



**ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖTELEME
VE DÖNME DÖNÜŞÜMLERİNE YÖNELİK ÖZELLEŞTİRİLMİŞ
ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**

Rumeysa Polat

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİMDALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AĞUSTOS,2019

TELİF HAKKI ve TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren(....) ay sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı : Rumeysa
Soyadı : Polat
Bölümü : Matematik Eğitimi
İmza :
Teslim Tarihi :

TEZİN

Türkçe Adı : Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Öteleme ve Dönme
Dönüşümlerine Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin İncelenmesi
İngilizce Adı : Investigating High School Mathematics Teachers Specialized Content
Knowledge on Translation and Rotation

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Yazar Adı Soyadı: Rumeysa POLAT

İmza :

JÜRİ ONAY SAYFASI

Rumeysa Polat tarafından hazırlanan “Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Öteleme ve Dönme Dönüşümlerine Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin İncelenmesi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/ oy çokluğu ile Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Hasan Hüseyin UĞURLU

Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....

Başkan: Dr. Öğretim Üyesi Nurullah ŞİMŞEK

Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı, Kırıkkale Üniversitesi

.....

Üye: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....

Tez Savunma Tarihi : 29/08/2019

Bu tezin Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Selma YEL

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

.....

Canım Aileme...

TEŞEKKÜR

Tez danışmanlığımı üstlenen, tez konumun belirlenmesinden tez yazımına kadar bu araştırmanın yapılması ve yürütülmesinde bilgi ve desteğini esirgemeyen, her konuda beni destekleyen ve bana rehberlik eden danışmanım Sayın Prof. Dr. Hasan Hüseyin UĞURLU' ya en içten dileklerle teşekkür etmek isterim. Değerli görüş ve düşünceleriyle çalışmamın her aşamasında katkıda bulunan, beni sürekli motive eden, her hafta saatlerini bana ayıran kendisini ikinci bir tez danışmanı olarak gördüğüm değerli hocam Arş. Gör. Dr. Hilal GÜLKILIK' a en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Yüksek Lisans eğitimim süresince akademik olarak gelişmeye katkı sağlayan uzman görüşleri ile tezime katkı sağlayan Prof. Dr. Ziya ARGÜN, Prof. Dr. Ahmet ARIKAN, Prof. Dr. Yüksel DEDE hocalarıma da teşekkürü ayrıca borç bilirim.

Tez sürecinde her türlü sıkıntıma şahit olan, bu zorlu yolda her türlü maddi ve manevi desteği veren, varlıklarıyla beni güçlendiren, bugüne kadar benim için sayısız fedakârlıklar yapan, sevgi ve sabırlarıyla her zaman arkamda olan babam Refik POLAT, annem Gülcan POLAT, abim Ali POLAT ve canım kardeşim Muhammed Furkan POLAT'a çok teşekkür ediyorum.

**ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖTELEME
VE DÖNME DÖNÜŞÜMLERİNE YÖNELİK ÖZELLEŞTİRİLMİŞ
ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**
(Yüksek Lisans Tezi)

Rumeysa Polat
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Ağustos, 2019

ÖZ

Bu araştırmada, ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda nitel bir durum çalışması olarak araştırmanın katılımcıları, 2018-2019 eğitim- öğretim yılında resmi ve özel ortaöğretim kurumlarında görev yapan beş tane matematik öğretmenidir. Katılımcıları belirlemede amaçlı örneklem yönteminden yararlanılmıştır. Araştırma boyunca veri toplama araçları olarak, öğretmenlerin yazılı dokümanları, gerçekçi sınıf senaryoları görüşmeleri ve gözlemler kullanılmıştır. Verilerin analiz edilme sürecinde, içerik analizinden yararlanılmıştır. Verilerin analizi sonucunda, öğretmenlerin öteleme ve dönme kavramlarına ait eksiklerinin olduğu, temsillerle ilişkilendirip, öğrencilere aktarabilme noktalarında çeşitli sorunlar yaşadığı tespit edilmiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak, ortaöğretim matematik öğretmenlerine ve bu konularda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ve eğitimcilere yönelik önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler : Öteleme, Dönme, Gerçekçi Sınıf Senaryoları, Özelleştirilmiş Alan Bilgisi
Sayfa Adedi : 163
Danışman : Prof. Dr. Hasan Hüseyin UĞURLU

**INVESTIGATING HIGH SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS
SPECIALIZED CONTENT KNOWLEDGE ON TRANSLATION AND
ROTATION**

(Master Thesis)

Rumeysa Polat

GAZI UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES

August, 2019

ABSTRACT

In this study, the knowledge of the target area for the translation and rotation transformations of secondary school mathematics teachers is aimed. A qualitative case study or research is carried out by five mathematics teachers working in public and private secondary education institutions in 2018-2019 academic year. It is intended to be understood by the manufacturer. Teachers' written documents, realistic classroom scenario interviews and observations for data collection tools during the research. Content analysis was used in which data were not analyzed. The analysis of the data relates to, where the teachers' translation and rotation concepts, where there are deficiencies, relate to representations and transfers them to the students live in various places. Based on the results of the research, suggestions were made for secondary school mathematics teachers and those who want to focus on the studies there and educators.

KeyWords	:Translational, Rotation, Realistic Classroom Scenarios, Specialized Content Knowledge
PageNumber	: 163
Supervisor	:Prof. Dr. Hasan Hüseyin UĞURLU

İÇİNDEKİLER

ÖZ	vi
ABSTRACT	vii
TABLolar LİSTESİ.....	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR	xv
BÖLÜM I	1
GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	3
1.1.1. Araştırmanın Problem Cümlesi	6
1.2. Araştırmanın Alt Problemleri	6
1.3. Araştırmanın Amacı.....	6
1.4. Araştırmanın Önemi.....	7
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	8
1.6. Araştırmanın Sayıtları	8
1.7. Tanımlar	9
BÖLÜM II.....	10
KURAMSAL ÇERÇEVE	10
2.1. Özelleştirilmiş Alan Bilgisi.....	10
2.2. Matematik Eğitiminde Dönüşüm Geometrisinin Önemi	14
2.3. Gerçekçi Sınıf Senaryoları	17
2.4. İlgili Araştırmalar.....	19
BÖLÜM III	23
YÖNTEM.....	23
3.1. Araştırmanın Modeli	23
3.2. Araştırmanın Katılımcıları	24
3.2.1. Katılımcıların Özellikleri.....	24

3.2.1.1. Öğretmen 1	25
3.2.1.2. Öğretmen 2	26
3.2.1.3. Öğretmen 3	27
3.2.1.4. Öğretmen 4	28
3.2.1.5. Öğretmen 5 (Pilot Çalışma)	29
3.3. Veri Toplama Araçları	30
3.3.1. Gerçekçi Sınıf Senaryoları	30
3.3.1.1. Gözlemler	33
3.3.2. Pilot Uygulama	34
3.4. Veri Toplama Süreci	35
3.5. Verilerin Analizi	37
3.6. Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenirliliği	38
BÖLÜM IV	40
BULGULAR VE YORUMLAR	40
4.1. Öğretmenlerin Öteleme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgisi	41
4.1.1. Senaryo 1 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	41
4.1.1.1. Ötelemenin Cebirsel İfadesi	43
4.1.1.2. Birebir-Örten Fonksiyon Olarak Öteleme	47
4.1.2. Senaryo 2 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	51
4.1.2.1. Ötelemenin Cebirsel İfadesi	53
4.1.2.2. Ötelemenin Değişmezleri	56
4.1.3. Senaryo 3 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	60
4.1.3.1. Ötelemenin Cebirsel İfadesindeki Temsiller	61
4.2. Öğretmenlerin Dönme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgisi	65
4.2.1. Senaryo 4 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	65
4.2.1.1. O Orijin Etrafında Dönmenin Cebirsel İfadesi	67
4.2.1.2. O Orijin Etrafında Dönmenin Parametreleri	72
4.2.2. Senaryo 5 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	74
4.2.2.1. Keyfi Nokta Etrafında Dönmenin Cebirsel İfadesi	76
4.2.2.2. Keyfi Nokta Etrafında Dönmenin Parametreleri	79
4.2.3. Senaryo 6 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	82
4.2.3.1. Dönmede Açının Ölçüsü ile Yönünün Değişmezliği	84
4.2.3.2. Yönlü Aç Kavramı	87
4.2.4. Senaryo 7 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	89
4.2.4.1. Dönmede Açının Ölçüsü ve Uzaklığın Değişmezliği	92

4.2.5. Senaryo 8 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	100
4.2.5.1. Dönmede O Merkezli Çemberlerin Değişmezliği.....	101
4.3. Öğretmenlerin Öteleme ve Dönme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgisi.....	106
4.3.1. Senaryo 9 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	106
4.3.2. Senaryo 10 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri	111
4.3.2.1. Öteleme ve Dönmenin Cebirsel İfadeleri	113
4.3.2.2. Öteleme ve Dönmenin Lineerliği.....	118
BÖLÜM V	121
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	121
5.1. Sonuçlar	121
5.1.1. Öğretmenlerin Öteleme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgileri.....	121
5.1.2. Öğretmenlerin Dönme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgileri.....	123
5.1.3. Öğretmenlerin Bileşke Dönüşüme Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgileri.....	124
5.2. Tartışma.....	125
5.3. Öneriler.....	127
5.3.1. Eğitim ve Öğretime Yönelik Öneriler	127
5.3.2. Öğretmenlere Yönelik Öneriler	130
5.3.3. Araştırmacılara Yönelik Öneriler	131
KAYNAKÇA	135
EKLER	144
EK-1 : Senaryo 1	145
EK-2 : Senaryo 2	147
EK-3 : Senaryo 3	149
EK-4 : Senaryo 4	151
EK-5 : Senaryo 5	152
EK-6 : Senaryo 6	153
EK-7 : Senaryo 7	155
EK-8 : Senaryo 8	158
EK-9: Senaryo 9	160
EK-10: Senaryo 10	162

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1.Öğretmen 1 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri	25
Tablo 2.Öğretmen 2 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri	26
Tablo 3.Öğretmen 3 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri	27
Tablo 4.Öğretmen 4 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri	28
Tablo 5.Öğretmen 5 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri	29
Tablo 6.Gerçekçi Sınıf Senaryolarının Öteleme, Dönme, Bileşke Dönüşümlerini İçerme Durumları	33
Tablo 7. Araştırmada izlenen adımlara göre ayrılan süreler.....	36
Tablo 8.Senaryolardan ortaya çıkan bulguları karakterize eden kategoriler	41
Tablo 9.Senaryo 1 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	42
Tablo 10.Senaryo 2 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	52
Tablo 11.Senaryo 3 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	60
Tablo 12.Senaryo 4 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	66
Tablo 13.Senaryo 5 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	75
Tablo 14.Senaryo 6 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	82
Tablo 15. Senaryo 7 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	90
Tablo 16.Senaryo 8 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	100
Tablo 17.Senaryo 9 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	107
Tablo 18.Senaryo 10 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler	112

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri.....	10
Şekil 2. Matematiği öğretme bilgisinin alanları	11
Şekil 3. Öğretme işinin matematik ile ilişkili görevleri/sorumlulukları.....	32
Şekil 4. Senaryo 1 e ait çizim.....	43
Şekil 5. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü	44
Şekil 6. Öğretmen 2 nin ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü	45
Şekil 7. Öğretmen 3 ün ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü	46
Şekil 8. Öğretmen 4 ün ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü	47
Şekil 9. Öğretmen 1 in birebir-örten fonksiyon olarak ötelemeye dair çözümü	48
Şekil 10. Öğretmen 2 nin birebir-örten fonksiyon olarak ötelemeye dair çözümü	49
Şekil 11. Öğretmen 3 ün birebir-örten fonksiyon olarak ötelemeye dair çözümü	50
Şekil 12. Senaryo 2 ye dair çizim.....	53
Şekil 13. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü	54
Şekil 14. Öğretmen 2 nin ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü	55
Şekil 15. Öğretmen 2 nin ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü	57
Şekil 16. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesine dair el hareketleri ile cevabı	58
Şekil 17. Senaryo 3 e dair çizim.....	61
Şekil 18. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair çözümü	62
Şekil 19. Öğretmen 2 nin ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair çözümü	63
Şekil 20. Öğretmen 3 ün ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair çözümü	64
Şekil 21. Öğretmen 4 ün ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair cevabı.....	65
Şekil 22. Senaryo 4 e dair çizim.....	66
Şekil 23. Öğretmen 1 in orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü	67
Şekil 24. Öğretmen 2 nin orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü	69
Şekil 25. Öğretmen 3 ün senaryoya dair cevabının ilk aşaması	70
Şekil 26. Öğretmen 3 ün senaryoya dair cevabının ikinci aşaması	70
Şekil 27. Öğretmen 3 ün senaryoya dair cevabının son aşaması.....	71
Şekil 28. Öğretmen 4 ün orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü	71
Şekil 29. Öğretmen 1 in orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü.....	72

Şekil 30. Öğretmen 2 nin orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü.....	73
Şekil 31. Öğretmen 3 ün orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü.....	74
Şekil 32. Öğretmen 4 ün orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü.....	74
Şekil 33. Senaryo 5 e dair çizim.....	76
Şekil 34. Öğretmen 1 in keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü	77
Şekil 35. Öğretmen 2 nin keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü	78
Şekil 36. Öğretmen 3 ün keyfi nokta etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü	81
Şekil 37. Öğretmen 4 ün keyfi nokta etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü	82
Şekil 38. Senaryo 6 a dair çizim.....	84
Şekil 39. Öğretmen 1 in dönmede açının ölçüsü ile yönünün değişmezliğine dair çözümü	85
Şekil 40. Öğretmen 2 nin yönlü açı kavramına dair çözümü	88
Şekil 41. Öğretmen 3 ün yönlü açı kavramına dair çözümü	89
Şekil 42. Senaryo 7 e ait Elif Öğretmen'in çizimi	91
Şekil 43. Senaryo 7 e ait Gülcan Öğretmen'in çizimi	91
Şekil 44. Senaryo 7 e ait Refik Öğretmen'in çizimi.....	92
Şekil 45. Öğretmen 1 in Elif Öğretmen'e dair çözümü.....	93
Şekil 46. Öğretmen 1 in Gülcan Öğretmen'e dair çözümü	94
Şekil 47. Öğretmen 1 in Refik Öğretmen'e dair çözümü.....	95
Şekil 48. Öğretmen 1 in Senaryo 7 e dair çözümü.....	96
Şekil 49. Öğretmen 2 nin Elif Öğretmen'e dair çözümü.....	96
Şekil 50. Öğretmen 2 nin Gülcan Öğretmen'e dair çözümü	97
Şekil 51. Öğretmen 2 nin Refik Öğretmen'e dair çözümü.....	99
Şekil 52. Senaryo 8 e dair çizim.....	101
Şekil 53. Öğretmen 1 in dönmede, O merkezli çemberlerin değişmezliğine dair çözümü	103
Şekil 54. Öğretmen 2 nin dönmede, O merkezli çemberlerin değişmezliğine dair çözümü	104
Şekil 55. Senaryo 9 a dair çizim.....	108
Şekil 56. Öğretmen 1 in eşlik ile ilgili çözümü.....	109
Şekil 57. Öğretmen 2 nin eşlik ile ilgili çözümü.....	110
Şekil 58. Senaryo 10 a dair çizim.....	113
Şekil 59. Öğretmen 1 in öteleme ve dönmenin cebirsel ifadelerine dair çözümü.....	116
Şekil 60. Öğretmen 2 nin öteleme ve dönmenin cebirsel ifadelerine dair çözümü.....	117

SİMGELER VE KISALTMALAR

MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PISA	Programme for International Student Assessment
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın problemi ve alt problemler, araştırmanın amacı ve önemi, araştırmanın varsayımları ile sınırlılıkları ele alınacaktır.

Nitelikli öğretmen yetiştirmek eğitimin en temel unsurlarından birisidir. Yaşadığımız çağın ihtiyaçlarına cevap verebilecek yeterliliklere sahip öğretmen yetiştirebilmek için, alanında bilgi ve donanıma sahip bireylerin seçilmesi gerekmektedir (Oğuzkan, 1985). Toplumun ihtiyaçlarına cevap verebilecek nitelikte öğretmenlerin yetiştirilmesi, eğitim sisteminin üç temel unsuru olan öğrenci, öğretmen ve eğitim programlarına gereken değerin verilmesine bağlıdır. Eğitimin gerçekleşmesinde en büyük etkiye sahip olan ve eğitimin gerçekleşmesini sağlayan hiç şüphesiz öğretmenlerdir (Hacıoğlu ve Alkan, 1997).

Öğretmenlik mesleği bir milletin geleceğini planlama sorumluluğunu taşıyan özel ve önemli bir uzmanlık alanıdır. Öğretmenler, ülkenin kalkınmasında önemli bir paya sahip olan genç nesillerin yetiştirilmesinde son derece etkili bir göreve sahiptir. Dolayısıyla öğretmenlerin işlerini en iyi şekilde gerçekleştirebilmeleri için, ilk olarak iyi yetiştirilmeleri daha sonra da kendilerini işe vermelerini sağlayacak uygun şartların sağlanması gerekmektedir (Sağlam ve Çiçek-Sağlam, 2005, s.317).

Bilindiği üzere öğretmenler eğitim sistemi kapsamında öğrenci ile doğrudan ilişki halinde olan, bu bağlamda öğrencilerin ilgi ve gereksinimlerini yakından takip eden kişilerdir (Gökçe, 2000, s.205). Öğretmenlerin öğrencileri destekleyici bir tutuma sahip olmaları öğrencilerin akademik başarı düzeylerine doğrudan etki etmektedir (Yıldırım, 2000, s.167). Bunun yanı sıra öğretmenlerin özellikle mesleki öz-yeterlik seviyelerinin öğrenci başarısı üzerinde ciddi bir etkiye sahip olduğu ifade edilmektedir. Yapılan araştırma sonuçları da bu görüşü destekler özelliktedir (Dursun ve Dede, 2004, s.223). Öğretmenlerin mesleki öz-

yeterlik algıları üzerinde belirleyici olan unsurların başında alan bilgisi gelmektedir. Bilindiği üzere örgün eğitim kurumları kültürün daha çok bilim ürünü olan bilgi ve yetilerini kazandırmaya çalışmaktadırlar. Ülkemizde eğitim programları Matematik, Tarih, Edebiyat, Coğrafya gibi konu alanlarına göre hazırlanmıştır. Dolayısıyla öğretmenler aynı zamanda konu alanı uzmanı olmak zorundadırlar (Çelikten ve diğerleri, 2005, s.219). Öğretmenlik çok boyutlu gelişmeyi gerektiren bir meslektir. Bir öğretmenin kendisini çok boyutlu geliştirmesi ve öğrenci başarısına katkı sağlaması için önemli bir takım özelliklere sahip olması gerekir. Bu nitelikler iyi bir alan bilgisi, derin bir genel kültür ve etkin bir öğretmenlik meslek bilgisidir. Bu kapsamda öğretmenlerin öncelikli olarak iyi bir eğitim disiplinine ve alan bilgisine sahip olmalarının eğitsel açıdan önemli olduğu görülmektedir. Ancak bunun yeterli görülmesi mümkün değildir. Zira öğretmenler, öğrencilerinin tutumlarında beklenen değişimleri gerçekleştirecek bireyler olarak pedagojik bilgi ve yetilerle donatılmalı, alanına dair ilke, kural, kuram, olgu ve kavramları etkin şekilde öğretebilecek seviyeye getirilmeli ve bir alan uzmanı olmanın ötesinde, öğrencileri tarafından benimsenen, sevilen, gerektiğinde rehber olarak alınabilecek bir meslek elemanı olmalıdır. Çünkü yalnızca ders işlemeye yönelik öğretmenliğin, eğitsel bakımdan değeri yoktur. Öğretmenlik mesleğine eğitsel bir nitelik kazandırabilmek için öğretmenlerin, ders işlemleri ile beraber, öğrenci başarılarına pozitif katkıda bulunacak bilgi, yetenek ve tutumlar gibi her çeşit öğretmen tutumuna sahip olması gerekir (Özkan, 2012, s.30). Literatürde yer alan bilgiler değerlendirildiği zaman, eğitimin önemli bir halkasını oluşturan öğretmenlerin alan bilgisi başta olmak üzere iyi niteliklere sahip olmaları gerektiği söylenebilir (Baykara-Pehlivan, 2008, s.152).

Öğretmenlerin sahip olması gereken özellik ve bilgi düzeylerinin nasıl olması gerektiği, bunları ne oranda bilmeleri gerektiği son derece önemli üzerinde durulması gereken konulardır. Öğretmenin branşı fark etmeksizin nitelikleri sorgulandığında sayfalarca bilgi ile karşılaşmaktadır. Her bir niteliğin özel olarak ele alınıp, son derece kapsamlı araştırmalar yapılması gerektiği anlaşılmaktadır (Özer ve Gelen, 2008, s.41). Bir kişinin belirli bir alanda uzmanlaşabilmesinin ilk koşulu, o alandaki en ince detayları bilmesi, anlamlandırması ve bunların bir alışkanlık haline getirmesine bağlıdır (Gün, 2002, s.36).

Literatür incelendiği zaman öğretmenlerin karşılaştıkları zorluklar içerisinde dönüşüm geometrisi öğretiminde karşılaşılan zorluklarda ilk sıralarda yer almaktadır. Bu nedenle dönüşüm geometrisinde karşılaşılan zorluklara yönelik araştırmalar yapılması gerektiği

vurgulanmaktadır (Bulut ve diğeri, 2016, s.1166). Dönüşüm geometrisi konusu öğrencilere çok küçük yaşlarda öğretilmeye başlanmalı ve çevreye bakıldığında pek çok doğal yapıda ve tabiat öteleme, dönme ve yansıma dönüşümlerine geliştiği öğrencilere aktarılmalıdır (Güven ve Kaleli-Yılmaz, 2012, s.443). Buna karşılık dönüşüm geometrisinin öğretim sürecinde bazı sorunlarla karşılaşıldığı bilinmektedir. Geometrinin kavramları tam manasıyla derinlemesine öğretmenler tarafından iyi anlaşılırsa, öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri anlamada ve çözüm bulmada bir aşama kat edecekleri düşünülmektedir. Bu amaçla matematik öğretmenlerinin özelleştirilmiş alan bilgileri ve sahip oldukları alan bilgilerinin artırılması geometri öğretiminin etkili bir şekilde gerçekleştirilmesi için önemli bir koşuldur (Durmuş, Toluk ve Olkun, 2002).

Öğretim programlarında da dikkatle üzerinde durulan dönüşüm geometrisinin, öğrenilmesinde güçlüklerin yaşandığını tecrübelerin yanında araştırma sonuçları da ortaya koymaktadır. Bu güçlüklerden öğrencilerin yansıma-simetriyi ortaya koyma-anlama, yapma zorlukları (Leikin ve vd, 2000, s.18), dönme dönüşümlerindeki zorlukları (Clements ve Burns, 2000, s.31), ve öğrencilerin öteleme kavramının anlaşılmasındaki problemlerle (Yanık, 2014, s.33) ilgili olan çalışmalar en dikkat çekenlerinden bazılarıdır. Yalnızca öğrencilerin değil ortaöğretim matematik öğretmenlerinin de dönme dönüşümünün uygulamasında, dönme ve öteleme dönüşümlerinin cebirsel anlamlarında hata yaptıklarına ilişkin araştırmalarla karşılaşmaktadır (Ada ve Kurtuluş, 2010, s.901). Görüldüğü gibi gerek öğrenciler gerekse öğretmenler dönüşüm geometrisi konusunda zorluklara sahiptirler (akt. Bulut ve vd, 2016, s.1166).

Bu kapsamda yapılan bu araştırmada ortaöğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinin incelemesi amaçlanmıştır.

1.1. Problem Durumu

Matematik dünyanın her yerinde öğrencilerin en çok zorlandıkları, sıkıntı yaşadıkları alanlardan biridir. Her ne kadar küçük yaşlarda somut deneyim ve işlemlerle başlansa da, zihinsel bir etkinlik gerektiren matematik, soyut düşünmeye yöneliktir. Bu da matematik öğretimini zorlaştıran nedenlerin başında gelmektedir (Umay, 1996). Dolayısıyla eğitimciler matematik öğretim ve öğreniminde etkili sonuç alabilecekleri yeni arayışlar

içerisine girmişlerdir. Bu arayışın bir yansıması olarak Türkiye’de ortaöğretim programları yapılandırmacı yaklaşım temel alınarak yenilenmiştir (MEB, 2005, s.7).

Program değişiklikleri ışığında, matematik dersi öğretim programında da önemli değişiklikler yapılmıştır (Özyaşar, 2013). Matematik dersi öğretim programı, 9-12. Sınıflar için beş öğrenme alanına (sayılar, cebir, ölçme, geometri, olasılık ve istatistik) ayrılarak bu öğrenme alanlarına bağlı kazanım ve etkinlikler oluşturulmuştur. Matematiğin en önemli öğrenme alanlarından biri de geometridir ve ortaöğretim matematiğinde önemli bir yer tutar. Çocuklar, henüz okul hayatına başlamadan önce geometri ile ilgili birçok kavramla karşı karşıya kalır. İçinde bulundukları dünyayı anlamlandırmaya çalışırken, geometrik şekilleri araştırır, yapılandırır ve oyun oynarken şekilleri birbiriyle ilişkilendirmeyi öğrenir. Böylelikle, sistemin içinde gelişen yüksek düzeyde geometriksel düşünme devam eder (Ubuz, 1999).

Matematik öğretiminde yapılan değişikliklerle uygulamaya konulan matematik programının geometri kazanımlarında da değişiklikler olmuş ve eklemeler yapılmıştır. Bu eklemelerden en önemlisi de kuşkusuz dönüşüm geometrisidir. Dönüşüm geometrisi bu öğrenme alanının yeni alt öğrenme alanlarından biridir. Dönüşüm geometrisi öğrencilerin geometrik deneyimlerini, hayal güçlerini ve düşünme yetilerini zenginleştirir ve üç boyutlu düşünme becerilerini geliştirir (Soon, 1989). Geometrideki dönüşüm konusu öğrenciler için keyifli ve onlara farklı bakış açıları kazandırabilecek bazı özelliklere sahiptir. Öğrenciler; bu konuda edinecekleri deneyimler, bilgi ve beceriler ile matematik ve sanat arasında bağlar kurabilecekler; ayrıca, matematiğin günlük yaşantıda ve iş dünyasındaki uygulamada ne denli önemli olduğunu kavrayabileceklerdir. Örneğin, bir kilim deseninde tekrar eden, ötelenmiş, döndürülmüş geometrik şekilleri görmek onların çevrelerine ve matematiğe başka gözlerle bakmalarına yardımcı olacaktır (Ersoy ve Duatepe, 2003).

Dönüşüm geometrisinin günlük hayat ile bağdaştırılan bir konu olarak işlenmesi ve yeni eklenen konu olması değişen sınav sistemine göre bu konuyu sınavlarda soru çıkma ihtimali yüksek, önemli bir konu haline getirmiştir. Dönüşümler konusunun matematiksel anlamının yapılandırılmasıyla öğrencilerin etrafına farklı bakış açısıyla bakmaları sağlanabilir. Ayrıca, dönüşümler konusu içeriği gereği içinde barındırdığı matematiksel kavramların birbirine bağlı bir disiplin olarak görülmesine ve öğrencilerin daha sağlam bir matematik anlayışı geliştirip, matematiği anlamlandırmalarına imkân sağlayabilir (Hollebrands, 2003). Bu nedenle, bu konu hem öğretim programına yeni girmiş bir konu

olması ve hem de öğrencilerin üç boyutlu düşünme yetilerini geliştirdiği için araştırma yapılması önem arz eden bir konu haline gelmiştir.

Öğretmenler program değişiminin hem taşıyıcıları hem de engelleyicileri olduğundan (Prawat, 1990), bu süreçte öğretmenin rolü çok önemlidir (Uçar, 1999). Programda yapılan her yeni değişiklik öğretmenler tarafından iyi anlaşılmadıkça, özümsemedikçe ve etkili bir biçimde uygulanmadıkça başarılı olması beklenemez (Baki, 2002; Gödek, 2004).

Geometri öğretim programının amacı sınıfları öğrencilerin keşfettikleri, sorguladıkları ortamlar olarak görmek istemektedir. Bu gelişmeler ile matematik programının yanı sıra geometri programında yapılan değişiklikler de öğretmen ve öğrencileri etkilemektedir. Eğitim sisteminin temel ögesinin öğretmenler olduğu ve diğer öğelere göre etkileme gücünün fazla olduğu bilinmektedir (Dağdeviren, 2012). Dolayısıyla burada öğretmenlerin özel alan bilgisi önem kazanmaktadır.

Öğretmenlerin kazanmaları gereken nitelik ve yeterliliklerin neler olması gerektiği, söz konusu nitelik ve yeterlikleri ne oranda edinmeleri gerektiği ya da öğretmenlik mesleği genel yeterliliklerinin nasıl kazanılacağı ve geliştirileceği, son derece geniş konulardır. Zira branşı farkı gözetmeksizin öğretmenden talep edilen yeterlikler sıralandığında onlarca madde ve sayfayla karşılaşılmaktadır. Her bir yeterliğin tek başına ele alınması gerektiği göz önünde bulundurulduğunda, bu şekilde bir araştırmanın son derece kapsamlı olması gerektiği ortaya çıkmaktadır (Özer ve Gelen, 2008, s.41).

Literatürde öğretmenlerin eğitim ve öğretim sürecinde karşılaştıkları sorunlar içerisinde dönüşüm geometrisi öğretiminde karşılaşılan sorunlar ilk sıralarda yer almaktadır. Bu nedenle dönüşüm geometrisinde karşılaşılan sorunlara yönelik araştırmalar yapılması gerektiği vurgulanmaktadır (Bulut ve vd., 2016, s.1166). Literatür incelendiği zaman, ilköğretim matematik öğretmeni adayları ve öğretmenler ile dönüşüm geometrisi alanında yapılan araştırmalara yoğunlaşıldığı görülmüştür. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisinde özelleştirilmiş alan bilgilerinin incelendiği bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Literatürdeki bu boşluğu doldurmak için bu araştırmaya ihtiyaç duyulmuştur. Bu kapsamda yapılan bu araştırmada ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan dönüşüm geometrisi bilgilerinin incelemesi amaçlanmıştır.

1.1.1. Araştırmanın Problem Cümlesi

Bu araştırmanın problemi,

“Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgileri nasıldır?” olarak belirlenmiştir.

1.2. Araştırmanın Alt Problemleri

Bu araştırmanın alt problemleri aşağıda belirtilmiştir: Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin belirlenen iki kavramın (öteleme, dönme) farklı kazanımlarına yönelik;

i. Öteleme dönüşümüne,

ii. Dönme dönüşümüne,

iii. Bileşke dönüşümüne,

yönelik özelleştirilmiş alan bilgileri nasıldır?

1.3. Araştırmanın Amacı

Öğretim programlarına fikir verme sürecinde, ders içi pedagojik tavsiyelerde, ders planlarının belirlenmesinde öğretmenler önemli bir etkindir. Öğretmenlerin öğretim programına ne kadar hâkim olduğu, neyi ne için yaptıklarının farkında olması, ders içinde öğrencilerin konuyu nasıl öğrendiklerini doğrudan etkilemektedir (Remillard, Herbel-Eisenmann & Lloyd, 2009).

Bu çalışmada, ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinin detaylı bir şekilde incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu çalışmanın amacı; Milli Eğitim Bakanlığı'nca hazırlanmış olan Ortaöğretim 12. Sınıf Matematik Dersi öğretim programında yer alan Dönüşüm Geometrisi konusunda öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarının etkisi ile özelleştirilmiş alan bilgilerini incelemektir. Bu yüzden, öğretmenlerin sahip oldukları özelleştirilmiş alan bilgileri öğrencilerine öteleme, dönme kavramlarına yönelik bilgileri aktarırken ne tür sıkıntılar ile karşılaştıklarını belirlemek, bu konudaki sıkıntılara dikkat çekip, çözüm bulmak araştırmanın amacı kapsamındadır. Ayrıca, öğretmenlerin öteleme ve dönme kavramlarına yönelik hazırlanan gerçekçi sınıf senaryolarına verdikleri cevaplar düşünce tarzlarının ve yaklaşımların yanı sıra kullandıkları strateji ve modellerin nitel yöntemler kullanılarak detaylı bir şekilde incelenmesi eldeki çalışmanın amaçları arasında yer almaktadır.

