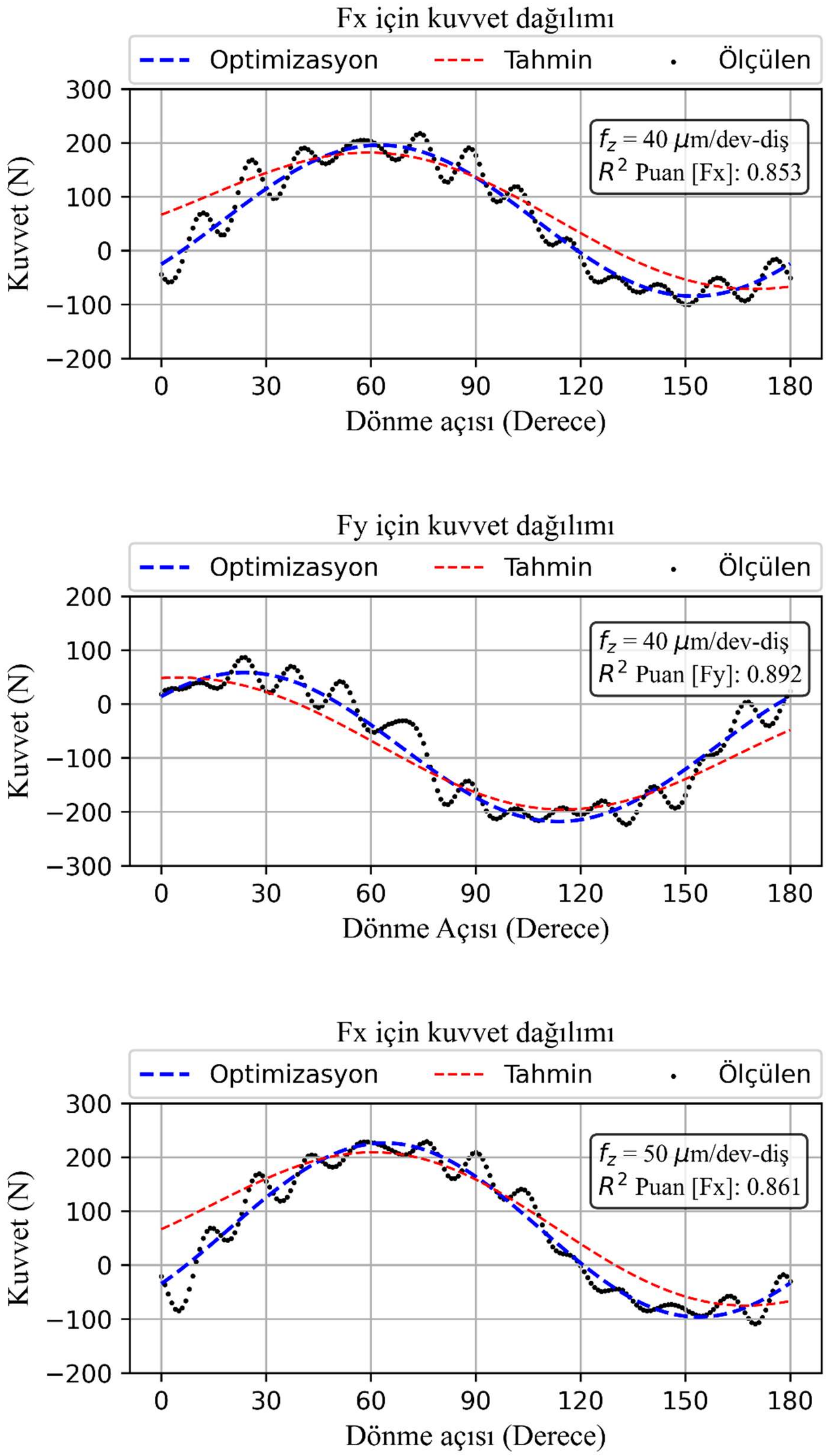
6.2.4. Kuvvet tahminlerinin deneysel ölçümlerle doğrulanması

Çalışmada verilen yöntem kullanılarak kurgulanan model kullanılarak kesme kuvveti tahminleri gerçekleştirilmiştir. Yapılan kuvvet tahminlerini doğrulamak için, sonuçlar aynı şartlar altında yapılan deneysel ölçümlerle karşılaştırılmıştır. Tahmin edilen kuvvetler ile ölçüm sonuçlarının karşılaştırılması Şekil 6.5.’te verilmiştir.