1.4. Araştırmanın Önemi

Türkiye'deki ilgili alan yazında yer alan nicel çalışmalar, ortaöğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi konusundaki bilgilerinin ve deneyimlerinin sınırlı olduğunu göstermektedir. Bu konuda nicel araştırmalara sıkça rastlanmış, nitel araştırma alanında eksiklik olduğu görülmüştür. Yapılan literatür taraması sonucunda da, öğretmenlerin matematik öğretiminde yer alan bazı konulara ilişkin yeterlik düzeylerinin ele alındığı çalışmaların sınırlı olduğu görülmüştür. Özellikle son yıllarda matematik ders müfredatlarında yer alan ve öğrencilerin matematiksel zekâlarının gelişimine katkı sağlayan dönüşüm geometrisi konusuna ilişkin öğretmen yeterliklerinin ele alındığı çalışmaların ülkemizde yeterince ele alınmadığı gözlenmiştir. Bilindiği gibi, matematik dersinin temel amaçlarının gerçekleştirilmesi, derslerin verimli geçmesi ve öğrencilerin bu derse yönelik akademik başarı düzeylerinin artırılmasında öğretmenlerin derse yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinin iyi bilinmesi gerekmektedir. Aynı zamanda, literatürde dönüşüm geometrisi öğretimi üzerine gerçekçi sınıf senaryoları yöntemi ile öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerini sorgulayan bir çalışmaya rastlanmamış olması, çalışmanın önemini arttıracakı düşünülmektedir. Ayrıca, dönüşüm geometrisinde öğretmenlerin karşılaştıkları güçlüklerden yola çıkılarak gerçekçi sınıf senaryoları tekniği ile soruların hazırlanmış olması öğretmenlerin daha rahat cevaplar verecek olmasını düşündürmektedir. Dönüşüm geometrisi konusunu işleyen öğretmenlere, ileride bu konuyu işleyecek olan öğretmen adaylarına, bu konuda çalışmak isteyen araştırmacılara ve hizmet içi eğitim programlarının içeriğinin belirlenmesinde fayda sağlayacağı ve farklı bir bakış açısı sunacağı düşünülmektedir. Bu araştırmadan elde edilen veriler doğrultusunda diğer öğretmen adayları, öğretmenler ve araştırmacılar matematik eğitimi için dönüşüm geometrisi anlatırken sınıfta ne tür zorluklarla/problemlerle karşılaşabilecekleri ve karşılaştıkları zaman öğrenci grubu karşısında özelleştirilmiş alan bilgilerinin ne derece etkili olduğu, neler yapmaları gerektiği hakkında fikir sahibi olabilirler. Bu çalışma ile öğretmenlerin sınıf ortamında karşılaştıkları sorunlarla daha rahat başa çıkabilecekleri, özelleştirilmiş alan bilgi düzeylerini ve gelişimlerini artırarak, dönüşüm geometrisine dair becerilerinin gelişmesi beklenmektedir. Kısacası, dönüşüm geometrisinde gerçekçi sınıf senaryoları yöntemiyle özelleştirilmiş alan bilgilerinin rolünü araştırarak olan bu çalışmanın; öğrenciler, öğretmenler, öğretmen adayları ve araştırmacılar için faydalı olacağı düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın aşağıdaki biçimde sınırlılıkları mevcuttur:

- i. Bu araştırma nitel bir özellik taşıdığından beş katılımcı ile yürütülmüştür. Dolayısıyla araştırma bu beş katılımcının görüşleri ile sınırlıdır. Çünkü birçok nitel araştırmada olduğu gibi, durum çalışmalarında da ayrıntılı ve derinlemesine incelemenin yer almasından dolayı katılımcı sayısı az kişiden oluşmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2013, s.320-321).
- ii. Öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerinin gerçekçi sınıf senaryoları ile öteleme, dönme konuları hakkında karşılaşılan zorlukların incelenmesi süreci ile ilgili yapılan çalışmalar ile sınırlıdır.
- iii. Öğretmenlerin konu alan bilgileri ağırlıklı olarak matematiksel özel alan bilgisi yeteneklerinin incelenmesi ile sınırlandırılmıştır.
- iv. Araştırmada veriler; görüşmeler, gerçekçi sınıf senaryoları ve gözlemlere dayalı olarak toplandığından, görüşmelerdeki gerçekçi sınıf senaryolarında bulunan sorulara verilen cevaplar ile sınırlıdır.
- v. Çalışmadan elde edilecek bulgular; çalışmaya katılan öğretmenler ve 2018/2019 güz döneminde çalışmanın yapıldığı süre ile sınırlıdır.
- vi. Araştırma; var olan maddi imkân, zaman ve araştırmacının ulaşabildiği kaynaklarla sınırlıdır.
- vii. Araştırmanın veri analiz sürecinde içerik analizinden yararlanılmıştır. Dolayısıyla araştırmada elde edilen bulgular bu analiz yöntemiyle sınırlıdır.

1.6. Araştırmanın Sayıtları

Bu çalışmada, araştırmanın sonuçlarını etkileyebilecek ancak araştırmacı tarafından kontrol edilmesi mümkün olmayan değişkenlerle ilgili ön kabuller aşağıda ifade edildiği gibidir.

- i. Araştırmaya katılan öğretmenler araştırmada kullanılan özelleştirilmiş alan bilgisi gerçekçi sınıf senaryolarındaki soruları ve onlara yöneltilen görüşme sorularını tüm samimiyetleriyle ciddi bir şekilde cevaplandıracaklardır.
- ii. Gerçekçi sınıf senaryolarındaki ve görüşmelerdeki sorular öğretmenlerin zihinsel süreçlerini ve özelleştirilmiş alan bilgilerini doğru bir şekilde ortaya çıkaracaktır.

- iii. Kullanılan gerçekçi sınıf senaryoları MEB'in hedef ve kazanım amaçlarına ve lisans seviyesine uygundur.
- iv. Öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarına verdikleri cevaplar ile birebir gerçek sınıf ortamında bu zorluklarla karşılaştıklarında aynı şekilde davranacakları düşünülmektedir.
- v. Veri toplama araçları hazırlanırken alınan uzman görüşleri yeterli olacaktır.
- vi. Araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturmak için taranan kaynaklar güvenilir ve yeterli bilgi vermiştir.

1.7. Tanımlar

Bu araştırmada kullanılacak olan tanımlar aşağıda verilmektedir.

Öteleme: $T: E^2 \rightarrow E^2$; $T(P) = P + v$, ($P \in R^n$) şeklinde tanımlı T dönüşümüne $v \in E^n$ ile eşleştirilmiş bir öteleme dönüşümü adı verilir. (Argün vd., 2014).

Dönme: T düzlemin bir dönüşümü $v \in R$ olsun. Düzlemin tüm P noktaları için $|OP| = |OT(P)| = |OP'|$, $m(\angle POT(P)) = m(\angle POP') = \alpha$ olacak şekilde düzlemde bir tek O noktası varsa T dönüşümüne α radyanlık bir dönme dönüşümü, O noktasına da T dönüşümünün dönme merkezi adı verilir (Argün vd., 2014).

Gerçekçi Sınıf Senaryoları: Yaşanmış ya da yaşanması muhtemel olaylardan oluşan, matematik öğrenme ve öğretme ile ilgili görev ve sorumluluklar düşünülerek tasarlanan kısa öykülerdir (Biza, vd., 2014).

Özelleştirilmiş Alan Bilgisi: Öğretmenin öğretmesi gereken alana ait kavramlar ve içerik ile ilgili zihnindeki düşünce yapısını ortaya çıkaran bilgidir. Bu bilgiye göre, bir öğretmen anlattığı konuya derinlemesine hâkim olmalı, konuda bahsedilen bütün temsiller ve ilişkiler hakkında yeterli bilgi sahibi olup öğrencilerden gelen neden/niçin sorularına cevap verebilmelidir (Ball, 2008).

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE

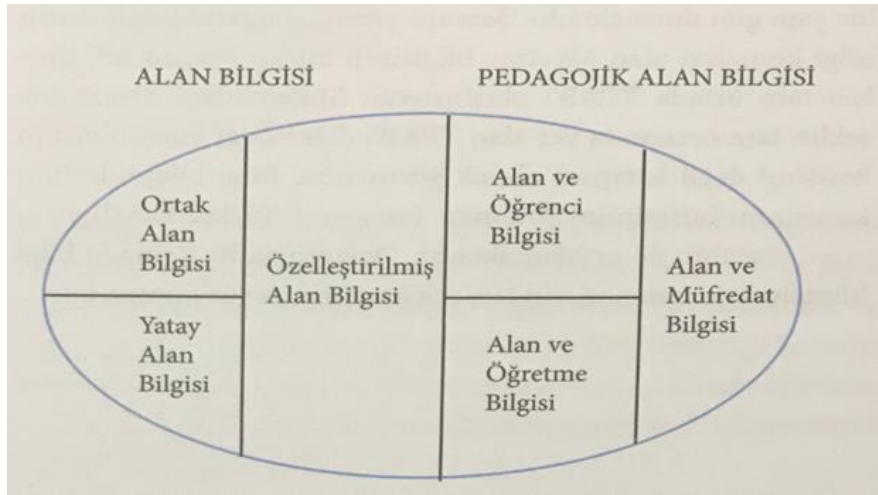
2.1. Özelleştirilmiş Alan Bilgisi

Öğretmenlerin, eğitim ve öğretimin kalitesini artırmak ve öğrencilerin öğrenmelerini desteklemek için sahip olmaları gereken bazı yeterlilikler bulunmaktadır. Milli Eğitim Bakanlığı bu yeterlilikleri; mesleki bilgi, mesleki beceri ve tutum ve değerler başlıkları altında güncellemiştir (MEB, 2017).

A	Mesleki Bilgi	B	Mesleki Beceri	C	Tutum ve Değerler
A1.	Alan Bilgisi	B1.	Eğitim Öğretimi Planlama	C1.	Milli, Manevi ve Evrensel Değerler
	Alanında sorgulayıcı bakış açısını kapsayacak şekilde ileri düzeyde kuramsal, metodolojik ve olgusal bilgiye sahiptir.		Eğitim öğretim süreçlerini etkin bir şekilde planlar.		Milli, manevi ve evrensel değerleri gözetir.
A2.	Alan Eğitimi Bilgisi	B2.	Öğrenme Ortamları Oluşturma	C2.	Öğrenciye Yaklaşım
	Alanının öğretim programına ve pedagojik alan bilgisine hâkimdir.		Bütün öğrenciler için etkili öğrenmenin gerçekleşebileceği sağlıklı ve güvenli öğrenme ortamları ile uygun öğretim materyalleri hazırlar.		Öğrencilerin gelişimini destekleyici tutum sergiler.
A3.	Mevzuat Bilgisi	B3.	Öğretme ve Öğrenme Sürecini Yönetme	C3.	İletişim ve İş Birliği
	Birey ve öğretmen olarak görev, hak ve sorumluluklarına ilişkin mevzuata uygun davranır.		Öğretme ve öğrenme sürecini etkili bir şekilde yürütür.		Öğrenci, meslektaş, aile ve eğitimin diğer paydaşları ile etkili iletişim ve iş birliği kurar.
		B4.	Ölçme ve Değerlendirme	C4.	Kişisel ve Mesleki Gelişim
			Ölçme ve değerlendirme, yöntem, teknik ve araçlarını amacına uygun kullanır.		Öz değerlendirme yaparak, kişisel ve mesleki gelişimine yönelik çalışmalara katılır.

Şekil 1. Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri (MEB, 2017)

Özel olarak matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken yeterlilikler ise alan bilgisi, alan eğitimi bilgisi, tutum ve değerler, mesleki gelişim ve matematik kültürünü destekleme şeklinde dört farklı kategori altında sınıflandırılmıştır (MEB, 2017). Bir matematik öğretmenin matematiği öğretmeye yönelik bilgisi, bu yeterliliklerle çok yönlü bir şekilde ilişkilidir. Matematik eğitimcisiinden öğretmeyi öğretme bilgi ve tecrübesine sahip olması beklenmektedir (Baki, 2018, s.3). Matematik eğitimi literatürü incelendiğinde, matematiği öğretme bilgisini modelleyen birçok kavramsal çerçeve karşımıza çıkmaktadır. Deborah Loewenberg Ball, Mark Hoover Thames ve Geoffrey Phelps tarafından 2008 yılında ortaya koyulan model bunlardan birisidir. Bu çerçeveye göre bir matematik öğretmenin sahip olması gereken matematik alan bilgisi; genel alan bilgisi, yatay alan bilgisi ve özelleştirilmiş alan bilgisi şeklinde üç başlıkta incelenebilir (Ball, 2008, s.400).



Şekil2. Matematiği öğretme bilgisinin alanları (Ball, Thames, & Phelps, 2008).

Genel alan bilgisi, matematik problemlerini çözüp gerekli matematiksel işlemleri yapabilecek kadar gereken matematik bilgisidir. Bu bilginin içinde öğretime yönelik matematiksel bilgi ya da beceriler yoktur. Genel alan bilgisine hâkim olan bir öğretmen, öğrencilerini matematiksel işlemler yapabilecek düzeyde yönlendirebilir. Daha fazla derine inmez. Aslına genel alan bilgisi sadece matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken bir yeterlik değildir. Örneğin; bir kimya öğretmeni de bir maddenin mol sayısını hesaplarken gerekli matematiksel işlemleri yapma konusunda öğrencilerini yönlendirip, yaptıkları işlem hatalarını fark edebilir. Örneğin; “1,22 ile 1,35 sayıları arasında bir sayı bulunuz?” sorusuna cevap verildiğinde buradaki bilgi genel alan bilgisidir. Yani burada konuyu bilen, matematiksel işlem becerisine sahip olan bir mühendis, mimar, fizik öğretmeni gibi diğer meslek grupları da matematiksel genel alan bilgisine sahip olabilir.

Yatay alan bilgisi, Ball ve meslektaşları tarafından bir matematik öğretmenin işleyeceği konuyu, önceki konular ile ilişkilendirebilecek kadar yeterli bilgiye sahip olması olarak tanımlanmıştır (Ball vd., 2008, s.400). Shulman ‘a göre bir matematik öğretmeni işleyeceği konuyu yatay olarak ilişkilendirebilme yeterliliğine sahip olmalıdır. Shulman yatay alan bilgisi ile öğretmenin bilgisinin sadece çalıştığı sınıf seviyesi ile sınırlı kalmaması gerektiğini, diğer sınıf seviyeleri ile ilişki kurabilmesidir (Shulman, 1986, s.10). Örneğin; 10.sınıflarda fonksiyonlar konusunu anlatan bir öğretmenin ortaokul müfredatı 8.sınıfta yer alan doğrudan eğim konusundan ve lise müfredatı 12.sınıfta yer alan üstel fonksiyon konusundan haberdar olmalı, sınıf seviyeleri ile gerekli ilişkiyi kurabilmeli, öğrencilere aktarabilmelidir.

Özelleştirilmiş alan bilgisi ise, bir öğretmenin matematik öğretimi sırasında kullanabilecek şekilde matematiksel bilgiye sahip olmasıdır. Buna göre, bir öğretmen işleyeceği konuya derinlemesine hâkim olmalı, konuda bahsedilen bütün temsiller ve ilişkiler hakkında yeterli bilgi sahibi olmalı, öğrencilerden gelen neden/niçin sorularına cevap verebilmelidir. Özelleştirilmiş alan bilgisi, etkili öğretimin gerçekleşebilmesi için öğretmenlerin sahip olması gereken yeterliliklerin başında gelmektedir. Örneğin; trigonometrik fonksiyonlar konusunu anlatan bir lise matematik öğretmenin $\sin(x)$ ‘in grafik gösterimindeki periyodik yapıyı bilmesi gerekir. Hatta bunun da ilerisinde bu fonksiyonun grafiği oluştururken $\sin(x)$ değerlerinin yani görüntü kümesinin esasen birim çemberlerde çizilen dik üçgendeki sinüs oran değerlerinden geldiğini bilmesi ve öğrencilerine bunu açıklayabilmesi gerekir. Özelleştirilmiş alan bilgisi ile genel alan bilgisini kavramlarını birbirine karıştırmamak için şöyle bir örnek verebiliriz. Örneğin; $\frac{1}{5} \div \frac{1}{2}$ işleminde birinci kesri aynen yazıp, ikinci kesri ters çevirip çarparak işlemin sonucunu bulmak için genel alan bilgisine ihtiyaç vardır. Fakat bu işlemi sadece yapmakla yetinmeyip, bu kuralın ne anlama geldiğinin bilinmesi, ayrıca bu soruyu yanlış yapan öğrencilere bunu matematiksel olarak izah etmesi, yönlendirme yapmasını özelleştirilmiş alan bilgisi ile açıklayabiliriz (Ball vd., 2008, s.4).

Bu başlıklar içerisinde en fazla dikkat çeken özelleştirilmiş alan bilgisidir. Çünkü özelleştirilmiş alan bilgisinde, diğer başlıklardan farklı olarak öğretme bilgisini değil, yalnızca matematik bilgisini içermektedir (Karamık, 2016). Özelleştirilmiş alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisinin birbirinden farklı kavramlardır. Özelleştirilmiş alan bilgisi pedagoji içermeyen, öğretmeye dayalı bir bilgi içerir. Matematik bilen ve kullanan

herkesten özelleştirilmiş alan bilgisine sahip olması beklenemez. Özelleştirilmiş alan bilgisinin tanımında Ball ve arkadaşları (2008) pedagoji, alan, müfredat bilgisine değil yalnızca öğretmeyi içeren bir alan bilgisine dikkat çekmektedirler. Verimli bir matematik öğretiminin gerçekleşmesi için, Ball (1990) öğretmenlerin sağlam bir alan bilgisinin olması gerektiğini söylemektedir. Bir matematik öğretmenin alan bilgisi, öğrenciye nasıl bir bilgi aktarabildiğinin parçasıdır (Hill, Ball & Schilling, 2008, s.400).

Ball ve McDiarmid (1990) e göre öğretmenler sınırlı bir kavram bilgisi ile hatalı açıklamalar yaparak öğrencilerde kavram yanlışlarına sebep olmaktadır. Buna bağlı olarak, öğretmenlerin sınırlı bilgiye sahip olması, öğretmen merkezli bir sınıf ortamları oluşturmaktadır. Bu tarz ortamlarda öğrenciler rahat bir biçimde akıllarında ki soruları soramazlar ve etkin bir öğretim gerçekleşmemiş olur (Even & Tirosh, 1995).

Öğretmenlik hem teorik bilgileri, hem de pratik bilgileri bir arada bulunması gerektiren bir meslektir. Bu yüzden öğretmenler öncelikle güçlü bir özelleştirilmiş alan bilgisine sahip olmalı, sonra bunları uygulama becerisine sahip olmalıdır (Ayas, 2009, s.8).

Matematik dersini anlatan bir öğretmen, temel anlamda bütün kavramlara derinlemesine hakim olursa, dersini anlatırken kendini daha rahat hissedilebilecek ve daha anlamlı bir ders ortamı oluşmasına ortam sağlayacaktır. Ayrıca böyle bir öğretmen etkili öğretimin gerçekleşmesine zemin hazırlayarak, öğrencilerden gelebilecek sorulara rahatlıkla cevap verebilecektir (Doğan, 2000).

Öğretmenlerin, mesleğe yeni başladığı tecrübesiz olduğu yıllarda sıklıkla matematik öğretiminde sıkıntılarla karşılaştıkları bir gerçektir. Bu sorunlar ile karşılaşıldığı zaman öğretmenler kendi eğitimlerinde öğretmenlerinden nasıl eğitim görmüşler ise o yöne yönelmektedirler (Argün, 2008). Bu sebeple, öğretmen eğitimi her dönemde önem arz etmektedir.

Öğretmen bilgisi üzerine yapılan çalışmalarda, öğretmen bilgisinin doğrudan öğretim ve öğrenme üzerine etkisi olduğu görülmektedir (Peterson, 1998). Öğretmenlerin etkisinin de öğrencilerin başarısını etkileyeceği bir gerçektir (Hill vd., 2005). Aynı zamanda, eğitim sisteminin başarısı da öğretmenlerin başarısına bağlı olduğundan, öğretmenlerin eğitim ve öğretim sürecinde çok kritik bir yere sahip oldukları söylenebilir (Safran, Kan, Üstündağ, Birbudak ve Yıldırım, 2014).

Kısaca, bir matematik öğretmenin sadece genel alan bilgisine sahip bir şekilde matematik bilmesi yeterli değildir. Çünkü bu matematiği diğer meslek grupları da bilmektedir. Etkili

bir öğretimin gerçekleşmesi için öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerinin iyi olması gerekmektedir (Mewborn, 2001).

2.2. Matematik Eğitiminde Dönüşüm Geometrisinin Önemi

Matematik, diğer bilim dalları ile ilişkili olması sebebiyle hemen hemen bütün meslek dallarında önemlidir. Matematiğin alt dallarından olan geometri de, gerek günlük yaşamda etrafımızdaki cisimleri anlamlandırmada gerek mühendislik, mimaride önemli bir yere sahiptir. Geometri kelimesi yerküre ve ölçmek kelimelerinin birleşiminden meydana gelmektedir. Geometri cisimlerin birbirine göre durumları, şekil, konumları ve uzay ile ilgilenen bir bilim dalı olarak bilinmektedir. Geometrinin küçük yaşlarda iyi öğretilmesi, ilerde öğrencilerin bu derse karşı ön yargılarını yıkmalarını sağlamaktadır (Aksu ve Keşan 2011).

Matematiğin en eski dallarından biri olan geometrinin Battista (2001) tarafından yapılan tanımı, Lester (2007) tarafından genişletilerek; fiziksel ve düşünsel uzamsal ortamların analiz edilmesinde ve kavramsallaştırılmasında kullanılan kavramların, muhakeme yollarının ve gösterim sistemlerinin birbirine bağlı karmaşık bir yapısı olarak tanımlanmıştır. Van de Walle (2004) geometrik fikirlerin farklı insanlar tarafından farklı yollarla düşünüldüğüne dikkat çekmektedir. Bu etkinlikleri tamamlama ve bunlara yaklaşım yolunun muhtemelen akranlarınızdan farklı olduğunu ve okul çağındaki öğrencilerin de bunları sizden farklı yapacakları anlamına geldiğini ifade etmektedir. Araştırmalar geometrik düşünce üzerinde yaşınl değil geometrik etkinliklerin ana etken olduğunu söylemektedir diye de ekleme yapmıştır (akt. Arık-Karamık, 2016, s.36). Geometri, öğrencilerin korktuğu bir ders alanı olarak görülmüş olsa da günlük hayatımızın tam içindedir. Geometri bilen bireylerin yaşamını kolaylaştırdığı bir gerçektir (Sherard, 1981).

Geometri insan düşüncesinin bir ürünü olup, soyut düşünmeye dayanır. Birtakım aksiyomlar ile oluşturularak, karmaşık yapılardan meydana gelmektedir. Bu yapılar öğrencilerin doğrudan yaşamlarını etkilemezken, farkına varmadan dolaylı olarak etkilemektedirler. Geometri alanında Türk öğrencilerinin yaşadığı sıkıntılar uluslararası çalışmalarda da belirtilmiştir (Mullis vd., 2000; TIMMS).

Düzlemde düzleme tanımlanan birebir eşlemeye dönüşüm adı verilmektedir (Dodge, 2012; Martin, 1992). Dönüşüm, matematik eğitimcileri tarafından düzlemde birebir ve

örten bir fonksiyon olarak tanımlanırken, öğrenciler tarafından bir hareket olarak algılanmaktadır (Edwards, 2003; Hollebrands, 2003; Flanagan, 2001; Yanık, 2006; Sünker ve Zembat, 2012). Dönüşüm kavramını hareket olarak algılayan bir öğrenci, geometrik şekillerin düzlemin üzerinde bir hareket olduğunu düşünürken, fonksiyon olarak anlayan bir öğrenci ise düzlemdeki tüm noktaların yine düzlemdeki noktalara eşlediğini bilir (Edwards, 2003). Bu algının sebebi araştırılırken öğretmenlerin dönüşüm geometrisine yönelik kavramları derinlemesine bilmeleri çok önemlidir.

Öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutumlar geliştirmelerinde bazı görsel süslemelerden yararlanılmaktadır. Söz konusu süslemelerde görsel estetiği ön plana çıkaran dönüşüm geometrisinden faydalanılmaktadır. Bununla ilgili kavramlar süslemeler, dönüşümlerden öteleme, dönme, yansıma ve ötelemeli yansımadır. Altıncı, yedinci ve sekizinci sınıflara ilişkin kazanımlardan bazıları bunlardan biri ya da birkaçı ile ilişkilidir. Bunların yanı sıra, bu kazanımlara ilişkin etkinlik ipuçları, etkinlikler, ders içi ve dersler arası ilişkilendirmeler, ölçme-değerlendirme ve uyarılar ile ilişkili açıklamalara yer verilmiştir (Bulut ve vd, 2016, s.1166).2006-2007 eğitim-öğretim döneminde altıncı sınıflarda uygulamaya konulan öğretim programında yapılandırmacı kuram kabul edilmiş ve öğrenci odaklı bir öğretim temel alınmıştır. Söz konusu öğretim programının geometri alt öğrenme alanında dönüşüm geometrisine ilişkin yeni konular yer almaktadır. Bu konulardan öteleme ve dönme konuları lise müfredatında da matematik dersinde işlenen konular kapsamındadır. Dönüşüm geometrisi konusu öğrencilere çok küçük yaşlarda öğretilmeye başlanmalı ve çevreye bakıldığında pek çok doğal yapıda ve tabiat öteleme, dönme ve yansıma dönüşümlerine geliştiği öğrencilere aktarılmalıdır (Güven ve Kaleli-Yılmaz, 2012, s.443).

Jackson (1975) dönüşüm geometrisinin, matematiğin her alanında kullanılan, alt yapısını oluşturan fonksiyonların bir alt uygulama alanı olduğunu vurgulayarak, geometrik konulara farklı bir bakış açısıyla bakmayı sağladığını belirtmektedir. Dönüşümler; öğrencilere, fonksiyonlar gibi önemli matematiksel kavramları düşünmeye sevk edecek ortam sağlayarak, matematik ile diğer bilim dalları arasında bir bağlantı kurulmasını sağlamaktadır (Flanagan, 2001; Hollebrands, 2003). Buna karşılık dönüşüm geometrisinin öğretim sürecinde bazı sorunlarla karşılaşıldığı bilinmektedir. Öğretim programlarında da dikkatle üzerinde durulan dönüşüm geometrisinin, öğrenilmesinde güçlüklerin yaşandığını tecrübelerin yanında araştırma sonuçları da ortaya koymaktadır. Bu güçlüklerden öğrencilerin yansıma-simetriyi ortaya koyma-anlama, yapma zorlukları (Leikin ve vd,

2000, s.18), dönme dönüşümlerindeki zorlukları (Clements ve Burns, 2000, s.31), ve altıncı sınıf öğrencilerinin öteleme kavramının anlaşılmasındaki problemlerle (Yanık, 2014, s.33) ilgili olan çalışmalar en dikkat çekenlerinden bazılarıdır. Yalnızca öğrencilerin değil ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının da dönme dönüşümünün uygulamasında, dönme ve öteleme dönüşümlerinin cebirsel anlamlarında hata yaptıklarına ilişkin araştırmalarla karşılaşmaktadır (Ada ve Kurtuluş, 2010, s.901). Görüldüğü gibi gerek öğrenciler gerekse öğretmenler dönüşüm geometrisi konusunda zorluklara sahiptirler (akt. Bulut ve vd, 2016, s.1166).

Öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin bile en çok sıkıntı yaşadıkları alanlardan bir tanesi ise geometrinin alt alanlarından bir tanesi dönüşüm geometrisidir. Dönüşüm geometrisinde yer alan kavramların tam anlamıyla öğrenilememesi, temsiller ile ilişki kurulamaması, zihinlerde sonsuz nokta, düzlem gibi kavramların tam anlamıyla bilinmemesi bu öğrenme alanında çeşitli sorunlara yol açmaktadır. PISA VE TIMSS sınavlarına bakıldığı zaman matematiğin alt kolu olan geometriyi içeren alt öğrenme alanları incelendiğinde son sıralarda olmamız araştırmacılar (Olkun ve Aydoğdu, 2003; Ardahan ve Ersoy, 2004; Yahşi Sarı, 2012, Yıldırım Gül, 2014) tarafından da söylenmektedir.

Dönüşüm geometrisinde yer alan öteleme ve dönme kavramlarının tam manasıyla öğrenilmesi için, başka matematiksel terimler ile bir bağ kurulması bir gerekliliktir. Örneğin; öteleme dönüşümü demek kelime anlamı olarak şekillerin ötelenmiş yani yer değiştirmiş halini çağrıştırmış olabilir. Eğer bu kavramı öğretirken bu kavramların üzerinde durulmaz ise öğrenciler öteleme dönüşümünü sadece şekil olarak ele alıp, matematiksel içeriğini öğrenememektedir. O yüzden, öteleme dönüşümünde özellikle bütün noktaların yer değiştirdiğine, bu dönüşümün aslında bir fonksiyon olduğunun üzerinde durulmalıdır (Faydacı ve Zembat, 2012). Literatürde yapılan dönüşüm geometrisi ile ilgili yapılan araştırmalarda, ilköğretim öğrencilerinin, ortaöğretim öğrencilerinin, matematik öğretmen adaylarının ve hatta matematik öğretmenlerinin bile dönüşümleri hareket veya eylem olarak anlamlandırdıkları, fonksiyon olarak algılamadıkları görülmüştür. Bu algının değişmesinin kolay olmadığını araştırmalar gözükmektedir (Glass, 2001; Hollebrands, 2003; Yanık, 2011).

NCTM (2000) dönüşüm geometrisini tanımlarken, cisimler ve özellikleri, dönüşüm geometrisi, yer değiştirme ve görselleştirme olarak dört kategori altında ifade etmiştir.

Dönüşüm geometrisinde yer alan alt kavram olan öteleme dönüşümü uzaklığı ve açıları korur. Öteleme dönüşümü yapıldığı zaman; noktalar noktalara, doğrular doğrulara, çokgenler çokgenlere dönüşmüş olur (Argün vd., 2014). Öteleme dönüşümünde cismin şeklinde, yönünde, boyutunda değişiklik meydana gelmediği, cismin konumunda değişiklik olduğu öğrencilere aktarılması gereken kazanımlardandır (MEB, 2009).

Dönüşüm geometrisinde yer alan bir başka kavram olan dönme dönüşümü ise cisimleri dönme merkezi adı verilen belirli bir nokta etrafında belirli açı ölçüsü kadar harekete geçirme işlemidir (Argün vd., 2014). Dönme dönüşümünde ise cismin biçimi ve boyutu invariant kalırken, cismin yönü değişebilir (MEB, 2009).

Literatür incelendiğinde, her yaştaki öğrenci grubunun dönüşüm geometrisi ile ilgili kavramlarda sıkıntı yaşadıkları görülmektedir (Clements ve Battista, 1998; Clements, Battista, ve Sarama, 1998; Edwards, 2003; Flanagan, 2001; Hollebrands, 2003; Jung, 2002; Yanık, 2006). Van de Walle'nin (2007) belirtmiş olduğu düşünceye göre, matematik sadece semboller, notasyonlar, cebirsel işlemlerden ibaret olmayan bir bilim dalıdır. Matematikte kullandığımız her sembolün, her bir notasyonun matematik dilinde bir karşılığı vardır ve bunların hepsi birbiri ile bir ilişki içerisinde. Eğer bu kavramlar arasındaki ilişkinin öğretmenler farkında olup, tam manasıyla öğrenirlerse öğrenciler üzerinde olumlu bir matematik algısı oluşur (Hollebrands, 2003).

2.3. Gerçekçi Sınıf Senaryoları

Öğretim modeli kavramı, son zamanlarda yurt dışında eğitim dünyasında gerçekleştirilen çalışmaların merkezini meydana getirmiştir. Öğretmenler arasındaki kişisel ve öğretime ilişkin çeşitliliklere dikkat çekmeye ilişkin gerçekleştirilen çalışmalar öğretim modeli teriminin popüleritesini artırmıştır. Öğretmenlerin kendi öğrenme ve öğretme aşamasındaki tutumlarını gözlemlemeye ilişkin gerçekleştirilen çalışmalar, öğretim modelleri konusunda çeşitli tanımlamaların gerçekleştirilmesine ve modellerin geliştirilmesine sebep olmuştur (Üredi ve Üredi, 2007, s.134). Bu yöntemlerden birisi de matematik öğretiminde yaygın olarak kullanılan senaryolar yöntemidir.

Yaşanmış olaylardan ya da yaşanması muhtemel olaylar göz önünde bulundurularak anlatım şekline senaryo adı verilir. Senaryolar kısa hikâyeciklerden oluşturulabileceği gibi, birkaç kişi arasında geçen diyaloglar tarzında da olabilir (Açıkgöz, 2007, s.118).

Campbell (1996, s.3)’a göre ise senaryolar “sonu verilmeden, kısa ancak mevcut problemi uzunlukta ve altı çizilen problemin temelini perdelemeyecek derecede detaylara inilen hikâyeler bütünüdür.”İyi bir senaryo, günlük yaşam içerisinde karşılaşılabilen durumlardan daha az karmaşık, birden fazla cevabın olduğu, belirli bir ortamın ifade edildiği ve öğrencilerin bireysel niteliklerine göre üzerinde değişiklikler yapılabilen esnek bir yapıya sahiptir.Erickson (1986) senaryoları,gerçek yaşamda karşılaşılabilen olayların meydana gelişinin güçlü ve canlı bir portresi olarak tanımlamıştır. Söz konusu portre olayın gerçek zaman diliminde ortaya çıkışının doğal süreçleri ile ilgili tüm ayrıntıları içermektedir. Bu yöntemle hazırlanmış olan senaryolar, örneklemde olay anını yaşamış gibi veya olay esnasında oradaymış gibi bir duygu uyandırmaktadır (akt. Kaya ve Kaya, 2013, s.132).

Senaryolar gerçek yaşamda gerçekleşen yada gerçekleşmesi muhtemel olayları yansıtarak farklı çözüm yollarının olduğu durumlarda problemler üzerinde yapılan tartışmaları cesaretlendirip, teşvik etmek amacıyla yazılmış hikâyelerdir (Jeffries ve Maeder, 2004, s.20).Kısa senaryolar öğrenme ortamına ait birçok faktör içermesi, böylelikle öğretmenlere gerçek sınıflarda yaşadıkları veya yaşamaları muhtemel birçok durum ve olayı sunması sebebiyle veri toplama sürecini daha geçerli bir hale getirir (Cavanagh & Fritzsche, 1985).Senaryolar, bireysel yapılan görüşmeler boyunca neden ve nasıl sorularına ayrıntılı cevaplar alınmasını sağlayacak bir ortam oluşturur (Hughes,1998).Senaryolardakatılımcılardan bir karakterin rolünü üstlenmeleri istendiği zaman, onların kendi bakış açılarını bir kenara bırakmaları sağlanabilir. Böylece alınacak cevaplarda toplumsal ve kültürel beklentilerde ki önyargılar önemli ölçüde azaldığından, elde edilen verinin geçerliliği artacaktır (Finch, 1987).

İlk olarak Yunanistan’da pedagojik eğitim programlarında öğretmenlere uygulanan bir yöntem olan gerçekçi sınıf senaryoları, İngiltere’de Biza, Nardi ve Joel (2014) tarafından yapılan çalışmada lisansüstü eğitimlerde matematik öğretmenlerinde uygulanmaya başlanmıştır. Gerçekçi sınıf senaryoları tasarlanırken, öğretmenlerin sınıf içinde matematik öğrenme ve öğretme ile ilgili görev ve sorumlulukları düşünülerek oluşturulmuştur. Özellikle gerçekçi sınıf senaryoları tasarlanırken, öğrencilerden gelebilecek sorulara ve kavramsal yanlışlara en çok yapılan hatalar üzerine yoğunlaşmıştır.