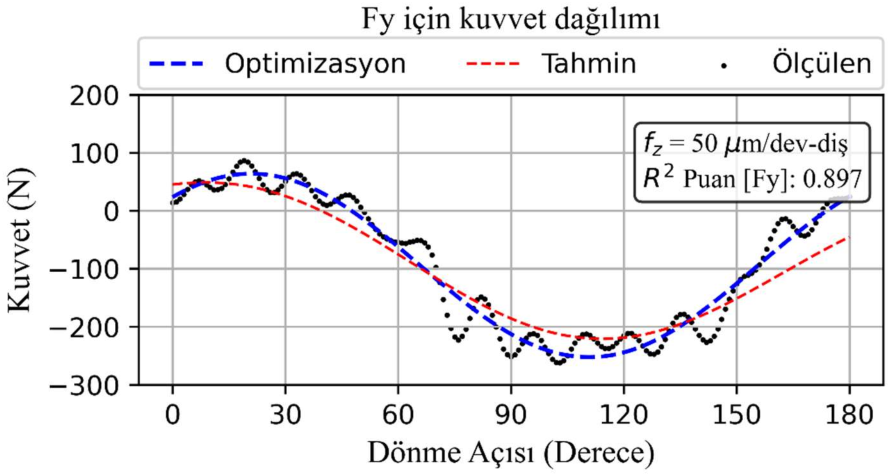
Çizelge 6.2. Farklı ilerleme hızlarında F_x ve F_y için yapılan kuvvet tahminlerinin deneysel sonuçlarla karşılaştırılması

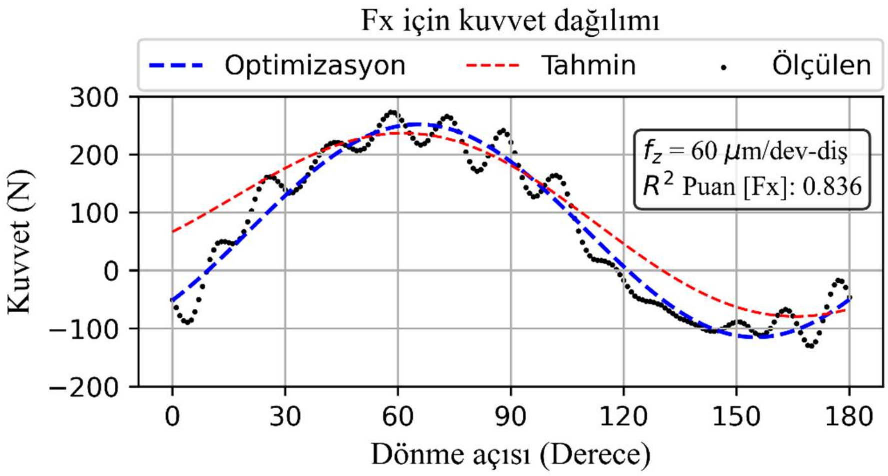
f_z – µm/dev-diş	F_x Kuvveti R^2 – Puan (%)	F_y Kuvveti R^2 – Puan (%)
40	%85,3	%89,2
50	%86,1	%89,7
60	%83,6	%87,1

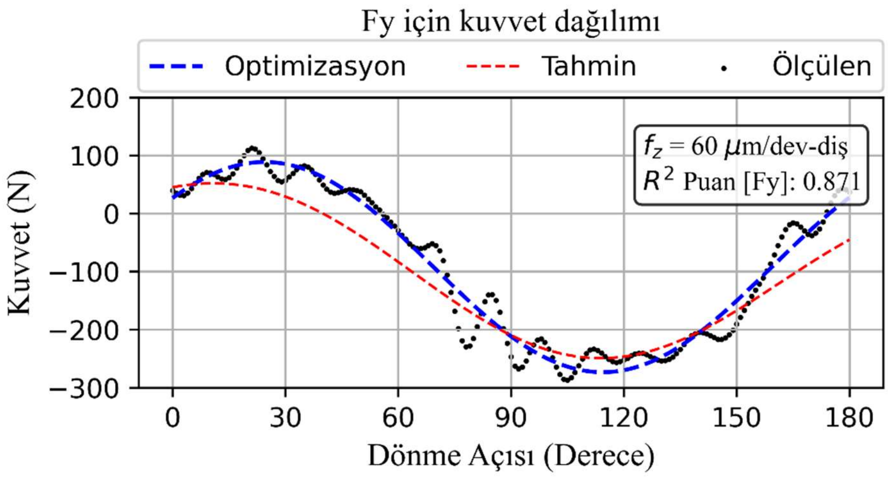
Farklı ilerleme hızlarında yapılan tahmin sonuçları, üç tekrarlı deneyler ile yapılan ölçümlerle karşılaştırılmıştır. Elde edilen veriler (R^2) determinasyon katsayısı ile değerlendirilmiştir. Tahmin modelinin F_x ve F_y için performansları Çizelge 6.2.’de verilmiştir.