Zazkis, Sinclair ve Liljedahl (2013) yapmış oldukları çalışmada öğrenciler ve öğretmenler arasında geçen konuşmalar tarzında olan, kısa öykülerden oluşan gerçekçi sınıf senaryolarından bahsetmişlerdir. Gerçekçi sınıf senaryolarının en önemli avantajlarından biri sınıf içi tartışma ortamlarına zemin hazırlayarak hem zümre içinde öğretmenlerin, hem

de sınıf ortamında öğrencilerin karşılıklı tartışma ortamı sayesinde etkili bir öğretimin gerçekleştirilmesini sağlamaktır.

Son olarak gerçekçi sınıf senaryoları, bir konunun araştırılmasında veya konunun anlatılmadan önce incelenip, üzerinde tartışılması ile öğretimde önemli bir rol oynamaktadır. Yapılan birçok çalışmalar dersin önceden hazırlıklı bir şekilde işlenmesi gerektiğini savunmaktadır (Kilpatrick, Swafford, Findell, 2001; Shulman 1987). Aynı zamanda, sınıf içinde daha etkili bir öğrenimin gerçekleştirilebilmesi için, önceden öğretmenin hazırlıklı olup, öğrencilerden gelebilmesi muhtemel bütün sorulardan haberdar olması son derece önemlidir (MEB, 2013).

2.4. İlgili Araştırmalar

Literatür incelendiği zaman dönüşüm geometrisinde çoğunlukla ortaokul öğrencileriyle ve ortaokul öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarla karşılaşılmaktadır. Aşağıda dönüşüm geometrisi ve öğretmenlerin alan bilgisi ile ilgili yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

Arık-Karamık (2016) tarafından yapılan araştırmada, ilköğretim düzeyindeki matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanı bakımından pedagojik tasarım kapasitelerinin belirlenmesini amaçlamıştır. Araştırmaya 12 matematik öğretmeni dâhil edilmiştir. Öğretmenlerin dönüşüm geometrisi alt problem alanlarını işleme tarzının ve süresinin birbirinden farklı sürelerde tamamladığı, öğretmenlerin dönüşüm geometrisi ile ilgili sisteme yönelik, sınava yönelik inanışlarının olduğu tespit edilmiştir.

Kurtuluş ve Çoban (2016) tarafından yapılan araştırmada, öğrencilerin dönüşüm geometrisi düzeylerin web tabanlı dönüşüm geometrisinin etkisinin olup olmadığını incelenmesini amaçlamıştır. Araştırmaya Eskişehir il merkezinde öğrenim gören 17 öğrenci dâhil edilmiştir. Araştırmanın sonunda öğrencilerin dönüşüm geometri öğrenmeler düzeylerine etki ettiği fakat bu etkinin farklı düzeylerde olduğu rapor edilmiştir.

Bulut ve diğerleri (2016) dönüşüm geometrisinin 7. Sınıf ders kitaplarında nasıl işlendiğine yönelik incelenmesini amaçlamıştır. Araştırmanın sonunda kitaplarda dönüşüm geometrisine dair olan bazı konu ve yöntemlerin işlenmediği, konuların gerçek yaşamla bağlantılı anlatıldığı, iletişim becerisi bakımından bütün kitaplarda buna yer verildiği fakat yeterli görülmediği ile karşılaşılmıştır. Kitaplarda yer alan dönüşüm geometrisinin öğrencilerin gelişimlerine katkı sağladığı, değerlendirme formlarına sadece iki adet kitabın yer verdiği diğer kitapların bununla ilgili bölüm ayırmadığı rapor edilmiştir.

Özyaşar (2013) tarafından yapılan araştırmada, dönüşüm geometrisi yönünden 7. Sınıf öğrencilerinin konu ile ilgili yeteneklerinin farklı değişkenler bakımından incelenmesini amaçlanmıştır. Araştırmaya güneydoğu Anadolu bölgesinde olan ve 7. Sınıf düzeyinde öğrenim gören 151 erkek ve 158 kadın öğrenci dâhil edilmiştir. Araştırmanın sonunda dönüşüm geometrisinin öğrenme stillerinin ve biçimlerini etkilediği, cinsiyet ile anlamlı bir ilişkisinin olmadığı rapor edilmiştir.

Çetin ve Doğan (2012) tarafından yapılan araştırmada, 7. Sınıf düzeyinde öğrenim gören bireylerin dönüşüm geometrisi ile ilgili hazır bulunuşluk durumlarının incelenmesini amaçlamıştır. Araştırmaya 150 ortaokul 7. Sınıf öğrenci dâhil edilmiştir. Araştırmanın sonunda öğrencilerin bazı konular ile ilgili yanlış düşünce ve bilgilere sahip oldukları, bu konulardan birinin öteme olduğu ve ötelemeye ilişkin görselleri çizmede hatalar yaptıkları test edilmiştir.

Güven ve Kaleli-Yılmaz (2012) tarafından yapılan araştırmada, dönüşüm geometrisinin dinamik geometri yazılımı kullanımı sınıf öğretmenlerinin akademik başarılarına etkisinin incelenmesini amaçlamıştır. Araştırmaya bir deney ve bir kontrol gurubu olmak üzere iki gurup oluşturulduğu ve toplamda 60 öğretmen dâhil edilmiştir. Araştırmanın sonunda her iki gurubunda lehine yönelik farklılıkların olduğu rapor edilmiştir.

Bayazıt ile Aksoy (2010) tarafından yapılmış olan çalışmada, öğretmenlerin fonksiyonlar konusundaki alan bilgileri incelenmiştir. Bu araştırmayı yaparken pedagojik alan bilgisini iki bileşene ayırmışlardır. Birinci bileşen olarak, öğretmenlerin yaşadıkları sıkıntılardan yola çıkılmış ve kavram yanılgılarına odaklanmışlardır. İkinci bileşen olarak ise, öğretmenlerin bu zihinlerindeki karmaşık yapıyı çözmek için eğitim öğretim yöntem stratejilerinin değiştirilmesi gerektiğine dikkat çekmişlerdir.

Gürbüz ve Durmuş (2009) tarafından yapılan araştırmada ilköğretim düzeyindeki matematik öğretmenlerinin geometri cisimler, dönüşüm geometrisi, süslemeler ve örüntüler ile ilgili yeterlilik düzeylerinin incelenmesini amaçlamıştır. Araştırmaya 25 matematik öğretmeni dâhil edilmiştir. Araştırmanın sonunda öğretmenlerin %56'sının örüntü ve süslemeler, %79'unun alt öğrenme alanında, bayanların %57'sinin yeterli olduğu, 31-45 yaş aralığında olan öğretmenlerin alan ile ilgili en yeterli ve verimli olduğu yaş aralığında olduğu test edilmiştir.

Gülekçüoğlu (2008) tarafından yapılan araştırmada, öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlar ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarını keşfetmek ve gelişimlerini anlamak

amaçlanmıştır. Araştırmanın sonucunda geometrik kavramlar içeren bir problem ile karşılaşan öğretmen adayları farklı yollar tercih etmektedirler. Bu tercihlerde bir kısım öğretmen adayları, sadece kazandıkları yeni kavram imajlarını kullanırken, bazı öğretmen adayları ilk olarak yeni kavram imajı ile problemin üstesinden gelmeye çalışmakta, fakat başaramadıkları takdirde eski kavram imajına geri dönmektedirler. Bir kısım öğretmen adayları ise problem çözme sürecinde hem eski hem de yeni kavram imajlarını birlikte kullanmışlardır.

Flanagan (2001) tarafından yapılmış olan araştırmada, öğrencilerin dönüşümleri bir hareket olarak algılayıp, ona göre yorumlar yaptıklarını belirtmiştir. Çalışmasında öğrencilerin dönüşümleri hareket olarak ele almalarının hataya yol açtığını, öğrencilere dönüşümleri anlatırken özellikle fonksiyon kavramı olarak anlatmanın önemine dikkat çekmiştir. Bu yönde araştırmalar yapılması gerekliliğine dikkat çekmiştir.

Prawat, Remillard, Putnam, Heaton (1992), yapmış oldukları araştırmalarda, ilk olarak öğretmenlerin katıldıkları kurslar ile konu alan bilgilerini araştırmaya yönelik çalışmalar yapmışlardır. Daha sonra ise çalışmalarında, doğrudan öğretmenlerin bilgisini ölçmeye yönelik çalışmalar yapmışlardır. Yapmış oldukları çalışmalarda öğretmenlerin sahip oldukları bilginin, yeteneklerin, becerilerin ve inançlarının sınıf içi öğrenme ortamlarında etkisine dikkat çekmişlerdir.

Stoessiger ve Ernest (1992) tarafından yapılan araştırmada, İngiltere’ de öğretmen adaylarının öğretme yeterlikleri araştırılmıştır. Öğretmen adaylarının % 68’inin kendileri matematiği öğretmede yeterli düzeyde gördüklerini tespit etmişlerdir. Araştırmacıların üzerinde durdukları en önemli nokta ise adayların neredeyse üçte birinin kendisini matematik öğretmede yetersiz gördüklerini belirtmişlerdir.

Kula (2011) tarafından yapılan araştırma, ortaöğretim matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmada öğretmenlerin limit kavramına dair öğretmenlerin alan ve öğretim bilgileri araştırılmak istenilmiştir. Araştırmada dörtlü bilgi modeli adı verilen yöntemden yararlanarak öğretmen adaylarının planlama ve uygulamaya geçme aşamasında inançlarından etkilendiklerini söylemişlerdir. Daha sonra öğretmen adaylarının ortaöğretimde yeterli tecrübeye sahip olmadıklarından, öğrencilerin nelerde sıkıntı yaşadıklarını tespit edemedikleri belirtilmiştir.

Law (1991) tarafından yapılan araştırmada, ilköğretim matematik öğretmen adayları ile nitel çalışma yürütülmüştür. Öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisinde sahip oldukları

kavramları bilgisayar destekli dinamik geometri programlarında nasıl kullanabildikleri araştırılmıştır. Bu araştırmanın sonunda öğretmenlerin bilgisayar destekli programlarda dönüşüm geometrisi ile ilgili bağ kurarken zorlandıklarından, hizmet içi eğitimler ile desteklenmeleri gerektiğinden bahsedilmiştir.

Harper (2002) tarafından yapılan araştırmada, bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliğinde okuyan dördüncü sınıf öğrencileri ile nitel bir çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada, öğretmen adaylarının ilk olarak dönüşüm geometrisi konusunda eksikleri belirlenmiştir. Daha sonra ise bilgisayar destekli programlarda komut verirken bu eksiklerini nasıl uyguladıkları araştırılmıştır. Bu araştırmanın bulgularına göre, öğretmen adaylarını yetiştiren öğretim görevlilerin de dönüşüm geometrisi ve bilgisayar destekli geometri programlarında eksiklerinin olduğuna dikkat çekilmiştir.

İlaslan (2013) tarafından yapılan araştırma, ortaokul matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi öğretirken yaşadıkları sıkıntılardan bahsedilmiştir. Daha sonra dönüşüm geometrisi konusunda öğretmenlerin eksiklerinin azımsanmayacak derecede çok olduğuna dikkat çekilip, önerilerde bulunulmuştur.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcılar, veri toplama teknikleri, veri toplama süreci, veri analizi ve araştırmanın geçerliliği ve güvenilirliğinden bahsedilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerini ortaya çıkarmayı hedefleyen bu çalışmada, nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğretmenlerin belirlenen öteleme ve dönme kavramlarına ait karşılaştıkları gerçekçi sınıf senaryolarında (Biza, Nardi, & Joel, 2015) neler düşündüklerini ve yaptıklarını, zihninden hangi sıralama ile çözüme ulaştığı, öğrencilerden gelen ‘‘neden’’ ‘‘niçin’’ sorularına nasıl cevap verdiğini nicel araştırma yöntemleri ile elde etmenin zor olması, bizi nitel araştırma yöntemini kullanmaya sevk etmiştir.

Nitel araştırma; gözlem, mülakat ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül olarak ortaya konmasına yönelik bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2013, s.45).

Her öğretmenin karşı karşıya kaldığı gerçekçi sınıf senaryolarında olayları düşünme biçimi, olaylara matematiksel açıklamalar yapabilmesi, değerlendirmesi, matematiksel fikirler sunması ve öğretilen bir konu ile geçmiş yılların konuları arasında bağlantı kurabilmesi farklılık göstermektedir. Öteleme ve dönme kavramına yönelik yapılan araştırmalar incelendiğinde, öğretmenlerin çözüm süreçlerinin birbirlerinden farklı olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin yapılan görüşmeler sırasında gerçekçi sınıf senaryolarına verecekleri cevaplar doğrultusunda, özelleştirilmiş alan bilgileri derinlemesine ve ayrıntılı olarak inceleneceğinden, araştırmanın modeli olarak nitel araştırma yöntemlerinden olan özel durum çalışması kullanılmıştır. Özel durum çalışması, özellikle bireysel çalışmalarda

tercih edilen bir nitel araştırma yöntemidir (Çepni, 2001). Özel durum çalışması; araştırılan konunun derinlemesine incelenmesine ve araştırmaya ilişkin bulguların ayrıntılı bir şekilde analiz edilip, yorumlanmasına imkân veren (Bogdan ve Biklen, 1998, 54; Arıkan, 2007, 88) bir nitel araştırma yöntemidir.

3.2. Araştırmanın Katılımcıları

Katılımcıları belirlemede çoğunlukla nitel araştırmalarda kullanılan ve detaylı araştırma yapmaya olanak sağlayan amaçlı örneklem yönteminden yararlanılmıştır (Patton, 2002). Amaçlı örneklem yöntemi, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların detaylı bir biçimde incelenmesine imkân veren bir örneklem seçme yöntemidir (Merriam, 1998).

Amaçlı örneklem seçme yönteminde, maksimum çeşitlilik gösteren bir katılımcılar üzerinden küçük bir katılımcı grubu oluşturulur ve araştırılan problem üzerinde katılımcıların çeşitliliği maksimum derecede aktarılmaya çalışılır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, 108-109).

Sonuçların genelleştirilmesi gibi bir amacı olmayan bu araştırmada, pilot ve asıl uygulamada farklı katılımcılar araştırmaya dâhil olmuş olup, araştırmanın katılımcıları ile ilgili detaylı bilgi aşağıdaki alt başlık altında incelenecektir.

3.2.1. Katılımcıların Özellikleri

Araştırma asıl uygulaması 2018-2019 eğitim öğretim yılında Ankara’ da Milli Eğitim Bakanlığına bağlı çalışan özel ve devlet okullarında çalışan öğretmenler ile gerçekleştirilmiştir. Özel okul aynı zamanda araştırmacının ortaöğretim matematik öğretmeni olarak görev yaptığı okuldur. Öğretmenlerin mesleki bilgi düzeyleri, teneffüs gibi ders dışı durumlarda öğrencilere davranış biçimleri, öğrencilere soru çözümü yaparken soruya bakış açısı gibi faktörler, araştırmacının görev yaptığı okulda araştırmasını yapması ve öğretmenleri yakından tanınması sebebi ile rahatlıkla gözlenmiştir. Yıl boyunca yapılan gözlemler sonucunda öğretmenlerin mesleki tecrübe yılları, lisans döneminde dönüşüm geometrisi dersini alma durumları, kişilik özellikleri, samimi cevap verme durumları göz önünde bulundurularak, zengin veri vermesi tahmin edilen 5 öğretmen belirlenmiştir. Bu öğretmenlerden 3’ü erkek 2’ si bayandır. Bahsedilen amaçlara yönelik olarak görüşme yapılacak öğretmenlerin seçiminde pilot çalışmada olduğu gibi, farklı özelliklere olanları dikkate alınmış olup; mesleki tecrübe

olarak farklı özelliktekiler arasından seçim yapılmıştır. Ayrıca, araştırma boyunca bilimsel etik gereği, kendi gerçek isimleri yerine, kendilerine verilen kodlamalı isimler kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları ile ilgili özellikler, aşağıda yer almaktadır.

3.2.1.1. Öğretmen 1

Katılımcılardan Öğretmen 1, bir devlet üniversitesinin Fen Edebiyat Fakültesi Matematik bölümünden 2011 yılında mezun olmuş, sonrasında tekrar üniversite sınavına girerek bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliğini okuyarak 2017 yılında mezun olmuş, sekiz yıllık mesleki deneyime sahip Ankara’ da bir devlet okulunda görev yapmaktadır. Yakın zamanda dönüşüm geometrisi dersini üniversitede öğrenim görürken almış ve yüksek bir ortalama ile başarılı olmuş, Kamu Personel Seçme Sınavlarına hazırlandığı için dönüşüm geometrisi üzerine kendi çalışmasının yanı sıra, sekiz yıllık görev yaptığı süre zarfında öğrencilerine dönüşüm geometrisi (öteleme, dönme kavramlarını) işlemiştir. Okul ortamında öğrencileri tarafından sevilen, matematik anlatırken konuya başlamadan önce tarihinden bahsedip, günlük hayatta ne işimize yaracağını anlatması ile tanınan bir öğretmendir. Öğretmen 1 ile yapılan görüşmelerin süresi aşağıda Tablo 1 de verilmiştir.

Tablo 1

Öğretmen 1 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri

Öğretmen 1	Görüşme Süresi
Senaryo 1	17 dakika
Senaryo 2	9 dakika
Senaryo 3	14 dakika
Senaryo 4	13 dakika
Senaryo 5	22 dakika
Senaryo 6	24 dakika
Senaryo 7	38 dakika
Senaryo 8	12 dakika
Senaryo 9	15 dakika
Senaryo 10	32 dakika
Toplam	196 dakika

3.2.1.2. Öğretmen 2

Öğretmen 2, bir devlet üniversitesinin Fen Edebiyat Fakültesi Matematik bölümünden 2008 yılında mezun olmuş, on bir yıllık mesleki deneyime sahip Ankara’da bir özel okulda görev yapmaktadır. Üniversitede dönüşüm geometrisi dersini almış, fakat teorik bilgiler içerdiği için dersin teorik kısmını hatırlamadığını, genel geçer bir notla dersten başarılı olduğunu belirtmiştir. On bir yıllık görev yaptığı süre zarfında müfredatı inceleyerek kendi çabası ile dönüşüm geometrisini çalışarak, öğrencilerine anlatan bir öğretmendir. Okul ortamında öğrencileri tarafından sevilen, matematik anlatırken özellikle geometri konusunda pratik, test tekniği çözüm yöntemlerinden çözüm yapması ile tanınan bir öğretmendir. Öğretmen 2 ile yapılan görüşmelerin süresi aşağıda Tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2

Öğretmen 2 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri

Öğretmen 2	Görüşme Süresi
Senaryo 1	11 dakika
Senaryo 2	7 dakika
Senaryo 3	16 dakika
Senaryo 4	12 dakika
Senaryo 5	17 dakika
Senaryo 6	21 dakika
Senaryo 7	33 dakika
Senaryo 8	12 dakika
Senaryo 9	14 dakika
Senaryo 10	29 dakika
Toplam	172 dakika

3.2.1.3. Öğretmen 3

Öğretmen 3, bir devlet üniversitesinin Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünden 2011 yılında mezun olmuş, sekiz yıllık mesleki deneyime sahip Ankara’da bir özel okulda görev yapmaktadır. Üniversitede dönüşüm geometrisi dersini almamış, fakat analitik geometri dersinde öteleme/dönme kavramlarından bahsedildiğini hatırladığını belirtmiştir. Sekiz yıllık görev yaptığı süre zarfında kendi çabası ile dönüşüm geometrisi çalışıp, öğrencilerine anlatan bir öğretmendir. Okul ortamında öğrencileri tarafından sevilen, geometri anlatırken kendine has benzetmeleri, taktikleri ile tanınmaktadır. Öğretmen 3 ile yapılan görüşmelerin süresi aşağıda Tablo 3 de verilmiştir.

Tablo 3

Öğretmen 3 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri

Öğretmen 3	Görüşme Süresi
Senaryo 1	19 dakika
Senaryo 2	6 dakika
Senaryo 3	18 dakika
Senaryo 4	11 dakika
Senaryo 5	21 dakika
Senaryo 6	23 dakika
Senaryo 7	14 dakika
Senaryo 8	12 dakika
Senaryo 9	11 dakika
Senaryo 10	22 dakika
Toplam	157 dakika

3.2.1.4. Öğretmen 4

Katılımcılardan Öğretmen 4, bir devlet üniversitesinin Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği bölümünden 2003 yılında mezun olmuş, on altı yıllık mesleki deneyime sahip Ankara’da bir özel okulda görev yapmaktadır. Üniversitede dönüşüm geometrisi dersini almış, fakat hatırlamadığını, dersin verimli geçmediğini belirtmiştir. On altı yıllık görev yaptığı süre zarfının dokuz yılında öğrencilerine dönüşüm geometrisi anlatan bir öğretmendir. Okul ortamında öğrencileri tarafından sevilen, konunun özünü anlatması, neyin nereden geldiğini açıklaması, öğrencileri ikna edebilmesi ile tanınmaktadır. Öğretmen 4 ile yapılan görüşmelerin süresi aşağıda Tablo 4 de verilmiştir.

Tablo 4

Öğretmen 4 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri

Öğretmen 4	Görüşme Süresi
Senaryo 1	19 dakika
Senaryo 2	6 dakika
Senaryo 3	8 dakika
Senaryo 4	11 dakika
Senaryo 5	16 dakika
Senaryo 6	19 dakika
Senaryo 7	36 dakika
Senaryo 8	9 dakika
Senaryo 9	13 dakika
Senaryo 10	28 dakika
Toplam	165 dakika

3.2.1.5. Öğretmen 5 (Pilot Çalışma)

Araştırmanın pilot çalışma katılımcısı olan Öğretmen 5, bir devlet üniversitesinin Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği bölümünden 2003 yılında mezun olmuş, dört yıllık mesleki deneyime sahip Ankara’da bir devlet okulunda görev yapan bir öğretmendir. Öğretmenimiz mezun olunca bazı sebeplerden dolayı çalışmayıp, sadece özel ders vermiştir. Daha sonra Kamu Personel Seçme sınavını kazanarak devlet okulunda çalışmaya başlamıştır. Üniversitede dönüşüm geometrisi dersini almış, yüksek bir ortalama ile başarılı olmuştur. Fakat gerek uzun bir süre ara vermesi, gerek daha çok matematik dersleri işlemesi sebebiyle çok fazla dersin içeriğini hatırlamadığını belirtmiştir. Okul ortamında öğrencileri tarafından sevilen, öğrencilerine matematiği sevdiren, açıklayan, konuyu işlerken önceki konular ile arasında ilişki kurmasıyla tanınan bir öğretmendir. Pilot öğretmen ile yapılan görüşmelerin süresi aşağıda Tablo 5 de verilmiştir.

Tablo 5

Öğretmen 5 İle Gerçekleştirilen Gerçekçi Sınıf Senaryoları Görüşme Kayıt Süreleri

Pilot Çalışma	Görüşme Süresi
Senaryo 1	7 dakika
Senaryo 2	5 dakika
Senaryo 3	9 dakika
Senaryo 4	11 dakika
Senaryo 5	11 dakika
Senaryo 6	14 dakika
Senaryo 7	22 dakika
Senaryo 8	8 dakika
Senaryo 9	14 dakika
Senaryo 10	19 dakika
Toplam	120 dakika

3.3. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalar gücünü, sahip olduğu çoklu metotla birlikte verilere odaklanmaya olanak vermesinden ve birçok sorudaki olguyu derinlemesine anlamayı sağlamak adına veri çeşitlemesini kullanmasından almaktadır (Bogdan ve Biklen, 1998, 94). Bu nedenle, araştırmada zengin veri kaynaklarına ulaşmak amacıyla veri toplama araçlarından gözlem, görüşme kullanılmış ve pilot uygulamadan elde edilen veriler ile bulgular desteklenmiştir. Ayrıca asıl çalışmaya katılan öğretmenlere görüşmelerden önce ön görüşme ile kendilerini tanıtmaları, lisans seviyesinde dönüşüm geometrisi dersini alma ve başarı durumları, dönüşüm geometrisi dersini işleme durumları, öteleme ve dönme dönüşümleri kavramlarına yönelik neler bildikleri sorularak matematiksel bilgi düzeylerinin hangi seviyede olduğu ve bu kavramlara yönelik işlem, temsil becerilerinin ne seviyede olduğu ile ilgili ön bilgi edinilmek istenmiştir.

3.3.1. Gerçekçi Sınıf Senaryoları

Görüşmelere başlamadan önce öğretmenlere yöneltilecek olan gerçekçi sınıf senaryolarının temeli oluşturan öteleme ve dönme kavramına ait temel özellikler belirlenmiştir. Bu amaçla ortaöğretim matematik müfredat programı incelenerek öğretmenlerin lise seviyesinde öğrencilere ders işlerken neleri bilmesi gerektiği, lisans seviyesinde bilgisinin ne düzeyde olması gerektiğine yoğunlaşarak özelleştirilmiş alan bilgilerine yönelik on adet gerçekçi sınıf senaryoları hazırlanmıştır. Dönüşüm geometrisi ve matematiksel alan bilgisine yönelik ayrı ayrı literatür taramasından sonra, öğretmenlere öteleme ve dönme kavramlarına yönelik gerçekçi sınıf senaryoları araştırmacı tarafından bağımsız olarak oluşturulmuştur. Soruların çalışmanın amacına uygun olmasına dikkat edilerek oniki soruluk bir soru havuzu elde edilmiştir. Tez danışmanı ve araştırmacının, hazırlanan bu gerçekçi sınıf senaryoları üzerindeki fikir alışverişi sonucunda soru havuzundan tekrar seçimler yapılmıştır. Bazı soruların elenmesi ve birleştirilmesi ile birlikte pilot çalışma soruları elde edilmiştir. Pilot uygulama öncesinde hazırlanan sorular için uzman görüşleri (matematik eğitimi bölümünde görev yapan üç profesör ve iki araştırma görevlisi) alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzeltme ve ufak kelime değişiklikleri yapılmıştır. Örneğin; Senaryo 1 de, “öteleme konusunu tartışıyorsunuz” cümlesinde konusu kelimesi değiştirilerek yerine “dönüşümü” kelimesi kullanılmıştır. Pilot görüşmelerden elde edilen izlenimler sonucunda ise görüşme sorularının bazılarının daha iyi anlaşılmasını sağlamak için, bazı ifadelerle açıklık getirilmiştir. Görüşmeler, boş olduğu

zaman okulun öğretmenler odasında veya kullanılmayan bir sınıfta yapılmıştır. Görüşmeye başlamadan önce öğretmenlerin kendilerini rahat hissedebilmeleri için görüşmenin amacı detaylı olarak anlatılmış ve görüşmelerin sohbet havası içinde geçmesini sağlayacak bir ortam oluşturulmaya çalışılmıştır. Öğretmenlere bu sorulara kesinlikle doğru cevaplar vermelerinin beklenmediği, isimlerinin kesinlikle kullanılmayacağı, sadece bahsedilen sorularla ilgili neler düşündüklerinin önemli olduğu, gerekli görünen tüm durumlarda hatırlatılmıştır. Görüşme sırasında öğretmenlerin okudukları gerçekçi sınıf senaryoları ile ilgili detaylı bir açıklamada bulunmalarını sağlamak adına, öğretmenleri açıklama yapmaya ve ayrıntılı konuşmaya teşvik eden “nasıl”, “neden” ve “ne” gibi soru türlerine yer verilmiştir. Böylece, öğretmenlerin sorular karşısında sessiz kalmasının önüne geçilerek, konu hakkında daha ayrıntılı bilgi vermeleri sağlanmış, araştırma sorusuna cevap oluşturacak verilere ulaşılmıştır. Soruların tam olarak anlaşılmadığı durumlarda alternatif sorular sorularak bireyin soruyu anlamasına yardımcı olunmuştur.

Görüşmeler sırasında öğretmenlerin aklından geçenleri ortaya çıkarmak için, öğretmenlerden cevap verirken sesli düşünmeleri istenmiştir. Öğretmenlere yöneltilen soruların onları sorgulayıcı türden olmamasına özen gösterilmiş, aksine gerçekçi sınıf senaryoları oluşturularak kendilerini sınıf ortamında hissedebilecekleri, düşüncelerini ortaya çıkarabilecek türden sorular sorulmuştur. Araştırmacının öğretmenleri önceden tanımış olması ve soruların sohbet tarzında sorularak görüşmenin devam etmesine rağmen, öğretmenlerin ilk defa böyle bir deneyimden geçecekleri için heyecanlı oldukları gözlenmiştir.

Araştırmaya dâhil olan öğretmenlere tüm sorular eksiksiz bir şekilde sorulmuştur. Öğretmenlere görüşmeler sırasında ihtiyaçları doğrultusunda dinlenme molaları verilmiş ve öğretmenlerin müsait olma durumlarına göre sorular günlere dağılım yaparak sorulmuştur. Görüşmelerin her biri toplamda yüz yirmi ile yüz doksan altı dakika arasında sürmüştür. Görüşmeler öğretmenlerden izin alınarak kamera kaydına alınmıştır. Öğretmenlerle gerçekleştirilen bu görüşmeler, her bir öğretmen ile bir-iki hafta olmak üzere toplamda altı-yedi haftada gerçekleştirilmiştir.

Araştırmacılar tarafından ortaöğretim matematik öğretmenlerinin özelleştirilmiş alan bilgilerini araştırmak amacıyla öteleme ve dönme dönüşümlerinin tartışıldığı on adet gerçekçi sınıf senaryoları tasarlanmıştır. Matematik eğitimi literatürü incelendiğinde, matematiği öğretme bilgisini modelleyen birçok kavramsal çerçeve karşımıza çıkmaktadır. Deborah Loewenberg Ball, Mark Hoover Thames ve Geoffrey Phelps tarafından 2008

yılında ortaya koyulan model bunlardan birisidir. Senaryolar hazırlanırken özelleştirilmiş alan bilgisi kısmında bu modelden yani aşağıdaki tablodan yararlanılmıştır.

- Matematiksel fikirleri sunma
- Öğrencilerden gelen “neden” sorularına cevap verme
- Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için bir örnek bulma
- Belirli bir gösterim kullanırken neile uğraştığının farkında olma
- Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirme
- Öğretilen bir konu ile daha önceki veya daha sonraki yılların konuları arasında bağlantı kurma
- Matematiksel hedef ve amaçları velilere açıklama
- Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği değerlendirme ve uyarlama
- Etkinlikleri hem daha kolay hem daha zor olacak şekilde düzenleme
- Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme
- Matematiksel açıklamalar yapma veya değerlendirme
- Kullanılabilir tanımlar seçme ve geliştirme
- Matematiksel simge ve dili kullanma ve kullanımını irdeleme
- Üretken matematiksel sorular sorma
- Belirli amaçlar için temsiller seçme
- Matematiksel denklükleri inceleme

Şekil 3. Öğretme işinin matematik ile ilişkili görevleri/sorumlulukları (Ball vd., 200).Çeviri:F. Tutak & O. Köklü (2009). Öğretmek için matematik bilgisi, Bingölbalı, E., Arslan, S., Zembat, İ. (Ed.) Matematik eğitiminde teoriler içinde (s.702-719). Ankara: Pegem Akademi

- ❖ Tasarlanan gerçekçi sınıf senaryoları; öteleme, dönme ve bileşke dönüşümlerini içermeleri bakımından aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 6

Gerçekçi Sınıf Senaryolarının Öteleme, Dönme, Bileşke Dönüşümlerini İçerme Durumları

Gerçekçi Sınıf Senaryoları	Öteleme	Dönme
Senaryo 1	✓	
Senaryo 2	✓	
Senaryo 3	✓	
Senaryo 4		✓
Senaryo 5		✓
Senaryo 6		✓
Senaryo 7		✓
Senaryo 8		✓
Senaryo 9	✓	✓
Senaryo 10	✓	✓

3.3.1.1. Gözlemler

Araştırma süreci boyunca araştırmacı, öğretmenleri yapılan görüşmelerde gözlemlemiştir. Bu gözlemler bir öğretim yılı boyunca devam etmiştir. Araştırmacının aynı zamanda matematik öğretmeni olarak görev yaptığı okul olması, öğretmenler ile önceden tanışması, öğrenci- öğretmen ilişkilerinden haberdar olması, konu anlatım stillerini bilmesi, aynı zümrede konuları ve müfredatı beraber tartışmış olmaları sebebiyle, son derece dikkatli bir şekilde gözleme şansı elde etmiştir. Sınıf dışı yapılan gözlemler sonucunda öğretmenlerin bir kısmının öteleme ve dönme dönüşümüne yönelik kendini yetersiz olarak tanımladığını ve kendini geliştirmek için çaba gösterip çalıştığını söylemiştir. Bir kısmı ise lisans seviyesinde dönüşüm geometrisi dersini almadığını ders kitaplarından çalışıp öğrendiğini, bazı öğretmenlerin lisans seviyesinde dönüşüm geometrisi dersini alıp, sadece not geçme amaçlı dersi öğrendiklerini, bazı öğretmenlerin dönüşüm geometrisi dersini alıp, bu dersten

keyif aldıklarını gözlemlemiştir. Ancak araştırmacı öğretmenleri rahat ettirmek ve daha samimi cevaplar alabilmesi için gözlemleri yazılı olarak not edememiştir. Görüşmeler sırasında öğretmenlerin jest ve mimiklerini, sözel olmayan davranışlarını, stres durumlarını, yapılandırılmamış gözlem yöntemini kullanarak öteleme ve dönme kavramlarına yönelik davranışlarını dikkate alarak, bu gözlemlerine yönelik araştırma günlüğü tutmuştur.

3.3.2. Pilot Uygulama

Araştırmanın pilot uygulaması 2018-2019 eğitim öğretim yılında Ankara’da bulunan araştırma okulu ile aynı bir devlet lisesinde yürütülmüştür. Pilot uygulama, bu lisede görev yapan bir matematik öğretmeni ile on adet gerçekçi sınıf senaryolarının tamamı sorularak gerçekleştirilmiştir. Öğretmene araştırmanın öneminden bahsedilmiş, rahat olması sağlanarak, görüşme kayıtlarının bir yerde kullanılmayacağı, isminin hiçbir şekilde belirtilmeyeceği takma isim kullanılacağı söylenmiştir. Öğretmenin belirlenmesinde gönüllülük esasına dikkat edilmiştir.

Pilot çalışmanın amacı, araştırmanın çalışma grubu ile asıl uygulamaları gerçekleştirmeden önce süreçle ilgili tecrübe edinmek, hazırlanan gerçekçi sınıf senaryoları görüşme sorularının araştırma problemine uygun olup olmadığını belirlemek, öğretmenlerin pedagojik değil, özelleştirilmiş alan bilgilerini ön plana çıkaracak soruların uygunluğunu incelemektir.

Pilot çalışmadan elde edilen veriler sayesinde, bazı gerçekçi sınıf senaryolarını okurken öğretmenlerin anlamda sıkıntı yaşadığı tespit edilmiştir. Yanlış anlamalara sebebiyet veren kelimeler düzeltilerek daha sade, açık hale getirilmiştir. Ayrıca, pilot çalışma sırasında öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarını araştırmacının değil, kendilerinin okumasına ve kayıt altına alınmasına karar verilmiştir. Aynı zamanda pilot çalışmada senaryoların altına şekillerin olmasına karar verilmiştir. Öğretmenleri yönlendirmemek adına senaryolar numaralandırılmamıştır. Bu sayede asıl çalışma grubu ile yapılacak görüşmelerde soruların hangi şekilde verilmesinin daha uygun olacağına karar verilmiştir. Pilot çalışma sırasında görüşülen öğretmenle, araştırmacının ortak bir bağı bulunup, önceden aynı okulda görev yaptıklarından pilot çalışma rahat, sohbet havasında, öğretmeni rahatlatarak sorular sorulmaya çalışılmıştır. Uzman görüşü alınarak hazırlanan gerçekçi sınıf senaryoları pilot uygulama için de değiştirilerek kullanılmıştır. Görüşmeler esnasında bazı senaryolarda öğretmenin biran önce soruları bitirmeye odaklandığı, daha çok işlem, örnekler üzerinden

cevap vermeye çalıştığı gözlemlenmiştir. Bu tür durumlarda öğretmene ‘‘neden böyle, genel olarak nasıl gösterebiliriz?’’ soruları yöneltilerek daha çok düşünmeye yönelik cevaplar vermesi sağlanmaya çalışılmıştır. Bazı senaryolar uzun olduğu için araştırmacı ile öğretmenin ortak boş ders saatleri ayarlanarak, sorular ayrı ayrı zaman dilimlerinde sorulmuştur. Pilot çalışmadaki tüm görüşmeler, bir haftalık zaman diliminde tamamlanmıştır. Sürecin sonunda, her bir gerçekçi sınıf senaryosu için, öğretmenden cevaplar alınmıştır. Öğretmenin gerçekçi sınıf senaryolarının çözümüne yönelik yaptıkları çizimleri, görüşmeler sırasında kullandıkları jest ve mimikleri, kendilerini ifade ediş şekilleri video kamera ile kayıt altına alınmıştır. En az beş dakika en fazla ise yirmi iki dakika gerçekleşen görüşmelerin sonunda, tekrardan uzman görüşleri alınarak bazı sorularda değişikliklerin yapılmasına karar verilmiştir. Bu değişiklikler, daha çok soru ifadesinde yanlış anlamaları en aza indirmek amacıyla yapılan kelime ya da cümle düzenlemeleri olarak yapılmıştır.

3.4. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın asıl uygulaması Ankara’da bulunan bir özel ve devlet okulunda 2018-2019 yılı güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı matematik öğretimi tecrübelerinden yola çıkarak, dönüşüm geometrisi konusunun hem öğretmenlerin, hem öğrencilerin ciddi zorluklar çektiklerini, öteleme ve dönme kavramlarında şekil üzerinden düşünmede zorluklar yaşadıklarını gözlemlemiş ve bu durumun nedenini araştırmaya karar vermiştir. Araştırmasını bu sıkıntıları yaşadığını farkına vardığı kendi okulunda yapmaya karar vermiş ve bu şekilde tanıdığı öğretmenlere daha rahat sorular sorarak merak ettiği soruların cevabına daha rahat ulaşabileceğini düşünmüştür.

Araştırmacının gerekli izinleri alması ve öğretmenlerin de çalışmaya gönüllü olarak kabul etmesi ile birlikte araştırmanın uygulama aşamasına geçilmiştir. Öğretmenlerin zihinsel ve fiziksel olarak daha rahat olmaları, gerçekçi sınıf senaryolarına daha rahat cevap verebilmeleri araştırmacının uygun olduğu zamanlarda araştırma yapılmasına karar verilmiştir. Araştırma sürecinde çalışmanın yapılması için en uygun ortamın, öğretmenler odası veya kullanılmayan boş bir sınıf olacağına karar verilmiştir. Böylece öğretmenlerle yapılan görüşmelerden hem okuldaki diğer öğrenci ve öğretmenler, hem de araştırmaya dâhil olan öğretmenler olumsuz bir şekilde etkilenmemiştir. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen tüm görüşmeler video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Video kamera ile öğretmenlerin hareketlerini ve kâğıtlar üzerinde yapmış oldukları şekil ve işlemleri rahat bir şekilde görüntüleyebilmek için kamera tripod yardımıyla

sabitlenmiş, gerekli durumlarda kameranın açısında değişiklikler yapılmıştır. Ayrıca öğretmenlere video kayıtlarının güvenli bir yerde tutulduğuna ve araştırmacının kendisinden başka kimsenin izlemeyeceği konusunda güvenilir bilgiler verilmiştir. Görüşmeler esnasında öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarında zorlandıkları, kendilerini ifade edemediği durumlarda düşünmeleri için süre verilmiş, ancak 5-6 dakikayı geçen sessiz kalmalarda öğretmenin konuşmasını sağlamak için araştırmacı tarafından çeşitli sorular yöneltilmiştir. Bu sorular genellikle “.....az önce bir şey demiştiniz, ne demek istediniz, açıklar mısınız?”, “aklınıza başka bir şey geliyor mu?”, “neden böyle düşünüyorsunuz?”, “genel olarak nasıl gösterebiliriz?” şeklindedir.

Ayrıca görüşmelere başlamadan öğretmenlerle kısa bir konuşma yapılmış ve bu konuşmada öğretmenlerden olabildiğince ayrıntılı cevap vermeleri, ne düşündüklerini ayrıntılı bir şekilde anlatmaları ve oluşturmaları istenmiştir. Hatalı cevap vermekten çekinmemeleri gerektiği, düşüncelerini çekinmeden açıklayabilecekleri, isimlerinin hiçbir şekilde kullanılmayacağı belirtilmiştir.

Son olarak 16 hafta boyunca devam eden araştırma için, verilerin toplanma sürecinde başvuru alan tüm uygulamalar ve bu uygulamalar için ayrılan süreler aşağıdaki tablo ile özetlenmiştir.

Tablo 7

Araştırmada izlenen adımlara göre ayrılan süreler

Araştırmada İzlenen Adımlara Göre Ayrılan Süreler	
Gerçekçi Sınıf Senaryolarının Tasarlanması	7 Hafta
Pilot Uygulama	2 Hafta
Ön Görüşmeler	1 Hafta
Görüşmeler	6 Hafta
Toplam	16 Hafta

3.5. Verilerin Analizi

Veri toplama sürecinde nitel araştırma yöntemi kullanıldığından, verilerin analiz sürecinde de nitel araştırma yöntemi kullanılacaktır. Bu çalışmada; ” video kayıt, gözlem ve görüşme (gerçekçi sınıf senaryoları) ” yolu ile elde edilen verilerde ilk olarak betimsel analiz yöntemine başvurulmuştur. İkinci aşamada ise “video kayıt” ve “görüşme” yoluyla elde edilen verilerin içerik analizine gidilerek kategoriler oluşturulmuştur. İçerik analizinde amaç ilk olarak toplanan verileri açıklayacak kavramlara ulaşmak, daha sonra bu kavramlar arasında bağlantı kurmaktır. Bu amaç doğrultusunda elde edilen veriler ilk olarak kavramsallaştırılıp, düzenlenir, sonra verilerin belirttiği temalara ulaşılır (Yıldırım &Şimşek, 2013). Nitel veri analizinde ilk olarak kodlama sistemi oluşturmak, belirlenen kategoriler ile ilgili temaları tanımlamaya yön göstermektedir (Patton, 2002, s.436).

Aşağıda içerik analizinde kullanılan yöntemlerle ilgili kısa bilgiler verilmiştir:

Verilerin kodlanması: İçerik analizinin ilk aşamasıdır. Bu aşamada araştırmacı, elde ettiği verileri inceler, uygun parçalara böler ve her parçanın ne anlam ifade ettiğini belirlemeye çalışır. Kendi içinde aynı anlama denk gelen bu bölümler araştırmacı tarafından isim verilerek, kodlama işlemi yapılır (Yıldırım &Şimşek, 2013).

Temaların bulunması: İlk aşamada belirlenen kodları göz önünde bulundurularak verileri genel olarak açıklayabilen ve kodları belirli kategoriler etrafında toplayan temalar bulunur. Temalar oluşturulurken, kodların benzerlik veya farklılıkları dikkate alınarak, birbiri ile benzer kodlar aynı tema etrafında yazılır (Yıldırım &Şimşek, 2013).

Verilerin analiz sürecine geçmeden önce, her bir öğretmenin görüşmeler sırasında gerçekçi sınıf senaryolarına yaptığı matematiksel işlem ve çizimler için kullandığı kâğıtlar ayrı ayrı dosyalanmıştır. Görüşmeler sırasında her bir öğretmenin verdikleri yanıtlara ait kamera kayıtları bilgisayar ortamında kelime kelime yazıya dökülmüştür. Kamera kayıtlarının yazıya dökülmesi aşamasında, sadece öğretmenin kullandığı ifadeler değil, aynı zamanda duygu ve düşüncelerini, jest ve mimiklerini de yansıtan ifadeler de yer verilmiştir. Tüm veriler yazıya aktarıldıktan sonra senaryo senaryo kodlama işlemine geçilmiştir.

Nitel çalışmada kodlama sürecinde en önemli unsur, kodların benzerliklerinin ve farklılıklarının detaylı bir şekilde açıklanması ve kodlar arasındaki tutarlılığın en üst seviyeye getirilmesi olduğundan, uygulanan bu yöntem hem kodlamanın geçerli bir şekilde uygulanmasına ve hem de öğretmenler arasındaki farklılıkların belirlenmesine katkı sağlamıştır (Guest, MacQueen & Namey, 2012).

Tüm senaryoların kodlamasının tamamlanmasının ardından, kodlardan yola çıkarak kategoriler elde etmeye gelmiştir. Kategoriler, bu aşamada elde edilen kodlara göre daha geneldir. Bu zaman zarfında, kodlar incelenerek, kodların birbirleriyle olan ilişkileri ortaya çıkarılmış ve bu ilişkiler daha üst düzey olan kategoriler ile açıklanmıştır. Kategori oluşturma, kodların bazı durumlarda birleştirilip, bazı durumlarda da gruplara ayrılıp geliştirilmesi ile açıklanmaktadır (Freankel & Wallen, 2010).

Kodlama sürecindeki aşamaları genel olarak özetlemek gerekirse; öncelikle tüm senaryolar için tek tek kodlama yapılmış, yapılan kodlamanın ardından bu kodları birbirine bağlamak ve belirlenen kategorileri ve kategoriler arası ilişkileri ortaya çıkarılmaya çalışılmış ve son olarak daha üst düzeydeki merkezi temaların belirlenmesi ile devam edilmiştir. Ayrıca araştırmacının yapmış olduğu kategorilerin güvenilirliğini sağlamak amacıyla elde edilen kategori ve temalar bir uzman tarafından yeniden incelemiştir. Böylece, kategorilerin özelliklerini daha iyi vurgulamak adına bazı kategori isimleri değiştirilmiş veya yeni kategoriler eklenmiştir. Aynı amaca hizmet eden kategoriler, alt başlıklar altında toplanmış ve bu alt başlıklara isimler verilmiştir.

3.6. Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenirliği

Nitel araştırmanın yapısı gereği geçerlik ve güvenirlilik kavramları anlam ve alınacak önlemler bakımından nicel araştırmalardan değişiklik göstermektedir. Nicel araştırmalarda araştırmacıdan araştırma problemine göre araştırma deseninin oluşturulması ve araştırmasına uygun istatistiksel yöntemler kullanarak sonucu rapor etmesi beklenir. Nitel araştırmada ise toplanan verilerin detaylı olarak analiz edilmesi ve araştırmacının sonuçlara nasıl ulaştığını detaylı bir biçimde açıklaması geçerlik ve güvenirliliğin önemli bir ölçütü olarak görülmektedir (Cohen ve diğerleri, 2000). Bu sebeple, araştırmada geçerlik ve güvenirliliğin sağlanması için öncelikle araştırma problemin uygunluğu öğrenilmeye çalışılmıştır. Hazırlanan gerçekçi sınıf senaryoları alanında uzman üç öğretim elemanı tarafından incelenmiş ve ardından yapılan pilot çalışma ile sorularda eksik ya da hatalı olarak görülen yerlerde düzenlemeler yapılmıştır. Aynı zamanda çalışmada güvenirliliğin sağlanması için, veri toplamada birebir görüşmeler, yazılı dokümanlar, gözlemler gibi birden farklı kaynaklar kullanarak çeşitlilik sağlanmıştır. Bu farklı veri kaynaklarından elde edilen verilerin sunumunda sonuçlar, araştırmacının özellikleri ve tercihlerinden ziyade öğretmenlerin deneyim ve düşüncelerine dayandırılmaya çalışılmıştır. Verilerin hangi sebebe dayanarak açıklandığı, hangi sonuçlara hangi bilgilerden yola çıkarak ulaşıldığı ayrıntılı bir şekilde verilmeye çalışılmıştır. Ayrıca araştırmacı, güvenirliliği sağlamak için video kayıt görüşmeleri esnasında, zaman zaman öğretmenlerin açıklamalarını doğru anlayıp anlamadığını

kontrol etmiş, farklı anlamalar söz konusu olduğunda öğretmenler tekrar kendilerini ifade etme fırsatı vermiştir.

Araştırmanın veri analizi sonucunda elde edilen bulgular sunulurken, öğretmenlerin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik temel kavramlar ve beklentiler verilerle ayrıntılı bir şekilde desteklenerek açıklanmıştır. Merriam (2012) 'nin nitel araştırmalarda güvenilirlik için veri toplamada önerdiği çeşitleme, eş değerlendirme, denetleme yöntemlerinin ele alınması uygun görülmüştür. Bu yönde araştırmada verilerin nasıl toplandığı ve araştırma boyunca kararların nasıl alındığı detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Ayrıca araştırmacının, katılımcılar ile aynı okulda matematik öğretmeni olması ve öğretmenleri yıllardır çok iyi tanınması, gerçekçi sınıf senaryolarına verdikleri cevapları daha iyi analiz etmesine imkân tanımıştır. Araştırmacının öğretmenler ile iyi ilişkilere sahip olması, öğretmenlerin birebir görüşme mülakatlarında gerçekçi sınıf senaryoları yönelik düşüncelerini açıklamalarında, duygu ve düşüncelerini yansıtmalarında daha sakın olmalarını sağlamıştır.

Son olarak Miles & Huberman'ın (1994) ifade ettiği gibi verilerin nesnelliğinin sağlanabilmesi için, öğretmenlerin birebir görüşmelerinden elde edilen veriler, araştırmacının dışında bir başka iki uzmana sunulmuştur. Miles ve Huberman (1994) 'ün formülüyle (uzlaşmalar/ [uzlaşmalar+ uzlaşmazlıklar]) kategoriler arası güvenilirlik test edilmiştir. Bu amaçla araştırma verileri, önce araştırmacı tarafından analiz edilmiş ve ardından araştırma konusu ile ilgili bilgi sahibi fakat araştırma ortamından uzak olan bir iki uzmana görüşme bulgularını içeren dokümanın bir kopyası verilmiştir. Araştırmacı bu iki uzman matematik eğitimi araştırmacısına, katılımcıların öteleme ve dönme dönüşümüne ait verilerini vermiş ve veriyi geliştirilen kategori sistemi doğrultusunda kategorileştirmesini istemiştir. Yapılan kategorileştirme sonucunda, kategoriler karşılaştırılmış ve kategorilerin büyük oranda uyduğu görülmüş görülmüştür. Buradan araştırmanın kategori sisteminin güvenilir olduğu sonucuna varılmıştır. Uyuşmayan kategoriler üzerinde ise, tartışmalar sonucunda fikir birliği sağlanacak şekilde düzeltmeler yapılmıştır. Örneğin; Senaryo 3 kategorileştirilirken, “öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesindeki notasyonlar” olarak belirlenmiş, tartışmalar sonucunda notasyonlar kelimesi yerine temsiller kelimesi kullanılmasına karar verilmiştir. Bir başka örnek, Senaryo 7 de “dönme dönüşümünün değişmezleri” olarak kategorileştirilmiştir. Daha sonra tartışırken değişmezlerin daha derinlemesine incelenmesi ve bütün değişmezlerin yer almaması açısından “dönmede açının ölçüsü ve uzaklığın değişmezliği” olarak kategorileştirilmesine karar verilmiştir. Ayrıca araştırmanın ham verileri ile verilerin analizine ait dokümanlar muhafaza edilmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, öteleme ve dönme kavramlarına yönelik hazırlanan gerçekçi sınıf senaryolarına, öğretmenlerin verdikleri cevaplardan elde edilen bulgular sunulacaktır. Okuyucuya kolaylık olması açısından, öğretmenlere görüşmelerde sunulan gerçekçi sınıf senaryoları ile ilgili alt başlıklar başlangıç kısmında verilecektir. Her bir öğretmenin söz konusu gerçekçi sınıf senaryolarına vermiş oldukları cevaplardan elde edilen bulgular ayrı ayrı karşılaştırılacak ve karşılaştırmalı durum analizi yapılacaktır.

Gerçekçi sınıf senaryolarında öğretmenlerin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgileri farklı kazanımlar altında sorgulanmıştır. Bu kazanımlar her bir senaryoda farklılık göstermektedir. Araştırılmak istenen özelleştirilmiş alan bilgisine göre bazı senaryolarda bir, bazı senaryolarda ise iki temel kazanıma odaklanılmıştır. Bu kazanımlar belirlenirken, matematik eğitimi alanında dönüşüm geometrisi ile ilgili öğrenciler, öğretmen adayları ve öğretmenlerle yapılan çalışmalardan yararlanılmıştır. Örneğin; senaryo 1 de, öğretmenlerin öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesini oluşturup kullanabilmeyle ilgili özelleştirilmiş alan bilgileri ile ötelemenin birebir ve örten bir fonksiyon olmasıyla ilgili özelleştirilmiş alan bilgileri incelenmiştir. Bu bağlamda, Senaryo 1 den elde edilen bulgular öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesi ve birebir ve örten fonksiyon olarak öteleme adlı iki ana kategoride incelenecektir. Buna göre her bir senaryoda ortaya çıkan bulguları karakterize eden kategoriler Tablo 8 de verilmiştir.

Tablo 8

Senaryolardan ortaya çıkan bulguları karakterize eden kategoriler

KATEGORİLER		
Senaryo 1	• Ötelemenin cebirsel ifadesi	• Birebir-örten fonksiyon olarak öteleme
Senaryo 2	• Ötelemenin cebirsel ifadesi	• Ötelemenin değişmezleri
Senaryo 3	• Ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsiller	
Senaryo 4	• O orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesi	• O orijin etrafında dönmenin parametreleri
Senaryo 5	• Keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadesi	• Keyfi nokta etrafında dönmenin parametreleri
Senaryo 6	• Dönmede açının ölçüsü ile yönünün değişmezliği	• Yönlü açı kavramı
Senaryo 7	• Dönmede açının ölçüsü ve uzaklığın değişmezliği	
Senaryo 8	• Dönmede, O merkezli çemberlerin değişmezliği	
Senaryo 9	• Eşlik	
Senaryo 10	• Öteleme ve dönmenin cebirsel ifadeleri	• Öteleme ve dönmenin lineerliği

4.1. Öğretmenlerin Öteleme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgisi

4.1.1. Senaryo 1 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 1 de öğretmenlerden, $T : R^2 \rightarrow R^2$ öteleme dönüşümünün 1-1 ve örten bir fonksiyon olduğunu öğretime nasıl yansıtacaklarıyla ilgili bilgilerini ve düşüncelerini açıklamaları beklenmiştir. Bu bağlamda, söz konusu bilgilerini kullanarak ötelemenin düzlemi düzleme dönüştürdüğüne, birebir ve örten fonksiyon olmasına veya öğrencilerin ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsilleri oluşturabilme ve yorumlayabilmelerine yönelik hangi matematiksel açıklamaları yapacakları sorgulanmıştır. Öğretmenlerden beklenen, dönüşüm geometrisine yönelik alan bilgisi ve özelleştirilmiş alan bilgilerinin ortaya çıkartılmasıdır. Bu bilgiler ve Senaryo 1 ile ilgili öğretim programına ait kazanım okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 9 da, verilmiştir.

Tablo 9

Senaryo 1 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM.	Analitik düzlemde koordinatları verilen bir noktanın öteleme, dönme ve simetri dönüşümleri altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulur. a) Öteleme, simetri ve dönme kavramları hatırlatılır.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Temsillerle, temsiller altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • Öteleme dönüşümünün tanım ve görüntü kümelerinin düzlem olduğunu, • Birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu, • $T : R^2 \rightarrow R^2$ temsilini açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Ötelemenin $T : R^2 \rightarrow R^2$ ye biçiminde bir dönüşüm olduğunu anlar, 1-1 ve örten bir fonksiyon olduğunu bilir ve açıklar.

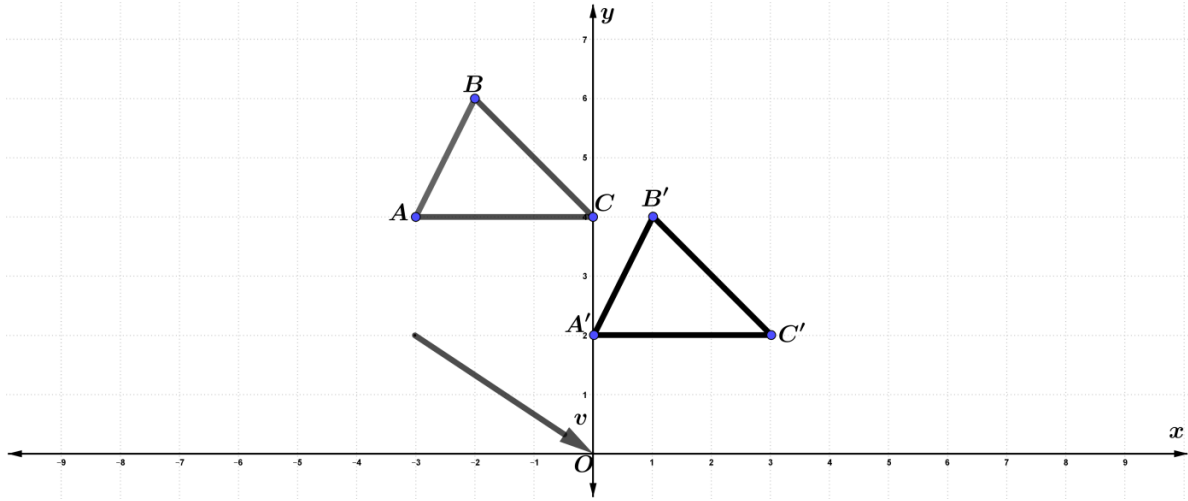
Senaryo 1:

Farz edelim ki, sınıfınızda öteleme dönüşümünü tartışıyorsunuz." Bir öteleme dönüşümünün düzlemdeki tüm noktaları düzlemin noktalarına dönüştürdüğünü söyledikten sonra *Şekil 4* de verilen $\triangle ABC$ yi, $\triangle A'B'C'$ ne dönüştürdüğünü söylüyorsunuz. "

Sınıfınızdaki öğrencilerinizden;

Ali: "Öğretmenim, bir öteleme dönüşümünün noktaları noktalara dönüştürdüğünü anlayabiliyorum. Verilen noktaların görüntülerini bulmayı da biliyorum. Fakat düzlemdeki tüm noktaların düzlemdeki noktalara dönüşmesini anlayamıyorum" diyor.

Ali' nin sözlerine nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 4. Senaryo 1 e ait çizim

Senaryo 1 den elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin ötelemeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek iki kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategoriler, sırasıyla, *ötelemenin cebirsel ifadesi* ve *birebir-örten fonksiyon olarak öteleme* başlıkları altında incelenecektir.

4.1.1.1. Ötelemenin Cebirsel İfadesi

Senaryo 1 den elde edilen veriler, öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgileri, öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesini nasıl açıklayacakları, cebirsel ifadede kullandıkları temsilleri nasıl öğretecekleri ile ilişkilidir. Öğretmenlerden; öteleme vektörünün ilk olarak $v(3, -2)$ ve öteleme dönüşümü,

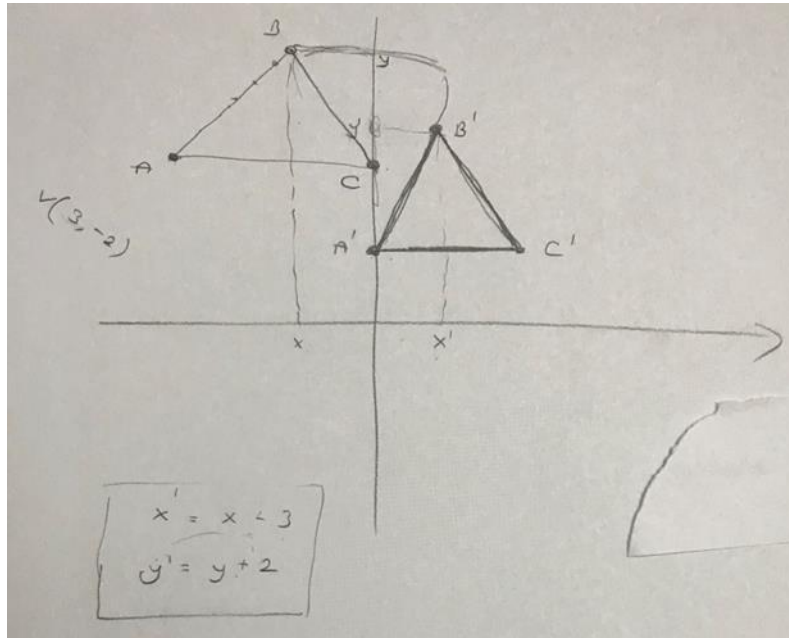
$$\begin{aligned} x' &= x + 3 \\ y' &= y - 2 \end{aligned} \dots\dots\dots(1)$$

biçiminde yazmaları beklenilmiştir. Daha sonra $A(x, y) = A(-3, 4)$, $B(x, y) = B(-2, 6)$ ve $C(x, y) = C(0, 4)$ noktalarının (1) de yazılarak, görüntü noktaları olan A', B', C' nü bulmaları beklenmiştir. Yani, A için bulunan x' ve y' sayılarının $A'(x', y')$ noktasının koordinatları olduğunu belirtmeleri beklenmiştir. (Aynısı B ve C için de yapılmalıdır).

Veriler analiz edildiğinde her bir öğretmenden elde edilen bulgular şu şekildedir:

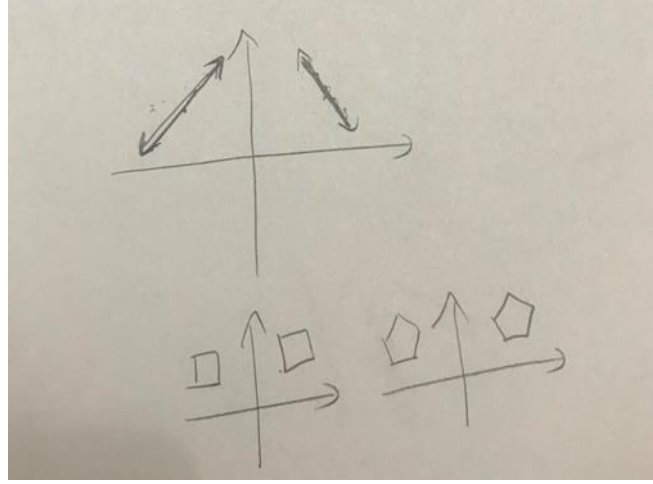
Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, koordinat düzleminde her noktanın ikililer ile belirtildiğini, öteleme dönüşümü altında konumda değişme olduğunu ve bir noktanın x ve y koordinatlarının x' ve y' koordinatlı noktaya dönüştüğünü ifade etmiştir. Ayrıca, öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesini doğru yazmıştır, fakat a ve b sabitlerini nokta

olarak yazmış, vektör değerlerinden bahsetmiştir. Öğretmen 1'in vermiş olduğu açıklamada, noktaların noktalara dönüşmesi cebirsel olarak doğru bir şekilde ifade edilmemiş, sadece bileşen kelimeleri kullanılmıştır. Nokta, vektör ve nokta-vektör eşlemesi kavramlarının doğru yapılmadığı ve notasyonların yazılımında tereddüt ettiği anlaşılmaktadır. Ayrıca, ötelemenin şekli, boyu ve yönü değiştirmedikini ifade etmiştir. Bu, bize ötelemenin değişmezlerini eksik ifade ettiğini, detaylı bir açıklama verilmediğini göstermektedir. Günlük hayatta kullanılan boy kavramlarını, matematikteki uzunluk kavramı yerine kullanmıştır.



Şekil 5. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, öteleme dönüşümünü, bir kareyi kareye, bir beşgeni yine bir beşgene dönüştüren bir dönüşüm olarak ifade etmiştir. Fakat düzlemdeki bir şekli bu şekle eş olan bir şekle dönüştürdüğünü söyleyememiştir. Dönüşümün cebirsel ifadesi ile ilgili olarak, x için ilk gösterim ve x' için de sonraki gösterim tabirini kullanmış ve hatırlamadığını söylemiştir. Bu, matematiksel gösterimlerin anlamlarını tam olarak bilmediğini, bir $P(x, y)$ noktasının görüntüsünün $P'(x', y')$ ile sembolize edildiğini göz ardı ettiğini göstermiştir. Öğretmen 2 nin verdiği cevapta, öteleme dönüşümünün genel tanımını tam olarak ifade edemediği ve örneklerle vermeye çalıştığı görülmüştür. Cebirsel ifadeyi ve burada geçen (x, y) ve (x', y') ikilileri arasındaki ilişkiyi ifade edememiştir. Nokta, fonksiyon, yön gibi kavramların geometrik anlamlarını ifade etmekte zorlanmıştır. Ötelemenin değişmezlerinden biri olarak, uzunluk yerine boy kelimesini kullanmıştır.

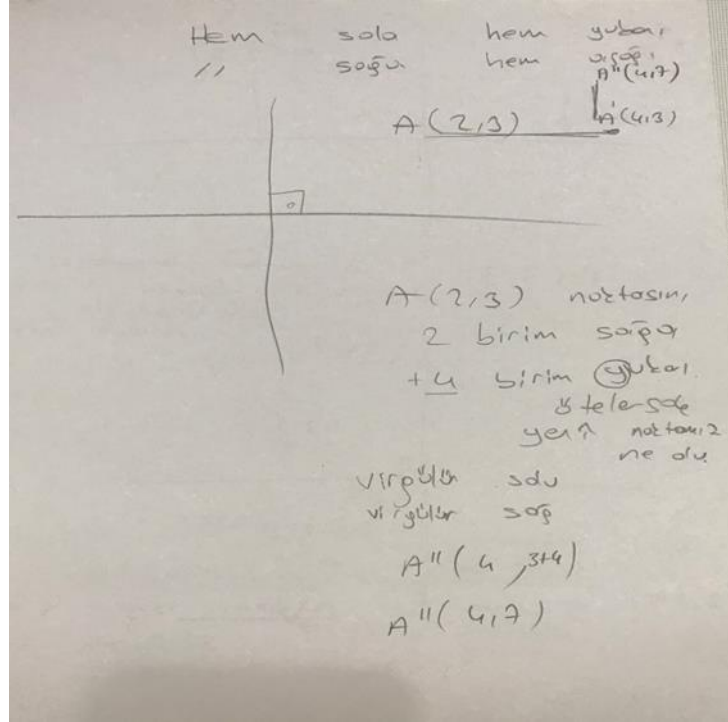


Şekil 6. Öğretmen 2 nin ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda,öteleme dönüşümünün şeklin boyutunu, yönünü, biçimini, büyüklüğünü değiştirmediğini ve ötelemeyi, şekli bir köşesinden tutup, 3 birim sağa, 2 birim aşağı taşıyarak noktaların yerini değiştirerek ifade etmiştir. Öteleme yaparken verdiği cevaplar şeklin köşe noktaları üzerinden öteleyip, sonra doğru parçalarını birleştirmek üzerinedir. Bunu matematiksel, cebirsel olarak nasıl gösterebiliriz sorusuna ise;

“*B noktasının apsisi x olsun. B' noktasının apsisi artık x' olsun. O zaman x' vektörü 3 birim sağa ötelenmiş. $x' = x - 3$ (3 birim sağa ötelenmiş demektir). $y' = y + 2$ (2 birim aşağı ötelenmiş demektir). Cebirsel olarak böyle ifade ederdim.*”

cevabını vermiştir. Bu bize, öğretmenin cebirsel denklemleri tam olarak hatırlayamadığını, böyle bir soru ile karşılaştığı zaman yine sözel olarak sağ, sol, aşağı, yukarı kavramlarını kullanarak, ötelemeyi bir yer değiştirme olarak ifade etmeye çalıştığını göstermiştir.