Şekil 6.4. Tahmin edilen kuvvetler ile deneysel ölçülen kuvvetlerin karşılaştırılması







Şekil 6.4. (Devam)Tahmin edilen kuvvetler ile deneysel ölçülen kuvvetlerin karşılaştırılması

Sunulan modelde parmak frezeleme operasyonlarında kesme kuvvetlerini tahmin edebilmek için kullanılan özel kesme kuvveti katsayıları tekrarlı bir dizi deneyler ile doğrusal kenar kuvveti yaklaşımı ile hesaplanmıştır. Hesaplamalarda kullanılan yöntemler için detaylı açıklamalar Bölüm 5'te verilmiştir. Elde edilen tahmin sonuçları, deneysel ölçüm sonuçları ile karşılaştırıldığında, tahmin edilen kuvvetlerin gerçek kuvvetlere göre yakınsaklık performansları Çizelge 6.2.'de sunulmuştur.

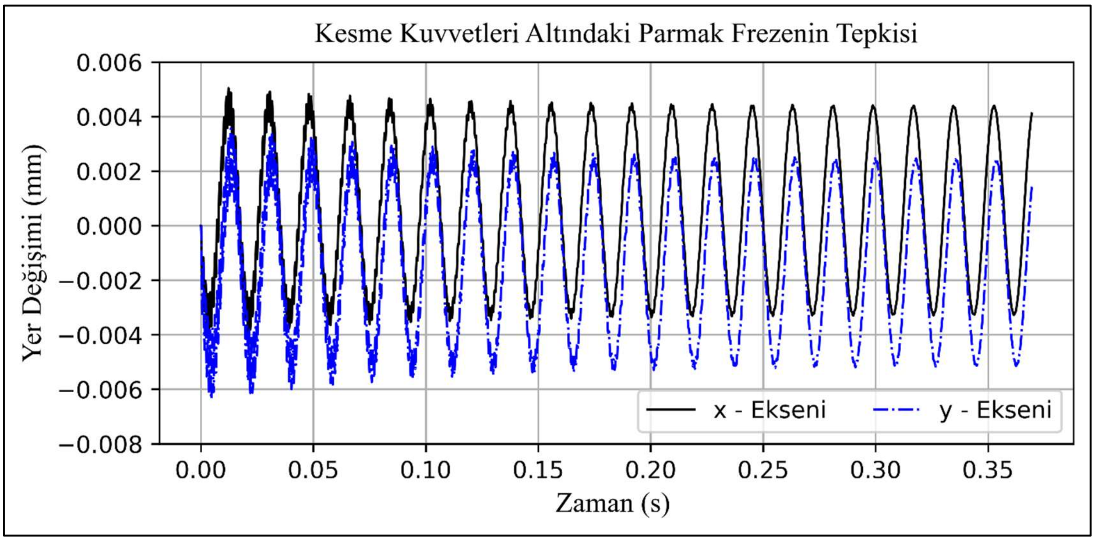
6.3. Hareket Denklemlerinin Sayısal Çözümü

Kesme kuvvetleri etkisi altındaki kesici takım sistemi iki serbestlik dereceli basit ankastre kiriş şeklinde modellenmiş ve sistemin hareket denklemleri sonlu fark denklemleri kullanılarak sayısal olarak çözümlenmiştir. Sıralı çözümler, bilgisayar yardımı ile Python programlama dili kullanılarak hesaplanmıştır. Sönüm katsayısı, Young modülü ve bağlama mesafesi, uzunluğu (l/d) değerleri Çizelge 6.3.'te verilmiştir. Yapılan sayısal çözüm için geliştirilen dinamik modelin cevabı Şekil 6.6.'da verilmiştir.

Çizelge 6.3. Sistem parametreleri [35]

Takım Çapı	*Uzunluk*	*Sönüm Kat. (c)*	*Elastik Mod. (E)*	*İş mili hızı (ω)*
10 mm	20mm	20 N m/s	200 GPA	3350 rpm

Sunulan çözümde sisteme etki eden kesme kuvvetleri için, 40 μm/dev-diş ilerleme hızlarında daha önceki bölümlerde verilen ve deneysel olarak elde edilen ve optimize edilen kuvvet verileri kullanılmıştır.