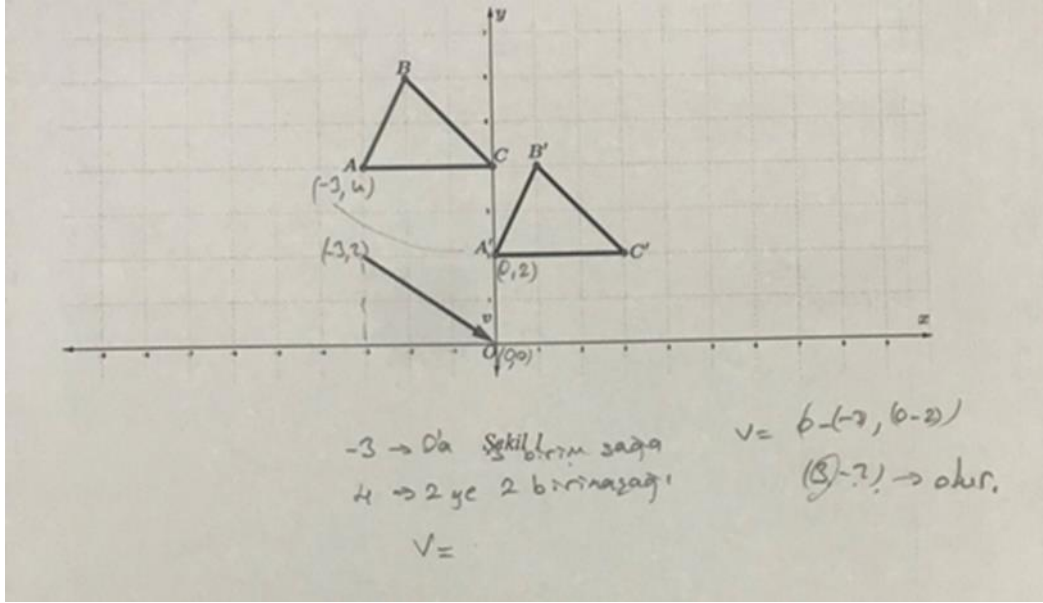


Şekil 7. Öğretmen 3 ün ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda,öteleme dönüşümünün açısı, uzunluk, alanı değiştirmeyeceğini söylemiştir. Cebirsel ifade deyiminden kaçınarak sözel örnekler üzerinden açıklama yapmaya çalışmıştır. Tekrar cebirsel ifade sorusu sorulduğu zaman;

“A noktasının koordinatı(- 3,4) noktası olur. Ötelenen A' noktasının koordinatı (0,2) noktası olur. Dolayısıyla x lerin değişimi -3 den 0 a 3 birim sağa, y lerin dönüşümü de 4 den 2 ye 2 birim aşağı dersek, aslında v vektörü orijine gitmiş, başlangıç noktası v(3,2) noktası sırasıyla sağa ve aşağı olduğu gösterilir.”

şeklinde açıklama yapmıştır. Bu bize öğretmenin cebirsel ifade etmekte zorlandığını, sözel olarak sağ ve aşağı kavramlarını kullanarak açıklama yapmaya çalıştığını göstermiştir. Cebirsel ifadelerde temsilleri ilişkilendiremediğini göstermiştir.



Şekil 8. Öğretmen 4 ün ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Senaryo 1 de ötelemenin cebirsel ifadesi kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığında zaman, Öğretmen 1 ve Öğretmen 3 ün cebirsel denklemleri ezbere yazmaya çalıştığı, fakat bunları anlamlandırıp, yorumlayamadıkları görülmüştür. Öğretmen 2 ve Öğretmen 4 ün ise cebirsel ifadelerden daha çok sözel kavramlar ile ifade etmeye çalıştığı, ötelemeyi bir yer değiştirme olarak anlamlandırdıkları görülmüştür. Dört öğretmenin de ötelemelerinin değişmezlerini eksik ifade ettiği görülmüştür.

4.1.1.2. Birebir-Örten Fonksiyon Olarak Öteleme

Bu kategoride öğretmenlerden, bir dönüşümün birebir ve örten olduğunugöstermeleri beklenmiştir. Bunun için, öncelikle bu dönüşümün fonksiyon olarak ifadesinin,

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \rightarrow T(x, y) = (x + 3, y - 2) = (x', y')$$

biçiminde olduğunu yazmaları beklenmiştir. Birebir olmasını, $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$ için

$$T(x_1, y_1) = T(x_2, y_2) \Rightarrow (x_1 + 3, y_1 - 2) = (x_2 + 3, y_2 - 2)$$

$$T(x_1, y_1) = T(x_2, y_2) \Rightarrow (x_1, y_1) = (x_2, y_2)$$

nin göstermeleri beklenmiştir.

$$(x_1 + 3, y_1 - 2) = (x_2 + 3, y_2 - 2) \Rightarrow x_1 + 3 = x_2 + 3,$$

$$y_1 - 2 = y_2 - 2 \Rightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2$$

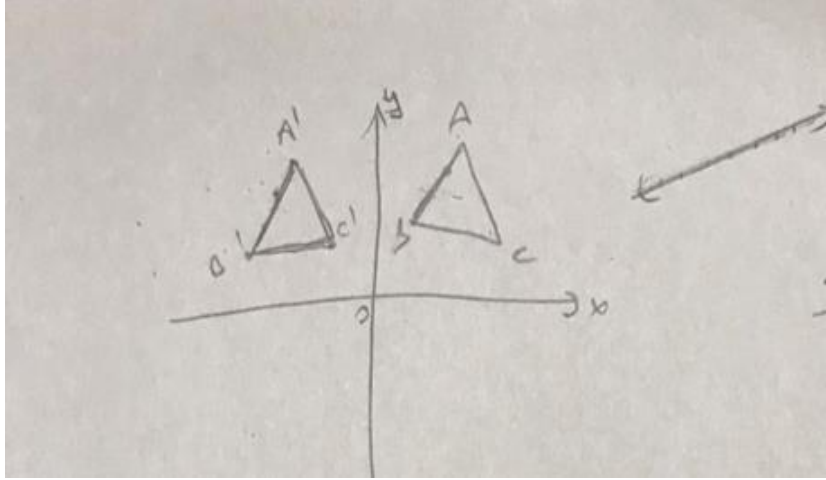
$$\Rightarrow (x_1, y_1) = (x_2, y_2)$$

$\Rightarrow T$ birebirdir.

Benzer şekilde, örtenliği de göstermeleri beklenmiştir.

Veriler analiz edildiğinde her bir öğretmenden elde edilen bulgular şu şekildedir:

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, koordinat düzleminin noktalardan oluştuğunu söylemiş, fakat dönüşüm altında bu noktaların nasıl yer değiştirdiğini zihninde canlandıramamış ve sağ veya sol yönlü birleşme olarak ifade etmiştir. Nokta ve fonksiyon kavramlarının tanımı ile ilgili kavram yanlışlarının olduğu anlaşılmıştır. Birebir fonksiyon kavramındaki birebir kelimesinden dolayı, bir noktanın bir noktaya karşılık geldiğini söylemiş, düzlem yerine karşı tarafta tabirini kullanmıştır. Buradan anlaşılmaktadır ki, birebir fonksiyon ile ilgili zihninde sadece birebir kelimesinin kaldığı, görüntü kümesi ile ilgili tereddüt yaşadığı ve bunun yerine karşı taraf diyerek ifade ettiği görülmüştür.



Şekil9. Öğretmen 1 in birebir-örten fonksiyon olarak ötelemeye dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, birebir dönüşümünün tanımını söz ile doğru ifade edebilmiş, fakat cebirsel olarak nasıl gösterileceği ile ilgili bir şey söyleyememiştir. Birebirliği sonsuz noktanın oluşturduğu bir doğru ile açıklamıştır. “Sadece birebir olması yeterli midir?” sorusuna ise (biraz düşündükten sonra) örten olması da gerekir diye cevap vermiştir. Örtenlik tanımı sorulduğunda ise;

“ Reel sayılar yani koordinat sistemi üzerindeki karşı taraftaki yani bu noktaların her birinin karşılığı diğer tarafta var olan bu 1-1 olan nokta başka bir noktaya

karşılık geliyor. Karşı tarafta hiç boşta nokta kalmadığı için buna da örtenlik diyoruz.”

şeklinde ifade etmiştir. Buradan öğretmenin birebir ve örtenlik kavramlarını isimlerinden dolayı hatırlamış olduğu, onunla ile sözel olarak açıklama yapmaya çalıştığı, cebirsel olarak ifade edemediği görülmüştür. Öğretmen düzlem kavramını zihninde tam olarak anlamlandıramamış, karşı taraf, diğer taraf tabirlerini kullanmıştır.

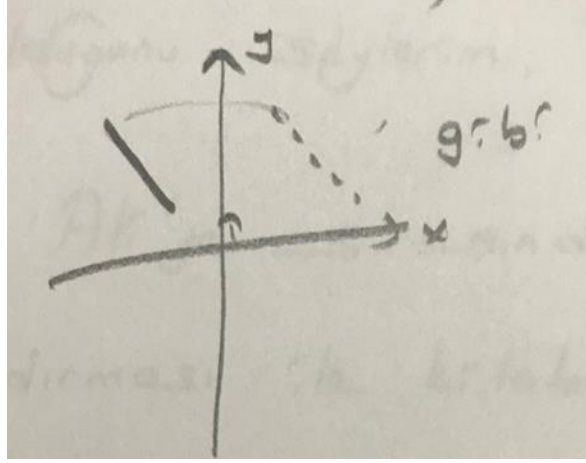


Şekil 10. Öğretmen 2 nin birebir-örten fonksiyon olarak ötelemeye dair çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda, birebir ve örten kavramları ile bir açıklama yapamamıştır.

“B' ve A' noktalarına bakarsak, zaten bu vektör olduğu için bunların hepsi noktalardan oluşur. Ben bu noktaları birleştirirsem, sonuçta sonsuz tane nokta var ben bu sonsuz tane noktaların görüntülerini de B', A' üzerinde taşımış oldum.”

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmenin zihninde sonsuz nokta kavramının olduğu anlaşılmış, fakat bu noktaların nasıl yer değiştirdiğini açıklayamamış, düzlemin düzleme dönüşmesi konusunda sorun yaşamıştır. Cebirsel olarak da ifade edememiştir. Bu bize öğretmenin, düzlemin düzleme dönüşümünün birebir ve olması ile eşdeğer olduğunu bilmediğini göstermiştir.



Şekil 11. Öğretmen 3 ün birebir-örten fonksiyon olarak ötelemeye dair çözümü

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Sınıftan 5 öğrenci seçip, doğrusal bir şekilde arka arkaya tek sıra halinde öğrencileri sıralatırım. Aynı anda 3 adım ileri gitmelerini isterim. Böylelikle aynı anda aynı adımda ilerlediklerinde oluşturdukları doğru parçasının değişmediğini sezdirmiş olurum. Ve böylece her kişinin bir önceki yerine göre yer değiştirmiş olduğunu söylerim. Aynı anda aynı adımda ilerlediklerinde doğru parçasının değişmediğini önceki yıllardan bildikleri 1-1 fonksiyon olduğunu söylerim.

ifadesi ile açıklama yapmıştır. Öğretmen, burada doğru parçasının değişmediğini söylemiş, cümleyi yanlış kullanmıştır. Aslında burada doğru parçası değişir, fakat doğru değişmez. Değişmeyen o doğru parçasına aynı doğrultuda bulunan, ya da o doğru parçasını üzerinde bulunduran doğrudur. Yani ona paralel olan doğrulardır. Burada öğretmen, doğrunun değişmediğini biliyor fakat doğru parçasının da aynen doğru gibi değişmediği yanlış bilgisine sahiptir. Doğru parçası değişir. Çünkü sınırlı olduğu için biz o doğru parçasını o vektör doğrultusunda değiştirirsek o doğru parçası hareket eder. Sınırlı olduğu için başka bir doğru parçası buluruz. Burada öğretmenin, büyük bir kavram yanılgısı, yanlış irtibatlandırma bilgisi vardır.

“ Bunu açıklarken düzlemin koordinat eksenini üzerindeki noktalarına da uygulanması gerektiğini söyledim. Her kişinin bir önceki yerine göre yer değiştirmesine rağmen hala hepsinin bir yere sahip olmasının örtenlik olduğunu söylerim.”

ifadesi ile açıklama yapmıştır. Öğretmen, birebir ve örtenlik tanımlarını sözel olarak ifade edebilmiş, cebirsel olarak sorusu sorulduğunda tekrar sözel olarak açıklama yapmaya

başlamış, fakat matematiksel olarak doğru bir şekilde ifade edemediği görülmüştür. Düzlemle ilgili ise,

‘‘Ali’ye sırasında duran kitabını biraz sağa kaydırması ile kitabın şeklinin değişmeyeceğini sorarım. Tahtada kitabın etrafı ile şekil çizer, biraz sağa kaydırılmasıyla etrafına şekil tekrar çizer, böylece kitabı düzlem gibi düşünüp, düzlemin görüntüsünün hep aynı kaldığını, değişmediğini gösteririm. ‘‘

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmene, kitap değil, tahta olsa, daha büyük bir şekil aldığımız zaman diye sorulduğu zaman düzlemin bu sefer onlar olacağını ifade etmiş, düzlem kavramında kafasının karışık olduğu, zihninde tam olarak canlandıramadığı, hareketi matematiksel olarak ifade edemediği anlaşılmıştır. Düzlemin tamamının düzleme nasıl dönüştüğünün birebir ve örtenlik ile ifade edilmesinde öğretmen sıkıntı yaşamaktadır.

Senaryo 1, birebir-örten fonksiyon olarak öteleme kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, öğretmenlerin tamamına yakını beklentilerimizin çok az bir kısmını ifade edebilmiştir. Bu da öğretmenlerdeki birebir ve örtenlik kavramları ile öteleme dönüşümünün düzlemi düzleme dönüştürmesinin aynı ifadeler olduğunu bilmediklerini göstermiştir. Aynı zamanda öğretmenlerinde ki bu kavramların, matematiksel olarak tam iyi öğrenilmediğini, ezbere öğrenildiğini, sonra unutulduğunu göstermiştir. Belirli bir zaman diliminden sonra karşılırlarına çıktıkları zaman ise yarı doğru, yarı yanlış ifade etmeye çalıştıklarını göstermiştir. Hiçbir öğretmen beklentimiz olan, cebirsel ifadeyi yazıp daha sonra birebirlik ve örten olma şartlarını gösterememiştir. Bu bize, öğretmenlerin bu konuda eksiklerinin olduğunu göstermiştir.

4.1.2. Senaryo 2 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 2 de öğretmenlerden; ötelemenin dönüşüm altında değişmez kalan nokta veya noktalar kümesinin anlamını kavramaları, ötelemenin değişmezlerinin ne/neler olacağına doğru bir şekilde karar vermeleri, öteleme vektörüne paralel doğruların dönüşüm altında değişmez kaldığını kavrayıp öğretime nasıl yansıtacaklarıyla ilgili bilgilerini ve düşüncelerini açıklamaları beklenmiştir. Bu bağlamda, söz konusu bilgilerini kullanarak ötelemenin düzlemi düzleme dönüştürdüğüne, birebir ve örten fonksiyon olmasına veya öğrencilerin ötelemenin değişmez nokta veya noktalar kümesi ile ilgili öğrencilerden gelen ‘‘neden’’ ‘‘niçin’’ sorularına nasıl cevap verecekleri sorgulanmıştır. Öğretmenlerden

beklenen dönüşüm geometrisine yönelik alan ve özelleştirilmiş alan bilgilerinin ortaya çıkartılmasıdır. Bu bilgiler ve Senaryo 2 ile ilgili bilgiler okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 10 da verilmiştir.

Tablo 10

Senaryo 2 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM	Lisans bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALANBİLGİSİ	Öğrencilerden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olur. Matematiksel açıklamalar yapar. • Öteleme dönüşümünün değişmez nokta veya noktalar kümesini bilir. • Öteleme dönüşümünün değişmezlerini bilir. • "Değişir" ve "değişmez" kelimelerini bilir ve açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Öteleme dönüşümü altında değişmez kalan nokta veya noktalar kümesinin anlamını kavrar ve öteleme dönüşümünün değişmezlerinin ne/neler olacağını doğru bir şekilde karar verir. Öteleme dönüşümünün, öteleme vektörüne paralel doğruların dönüşüm altında değişmez kaldığını kavrar.

Senaryo 2:

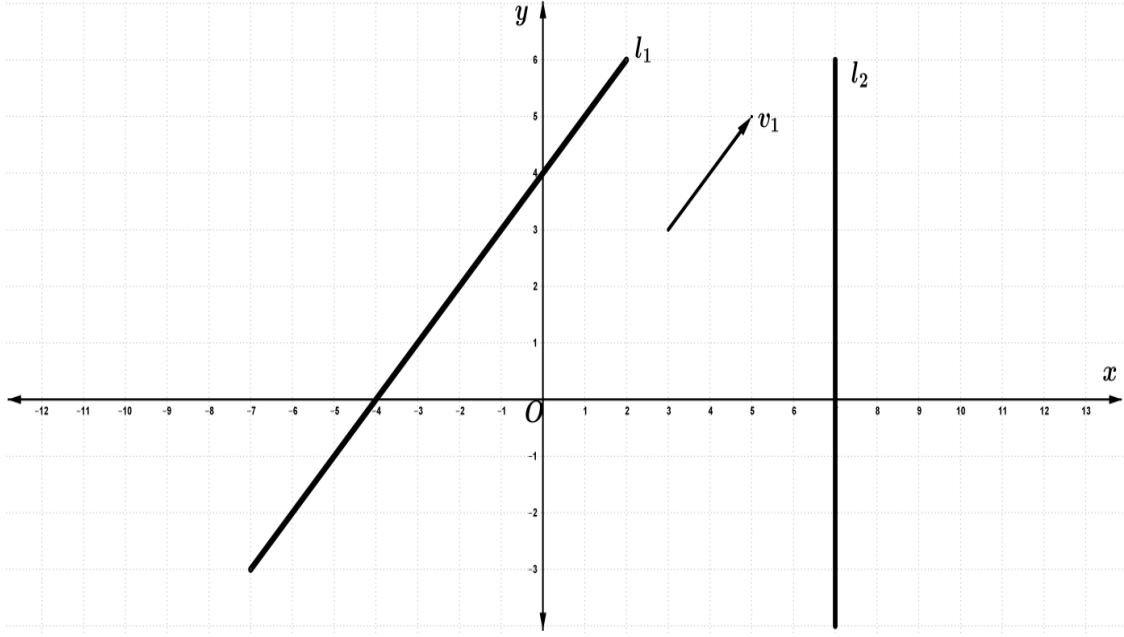
Dersinizde,kartezyen koordinat sisteminde, *Şekil 12'* deki gibi; l_1 , l_2 doğruları ile öteleme vektörü $v_1 = (2,2)$ olan T_{v_1} öteleme dönüşümünün verildiğini ve bu dönüşüm altında l_1 doğrusunun şekil olarak değişmez kaldığını, l_2 doğrusunun değiştiğini söylüyorsunuz.

Öğrencilerinizden;

Ali: "Öğretmenim, değişmeyen tek doğru l_1 midir? "

Elif: "Öğretmenim, ben değişir ve değişmez kelimelerinden ne kastedildiğini anlamıyorum." diye soruyorlar.

Ali ve Elif' in sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 12. Senaryo 2 ye dair çizim

Senaryo 2 den elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin ötelemeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek iki kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategoriler sırasıyla, *ötelemenin cebirsel ifadesi*, *ötelemenin değişmezleri* başlıkları altında incelenecektir.

4.1.2.1. Ötelemenin Cebirsel İfadesi

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda,

“ l_1 $-4, -4$ doğrusuna paralel $-3, 3$ noktasından veya $-2, 2$ noktasından geçiyor. Bunlara başka bir doğru çizdiğimiz zaman bu doğruların da aynı şekilde v_1 vektörüne göre değişmediğini ifade edebilirim.”

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen $-4, -4$ doğrusu ifadesini söylerken yaptığı çizimden,

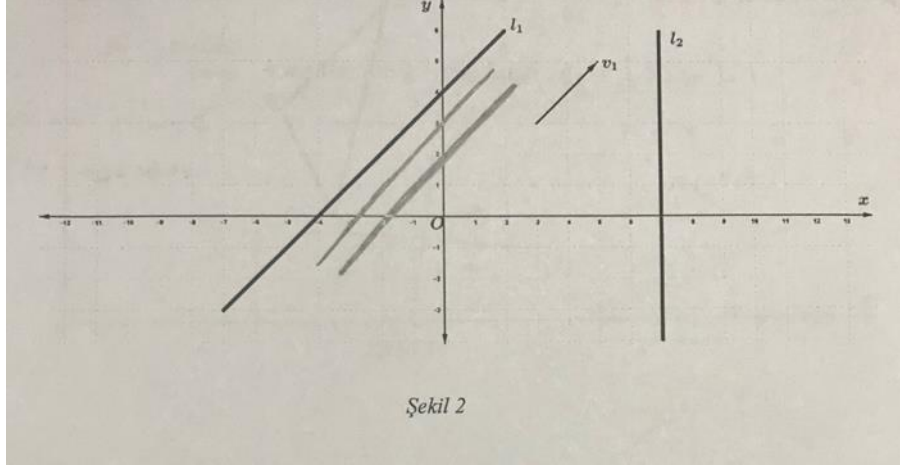
$$\frac{x}{-4} + \frac{y}{-4} = 1$$

$$x + y = -4$$

$$y = -4 - x$$

doğrusunu söylemek istediği, fakat açıklama yaparken bu söyleminin farkında olmadığı anlaşılmıştır. Öğretmene tekrar tekrar cebirsel ifadesi sorulduğunda, öğretmen cebirsel

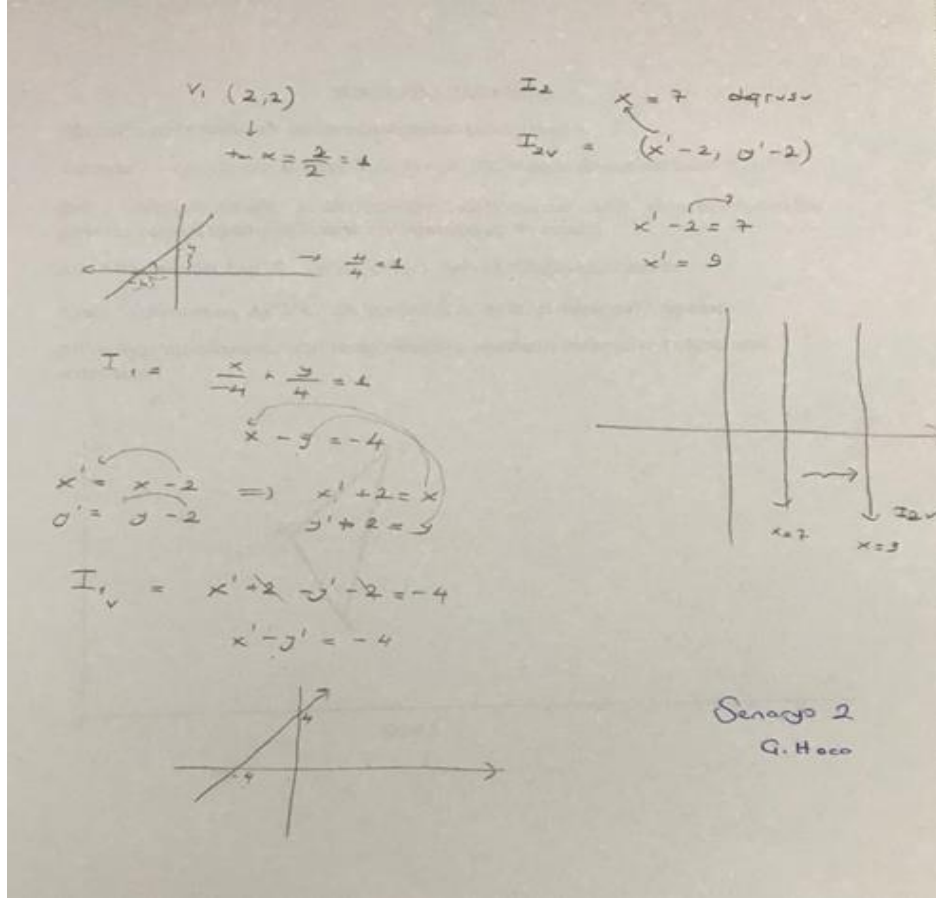
ifadelerden kaçınmış, sözel olarak açıklama yapmaya çalışmıştır. Sözle ifadesinde, yanlış notasyonlar kullandığı görülmüştür. Öğretmen, sözle dahi ifade ederken sıkıntılar yaşamıştır.



Şekil 13. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, cebirsel ifade olarak yanıt verememiştir. Öğretmene matematiksel gösterimi tekrar sorulduğunda ötelemenin taşımak demek olduğunu, kaydırma olduğu ifadelerini kullanarak cebirsel olarak yanıt verememiştir.

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda, cebirsel olarak ifade etmiştir. Öncelikle doğrunun denklemini doğru olarak yazmış, vektör boyunca öteleme yaptığımız zaman doğrunun yerini ifade etmiştir. İfade ederken x, y, x', y' temsillerini kullanmıştır. Yalnız koordinat sistemini çizerken, eksenleri belirtmemiştir. Öğretmenin cebirsel çözümü aşağıdaki, Şekil 14. de incelenebilir.



Şekil 14. Öğretmen 2 nin ötelemenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Denklemleri, $y = x + 4$ olan bu doğru $v_1 = (2,2)$ ile ötelenmesinde, $y = x + 4$ şeklinde aynı doğru olur. $x = 7$ doğrusu ise $v_1 = (2,2)$ ötelenmesiyle $x - 2 = 7$ ile $x = 9$ doğrusu haline gelir.”

şeklinde ifade etmiştir. Yani, cebirsel olarak ifade edebilmiştir. Öncelikle doğrunun denklemini yazmış, daha sonra $v_1 = (2,2)$ vektörü ile ötelenmesinde hangi doğru olacağını söylemiştir. Öğretmen 4, beklentimizin büyük bir kısmını karşılamıştır.

Senaryo 2 de ötelemenin cebirsel ifadesi kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, Öğretmen 3 ve Öğretmen 4 ün doğru bir şekilde yanıtlayıp, cebirsel işlemleri genel olarak doğru yaptıkları görülmüştür. Öğretmen 1 ve Öğretmen 2 den cebirsel işlemleri diğer öğretmenler gibi yapmasını beklememize rağmen, sözel olarak ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Öğretmenlerden, öteleme dönüşümü I_2 doğrusunu buna paralel olan $x = 9$ doğrusuna dönüştürdüğünü, yani doğrunun değiştiğini cebirsel işlemler ile göstermeleri beklenmiştir. Bu beklentimizi de Öğretmen 3 ve Öğretmen 4 karşılamıştır. Bu bize, diğer

iki öğretmenin de ötelemenin cebirsel ifadesi konusunda eksiklerinin olduğunu göstermiştir.

4.1.2.2. Ötelemenin Değişmezleri

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, öteleme dönüşümü altında bazı kavramların değişmez olduğunu ifade etmiştir. Bu kavramlar sorulduğu zaman,

“Noktaları, noktalara dönüştürdüğümüz için bir üçgen öteliyorsak üçgenin alanı değişmez veya bir doğruyu öteliyorsak doğrunun eğimi değişmez. Vektör verildiğinde paralel bütün doğrular değişmez. Ama mesela bir doğrunun doğrultusunu değiştirebiliriz. Öteleme dönüşümü altında doğrunun konumunu, noktaların yerini değiştirebiliriz. Ama doğru parçasının uzunluğunu değiştirebiliriz. Mesela koordinat düzleminde üçgen alıp, üçgenin alanının değişmediğini gösterebiliriz.”

şeklinde yanıt vermiştir. Öğretmen, istenenleri sözle ifade etmiştir. Burada, ötelemenin değişmezlerini ifade edebilmiştir. Aynı zamanda öteleme dönüşümünün, öteleme vektörüne paralel doğruların dönüşüm altında değişmez kaldığını sözle ile ifade edebilmiş, açıklama yaparken eğim ile değişmez kaldığını göstermiştir. Öğretmene sorular sorulduğu zaman mesela diyerek başlayıp, doğru parçası, üçgen gibi şekiller üzerinden açıklama yapmaya çalıştığı görülmüştür. Öğretmenin, her noktanın değiştiği veya değişmez kalan noktanın bulunmadığını ifade etmede sıkıntı yaşadığı görülmüştür.

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda,

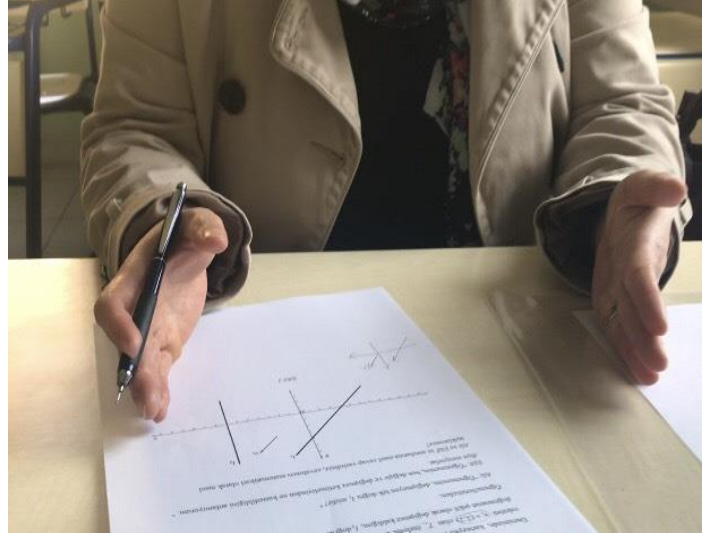
“Ali için, hayır l_1 değildir. Yönü, doğrultusu aynı olan vektörlere eşit vektörler diyoruz. v_1 ile aynı doğrultuda olduğu için l_1 doğrumuz değişmez. Çünkü öteleme demek bunu alıp, başka bir yere taşımak demektir. v_1 doğrultusunda taşıdığımız için değişmez. l_2 için düşünersek öteleme demek yani v_1 doğrultusunda ötelemek demek l_2 yi biraz daha kaydırarak taşımak demektir. Kaydırarak taşıdığımız için l_2 nin yönü değişecektir. Biraz daha kayıp, eğilecektir.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen, öteleme dönüşümünü nesne olarak düşünüp, kaydırarak taşıma kelimesini kullanmaktadır. Değişir/değişmez kavramlarını ise aynı yön/farklı yön kavramları ile el hareketleri ile de göstererek açıklamaya yapmaya çalışmıştır. Öğretmenin

Öğretmen 2: Sadece l_1 değildir, mesela v nin doğrultusundaki bütün doğrular yani hiçbir doğru değişmez diyebiliriz. Eğimleri v_1 in eğimi ile aynı olan doğrultular değişmez, farklı olan doğrultular değişmez. Ali'ye l_1 doğrusunun eğimi ile v_1 vektörünün eğimi yani doğrultusu aynı olduğu için değişmez derim. Eğer aynı eğime (doğrultuya) sahip başka doğrular çizersem onlar da değişmez. Bu eğime sahip sonsuz tane doğru çizebiliriz.

Şekil 2

57



Şekil 16. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesine dair el hareketleri ile cevabı

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda,

” l_1 ya da l_2 doğrusu da olsa eğimi l_1 için $\frac{4}{4}=1$, l_2 nin eğimi de $\tan 90 =$ tanımsızdır. Eğer ben bunu doğruları v_1 vektör üzerinde ötelersem yine doğrunun eğiminin değişmeyeceğini görürüz. Daha sonra l_1 vektörünü, doğrusunu v_1 vektörü üzerinde öteleme yaparsam bu doğrunun eğimi değişmez. Aynı şekilde l_2 doğrusu içinde v vektörü üzerinde ötelediğimde boyu, şekli değişmez. Yeri ve konumu değişir. Yani her iki vektör içinde değişen tek şeyin yeri ve konumu olduğunu söyleyebilirim. Değişirken kasıt, ben bir vektörü öteleme yaptığımda vektörün sadece yerinin, konumunun değiştiğini görürüm. Sonuç olarak cismin şekli, uzaklığı, boyu, eğimi değişmez. Aynı kalır. Değişen tek şey yeri, konumu olacaktır.”

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen, açıklamasında sadece sözel ifadeler kullanmış, değişir/değişmez kelimelerini birkaç kez neden/nasıl soruları sorulması üzerine doğru bir şekilde ifade etmiştir. Fakat bu kavramlardan tam emin olmadığı, tereddüt yaşayıp, böyle olur galiba, herhalde böyleydi dediği gözlemlenmiştir. Kavramları ifade ederken de bazı yanlışlıklar yapmıştır. Örneğin; Öğretmen, “Doğruları v_1 vektörü üzerinde öteleme” demiştir. Öğretmenin burada, “Doğruları v_1 vektörü yönünde öteleme” şeklinde ifade

etmesi beklenmiştir. Bu yanlış ifadeler oldukça fazladır. Bu bize, sözel açıklamalar yaparken, dilimizi kullanmada büyük sorunlar yaşadığımızı göstermiştir.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Noktasal olarak her nokta yer değiştirirse de doğru aynı doğrudur. Değişir, değişmezden kasıt denklemdir. Yani aslında yalnız kesişen bir vektörle, kesişen l_2 doğrusu her noktası o vektör tarafından ötelendiğinden farklı bir doğruya dönüşebilir. Birinci doğrunun denklemi değişmezken, ikinci doğru değişmiştir. Evet, Ali değişmeyen sadece l_1 doğrusudur.”

şeklinde cevaplamıştır. Öğretmen, değişir, değişmez kelimeleri ile denklemleri anladığını ifade etmiştir. Her noktanın yer değiştirdiğini söylemiş, fakat değişmeyen doğrunun sadece l_1 olduğunu ifade etmesi üzerine, soru sorulduğunda paralel olan doğrularda değişmez cevabını vermiştir.

“Belirli bir vektör boyunca, vektör ötelemesi ile dönüşüm sağlandığından sonuçta vektörlerin birbirine paralel olması aslında yön, doğrultu kavramlarını değiştirmeyecektir.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmenin ötelemenin, öteleme vektörüne paralel doğruların değişmez kaldığı konusunda açıklama yaparken sıkıntı yaşamaması, tam ifade edememesi bu konuda eksiklerinin olduğunu göstermiştir. Öğretmenin vektör boyunca kavramları yerine, vektör yönünde kelimelerini kullanması gerekirdi. Bu bize, dilimizi kullanmada eksiklerimizin olduğunu göstermiştir.