Şekil 6.5. Kesme kuvveti uyarıları altındaki sistemin cevabı

Kesme anında takım hareketlerinin analizi, takım tasarımı, takım ömrü, iş parçası boyutsal hataları ve kesme kararlılığının iyileştirilmesi gibi çalışmalar için önemli katkı sağlar. Özellikle mikro işleme alanında boyutsal toleranslar ve yüzey kalitesi gibi değerler için istenilen sınır aralıklarının sağlanması büyük bir önem arz eder. Bu gibi ihtiyaçların karşılanması için yapılan çalışmalara, kesme sürecinin analizi önemli katkı sağlar. Bununla beraber, frezeleme sürecin anlık takibi ve parametrelerin geçek zamanlı iyileştirilmesi gibi endüstriyel yararın artırılması amacıyla geliştirilen uygulamalarda kullanımı uygundur.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Önemli bir üretim yöntemi olan frezeleme işleminin kararlılığı takım tezgâhının rijitliği, iş parçası malzemesi ve işleme parametreleri gibi birçok faktöre bağlıdır. Kesme sürecinin kararlılığı işlenen parçanın yüzey kalitesi, boyutsal hataları, takım ömrü ve harcanan güç gibi değerler için dikkate alınması gereken önemli bir konudur. Kesme kararlılığının iyileştirilmesi sürecin analiz edilmesini gerektirir. Sistemin doğru bir şekilde analizi, kesme mekaniğinin anlaşılması ile mümkündür. Bu nedenle, kesme dinamiğinin matematiksel olarak modellenmesi ve incelenmesi kaçınılmazdır. Frezeleme işlemi, takım tezgâhındaki salgılar, bağlama aparatları, kesici takım tutucuları, talaş geometrisi, iş parçası malzemesinin mekanik özellikleri, soğutma şekli, kesici takım malzemesi ve geometrisi gibi birçok faktöre bağlı hesaplanması oldukça zor, üç boyutlu karmaşık bir dinamiğe sahiptir. Araştırmacılar, bu karmaşık hesaplamaların üstesinden gelmek ve frezeleme sürecini açıklamak için belirli varsayımlar altında iki boyutlu dik kesme modeli üzerinde yapılan transformasyon işlemleri ile geliştirilen eğik kesme modelini kullanmışlardır. Kesici takım frezeleme sırasında oluşan kuvvetlerin etkisiyle şekil değişimine uğrar ve işlenen parça üzerinde boyutsal hatalara neden olan zorlanmış titreşim davranışı gösterir. Bu tip titreşimler, yüzey kalitesi ve iş parçası boyutsal hatalarını önemli öcüde etkilemekle birlikte talaş kaldırma oranları içinde belirli sınırlar getirir. Bu yüzden, kesme kuvvetlerinin tahmini, boyutsal hataların analizi, yüzey kalitesi ve takım ömrünün iyileştirilmesi gibi çalışmalar için çok önemlidir.

Bu çalışmada, kesme kuvvetleri tahmin modelinde yer alan, bir dizi deney ile mekanistik olarak hesaplanan özel kesme katsayıları için deneysel veriler optimize edilmiştir. Optimizasyon işlemi Fourier yaklaştırması olarak bilinen matematiksel yöntem ile MATLAB ortamında gerçekleştirilmiştir. Kuvvet tahminleri için sunulan yöntemde parmak freze geometrisi z ekseni doğrultusunca diferansiyel disk elemanlarına bölünmüş ve her disk elemanı kesici kenarlarına etki eden kesme kuvvetleri hesaplanmıştır. Bu işlem Python programlama dili yardımıyla bilgisayar ortamında her bir disk elemanı için eksenel talaş derinliği boyunca entegrasyon işlemi yapılarak anlık kuvvetler hesaplanmıştır. Yapılan hesaplamalarda kesici helis açısından kaynaklı z ekseni boyunca oluşan değişken talaş biçimi hesaplamalarda dikkate alınarak her entegrasyon işlemi için güncellenmiştir. Hesaplanan kuvvet tahmin sonuçları, aynı kesme şartları altında yapılan deneysel ölçüm sonuçlarının karşılaştırılmasıyla değerlendirilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar ve bulgular ile ileride gerçekleştirilebilecek çalışmalar için bazı öneriler aşağıda özetlenmiştir:

- Kuvvet tahminlerinin gerçekleştirilmesinde özel kesme katsayılarının doğru olarak hesaplanması gereklidir. Bu nedenle, malzeme ve takım çiftinin kalibrasyonu için yapılan frezeleme deneyi ölçümlerinde var olan gürültünün minimizasyonu ve ayrık zamanda bulunan kuvvet verilerinin sürekli zamanda tanımlanması için Forier yaklaştırması yöntemi kullanılabilir.
- Sunulan yöntem, endüstriyel alanda frezeleme sürecinin kararlılığı, takım ömrü, yüzey pürüzlülüğü ve boyutsal hatalar gibi birtakım tahminlerin gerçekleştirilmesine imkân tanır. Bununla beraber, frezeleme sürecinin anlık takibi ve kontrolünün yapılabilmesi için gerçek zamanlı uygulamaların geliştirilmesine; yüzey kalitesi, takım ömrü ve güç tüketimi gibi çıktıların iyileştirilmesine katkıda bulunabilir.
- Malzeme ve takım çifti için yapılan kalibrasyon deneyleri ve ölçüm verilerinin optimize edilmesiyle hesaplanan özel kesme katsayıları yalnızca takım ve iş parçası malzemesi için olarak özel olarak hesaplanmıştır.
- Özel kesme katsayılarının hesaplanmasında doğruluğun artırılması için farklı ilerleme hızlarında üç tekrarlı bir dizi deney yapılmıştır. Yapılan deneylerin özdeşliğinin sağlanması amacıyla, deney numuneleri eş boyutlara işlenmiş ve yüzeylerinin paralelliğinin sağlanması için üst ve alt yüzeyleri taşlanmıştır. Bununla beraber kesici bağlama uzunluğunun etkisinin her deneyde aynı etki göstermesi için bağlama uzunlukları belli bir ölçüde sabit tutulmuş ve her deney için bağlama uzunluklarının kontrolü elektronik ölçme sistemleri ile doğrulanmıştır. Böylece takım bağlama boyutu farkları ve iş parçası paralelliğinden kaynaklı değişken etkiler asgari seviyeye indirgemiştir.
- Kesme bölgesine taşınan talaşın sıkışmasından kaynaklanan etkiler ölçüm verilerinde gürültüye neden olmuştur. Kesici ve iş parçası çifti için talaşın kesme bölgesinden uzaklaştırılamamasının nedeninin kesici helis açısından kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Bu olumsuz etkinin asgari düzeye indirilmesi için deney ölçümleri basınçlı hava soğutma şartları altında gerçekleştirilmiştir.
- Deneysel ölçümlerde kullanılan dinamometrenin yapısı gereği iş mili ile kesici takım arasında yer almaktadır. Bu durum, kesicinin iş miline olan bağlama mesafesini artırmış ve kesme sırasında kararsızlığa neden olmuştur. Bu olumsuz etkinin asgari

düzeye indirilmesi için ön frezeleme deneyleri ile optimize edilen kesme parametreleri kalibrasyon deneylerinde kullanılmıştır.

- Önerilen yöntem ile üç farklı ilerleme hızında tahmin yapılmış ve sonuçlarının doğruluğunu değerlendirmek için aynı kesme koşulları altında üç tekrarlı frezeleme deneyleri yapılmıştır. Deneysel ölçüm sonuçları ile yapılan tahmin sonuçları F_x ve F_y kesme kuvvetleri için karşılaştırılarak determinasyon katsayısı ile değerlendirilmiştir. Deneysel ölçümlere göre yapılan tahminleri doğruluğu farklı ilerleme hızlarına göre sırasıyla F_x için, %85,3 , %86,1 %83,6 F_y için, %89,2, %89,7 ve %87,1 olduğu görülmüştür.
- Önerilen yöntem ile yapılan kuvvet tahminleri ve frezeleme deneyleri ile elde edilen ölçüm sonuçları arasındaki sapmalar, dinamometrenin bağlantı şekli ve doğası, işleme merkezinin yapısında bulunan salgılar, talaş etkileri, kuvvetlerin küçük genlikte dalgalanmaları, kesici takım salgısı ve sehimi, yapılan varsayımların yakınsaklığı ve hesaplamalara katılmayan diğer dinamik etkilere atfedilebilir.
- Günümüzde CAD/CAM kullanımının artması ve üretimde proseslerin önceden planlanmasını kolaylaştırmıştır. Bununla beraber sunulan tahmin yöntemi kullanılarak malzemede oluşabilecek yüzey kalitesi, boyutsal hatalar ve harcanan güç maliyeti gibi bir takım parametrelerin önceden tahmin edilebilmesi sağlanabilir.
- Takıma etki eden kuvvetlerin tahmin edilmesiyle zorlanmış titreşim analizlerinin önceden modellenerek kesme sırasında takım hareketlerinin tahmini ve bu titreşim etkilerinin sonuçlarının analizi gerçekleştirilebilir.
- CAM uygulamalarında kullanıcıya referans olacak değerlerin hesaplanmasında kullanılan yapay zekâ algoritmalarında, parametrelerin kuvvete bağlı olarak optimizasyonun gerçekleştirilmesi çalışmalarına rehberlik edebilir.
- Çalışmada sunulan sayısal yöntem ile verilen hareket denklemlerinin bir kontrolcü tasarımında kullanılmasıyla, karmaşık takım yoluna sahip parmak frezeleme operasyonlarında kesme işleminin sürekli kararlı aralıklarda gerçekleşmesi sağlanabilir. Kesme sürecinin anlık olarak kontrol edilmesi özellikle mikro frezeleme yöntemiyle üretilen parçalar için yüksek yüzey kalitesi ve istenilen aralıklarda boyutsal toleranslar değerlerinin elde edilmesini mümkün kılabilir.

KAYNAKLAR

1. Campomanes, M. L. (1998). *Dynamics of milling flexible structures*, Yüksek Lisans Tezi, The University of British Columbia, 146.

2. Tobias, S. A. (1965). *Machine tool vibration*. (First edition). London: Blackie, 351.

3. Koenigsberger, F. and Tlusty, J. (1970). *Stability against chatter*. in: *Machine tool structures* (First edition). Oxford-England: Pergamon, 528.

4. Tlusty, J. (1986). Dynamics of high-speed milling. *Journal of Engineering for Industry*, 108(2), 59–67.

5. Smith, S. and Tlusty, J. (1990). Update on high-speed milling dynamics. *Journal of Engineering for Industry*, 112(2), 142–149.