Senaryo 2 de ötelemenin değişmezleri kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, öğretmenlerin tamamının değişir-değişmez kelimelerini tam olarak zihninde canlandıramadığı görülmüştür. Öğretmenlerin cevap vermeleri için sürekli sorular sorulmak zorunda kalınmıştır. Öğretmenler, devamlı sözel olarak ifade etmeye çalışmışlar, fakat sözel ifadelerde dilin kullanılmasında sıkıntı yaşayıp, çok fazla yanlış söylemler kullanmışlardır. Bu kategoride öğretmenlerden, öteleme dönüşümünde her noktanın yer değiştirdiği, değişmeyen hiçbir noktanın kalmadığını söz ile ifade ediyor olmaları beklenmiştir. Öğretmenlerin, bir vektör yönünde, öteleme yapıldığında, vektöre paralel olan doğrular şekil olarak değişmez kalırken, vektöre paralel olmayan doğrular yer değiştirir ve paralellik korunur ilkesinde çok fazla eksiklerinin olduğu görülmüştür.

4.1.3. Senaryo 3 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 3 de öğretmenlerden ötelemenin cebirsel ifadesindeki bütün gösterimlerin anlamı ve bir dönüşüm ile ters dönüşüm arasındaki ilişkiyi öğretime nasıl yansıtacaklarıyla ilgili bilgilerini ve düşüncelerini açıklamaları beklenmiştir. Bu bağlamda, söz konusu bilgilerini kullanarak ötelemenin cebirsel ifadesindeki " v ", " T_v ", " (x, y) ", " (x', y') " lerin öğrencilerin ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsilleri oluşturabilme ve yorumlayabilmelerine yönelik hangi matematiksel açıklamaları yapacakları sorgulanmıştır. Öğretmenlerden beklenen dönüşüm geometrisine yönelik alan ve özelleştirilmiş alan bilgilerinin ortaya çıkartılmasıdır. Bu bilgiler ve Senaryo 3 okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 11 de verilmiştir.

Tablo 11

Senaryo 3 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirir. Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olur. Matematiksel açıklamalar yapar. - Öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesindeki "v", "T_v", "(x, y)", "(x', y')" lerin anlamını bilir ve birbirleri ile olan ilişkisini açıklar. - Bir dönüşüm ile tersi arasında ilişki kurabilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesindeki bütün gösterimlerin anlamını bilir ve aralarındaki ilişkiyi anlar. Verilen bir dönüşüm ile onun tersi olan dönüşüm arasındaki ilişkiyi kavrar.

Senaryo 3:

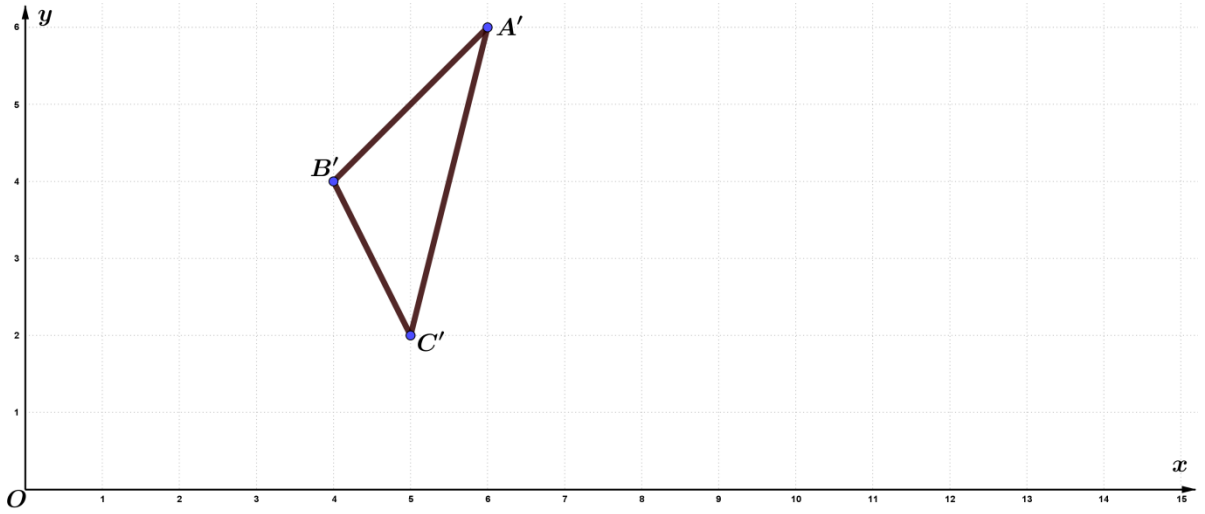
Öğrencilerinizle sınıfınızda öteleme dönüşümünü tartışıyorsunuz.

Tahtaya, $v = (-1, -2)$ olmak üzere $T_v(x, y) = (x', y')$, öteleme dönüşümünün bir $\triangle ABC$ ni, *Şekil 17*'deki gibi $\triangle A'B'C'$ ne dönüştürdüğünü söylüyorsunuz. $\triangle ABC$ nin nasıl bulunacağını görsel ve cebirsel ifadeler kullanarak açıklayacaksınız. Bu esnada;

Ali: "Öğretmenim, ben T_v , (x, y) , (x', y') lerin ne olduğunu anlamadım."

Ayşe: "Öğretmenim, $\triangle A'B'C'$ nin görüntüsü de $\triangle ABC$ ni olmaz mı?" diyorlar.

Ali ve Ayşe'nin sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 17. Senaryo 3 e dair çizim

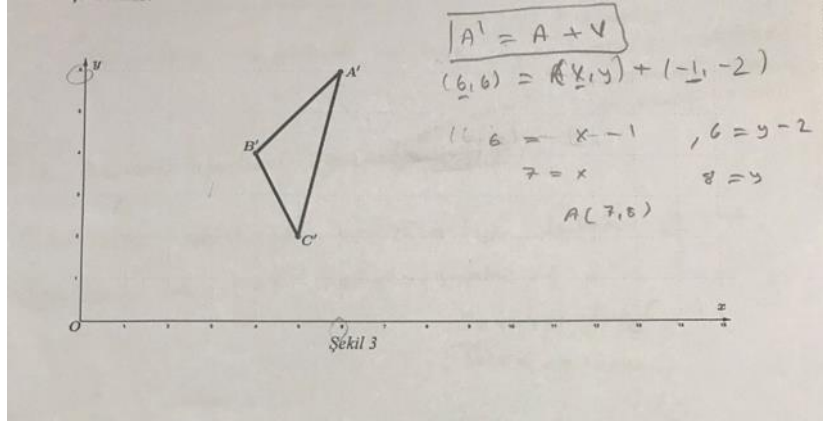
Senaryo 3 den elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin ötelemeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek bir kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategori, *ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsiller* başlığı altında incelenecektir.

4.1.3.1. Ötelemenin Cebirsel İfadesindeki Temsiller

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, öteleme vektörünün denklemini yazmak gereklidir diyerek, şu açıklamayı yapmıştır.

''Mesela A noktası için baz alırsak yeni oluşan $A' = A + v$ biçiminde yazabilirim. A noktası ikililer şeklinde ifade ediliyordu. Alinin sorusuna buradaki (x, y) aradığımız ilk üçgenin dönüşmeden önceki A noktasının koordinatlarıdır. (x', y') ise A noktasının v vektörü altında oluşturduğu yeni noktaların koordinatlarıdır. Üçgen ve kenarlar aynı kalır. Şekil değişmez.''

yanıtını vermiştir. Öğretmen 1'in sözel ifadeleri doğrudur, fakat ifade etmekte sıkıntı yaşamıştır. A noktasını doğru bir şekilde bulmuştur. Ancak, $A' = A + v$ eşitliği ezbere bilinmeden yazılmış bir eşitlik olduğunu göstermiştir. Yaptığı işlemlerde temsilleri gösterirken ve ifade ederken dönüşmeden önceki koordinatlar ve yeni nokta ifadelerini kullanmıştır. Öğretmen aynı zamanda üçgen ve kenarların değişmeyeceğini söz ile ifade etmiş, cebirsel olarak ifade edememiştir.



Şekil 18. Öğretmen 1 in ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda $T(x, y)$, $T(x', y')$ gösterimlerinden nefret ettiğini, bunları okurken zorlandığını belirtmiştir.

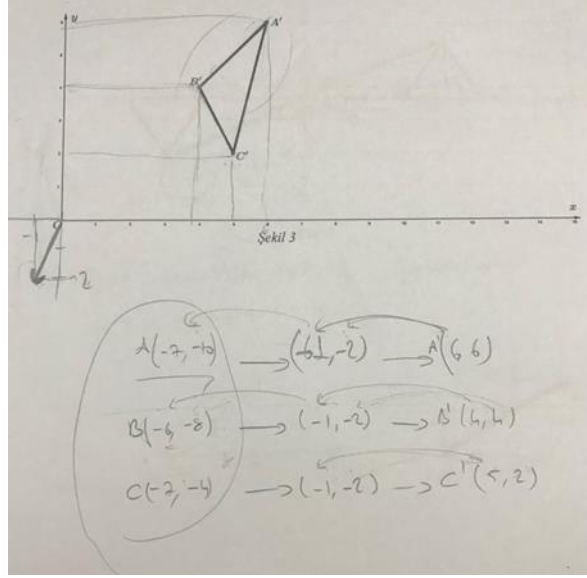
'' $\Delta A'B'C'$ 'nin görüntüsü de ΔABC olur. $\Delta A'B'C'$ üçgenini de geri olarak bu vektöre göre ötelemesini alırsak yine ΔABC oluşur. Bu gösterimler v doğrultusu boyunca ötelendiğinde başka bir üçgen elde ediliyor. T_v demek bu vektörün doğrultusu şeklinde yani aşağı ötelenmiş demektir. Yani A noktası başka bir yerdeymiş v vektörü boyunca ötelenmiş A' noktası oluşmuş, B noktası başka bir yerdeymiş B' noktası oluşmuş. Daha sonra bu noktalar birleştirilerek $\Delta A'B'C'$ oluşmuş. (x', y') demek o baştaki ΔABC köşelerinin yeni halleri demektir. (x, y) demek baştaki ΔABC köşelerinin koordinatları demektir. ''

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen, en başta temsillerin gösteriminde sıkıntı yaşadığını belirtmiştir. Yaptığı açıklamalarda, baştaki üçgen, başka yerdeymiş kavramları ile açıklaması öğretmenin cebirsel ifadesindeki temsiller konusunda eksiklerinin olduğunu desteklemektedir. Öğretmenin sözel ifadelerinde çok fazla kavram karmaşası yaşadığı görülmektedir. Örneğin, vektör demesi gereken yerlerde, doğrultu kelimesini kullanmıştır. Yeni hali, eski hali diye niteleme yaparak, görüntü noktasının koordinatları kavramını kullanamamıştır. Öğretmene kenar uzunlukları ile soru yöneltildiği zaman,

'' $|A'B'|$ ne ise $|AB|$ kenarı da aynıdır, değişmez. $|B'C'|$ ile $|BC|$ kenar uzunlukları aynıdır. $|A'C'|$ ile $|AC|$ kenar uzunlukları aynıdır. Değişmez. ''

şeklinde yanıtlamıştır. Öğretmenin, bunu sözel olarak ifade edebildiği ve uç noktalarını bulup, birleştirme yaparak birleştirdiği için ötelemeyi bir nesne olarak ele aldığını

göstermektedir. Öğretmenin, dönüşümün cebirsel ifadesinin ve oradaki notasyonların ne anlama geldiği hakkında da çok sıkıntı yaşadığı gözlenmiştir.



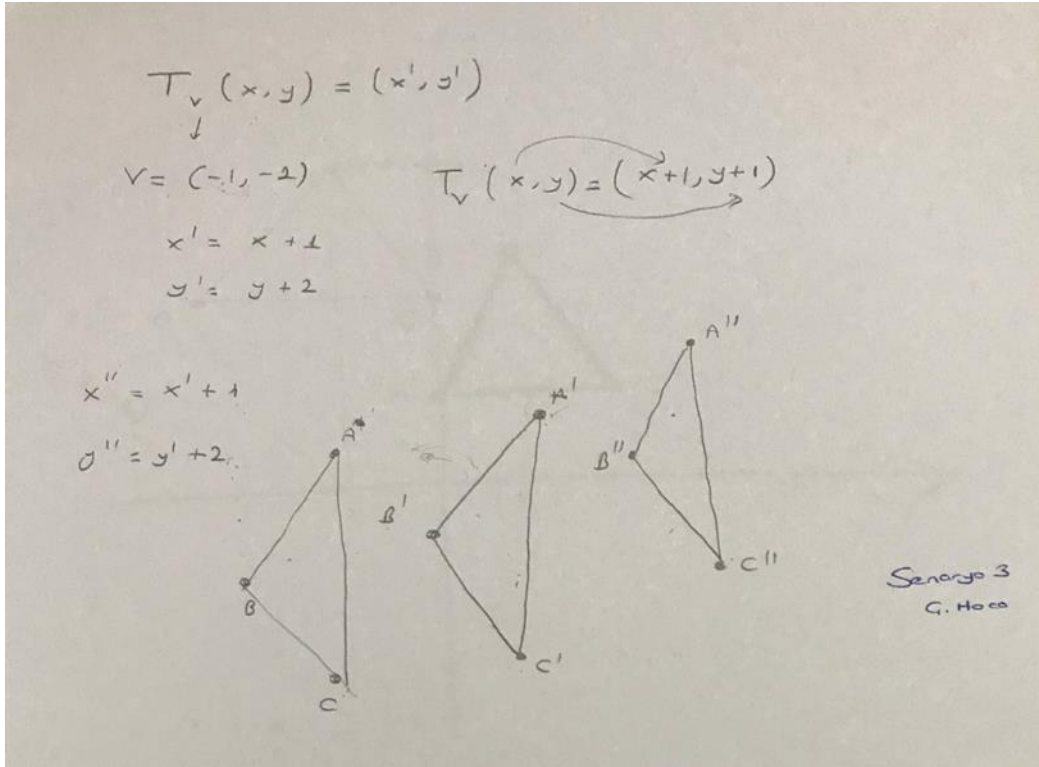
Şekil 19. Öğretmen 2 nin ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair çözümü

Öğretmen 3;senaryodaki soruları okuduğunda

“ $T_v(x, y)$ nin üçgenin ilkhali olduğunu, (x', y') nin ise $T(x, y)$ nin $v = (-1, -2)$ koordinatı kadar ötelenmiş hali olduğunu belirtmiştir. Ötelemenin bir nevi eklemek demek olduğunu $\triangle ABC$ nin ötelenmesi ile görüntüsünün $\triangle A'B'C'$ olacağını, koordinatlarının, yeri, konumunun değişeceğini, kenar uzunluklarının asla değişmeyeceğini”

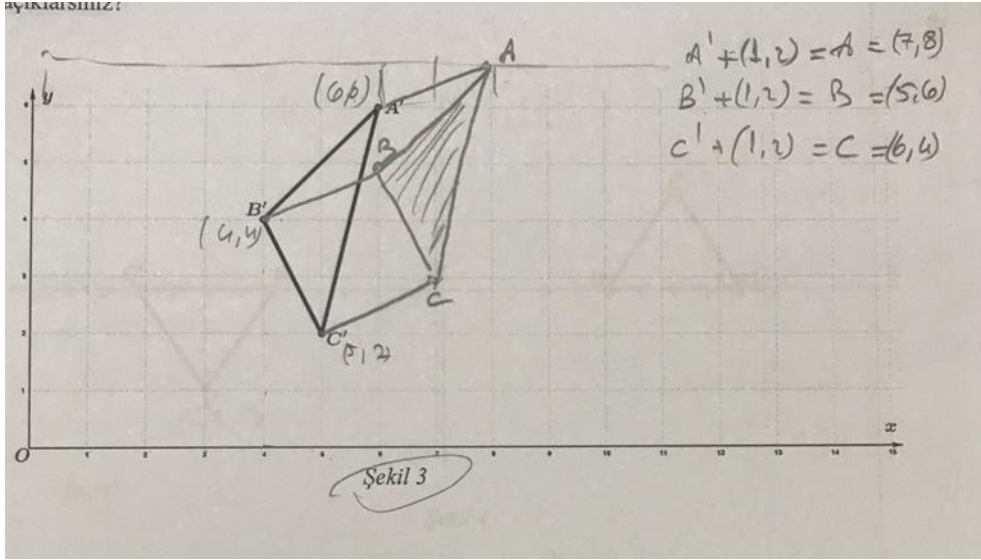
ifade etmiştir. Burada öğretmenin $v = (-1, -2)$ koordinat kelimesini kullanmasını soruyu çözerken koordinat sistemine odaklanıp, söylemlerine tam olarak odaklanamamış olmasına ve kamera ile kayıt altına alınmasının etkisine bağlanmıştır. Öğretmen 3, farkında olmadan vektör ile koordinat kelimelerini eşdeğer olarak kullanmıştır. Fakat ikisi birbirinden farklı kavramlardır. Yani, vektör bir sıralı reel sayı ikilisi iken $v = (-1, -2)$, fakat koordinat $-1, 0, -2, \dots$ gibi bir tek sayıdır. Öğretmen 3, aynı zamanda ötelemenin bir nevi eklemek olduğunu belirtmiş, bu konuda eksiklerinin olduğunu ifade etmiştir. Oysa öteleme çıkarmak da olabilir. Negatif bileşenli vektörler için, koordinatlara pozitif veya negatif sayıları eklemek demek daha doğru bir söylemdir. Sezgisel olarak kenar uzunluklarının asla değişmediğini söylemiştir. Öğrencilerinden, birinin itirazı olursa veya değiştiğini söylerse neler dersiniz sorusu yöneltildiğinde ise Şekil 20. de verilen cebirsel işlemleri yapmış, fakat yine sözel

olarak açıklama yapmaya çalışmıştır. Buradan Öğretmen 3 ün cebirsel olarak ispatında sorunlar yaşadığı, tam olarak bilmediği anlaşılmıştır.



Şekil 20. Öğretmen 3 ün ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair çözümü

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda, öteleme vektörü verildiğinde T_v dönüşümünün ne yaptığını sözle ifade etmeye çalışmış ve sağa sola kaydırma terimleri kullanmıştır. Sağa sola kaydırma öğretmenin bilmeden söylenmiş bir ifade kullandığını bize göstermiştir. Öteleme vektörü $v = (3, 4)$ ise bu ne sağa ne de sola kaydırmadır. Bu, noktaların ve şekillerin v yönünde $|v| = \sqrt{9+16} = 5$ birim yer değiştirmesidir. Burada, sağa dediği $v_1 = (h, 0)$ ve sola dediği $v_2 = (-h, 0)$ vektörleri yönünde ötelemedir. Öğretmen 4' ün açıklamaları bu kavramlarda eksikliğinin olduğunu göstermiştir. Öğretmen, cebirsel işlemler yapılabileceğini söylemiş, Şekil 21. de yapmaya çalışmış, fakat bu işlemleri tam olarak ifade edememiştir. Yani soruyu ifade ederken, T_v^{-1} ters dönüşüm ve bunun tersi olan T_v dönüşümünü açıklayamamıştır. Kenar uzunluklarının değişmediğini sözle söyleyebilmiş, fakat matematiksel olarak bir gösterimde bulunmamıştır. Dönüşümü tanımlarken kullanılan notasyonlarda çok karışıklıklar bulunmuştur. Örneğin, dönüşümün noktayı noktaya dönüştürdüğünü söylememiş, apsisi apsise ve ordinatı ordinata dönüştürdüğünü ifade etmiştir.



Şekil 21. Öğretmen 4 ün ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsillere dair cevabı

Senaryo 3, ötelemenin cebirsel ifadesindeki temsiller kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, beklentilerimizin çok az bir kısmı ifade edilmişken, büyük bir kısmı ifade edilememiştir. Öğretmenlerin tamamı cebirsel ifadesindeki notasyonlarda çok ciddi sorunlar yaşamıştır. Cebirsel ifadedeki temsilleri ezbere yazmaya çalışmışlar, karıştırmışlar ve bu notasyonları sözle dahi ifade edememişlerdir.

4.2. Öğretmenlerin Dönme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgisi

4.2.1. Senaryo 4 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 4 de, öğretmenlerden dönmenin bir üçgen ve görüntüsü verildiği zaman, bunu cebirsel olarak öğretime nasıl yansıtacaklarıyla ilgili bilgilerini ve düşüncelerini açıklamaları beklenmiştir. Bu bağlamda, söz konusu bilgilerini kullanarak orijin merkezli dönme dönüşümünün cebirsel ifadesindeki temsilleri oluşturabilme ve yorumlayabilmelerine yönelik hangi matematiksel açıklamaları yapacakları sorgulanmıştır. Öğretmenlerden beklenen dönüşüm geometrisine yönelik alan ve özelleştirilmiş alan bilgilerinin ortaya çıkartılmasıdır. Bu bilgiler ve Senaryo 4 ile ilgili öğretim programına ait kazanım okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 12 de verilmiştir

Tablo 12

Senaryo 4 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olur. Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • Orijin merkezli dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini bulabilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir üçgen ve görüntüsü verildiğinde, bunlar arasında tanımlı olan bir dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini belirler.

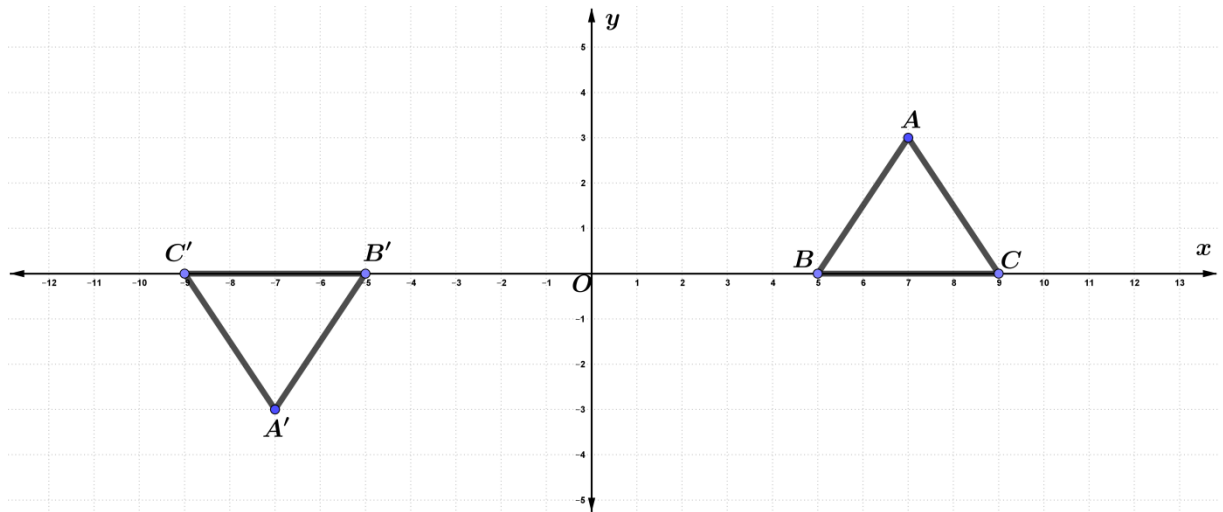
Senaryo 4:

Sınıfınızda dönme dönüşümünü tartışıyorsunuz. Öğrencilerinizden *Şekil 22*.de verilen $\triangle ABC$ ni $\triangle A'B'C'$ 'ne dönüştüren orijin merkezli dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini bulmalarını istiyorsunuz.

Ali: " Öğretmenim, üçgenlerin köşe noktaları orijine göre simetriktir. O zaman 180° lik bir dönme olur galiba "

Ayşe: " Öğretmenim, Ali'nin söylediği doğrudur, fakat bunun doğruluğunu cebirsel olarak gösteremiyorum." diye söylüyor.

Öğrencilerinizin sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevaplarınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?

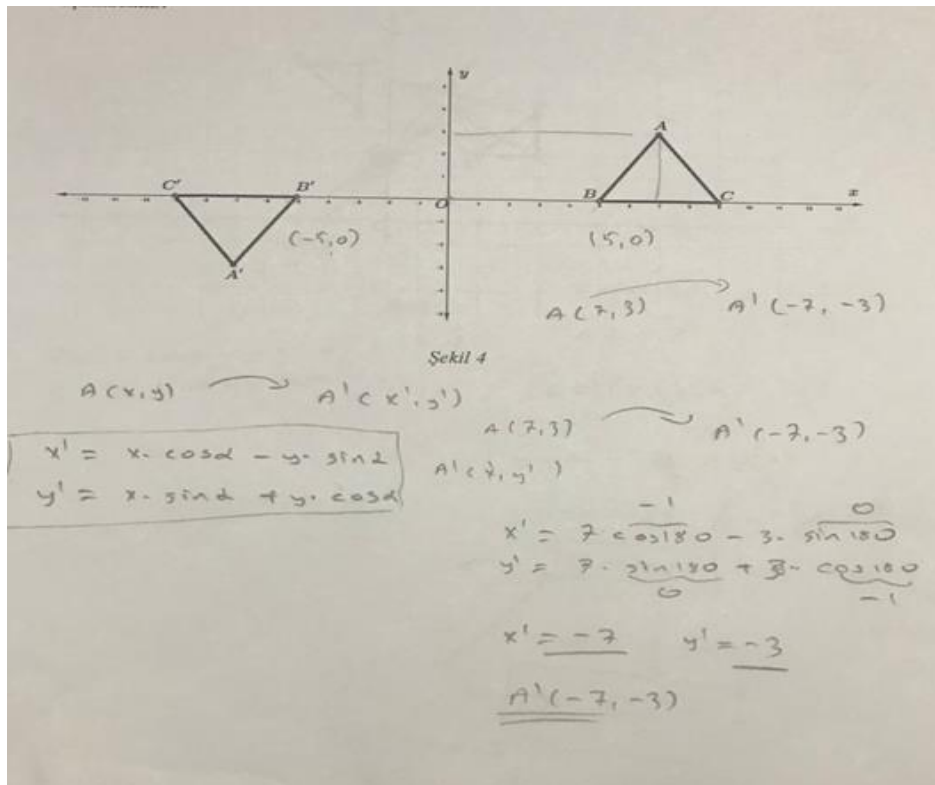


Şekil 22. Senaryo 4 e dair çizim

Senaryo 4 den elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin dönmeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek iki kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategoriler sırasıyla, *O* orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesi, *O* orijin etrafında dönmenin parametreleri başlıkları altında incelenecektir.

4.2.1.1. *O* Orijin Etrafında Dönmenin Cebirsel İfadesi

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda $\triangle ABC$ dönme merkezi orijin olacak şekilde $\triangle A'B'C'$ ne dönüşmüştür, öğrencinin dönme denklemini bilmesi gerekir diyerek, dönme denklemini yazmıştır. Dönme denklemindeki α kaç derece döndürdüğümüzü kapsıyor diye cevap vermiştir. Öğretmen dönme denklemini ezbere yazmıştır. Dönüşümün cebirsel ifadesi sorulduğunda, yanıt verememiştir. Buradan öğretmenin, $\triangle ABC$ yi $\triangle A'B'C'$ ye dönüştüren bir tek dönme dönüşümünün $\theta = 180^\circ$ var olduğu ile ilgili tereddüt yaşadığı görülmüştür. Kenar uzunluklarının değişmeyeceğini ise ezbere söylemiş, ispatlayamamıştır.



Şekil 23. Öğretmen 1 in orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda

“Orijin merkezli $O(0,0)$ demektir. Ali için evet kesinlikle 180° lik dönme olur. Çünkü orijine göre simetrik demek, orijin zaten başlangıç noktası demektir. Yani koordinat sisteminin tam orta noktası olduğu için buna göre simetrik demek ne kadar mesafe gittimse o kadar mesafe gideceğim demektir. A' ile A yı birleştirdiğim zaman $|OA| = |OA'|$ olur. Çünkü O merkezine göre simetri alıyoruz. Mesela yine $|BO| = |B'O|$ olur. Bunu geometrideki kelebek kuralı yani paralellik, benzerlik ile özdeşleştirebiliriz. Yani benzerlik ifadesi de çıkar buradan.”

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen en başta cebirsel olarak değil, söz ile ifade etmeye çalışmıştır. Başka bir yol ile nasıl yapardınız sorusuna ise,

“Cebirsel olarak koordinat noktaları yazarak, zıt yönde işaretler alınıp, bölgesine göre işaret verilir. 180° demek yarım daire döndermek demektir. Açı-Açı-Açı benzerliği vardır. Başka yol ile somut örnek vererek 180° demek yarım daire demektir. Aralarında ki mesafenin eşitliğinden gidebiliriz.”

diyerek yanıtlamıştır. Öğretmenin döndermek kelimesini kullanmasını yöresel ağza bağlanmıştır. Simetri kavramı yardımıyla açıklamaya çalışılmıştır. Öğretmen yine cebirsel denklemlerden kaçınıncı bu sefer matematiksel olarak nasıl ifade edebiliriz sorusu yöneltilmiş ve Şekil 24. deki işlemleri yapmıştır. Öğretmen, $\triangle ABC$ nin $\triangle A'B'C'$ ye dönüşmesi (O ya göre simetrik) sözel olarak ifade etmiştir. Cebirsel denklemleri doğru olarak yazmıştır. Fakat denklemlerde sadece $\theta = 180^\circ$ almış ve cebirsel denklemler bulunmadan noktaları koymuş ve görüntüleri bulmuştur. Dolayısıyla, öncelikle bulması gereken denklemler işlemlerde gözükmemiştir.

orijine göre

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$A(7, 3) \quad B(5, 0)$$

$$C(9, 0)$$

$$A'(-7, -3) \quad B'(-5, 0)$$

$$C'(-9, 0)$$

$$x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha$$

$$y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

$$\alpha = 180^\circ$$

$$x' = x \cos 180 - y \sin 180 \quad A(7, 3)$$

$$y' = x \sin 180 + y \cos 180 \quad A'(-7, -3)$$

$$x' = 7 \cdot \frac{\cos 180}{-1} - \frac{3 \sin 180}{0} = -7 = x'$$

$$y' = 7 \sin 180 + 3 \cos 180 = -3 = y'$$

Senaryo 4

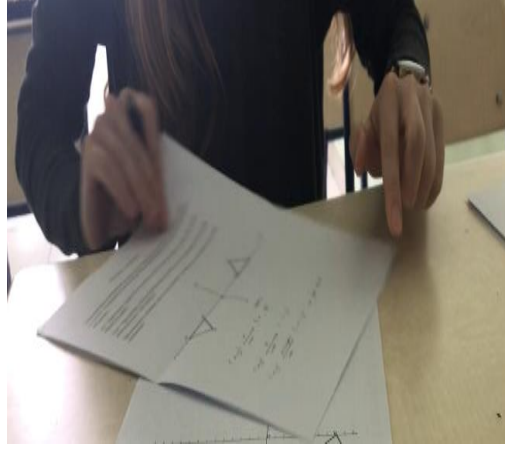
Şekil 24. Öğretmen 2 nin orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda

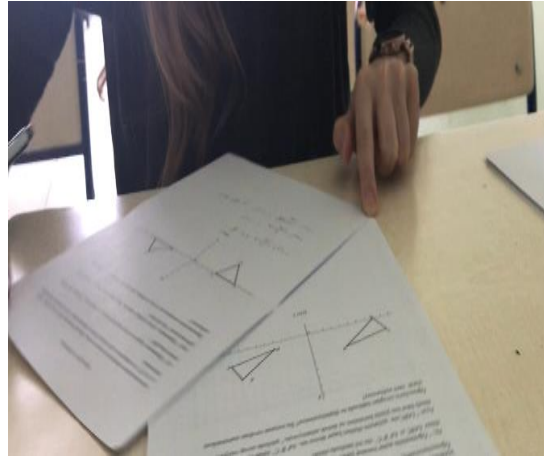
“Ali’nin söylediği doğrudur. Yansıma, simetri aynı şey olarak düşünüyoruz. Günlük hayatta da ayna deyince aklımıza ilk gelen şey yansımadır. O zaman x e göre simetriği yani x e göre yansıma düşünüyorsam ayna gibi düşünürüz x kendini koruma altına alıp, (günlük hayatta bağdaştırarak kırılmamak için) y işaretini değiştirecek. Eğer (x, y) noktasının y ye göre simetrisini alırsak, bu defa y eksenini ayna gibi olur. Yani kendini koruma altına alan y , bu sefer x in işareti değişir. Orijine göre simetri denilirse orijin denilince matematikte sıfır alınır bu sefer koruma yok gibi düşünüp, hem x hem y işaret değiştirir diyorum. Orijine göre döndürmek demektir. (Şekil 25. üzerinden kağıdı 90 daha sonra bir tur daha döndürüp 180° oldu deyip, ters çeviriyor.) 180° döndürmenin olayı da şudur aslında şeklim ne ise taradığı açığı 180 yapıyorduk. İlk şeklim ne ise kâğıdımı ters çevirirsem 180° olmuş olur. Dönme problemlerinde 180° ve 360 derece döndürmelerde sadece koordinatların işareti değişir. 90 derece ve 270 derece döndürme olmadığı sürece A, B, C noktalarının koordinatları yer değiştirmez ama

işaret değiştirir. Ayşe'ye sadece bu kadar yardımcı olabiliyorum. Ötelemede şeklin boyutu değişmez demiştik burada da aynı şekilde bulduğumuz koordinatları birleştirirsek, $\Delta A'B'C'$ buluruz ve değişmez.''

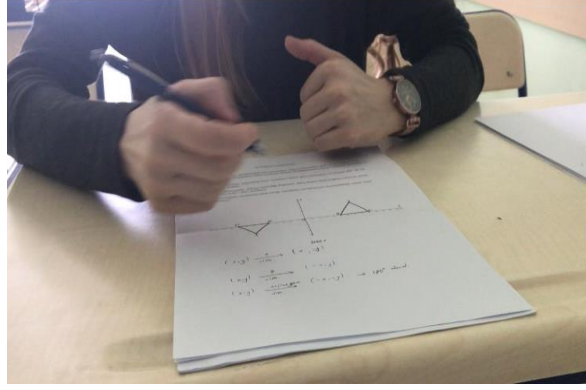
şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen, sadece simetri ve yansımadan açıklama yapmaya çalışmıştır. Dönme denklemlerini kullanamamıştır. O etrafında yansıma olmasaydı nasıl bir cevap verirdiniz sorusuna yanıt verememiştir. ΔABC yi $\Delta A'B'C'$ ye dönüştüren dönme dönüşümü nedir sorusuna yanıt verememiştir. En son tekrar cebirsel ifade sorusu yöneltildiği zaman, bu konuda çok yeterli bir öğretmen olmadığını, bu kadar yardımcı olabileceğini söylemiştir.