6. Campomanes, M. L. (2002). Kinematics and dynamics of milling with roughing end mills, Metal Cutting and High Speed Machining. *Kluwer Academic Publishers-Plenum Press,* 129-140

7. Taylor, F. W. (1906). On the art of cutting metals. *American Society of Mechanical Engineers*, 23(3), 248.

8. Zorev, N. N. (1966). *Metal cutting mechanics* (First edition). Oxford: Pergamon, Headington Hill Hall, 526.

9. Wang, M., Gao, L., and Zheng, Y. (2014). An examination of the fundamental mechanics of cutting force coefficients. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 78, 1–7.

10. Astakhov, V. P. (2019). *Metal cutting mechanics* (Paperback edition). Florida: CRC Press LLC, 320.

11. Altintas, Y. (2012). *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and cnc design* (2nd edition). England: Cambridge University Press, 366.

12. Koenigsberger, F. and Tlusty, J. (1970). *Machine tool structures* (First edition). Oxford: Pergamon Press, 528.

13. Armarego, E. J. A. and Brown, R. H. (1969). *The machining of metals* (First edition). England: Prentice-Hall, 437.

14. Knight, W. A. and Boothroyd, G. (2019). *Fundamentals of metal machining and machine tools* (Third edition). Florida: CRC Press, 573.

15. Trent, E. M. and Wright, P. K. (2000). *Metal cutting* (Fourth edition). Amsterdam: Elsevier Science - Butterworth-Heinemann, 446.

16. Shaw, M. C. and Cookson, J. O. (2005). *Metal cutting principles* (Fourth edition). New York: Oxford university press, 651.

17. Oxley, P. L. B. (1989). *The mechanics of machining: an analytical approach to assessing machinability* (First edition). England: E. Horwood, 242.

18. Turner, J. E. (1968). *The theory of orthogonal cutting and analysis of parametric reproducibility* (First edition). USA: University of Wisconsin-Madison, 406.

19. Astakhov, V. P. (2006). *Tribology of metal cutting* (Digital edition). Amsterdam: Elsevier Science, 392.

20. Airey, J. and Oxford, C. J. (1921). On the art of milling. *Transactions of ASME*, 43(1), 549.

21. Parson, F. (1923). Power required for cutting metal. *Transactions of ASME*, 49(1), 193–227.

22. Boston, O. W. and Kraus, C. E. (1932). Elements of milling. *Transactions of ASME*, 54, 74–104.

23. Boston, O. W. and Kraus, C. E. (1932). Elements of milling-part ii. *Transactions of ASME*, 56, 355–371.

24. Sawin, N. N. (1926). Theory of milling cutters. *Mechanical Engineering*, 48(11a), 1203–1209.

25. Drucker, D. C. (1949). An analysis of the mechanics of metal cutting. *Journal of Applied Physics*, 20(11), 1013–1021.

26. Albrecht, P. (1965). Dynamics of the metal-cutting process. *Journal of Engineeering for Industry*, 87(4), 429-441.

27. Merchant, M. E. (1944). Basic mechanics of metal cutting process. *Journal of Applied Mechanics*, 11(A), 168–175.

28. Martellotti, M. E. (1941). An analysis of the milling process. *Transactions of ASME*, 63, 677–700.

29. Martellotti, M. E. (1945). An analysis of the milling process part ii-down milling. *Transactions of ASME*, 67, 233–251.

30. Aksu, B., Çelebi, C., and Budak, E. (2016). An experimental investigation of oblique cutting mechanics. *Machining Science and Technology*, 20(3), 495–521.

31. Merchant, M. E. (1945). Mechanics of the metal cutting process. i. orthogonal cutting and a type 2 chip. *Journal of Applied Physics*, 16(5), 267–275.

32. Budak, E., Altintaş, Y., and Armarego, E. J. A. (1996). Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, 118(2), 216–224.

33. Altintaş, Y. and Lee, P. (1996). A general mechanics and dynamics model for helical end mills. *CIRP Annals*, 45(1), 59–64.

34. Lee, P. and Altintaş, Y. (1996). Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 36(9), 1059–1072.

35. Araujo, A. C., Manuel Lopes Calas Pacheco, P., and Savi, M. A. (2009, 15-20 November). *Dynamical analysis of an end milling process.* 20th International Congress of Mechanical Engineering, Gramado, Brazil, 1-9.

36. Tsai, M. Y., Chang, S. Y., Hung, J. P., and Wang, C. C. (2016). Investigation of milling cutting forces and cutting coefficient for aluminum 6060-t6. *Computers and Electrical Engineering*, 51, 320–330.

37. Zlatin, N., Field, M., Tipnis, V.A., Garisson, R.C., Christopher J. D. (1975). Metcut Resarch Associates Inc; Establisment of production machinabiltiy data, *Report AFML-TR-75-120*, Ohio, 70-97.

38. Smith, S. and Tlusty, J. (1991). Overview of modeling and simulation of the milling process. *Journal of Engineering for Industry*, 113(2), 169–175.

39. Salomon, C. (1926). Die frasarheit. *Werkstattstechnik*, 20 469–474.

40. A.J.P. Sabberwal (1961). *An investigation into the chip section and cutting force during milling operation*, Doktora Tezi, Victoria University of Manchester, Manchester, 84.

41. Koenigsberger, F. and Sabberwal, A. J. P. (1961). An investigation into the cutting force pulsations during milling operations. 1(3), 15–33.

42. Armarego, E. J. A. and Epp, C. J. (1970). An investigation of zero helix peripheral up-milling. *International Journal of Machine Tool Design and Resarch*, 10 273–291.

43. Tlusty, J. and MacNeil, P. (1975). Dynamics of cutting forces in end milling. *Annals of the CIRP*, 24, 21–25.

44. Kline, W. A., DeVor, R. E., and Zdeblick, W. J. (1980). *A mechanistic model for the force system in end milling with application to machining airframe structures.* Proc. 8th North American Manufacturing Research Conference, Dearborn.

45. Kline, W. A., DeVor, R. E., and R., L. J. (1982). The prediction of cutting forces in end milling with application to cornering cuts. *International Journal of Machine Tool Design and Resarch*, 22 7–22.

46. Sutherland, J. W. and DeVor, R. E. (1986). An improved method for cutting force and surface error prediction in flexible end milling systems. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, 108(4), 269–279.

47. Montgomery, D. and Altintas, Y. (1991). Mechanism of cutting force and surface generation in dynamic milling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, 113(2), 160–168.

48. Engin, S. and Altintas, Y. (2001). Mechanics and dynamics of general milling cutters. part i: helical end mills. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41(15), 2195–2212.

49. Engin, S. and Altintas, Y. (2001). Mechanics and dynamics of general milling cutters. part ii: inserted cutters. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41(15), 2213–2231.

50. Altintas, Y. and Engin, S. (2001). Generalized modeling of mechanics and dynamics of milling cutters. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 50(1), 25–30.

51. Budak, E. and Altintas, Y. (1994). Peripheral milling conditions for improved dimensional accuracy. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 34(7), 907–918.

52. Kivanc, E. B. and Budak, E. (2004). Structural modeling of end mills for form error and stability analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 44(11), 1151–1161.

53. Rubeo, M. A. and Schmitz, T. L. (2016). Milling force modeling: a comparison of two approaches. *Procedia Manufacturing*, 5, 90–105.

54. Kaneko, K., Nishida, I., Sato, R., and Shirase, K. (2017). Instantaneous rigid force model based on oblique cutting to predict milling force. *Transactions of the JSME (in Japanese)*, 83(856), 17-247.

55. Campatelli, G. and Scippa, A. (2012). Prediction of milling cutting force coefficients for aluminum 6082-t4. *Procedia CIRP*, 1(1), 563–568.

56. Tukora, B. and Szalay, T. (2011). Real-time determination of cutting force coefficients without cutting geometry restriction. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 51(12), 871–879.

57. Gonzalo, O., Beristain, J., Jauregi, H., and Sanz, C. (2010). A method for the identification of the specific force coefficients for mechanistic milling simulation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 50(9), 765–774.

58. Shirase, K. and Altintaş, Y. (1996). Cutting force and dimensional surface error generation in peripheral milling with variable pitch helical end mills. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 36(5), 567–584.

59. Lazoglu, I. and Liang, S. Y. (1997). Analytical modeling of force system in ball-end milling. *Machining Science and Technology*, 1(2), 219–234.

60. Kline, W. A. and DeVor, R. E. (1983). The effect of runout on cutting geometry and forces in end milling. *International Journal of Machine Tool Design and Research*, 23(2–3), 123–140.

61. Karpat, Y., Kanli, M., and Oliaei, S. N. B. (2018). Mechanistic modeling of micro milling including tool run-out. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 33(2), 771–781.

62. Li, H. Z., Zhang, W. B., and Li, X. P. (2001). Modelling of cutting forces in helical end milling using a predictive machining theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, 43(8), 1711–1730.

63. Shin, Y. C. and Waters, A. J. (1997). A new procedure to determine instantaneous cutting force coefficients for machining force prediction. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 37(9), 1337–1351.

64. Ozturk, B., Lazoglu, I., and Erdim, H. (2006). Machining of free-form surfaces. part ii: calibration and forces. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 46(7–8), 736–746.

65. Srinivasa, Y. V. and Shunmugam, M. S. (2013). Mechanistic model for prediction of cutting forces in micro end-milling and experimental comparison. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 67 18–27.

66. Merritt, H. E. (1965). Theory of self-excited machine-tool chatter: contribution to machine-tool chatter research—1. *Journal of Engineering for Industry*, 87(4), 447–454.