Şekil 25.Öğretmen 3 ün senaryoya dair cevabının ilk aşaması



Şekil 26.Öğretmen 3 ün senaryoya dair cevabının ikinci aşaması



Şekil 27.Öğretmen 3 ün senaryoya dair cevabının son aşaması

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda

“Ayşe’ye şöyle cevap verebiliriz. Biz mesela (x, y) koordinat ekseninde x, y denilen bir noktayı α° lik bir dönme uygulayacaksa (formülünü yazarak) formülü üzerinde yazarak gösterebiliriz. Alinin sorusuna da bu formülde yerine yazarak A noktasının A' noktasına nasıl dönüştüğünü gösterebiliriz. Diğer noktaları da benzer şekilde göstererek 180° lik dönme olduğunu gösterebiliriz. Diğer sorularda olduğu gibi $\triangle ABC$ nin köşe noktalarının koordinat noktaları yer değiştirirken, kenar uzunlukları değişmez.”

şeklinde cevaplamıştır. Öğretmen, dönme denklemlerini doğru, fakat ezbere yazmıştır. 180° lik dönme olduğunu sözle söylemiş, fakat cebirsel olarak gösterememiştir. Kenar uzunluklarının değişmez kaldığını sözle söylemiş, cebirsel olarak, bir kenarın uzunluğunun değişmediği gösterememiştir.

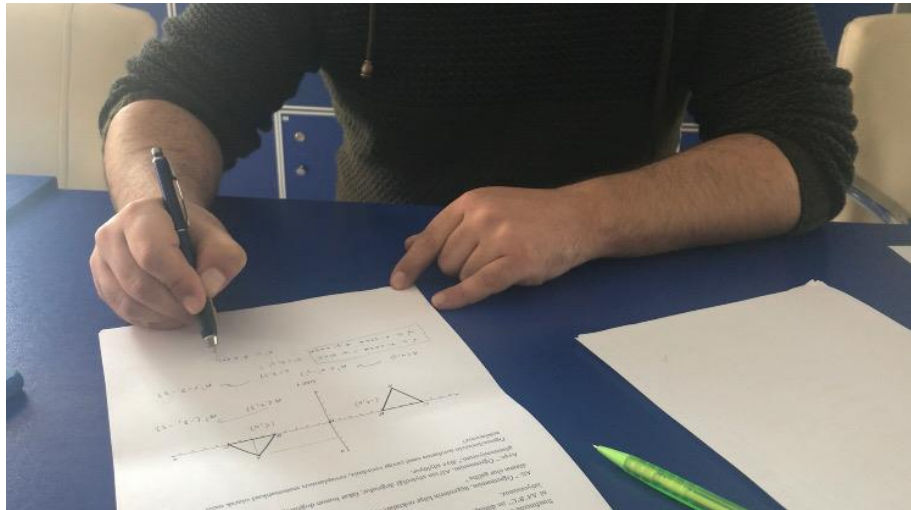


Şekil 28. Öğretmen 4 ün orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Senaryo 4, *O* orijin etrafında dönmenin cebirsel ifadesi kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, Öğretmen 1, Öğretmen 2, Öğretmen 4'ün benzer şekilde öncelikle sözel olarak ifade etmeye çalıştığı, tekrar matematiksel yoldan sorulduğu zaman ise dönme denklemini cebirsel olarak yazdıkları görülmüştür. Fakat üç öğretmende yazdıkları dönme dönüşümlerini ezbere yazmışlar, notasyonların anlamını ve aralarındaki ilişkiyi açıklayamamışlardır. Bu bize, öğretmenlerin lisans seviyesinde iken bu kavramları ezberleyip geçtiklerini, daha sonra ise unuttuklarını göstermiştir. Öğretmen 2 ise, kendisini cebirsel ifade konusunda yetersiz olarak tanımlamış, dönme denklemini hiç yazamamış ve sözel olarak ifade etmeye çalışmıştır. Öğretmenlerin tamamının bu kategoride çok eksisinin olduğu görülmüştür.

4.2.1.2. *O* Orijin Etrafında Dönmenin Parametreleri

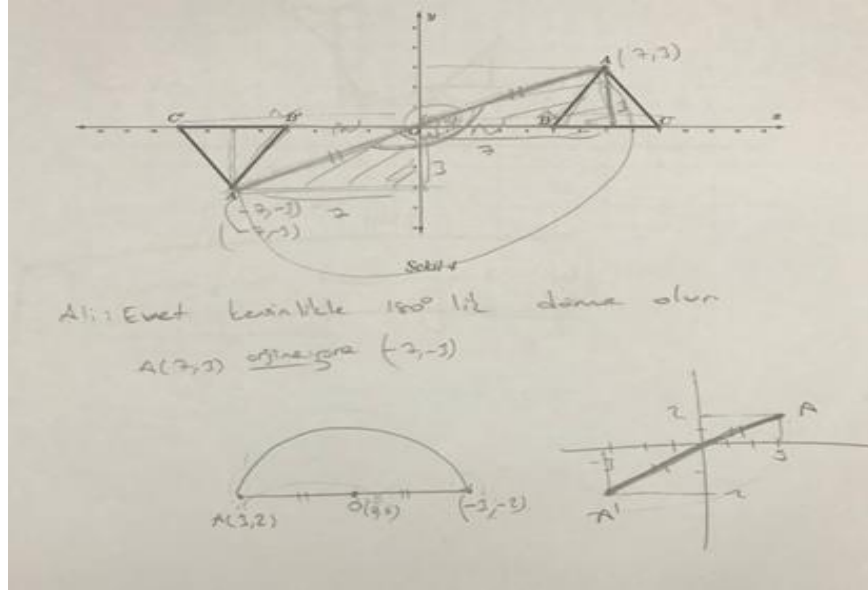
Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda cebirsel olarak denklemleri yazmış, $\cos 180^\circ = -1$, $\sin 180^\circ = 0$ değerlerini ve *A* noktasının bileşenlerini koymuş, *A*'yü bulmuştur. Diğer iki noktanın da görüntüleri olan *B*'ve *C*'yü benzer şekilde bulunabileceğini, gerek olmadığını belirtmiştir. “Tek noktayı koymak yeterli midir?” sorusu yöneltildiği zaman ise, bu dönüşümün özel bir dönüşüm, orijin merkezli simetrik dönüşüm olduğunu söyleyerek yeterli olduğunu söylemiştir. Öğretmen, genel ispat konusunda sıkıntı yaşamıştır.



Şekil 29. Öğretmen 1 in orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü

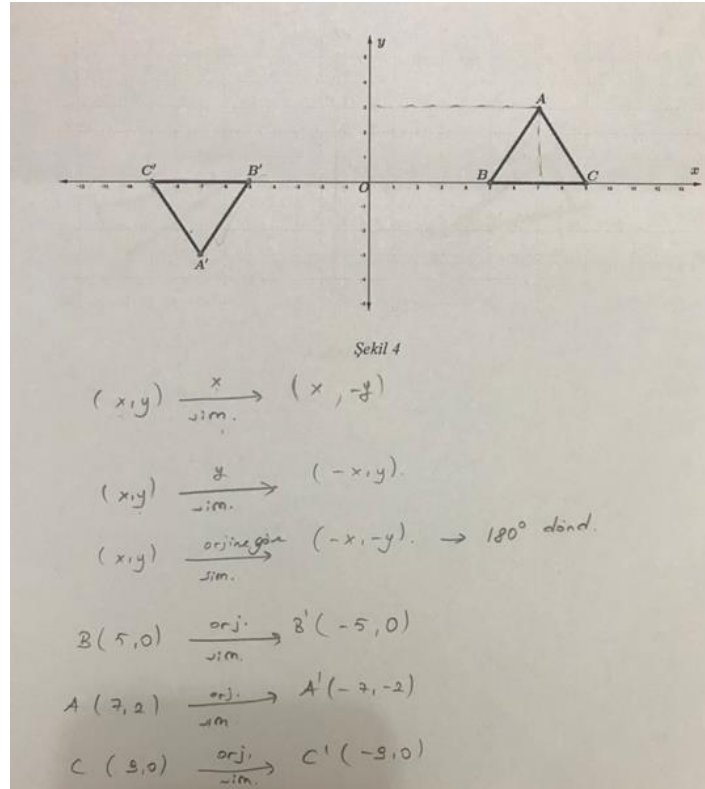
Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda cebirsel olarak dönme denklemleri yazmış, $\cos 180^\circ = -1$, $\sin 180^\circ = 0$ değerlerini ve *A* noktasının bileşenlerini koymuş, *A*'yü bulmuştur. Fakat öğretmen ezbere daha çok işlemler yaparak, yansıma, simetri ile

açıklamaya yapmaya çalışmıştır. Öğretmen dönmenin parametrelerini kullanmakta sıkıntı yaşamaktadır.



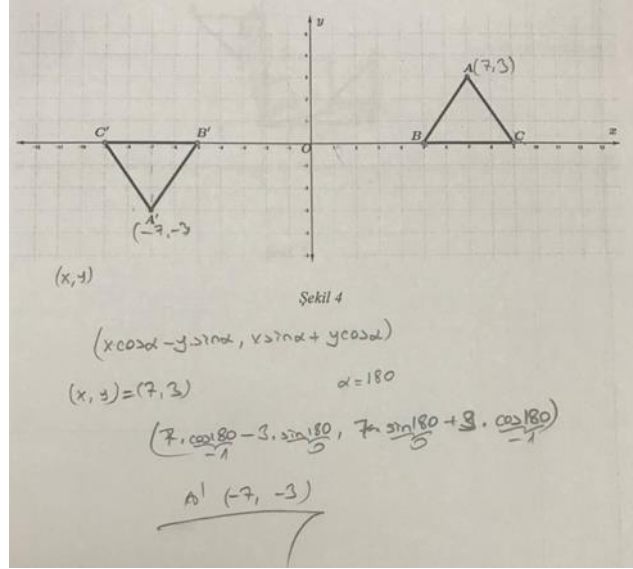
Şekil 30. Öğretmen 2 nin orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda yansıma, simetriden açıklamaya yapmaya çalışmıştır. Günlük hayat ile ayna-kırılma-korunma tabiri ile zihninde bir niteleme yaparak işaret değişimi üzerinden açıklamaya yapmaya çalışmıştır. Öğretmen, dönmenin parametreleri konusunda yetersiz olduğunu söylemiştir.



Şekil 31. Öğretmen 3 ün orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda noktaların gösterimde sorun yaşamıştır. x, y sayıları nokta iken, (x, y) koordinat eksenini olarak ifade etmiştir. Dönme denklemlerini doğru, fakat ezbere yazmıştır. Bu ikilileri (x, y) nin görüntüsü olan (x', y') olduğunda tereddüt yaşamış ve yazamamıştır.



Şekil 32. Öğretmen 4 ün orijin etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü

Senaryo 4, O orijin etrafında dönmenin parametreleri kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, Öğretmen 1, Öğretmen 2 ve Öğretmen 4 benzer şekilde cebirsel olarak dönme denklemlerini yazmış $\cos 180^\circ = -1$ ve $\sin 180^\circ = 0$ değerlerini doğru bir şekilde yerine yazarak bulmuşlardır. Fakat bu öğretmenlere genel dönme denklemleri sorulduğu zaman sıkıntı yaşamışlardır. Öğretmen 2, sadece yansıma-simetri ile açıklama yapmaya çalışmıştır. Bu bize, öğretmenlerin örnek noktalar üzerinden dönmenin parametrelerini bulabildiklerini ama dönmenin genel denkleminde eksiklerinin olduğunu göstermiştir.

4.2.2. Senaryo 5 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 5 de, öğretmenlerden dönmenin $\triangle ABC$ nin θ açılık bir dönme dönüşümü altındaki görüntüsü verildiğinde dönme merkezini belirleyip, öğretime nasıl yansıtacaklarıyla ilgili bilgilerini ve düşüncelerini açıklamaları beklenmiştir. Bu bağlamda, söz konusu bilgilerini kullanarak dönmenin keyfi bir nokta etrafındaki cebirsel ifadesindeki temsilleri oluşturabilme ve yorumlayabilmelerine yönelik hangi matematiksel açıklamaları

yapacakları sorgulanmıştır. Öğretmenlerden beklenen dönüşüm geometrisine yönelik alan ve özelleştirilmiş alan bilgilerinin ortaya çıkarılmasıdır. Bu bilgiler ve Senaryo 5 okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 13 de verilmiştir.

Tablo 13

Senaryo 5 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM	Lisans Bilgisi
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirir. Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Belirli bir açıda, dönme dönüşümü altında görüntüsü verilen bir üçgenin dönme merkezini belirler. • Keyfi noktadaki dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini yazıp, yorumlar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir $\triangle ABC$ nin θ açılık bir dönme dönüşümü altındaki görüntüsü verildiğinde dönme merkezini belirler. Keyfi bir nokta etrafındaki dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini yazar ve geometrik olarak ne anlama geldiğini bilir.

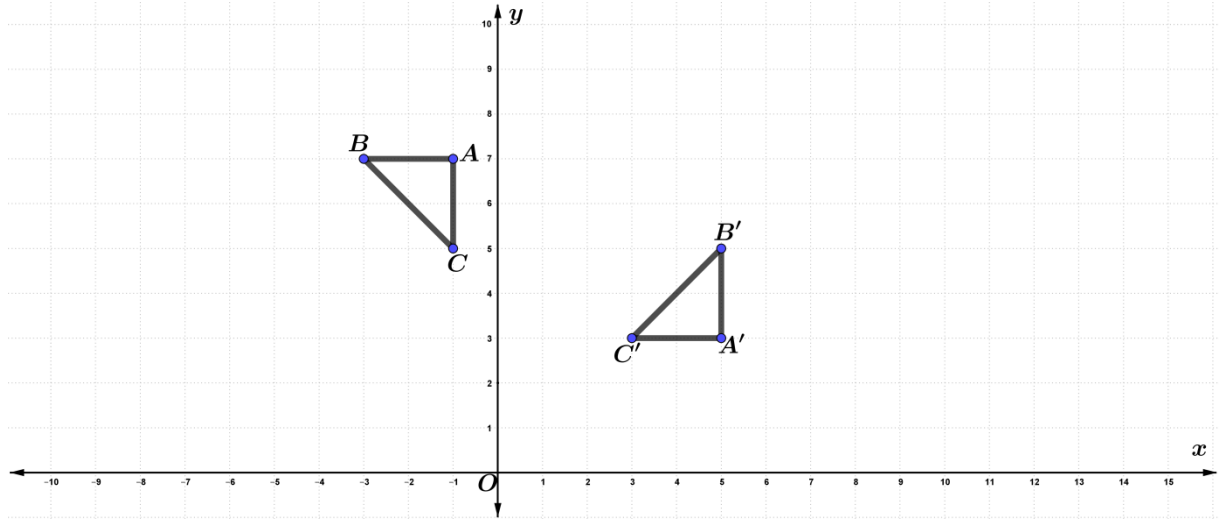
Senaryo 5:

Öğrencilerinize dönme dönüşümünden bahsediyorsunuz. Kartezyen koordinat sisteminde, Şekil 33.de verilen, $\triangle ABC$ ni $\triangle A'B'C'$ ne dönüştüren $\theta = -\pi/2$ radyanlık dönme dönüşümünün merkezini ve cebirsel denklemlerini öğrencilerinizin bulmasını istiyorsunuz.

Ali: "Öğretmenim, dönme merkezi her zaman orijin olmaz mı? "

Ayşe: "Öğretmenim, ben test sorularında dönme merkezini şıklardan giderek bulabiliyorum, fakat cebirsel olarak nasıl bulacağımı bilmiyorum? " diye soruyorlar.

Ayşe ve Ali'nin sorularına ayrı ayrı nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 33. Senaryo 5 e dair çizim

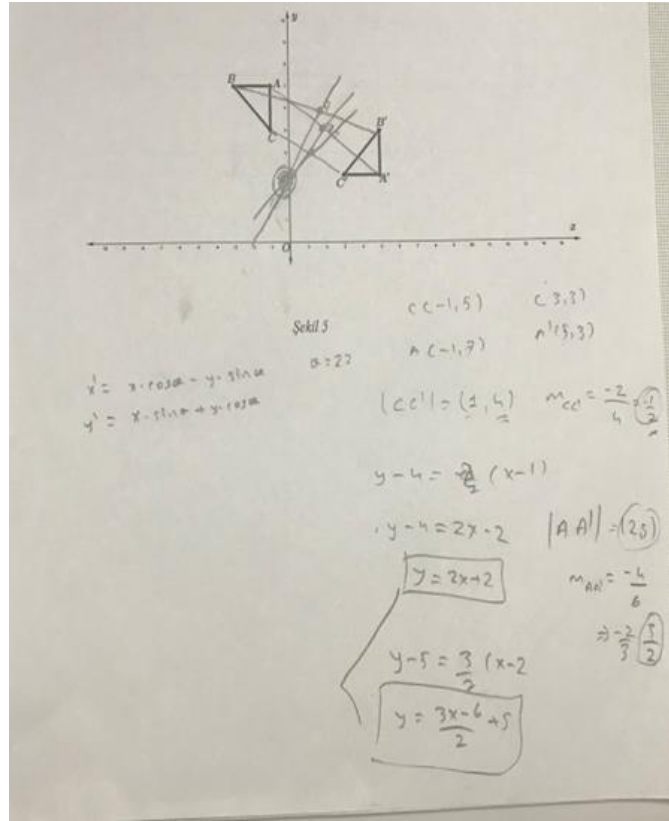
Senaryo 5 den elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin dönmeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek iki kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategoriler sırasıyla, *keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadesi* ve *keyfi nokta etrafında dönmenin parametreleri* başlıkları altında incelenecektir.

4.2.2.1. Keyfi Nokta Etrafında Dönmenin Cebirsel İfadesi

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Dönme merkezi her zaman orijin olmaz. Temel dönme denklemimiz vardı. (Dönme denklemini yazıyor).Dönme dönüşümü denklemi bize saat yönünde dönmeyi ifade ediyor. Oysa verilen şekil saat yönünün tersinde döndürülmüş. Şekilden dönme dönüşümünün orijin olmadığı köşe noktalarından gözüküyor. Orijine göre dönme dönüşümü yapsaydı köşe noktaları çok farklı yerlerde olacaktı. Burada saatin tersi yönünde 90° döndürmüştü. Aslında bu saat yönünde 270° döndürmek ile aynı şeydir. Biz bu denklemde yerine 270° yazdığımızda farklı noktaların geldiğini görüyoruz. Öğrencinin burada yapması gereken dönme merkezini bulmak için sırasıyla A, A', B, B', C, C' koordinatlarını yazıyor ve AA', BB', CC' noktalarını birleştirerek, bu doğruların kenarlarının orta noktalarını belirleyerek, işaretledikten sonra, kenar orta dikmeleri olan üç doğrunun kesiştiği olan bu nokta dönüşümünün dönme merkezini bize verecektir. Eğimi ve bir noktası bilinen doğru denkleminde doğruların kesişim noktaları ile bulunmuş olur.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen 1'in yaptığı açıklamalara göre bir üçgenin θ açılık bir dönme dönüşümü altında görüntüsü verildiği zaman dönme dönüşümünün merkezinin orijin olmadığını söyleyerek, dönme dönüşümünün merkezini tespit edebildiği görülmüştür. Öğretmenin bu tespitinde kenar orta dikmelerini kullanması, üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarından bahsetmesi geçmiş yıllar ile bağlantı kurabildiğini bize göstermiştir. Şekil 34. de yaptığı işlemlerden görüldüğü gibi O etrafında dönme denklemlerin doğru bir şekilde ifade etmiştir. Öğretmen beklentilerimizin büyük bir kısmını karşılamıştır.



Şekil 34. Öğretmen 1 in keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, araştırmacı ile aralarında şu konuşma gerçekleşmiştir.

Öğretmen 2: "Ali'ye cevap: Hayır Ali her zaman orijin olmaz. Sadece orijine göre döndürmeyebiliriz. Başka bir ortamda da döndürebiliriz. Mesela bu üçgenin dönme noktası C noktasına göre alırsak (C ve C' noktalarını birleştiren doğru parçalarını çiziyor.) Bu diktir. Aradaki mesafe 90° olması gereklidir. Bu noktaları birleştirdiğim zaman dönme merkezinin $(0,2)$ noktası olduğunu görürüz.

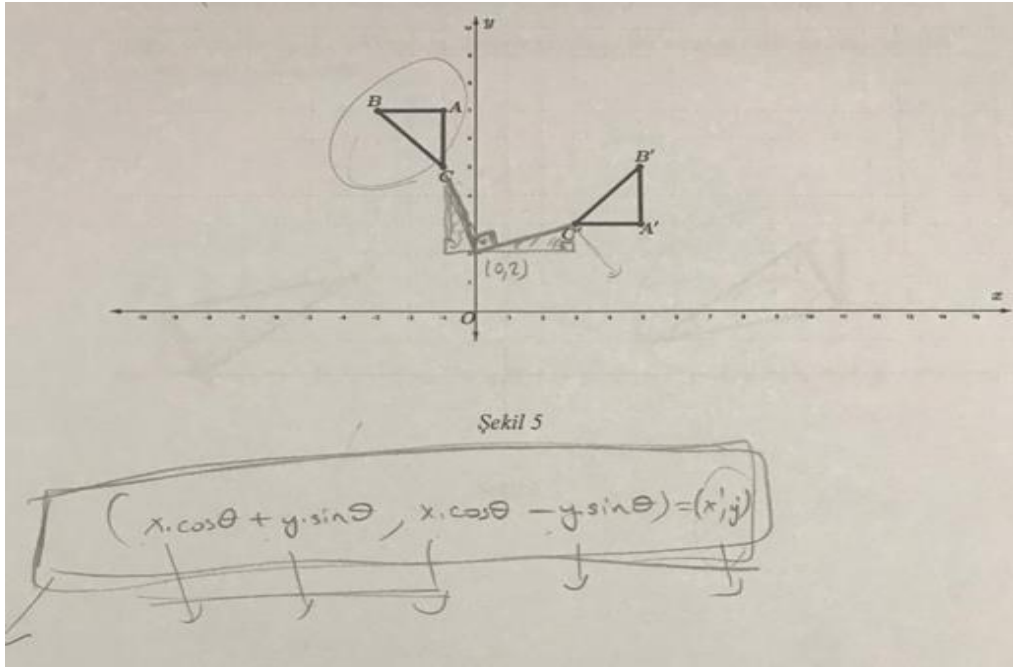
Araştırmacı: Başka bir yol ile gösterebilir miyiz?

Öğretmen 2: Şıklardan giderek de rahatlıkla bulabiliriz.

Araştırmacı: Öğrenciniz ikna olmazsa, matematiksel olarak göstermenizi isterse nasıl gösterebilirsiniz?

Öğretmen 2: Diğer yöntem de dönme merkezinin denklemini yazabiliriz. Bu denklemi ezberlemesi zor olduğu için açıkçası şıklardan gitmek daha kolay olur. Veya biraz önce çizdiğim benzerlik gibi gösterebiliriz. Sadece C noktasını göstermek % 90 yeterlidir. Diğer noktalar ile de sağlama yapabiliriz. Benzerlik ile aradaki mesafenin 90° olması gereklidir.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen 2, sözel olarak açıklamaya yapmaya çalışmış, araştırmacının başka bir yol, matematiksel yol sorularında ise dönme denklemini düşünerek yazmıştır. Dönme denklemini ezberlemesinin zor olduğunu söylemesi kendisinin ezberlediğini, buradaki temsillerin anlamını bilmediğini, açıklama yapamadığını göstermiştir. Öğretmen sadece dönme denklemini yazarak bırakmış, dönme denklemini kendisi kullanmaktan kaçınmıştır. Bu bize, öğretmenin dönme denkleminde ciddi sıkıntılarının olduğunu göstermiştir.



Şekil 35. Öğretmen 2 nin keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadesine dair çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda, dönme dönüşümünün denklemlerini önceden derslerde anlattıklarını, artık kullanmadıklarını belirtmiştir. Uzun bir süre

düşünüp, dönme denklemlerinin cebirsel ifadesi konusunda yardımcı olamayacağını söylemiştir.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Ali dönme merkezi her zaman orijin olmaz. Dönme merkezi dediğimiz ifade aslında ötelenmiş bir şekilde oluşturduğumuz çemberin merkezi şeklinde de düşünülebilir. Oluşturacağımız dönme açısı 90° lik bir açı olduğu için burada üçgen eşliğinden yararlanabiliriz. Anoktasının x eksenine olan uzaklığı 1 birim ise A' noktasından da 1 birim alıp bir üçgen oluşturalım. O zaman aynı noktaya yani şu döndürdüğümüz şu y eksenini üzerindeki noktaya 5 birim uzaklıkta olduğunu gösterirsek burada iki tane eş üçgen oluşur. Eş üçgenlerde açılarının benzerliğinden gösterebiliriz.”

şeklinde matematiksel açıklamalarda bulunmuştur. Öğretmen 4, keyfi bir nokta etrafında dönme dönüşümü olabileceğini sözel ifadeleri ile doğru bir biçimde açıklamıştır. Dönme merkezini doğru bir şekilde bulmuştur. Fakat dönme merkezini bulurken kullandığı yöntem, köşe noktalarının koordinatlarını birleştirerek üçgen eşliği ile bulmuştur. Öğretmene başka bir yöntem sorulduğu zaman ise kenar orta dikmelerini birleştirerek bulabiliriz cevabı alınmıştır. Cebirsel ifade sorulduğu zaman cevap verememiştir. Bu bize, öğretmenin üçgen konusunda özelleştirilmiş alan bilgisinin daha iyi olduğunu, farklı yöntemler bildiğini, fakat dönme dönüşümünün cebirsel denklemlerinde eksiklerinin olduğunu göstermiştir.

Senaryo 5, *keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadeleri* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, sadece Öğretmen 1, dönme denklemlerini yazarak, cebirsel işlemler yapmıştır. Öğretmen 2, araştırmacının sorularla müdahalesi üzerine dönme denklemini ezbere yazmış, üzerinde hiçbir cebirsel işlem yapamamıştır. Öğretmen 3 ve Öğretmen 4 ise dönme denklemlerini dahi yazamamıştır. Bu bize, öğretmenlerin keyfi nokta etrafında dönmenin cebirsel ifadesinde özelleştirilmiş alan bilgilerinin çok zayıf olduğunu göstermiştir.

4.2.2.2. Keyfi Nokta Etrafında Dönmenin Parametreleri

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Ayşe’ye cevap: Dönüştürdüğü üçgenin köşe noktalarını tek tek alıp, dönüştürdüğü üçgenle diğer üçgenin köşe noktalarını birleştiren 3 tane doğru

çizsin. Daha sonra bu doğruların orta noktalarını bulsun. Ayı ayrı üç tane doğrumuz var bu üç doğrunun orta noktalarını çizdiğimizde bunların bir noktada kesiştiği görülecektir. Bu kesişim noktası benim dönme merkezim olacaktır. Tam bu noktadan geçen eğimine dik bir doğru çizmem gereklidir. ‘

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen iki noktası ve eğimi bilinen doğru denklemini yazmış, daha sonra doğruların orta noktalarını bularak, kenar orta dikmeleri ile dönme merkezini tespit etmiştir. Öğretmenin, çözüme ulaşma adımları doğrudur, fakat beklentimiz olan dönme denklemini yazmış, kullanamamıştır. Bu bize öğretmenlerin keyfi noktanın parametrelerini bilmediğini göstermiştir.

*Öğretmen 2;*senaryodaki soruları okuduğunda, dönme denklemin ezbere yazmıştır. Hatta dönme denklemini yazarken uzun bir süre düşünmüş, bu denklemi ezberlemesinin zor olduğunu belirtmiştir. Bu bize, öğretmenin kendisinin de bu denklemi ezberlediğini, dönme denkleminde geçen parametrelerin anlamını bilmediğini göstermiştir. Öğretmen bu konuda açıklama yapamamıştır.

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda,

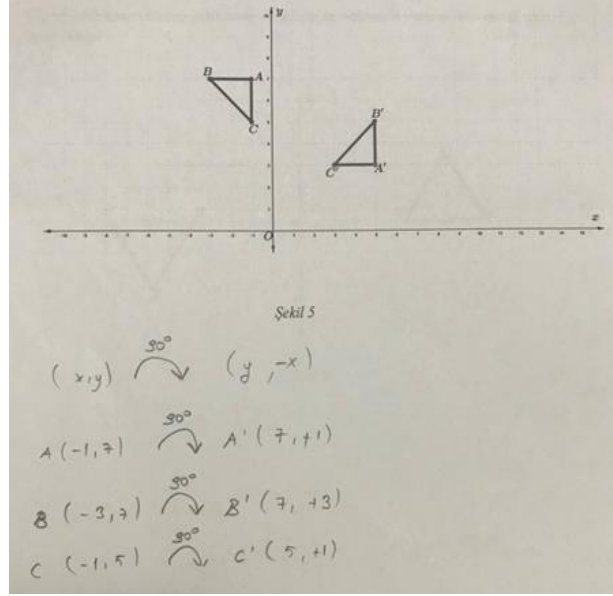
‘1.cevap Ali için; Dönme merkezi her zaman orijine göre olur. Verilen koordinatlar önce orijine taşınır sonra dönme işlemi gerçekleştirilir.

2.cevap Ayşe için; şıklardan gitmek risklidir. Koordinatları orijine taşıdıktan sonra 90° döndürme yapılır. 90° döndürme de koordinatlar hem yer değiştirir işaretleri ise bulunduğu bölgeye göre verilir.’

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen 3, verdiği bütün cevaplarda kendi zihninde tasarlamış olduğu işaret değiştirme kısmından gitmiştir. Dönme merkezinin her zaman orijin olacağını söyleyerek bu konuda büyük bir eksiğinin olduğunu göstermiştir.

‘Denklemler konusunda yeterli bir öğretmen değilim. Fakat dönme hareketini şöyle gösteriyorum öğrencilere (x,y) noktasını saatin yönünde 90° döndür dedi bize her dönme apsis ile ordinatın yerini değiştirir (el işareti ile göstererek) şu okun gösterdiği yön ise işaret değiştirir. A(-1,7) saat yönünde 90° döndürmem istenirse önce dönme hareketi olduğu için yer değiştiriyorum daha sonra ok sağ tarafta olduğu için 1 in işaretini değiştirip, A'(7,1)olarak buluyorum. (B ve C için de aynı yöntemi uygulayarak buluyor).’

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen 3 ün burada kullandığı notasyonların tamamı eksik, hatalı bilgilerle dolu olduğunu göstermiştir. Öğretmen 3, denklemler konusunda yeterli bir öğretmen olmadığını ifade etmiştir. Fakat öğretmenin sadece denklemler konusu değil, dönme dönüşümünün tamamında eksiklerinin olduğu görülmüştür.



Şekil 36. Öğretmen 3 ün keyfi nokta etrafında dönmenin parametrelerine dair çözümü

Öğretmen 4;senaryodaki soruları okuduğunda,

“Koordinat ekseninde ki bir nokta üzerinden gidersek AA' , BB' , CC' Kenar orta dikmelerini çizerek de gösterebiliriz.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen hiç dönme denklemini yazamamış ve araştırmacının müdahale edip, sorular sorması üzerine şekil üzerinden açıkladığı için bu kategoride öğretmenden veri elde edilememiştir.

	Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Dönme dönüşümünün açı ölçüsünü koruduğunu bilir ve açıklar. • Dönme dönüşümünün yönü koruduğunu bilir ve açıklar. • Yönlü açı ve yönlenmemiş açı kavramını bilir. • Negatif yönlü dönme dönüşümünü açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir dönme dönüşümünün açı ölçüsünü ve yönü koruduğunu bilir. Orijin merkezli negatif yönlü dönme dönüşümünün anlamını bilir. Yönlü açı kavramını bilir.

Senaryo 6:

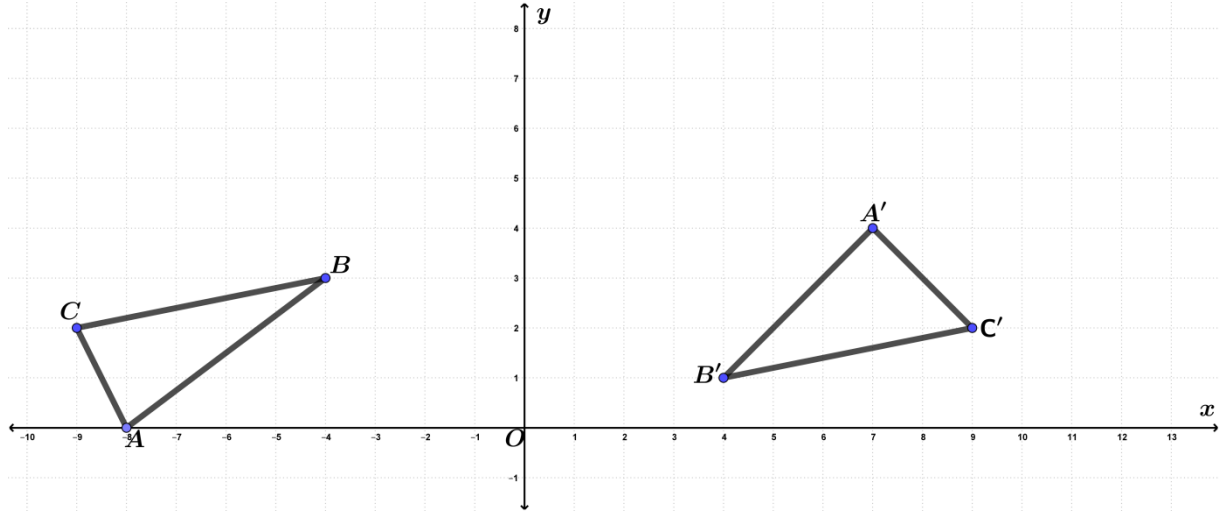
Farz edelimki öğrencilerinizle dönme dönüşümünü tartışıyorsunuz. " Orijin merkezli ve bir R dönme dönüşümü altında Şekil 38 deki gibi $\triangle ABC$ ni $\triangle A'B'C'$ ne dönüştürüyor. R nin açılarının ölçüsünü ve yönü koruduğunu nasıl gösterirsiniz? " diye soruyorsunuz. Öğrencilerinizden;

Ali: " Öğretmenim açılar korunur, çünkü üçgenin açıları eşit olmalıdır. Fakat yönü buradaki gibi olmaz. $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ nin sol tarafında olmalı",

Ayşe: " $\triangle ABC$ nin açılarının ölçüleri kaçar derece ise, $\triangle A'B'C'$ ninde açı ölçüleri eşit olmalıdır. Fakat ben yönün korunması ne demek anlamıyorum."