67. Altintaş, Y. and Budak, E. (1995). Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 44(1), 357–362.

68. Altintas, Y. (2001). Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling. *JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, 44(3), 717–723.

69. Insperger, T. and Stépán, G. (2002). Semi-discretization method for delayed systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 55(5), 503–518.

70. Insperger, T. and Stépán, G. (2004). Updated semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(1), 117–141.

71. Quintana, G., Ciurana, J., and Teixidor, D. (2008). A new experimental methodology for identification of stability lobes diagram in milling operations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48(15), 1637–1645.

72. Quintana, G., Ciurana, J., Ferrer, I., and Rodríguez, C. A. (2009). Sound mapping for identification of stability lobe diagrams in milling processes. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49(3–4), 203–211.

73. Totis, G. (2009). RCPM-a new method for robust chatter prediction in milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49(3–4), 273–284.

74. Khachan, S. and Ismail, F. (2009). Machining chatter simulation in multi-axis milling using graphical method. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49(2), 163–170.

75. Löser, M., Otto, A., Ihlenfeldt, S., and Radons, G. (2018). Chatter prediction for uncertain parameters. *Advances in Manufacturing*, 6(3), 319–333.

76. Zhang, H., Anders, D., Löser, M., Ihlenfeldt, S., Czarske, J., and Kuschmierz, R. (2020). Non-contact, bi-directional tool tip vibration measurement in cnc milling machines with a single optical sensor. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 139, 106647.

77. Wang, C., Zhang, X., Liu, Y., Cao, H., and Chen, X. (2018). Stiffness variation method for milling chatter suppression via piezoelectric stack actuators. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 124, 53–66.

78. Mann, B. P., Young, K. A., Schmitz, T. L., and Dilley, D. N. (2005). Simultaneous stability and surface location error predictions in milling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, 127(3), 446–453.

79. Wang, D., Löser, M., Ihlenfeldt, S., Wang, X., and Liu, Z. (2019). Milling stability analysis with considering process damping and mode shapes of in-process thin-walled workpiece. *International Journal of Mechanical Sciences*, 159(May), 382–397.

80. Budak, E., Tunç, L. T., Alan, S., and Özgüven, H. N. (2012). Prediction of workpiece dynamics and its effects on chatter stability in milling. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 61(1), 339–342.

81. Seguy, S., Campa, F. J., de Lacalla, L. N. L., Arnaud, L., Dessein, G., and Aramendi, G. (2008). Toolpath dependent stability lobes for the milling of thin-walled parts. *International Journal of Machining and Machinability of Materials*, 4(4), 377–392.

82. Mahnama, M. and Movahhedy, M. R. (2010). Prediction of machining chatter based on fem simulation of chip formation under dynamic conditions. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 50(7), 611–620.

83. Biermann, D., Kersting, P., and Surmann, T. (2010). A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 59(1), 125–128.

84. Kelly, S. G. (2012). *Mechanical vibrations theory and applications* (SI edition). USA-Stamford: Cengage Learning, 876.

85. Rao, S. S. (2010). *Mechanical vibrations* (Fifth edition), New Jersey - U.S.: Prentice Hall, 1970.

86. Feynman, P. R. (1998). *Fizik yasaları üzerine*. (Çev. N. Arık). Ankara:TÜBİTAK. (Eserin orjinali 1967'de yayımlandı). 62-94.

87. Turna, Ş. (2008). *Gerçek gerilme bünye denklemlerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya, 24-28.

88. Merchant, M. E. (1945). Mechanics of the metal cutting process. II. plasticity conditions in orthogonal cutting. *Journal of Applied Physics*, 16, 318.

89. Lee, E. H. and Shaffer, B. W. (1952). The theory of plasticity applied to a problem of machining. *Journal of Applied Mechanics*, 18(51), 405–413.

90. Palmer, W. B. and Oxley, P. L. B. (1959). Mechanics of orthogonal machining. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 173(1), 623–654.

91. Kalpakjian, S. and Schmid, S. R. (2006). Manufacturing engineering and technology. *Journal of Materials Processing Technology*, (1), 112–113.

92. Tlusty, G. (2000). *Manufacturing processes and equipment*. (First edition), New Jersey-U.S.:Prentice Hall, 928.

93. Bayram, B. S. ve Korkut, İ. (2022). Parmak frezelerde kesme kuvvetlerinin modellenmesi. *Gazi University Journal of Science Part C: Design and Technology*, 10(4), 964–977.

94. Budak, E. (1994). *Mechanics and dynamics of milling thin walled structures*, Doktara Tezi, University of British Columbia, Canada, 284.

95. Bayram, B. S. ve Korkut, İ. (2022, 19-20 Mayıs). *Frezeleme kuvvet sinyallerinin fourier analizi ve modellenmesi*. 7. Uluslararası 19 Mayıs Yenilikçi Bilimsel Yaklaşımlar Kongresi, Samsun, 47-57

Gazili olmak ayrıcalıktır