şeklinde cevap veriyorlar.

Öğrencilerin cevapları hakkında ne düşünüyorsunuz? Bu sorunun cevabını matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 38.Senaryo 6 a dair çizim

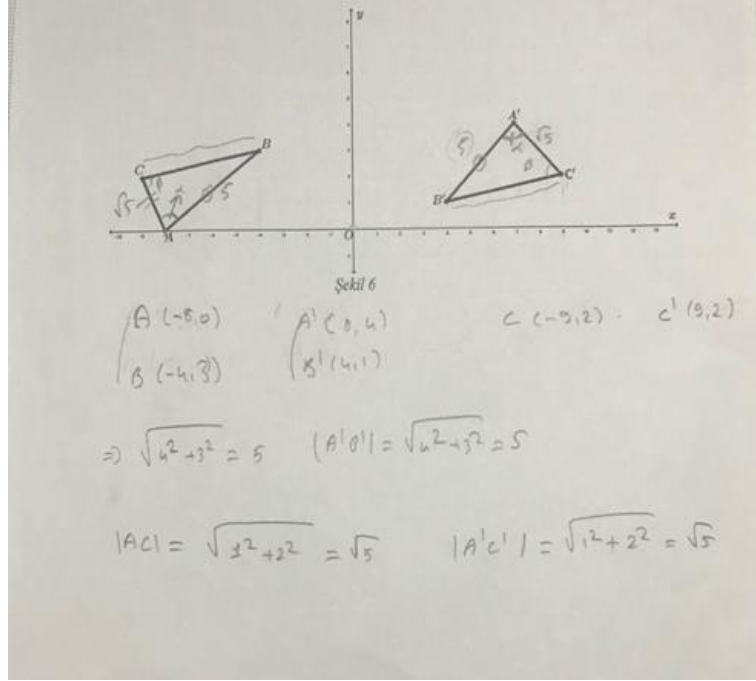
Senaryo 6 dan elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin dönmeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek iki kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategoriler sırasıyla, *dönmede açının ölçüsü ile yönünün değişmezliği* ve *yönlü açı kavramı* başlıkları altında incelenecektir.

4.2.3.1. Dönmede Açının Ölçüsü ile Yönünün Değişmezliği

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Orijin merkezli ters bir dönme hareketi yapabiliriz. Elimizde bir dönme dönüşümü var. Dönme dönüşümü açıların ölçüsünü ve yönü korur.İki nokta arasındaki uzaklıktan hesaplanabilir. Elimizde $\triangle ABC$ i var. Bu $\triangle ABC$ ni orijin merkezli dönderirsek önce koordinatlarını yazıp, açılarının ölçüsünün nasıl korunduğunu gösterelim.” (Şekil 39.)

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmenin yaptığı işlemler incelendiği zaman öncelikle $\triangle ABC$ nin bütün köşe noktalarının koordinatlarını yazmış, daha sonra $\triangle A'B'C'$ olan görüntü noktalarının koordinatlarını yazmıştır. İki nokta arası uzaklık formülünü kullanarak kenar uzunluklarının değişmediğini söylemiştir. Öğretmen kenar uzunluklarının değişmemesini benzer üçgenler ile ilişkilendirerek, açılarının ölçüsünü de korunur yanıtını vermiştir. İki nokta alarak, uzaklık ile bunu göstermesi bize öğretmenin genel gösteriminin nasıl olacağını bilmediğini göstermiştir. Öğretmene araştırmacının kullandığı ifadelerin kapalı ifadeler olduğunu, biraz daha açıp, genelde nasıl göstereceğimizi sorduğu zaman, bilmediği için iki nokta almak yeterli olur tarzında, hep sözel açıklamaları ile örnek verme eğiliminde cevaplar verdiği görülmüştür.



Şekil 39. Öğretmen 1 in dönmede açının ölçüsü ile yönünün değişmezliğine dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, araştırmacı ile aralarında şu konuşma gerçekleşmiştir.

Öğretmen 2: Ayşe' nin sorusuna yönünün korunması demek doğrusal demektir. Yani yönünün korunması demek aynı doğrultuda olması demektir. Mesela ABC üçgeninin AC kenarı şuraya yatay 1 birim dikeyle 2 birim yapacak şekilde bir doğruysa o zaman dönüşen A'C' kenarında burada yatayla 1 birim, kuzeyle ya da güneyle denilebilir 2 birim yapacak şekilde bir doğru olmalıdır.

Araştırmacı: Tek bir kenarı göstermek yeterli midir?

Öğretmen 2: Diğer kenarlar için de bunu söyleyebiliriz. Aynı şekilde diğer kenarları da gösterebiliriz.

Araştırmacı: Açılarının korunması ile ilgili nasıl cevap verebilirsiniz?

Öğretmen 2: Açılarını neden eşit olmalı diye düşünürsek, eski üçgen yani ABC üçgeni ile dönüşümü altındaki A'B'C' yeni üçgenimiz kenarları aynı olduğu için yani boyutu, kenarlarının boyları, doğrultuları değişmediği için bu iki üçgen eş oluyorlar. Eş oldukları için de aralarındaki açılar da mutlaka eşit olur. A ile A' açısı eşittir gibi.

Araştırmacı: Eski üçgen, yeni üçgen söylemlerinizi ile ne demek istediniz?

Öğretmen 2: *Soruda bize verilen dönmeden önceki ilk üçgen ve dönmeden sonraki üçgeni söylemek istedim.*

Araştırmacı: Öğrenciniz ikna olmazsa başka bir yol ile nasıl gösterebilirsiniz?

Öğretmen 2: *Matematiksel olarak böyle gösterirdim, öğrenci ikna olmazsa hiç olmadı gönye ile ölçerdim. Cetvel ile ölçer gösterirdim. Söz ile karşılıklı açılar eşit olmalı, bu iki üçgen eşit denildiğinde öğrenci için yeterli oluyor.*

Öğretmen 2 nin verdiği cevaplar incelendiği zaman, kuzey, güney, eski/yeni/ilk/sonraki üçgen kelimelerini kullanması matematiksel kavramları bilmediğini göstermiştir. Yani matematikte belirli bir tanım, kavram vardır ve onlarla arasındaki ilişkiler bellidir. Matematikte sol taraf, kuzey, güney, eski üçgen, yeni üçgen gibi kavramların kullanılması doğru bir ifade değildir ve bir anlam ifade etmez. Bu bize öğretmenin matematiksel kavramında çok eksikliğinin olduğunu, sözel ifadede çok ciddi sıkıntılar yaşadığını ve yön kavramını bilmediğini göstermiştir.

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda,

“İki benzer üçgende açı asla değişmez değişen sadece kenarlardır. Eğer kenarlar eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir. Tekrar söylüyorum bu önemli açı her zaman korunur. Ama uzunluk değişebilir. Dolayısıyla bir üçgen veya bir geometrik şekil kendisine benzer geometrik şeklin belli bir katıdır. Ayşe için ise yönü değişebilir. Benzer üçgen kavramı (Açı-Açı-Açı Benzerliği) ile gösterebiliriz. Buradaki şekilde dönme işlemi orijin merkezli $|BO| = |B'O|$ olurdu. Yönü korumak demek, köşelerin orijine uzaklığının eşit olması demektir.”

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen 3, açının her zaman korunacağını, değişen sadece kenarlar olacağını söz ile doğru ifade etmiş, fakat matematiksel olarak gösterememiştir. Aynı zamanda geçmiş konular ile bağlantı kurarak eş üçgen kavramından bahsetmiştir. Fakat öğretmenin verdiği cevap ile dönme dönüşümünün yönü koruduğunu bilmediği ve yanlış açıklamalar yaptığı görülmüştür. Öğretmenin dönme dönüşümü konusunda çok fazla eksikliğinin olduğu, kavram yanlışlarının olduğu ve bunları matematiksel açıklamalar yaparken farkında olmadan doğruymuş gibi kullandığı görülmüştür.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda

“Ayşe'nin sorusuna Ali'ye verdiğimiz cevap ile cevap vermiş olduk. Öteleme, dönme, yansıma dediğimiz dönüşümlerin hepsinde açı, uzunluk, alan korunur.

Burada mesela yön dediğimiz kavram BC den AB ye doğru ise mesela B açısının yönü diğer tarafta dönme aldığımızda (0,2) merkezli dönme oluşur. Kenar orta dikmelerini aldığımızda (0,2) merkezli dönme dönüşümü aldığımızda BC nin görüntüsü yine B'C', AB nin görüntüsü A'B' olur. O zaman B'C' ile A'B' arasında bir yön vardır. Dolayısıyla yön korunur. İkisi de aslında pozitif yönlüdür. Eğer diğer BC üzerinden düşünüp, AC den BC ye bir yön tayin edersek negatif yönlü bir yön tanımlamış oluruz. O zaman B'C' den A'C' ne gidecektir. Yönü de, kenar uzunluğu veya açının büyüklüğü de korunmuş olur.’’

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen 4, bir dönme dönüşümünün açı ölçüsünü ve yönü korur beklentimizi sözel açıklamaları ile karşılamıştır. Matematiksel olarak dönme denklemlerini yazmadığı için beklentilerimizi karşılayamamıştır.

Senaryo 6, *dönmede açının ölçüsü ile yönünün değişmezliği* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, Öğretmen1, Öğretmen 2 ve Öğretmen 4 ün sözel olarak açı ölçüsü ve yönün korunduğunu söylediği fakat matematiksel olarak gösteremedikleri görülmüştür. Bu bize, bazı kavramların ezberlendiğini göstermiştir. Öğretmen 3 ise sadece açının ölçüsünün korunduğunu yönün korunmadığını söyleyerek yanlış bir cevap vermiştir. Öğretmen 3 den de diğer öğretmenler gibi en azından sözel olarak açıklaması beklentimiz karşılanmamıştır.

4.2.3.2. Yönlü Açı Kavramı

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda

“Dönme her zaman saat yönünde olmak zorunda değil, saatin tersi yönünde de dönme dönüşümü uygulanmış olabilir. O yüzden Ali burada hataya düşüyor. Üçgenlerin eşit olması ve açının yönü olayına değinirsek, sırasıyla A noktasının koordinatları ve A' noktasının koordinatları yazılır. B noktasının koordinatları yazılır. B' noktasının koordinatları yazılır. AB uzunluğu ve döndürme ile meydana gelmiş A'B' uzunluğu hesaplanır. Aynı şekilde C noktası da yazılarak hesaplanır.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen 1, dönme dönüşümünü ve ters dönme dönüşümünü sözel olarak açıklamıştır. Fakat bunların birbirinden farklı denklemler olduğunu söyleyip, matematiksel olarak göstermesi beklentimizi karşılayamamıştır.

“Açının yönünün korunması A köşesindeki üçgenin iç açısına dikkat edilirse BC kenarına baktığı görülür. Yine aynı şekilde bunun dönme dönüşümü altındaki

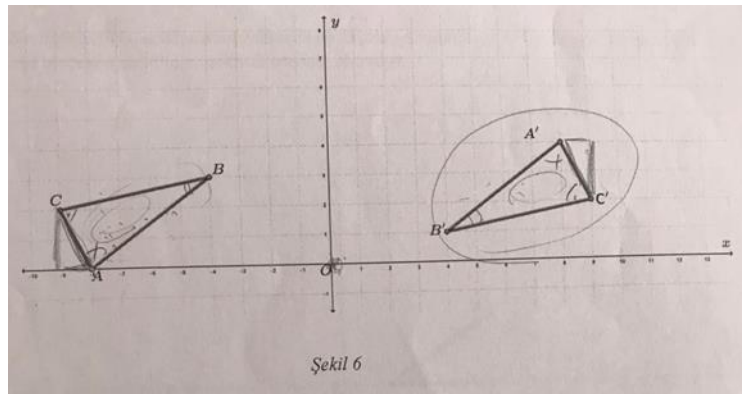
görüntüsü olan A' noktasındaki açının da yine aynı şekilde $B'C'$ uzunluğuna baktığı görülür. Yani dönme ile meydana gelen kenarın uzunluğu ile aynı yere bakıyor. Yani açının yönü değişmemiş oluyor. Aynı uzunluğa bakan açılar aynıdır. Yönleri değişmemiş olur.”

şeklinde cevaplamıştır. Öğretmen 1, yönlü açı kavramını kendi zihninde kenar uzunluklarının baktığı yer olarak nitelendirmiş, öyle açıklamalar yapmıştır. Öğretmenin bu konuda zihnin karmaşık olduğu anlaşılmış, bu sözel açıklamalarına da yansımıştır.

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda

“Ali yanlış söylemiştir. ABC üçgeni sol tarafta, ve orijine göre ise ABC üçgeninin sağında kalıyorsa, demek ki dönme dönüşümü altında ki görüntüsü de sağ tarafında olacaktır. Yani ne diyelim merkezi bu iki üçgenin ortasında yani arasında olacak demektir. Orijine göre alıyorsak bu her zaman geçerli olur. Bunu cebirsel olarak göstermeme gerek yoktur. Tahtada örnek olduğu için söz ile bu şekilde ifade edebilirim.”

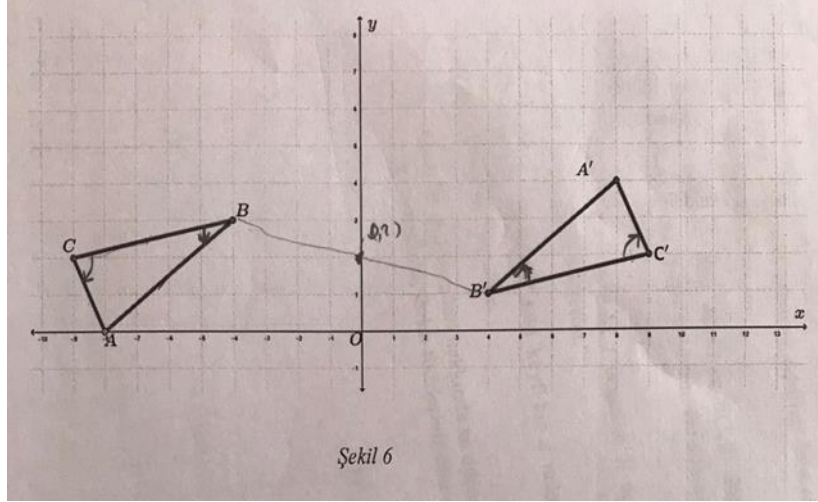
şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen 2, verdiği cevap ile sözle ifade etmeye çalışmıştır. Öğretmenin sözle ifadesi doğrudur fakat kavramlarında eksiklerinin olduğu görülmüştür. Pozitif/negatif yerine sol taraf/sağ taraf kelimelerini kullanmıştır. Aynı zamanda öğretmen cebirsel olarak göstermeme gerek yok demesi, öğretmenin bu konuda eksiğinin olduğunu, böyle bir soru ile karşılaştığı zaman örnekler üzerinden gitmeye çalıştığını göstermiştir.



Şekil 40. Öğretmen 2 nin yönlü açı kavramına dair çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda yönlü açı kavramı ile hiç cevap verememiştir. Öğretmene araştırmacının soru sorması üzerine verdiği cevaplar açının ölçüsünün korunduğuna yönelik ilk kategoriye ait cevaplardır.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda yön kavramında pozitif yönlü dönme ve negatif yönlü dönme dönüşümünden bahsetmiştir. Yön tayin edip, yönün korunduğunu Şekil 6. da yaptığı yön işaretleri ile göstermiştir. Öğretmen 4, verdiği cevaplar ile beklentilerimizin büyük bir kısmını sözel açıklamaları ile karşılamıştır. Fakat matematiksel olarak verilen bir dönme dönüşümü ve ters dönme dönüşümü denklemlerini yazıp, birbirinden farklı denklemler olduğunu söylemesini beklentimizi karşılayamamıştır.



Şekil 41. Öğretmen 3 ün yönlü açı kavramına dair çözümü

Senaryo 6, *yönlü açı kavramı* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığında zaman, sadece Öğretmen 4 pozitif yönlü dönme dönüşümü, negatif yönlü dönme dönüşümünden bahsetmiş, sözel olarak açıklamalar yapmıştır. Diğer öğretmenlerden de Öğretmen 4 gibi pozitif/negatif yön kavramlarını kullanmalarını beklerdik, fakat öğretmenler sol taraf, kuzey, güney kavramlarını kullanmışlardır. Öğretmen 3, yönlü açı kavramını hiç bilmemektedir, cevap verememiştir. Bu bize, genel olarak öğretmenlerin matematiksel tanımları kullanırken sözle doğru ifade edemediklerini göstermiştir. Matematikte tanımlar nettir, farklı biçimlerde tanımlanabilir ama kullandığımız her kelimeye kavram karmaşasına yol açmamamız için dikkat etmemiz gerekir.

4.2.4. Senaryo 7 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 7 de öğretmenlerden, dönüşüm geometrisi bilgisi ile ilgili dönme dönüşümünün uzaklıkları ve açı ölçüsünü koruduğunu bilmeleri ve açıklama yapabilmeleri beklenmiştir. Özelleştirilmiş alan bilgilerinde ise matematiksel açıklamalar yapmaları, örneğin; dönme dönüşümünün uzaklıkları koruduğunu cebirsel olarak ifade edip, öğrencilerine bu ve buna benzer açıklamaları nasıl yapacakları sorgulanmıştır. Öğretmenlerden Senaryo 7 ile ilgili

tüm beklentiler okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 15 ve Senaryo 7 aşağıda verilmiştir.

Tablo 15

Senaryo 7 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğretilen bir konu ile daha önceki veya daha sonraki yılların konuları arasında bağlantı kurar. Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Dönme dönüşümünün uzaklıkları koruduğunu bilir. • Dönme dönüşümünün açı ölçüsünü koruduğunu bilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Dönme dönüşümünün uzaklıkları ve açı ölçüsünü koruduğunu bilir.

Senaryo 7:

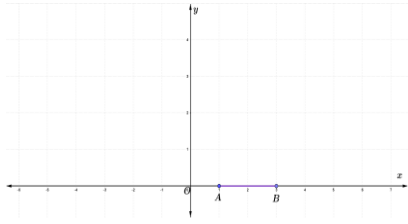
Öğretmenler odasında yapılan zümre toplantısında Ayşe Öğretmen; "Arkadaşlar, öğrencilerinize, dönme dönüşümünün özelliklerini nasıl açıklıyorsunuz? Özellikle dik koordinat sistemini ve burada çizilecek şekilleri daha etkili kullanmak için neler yapabiliriz?" diye soruyor. Öğretmenlerden;

Elif Öğretmen: "Şekil 42. deki $A(1,0)$ ve $B(3,0)$ doğru parçasının $\theta = 45^\circ$ dönme dönüşümü altındaki görüntüsünü bulurum. Bu dönüşüm altında uzaklıklarının korunduğunu söylerim."

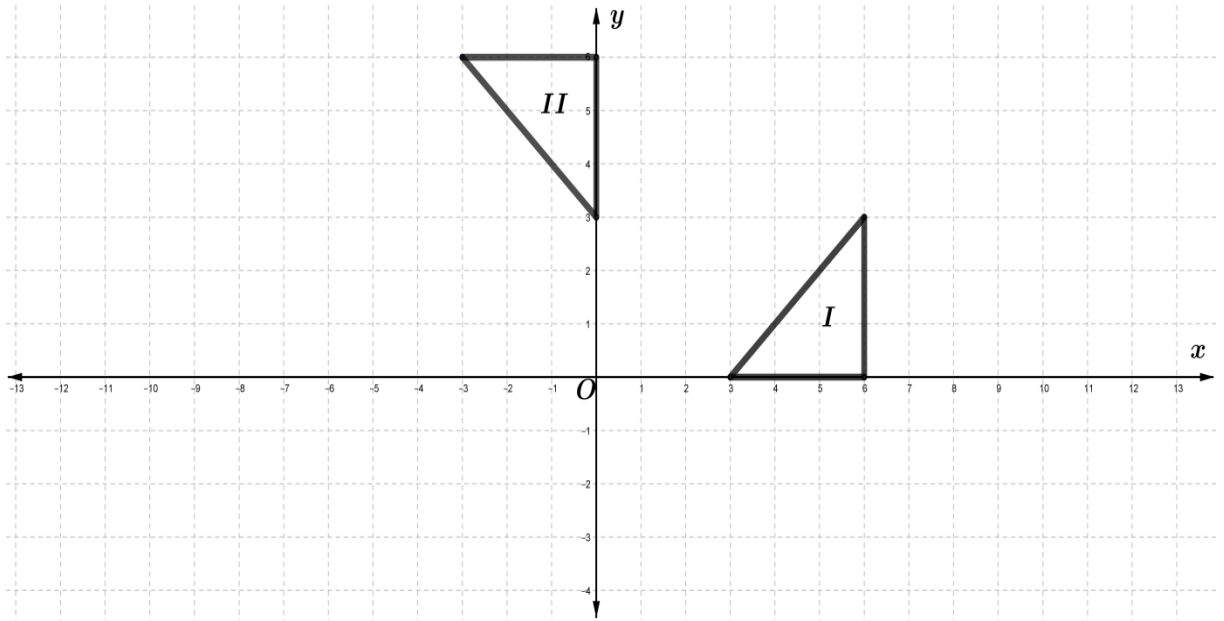
Gülcan Öğretmen: "Şekil 43. deki I üçgenini II üçgenine dönüştürür. Üçgenin açılarının ölçülerinin korunduğunu söylerim."

Refik Öğretmen: "Şekil 44. deki keyfi bir A noktasını A' noktasına dönüştürür. $|OA| = |OA'|$ olduğunu söylerim." diyorlar.

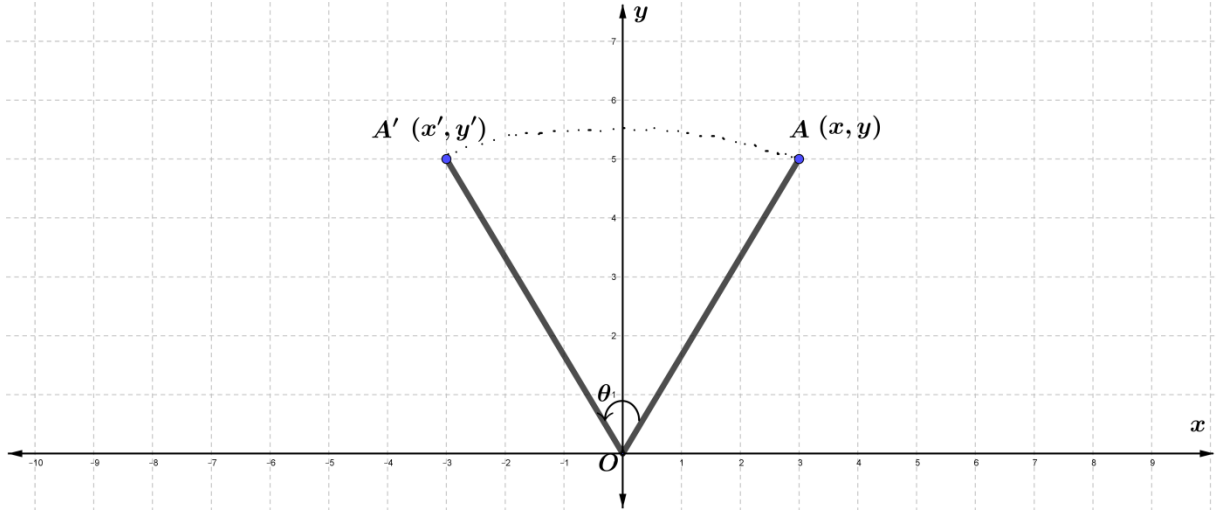
Öğretmenlerin bu açıklamaları hakkında ne düşünüyorsunuz? Ayşe Öğretmenin sorusuna siz nasıl bir cevap verirdiniz, farklı fikirleriniz olur mu?



Şekil 42. Senaryo 7 e ait Elif Öğretmen'in çizimi



Şekil 43. Senaryo 7 e ait Gülcan Öğretmen'in çizimi



Şekil 44. Senaryo 7 e ait Refik Öğretmen'in çizimi

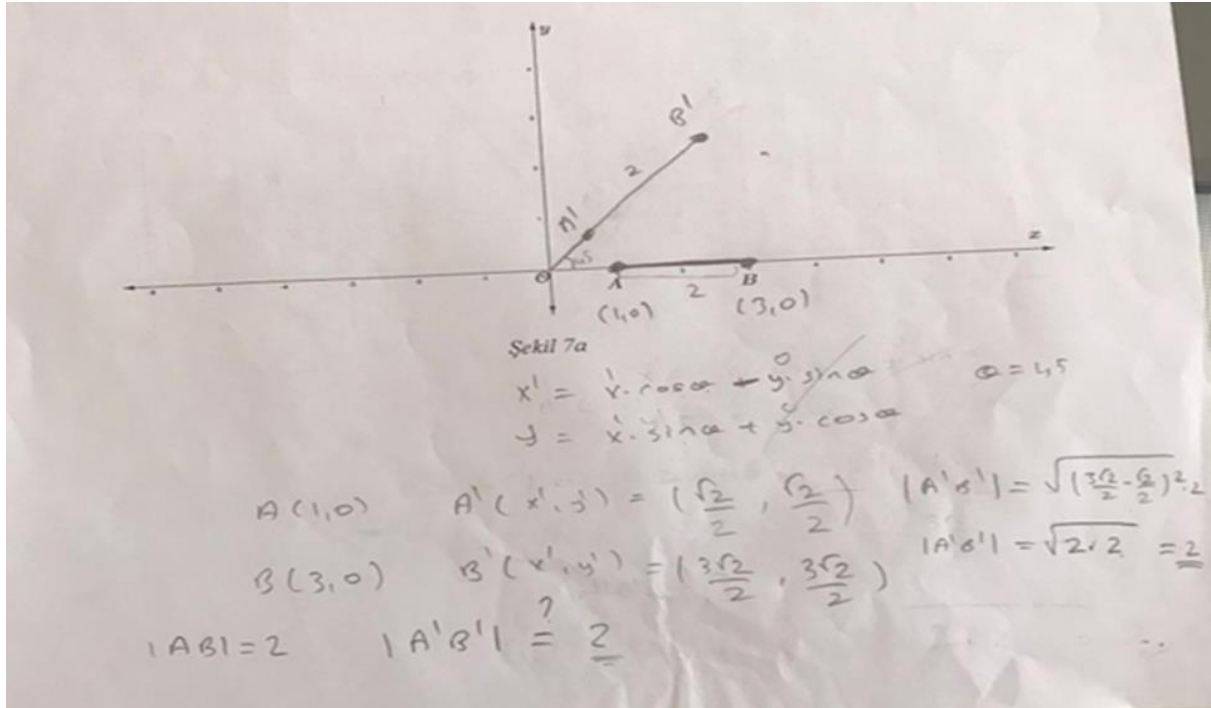
Senaryo 7 den elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin dönmeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek bir kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategori, *dönmede açının ölçüsü ve uzaklığın değişmezliği* başlığı altında incelenecektir.

4.2.4.1. Dönmede Açının Ölçüsü ve Uzaklığın Değişmezliği

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, öncelikle senaryoda ismi geçen Elif, Gülcan, Refik Öğretmenlerin tek tek nasıl açıklama yaptıklarını ifade edip, hem sözel hem matematiksel olarak yorumlamıştır. Daha sonra kendisinin nasıl cevap vereceğini ifade etmiştir.

Öğretmen 1'in Elif Öğretmen'in cevabıyla ilgili yorumu:

“*A(1,0) ve B(3,0) noktaları arasında 45° lik dönme dönüşümü altında dönme denklemlerinde yerine yazalım. Noktaları bu dönüşüm altında noktalar arasındaki uzaklığın eşit olduğunu söylüyor, doğrudur. Dönme dönüşümünün uzaklığı koruduğunu gösterebiliriz.*”



Şekil 45. Öğretmen 1 in Elif Öğretmen'e dair çözümü

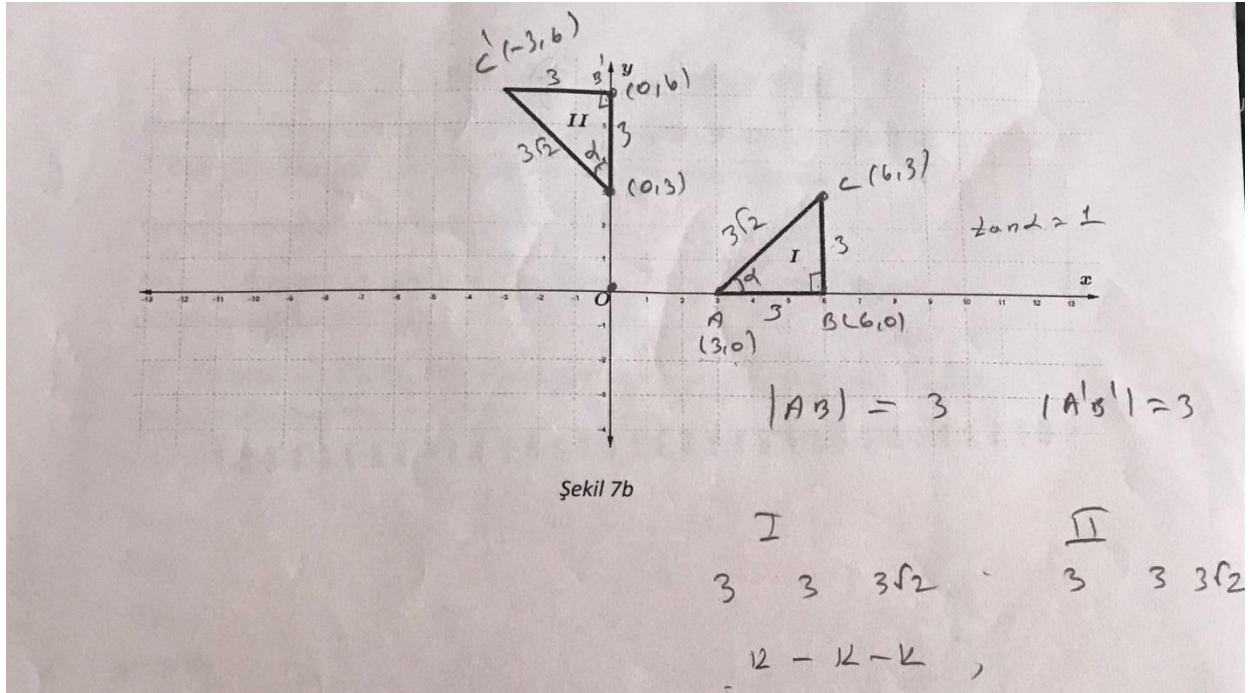
Öğretmen 1, Senaryo 7 de Elif Öğretmen'in açıklamasını okuduktan sonra doğru söylediğini ifade etmiştir. Elif Öğretmen'in yaptıkları ile ilgili yorum yaparken Şekil 7. de görüldüğü gibi eksiksiz bir şekilde dönme denklemlerini yazmış, yerine $\theta = 45^\circ$ lik dönme dönüşümü altında ki görüntüsünün aynı uzunlukta olduğunu göstermiştir. Yaptığı işlemler doğrudur, fakat eksiklikler vardır.

"Ben olsaydım Elif Öğretmen'in yöntemini tercih ederdim. Benim ders anlatma stilime daha yatkın, derslerimle daha ilişkili. Çünkü Elif Öğretmen, noktaları birleştirip, uzaklığın korunduğunu söylüyor. Ve o noktalar arasındaki mesafelerin korunduğunu söylüyor. Yani o noktaların içinde aldığınız bir noktanın, başka noktalara dönüştüğü zaman yine aynı oranı korunduğunu söylüyor. Elif Öğretmen'i tercih etme sebebim geometride oluşturduğumuz bütün şekiller üçgen olsun, kare olsun, dörtgen olsun bunların hepsini noktalar yardımıyla çok rahat bir şekilde ifade edebiliriz."

Burada Öğretmen 1, Elif Öğretmen'in yöntemini tercih edeceğini söylemiştir. Öğretmen 1'in yaptığı yorumlar doğrudur, fakat bir matematik öğretmenin özel bir örnek üzerinden değil de genel bir gösterim ile dönme dönüşümünün değişmezlerini ifade edip, daha sonra özel örneklerle pekiştirmesi beklenmiştir.

Öğretmen 1'in Gülcan Öğretmen ile ilgili yorumu:

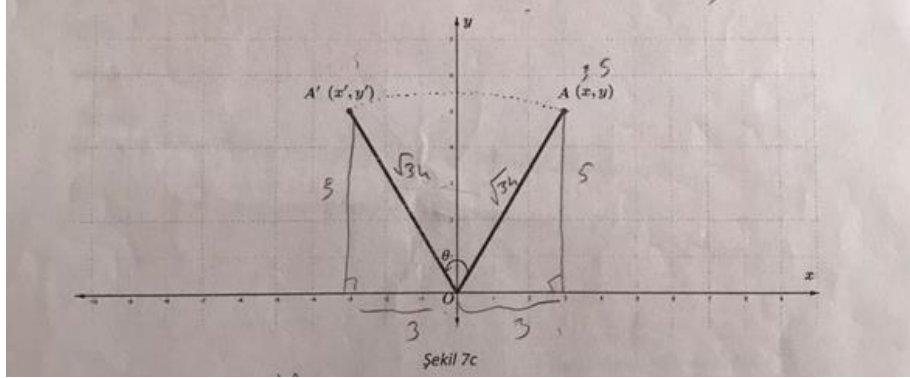
“1 numaralı üçgenin köşe noktalarını isimlendirelim. Dönme dönüşümünün hareketine bakacak olursak A,B,C noktasını kontrol edersek, 90° lik bir dönme dönüşümünü gerçekleştirdiğini görmüş oluruz. Kenar uzunluklarına bakarsak bu iki üçgenin kenar uzunluklarının eşit olduğunu gösterebiliriz. 1 ve 2 numaralı üçgenler dönme dönüşümü altında uzaklıkları korunduğundan bunların kenarları aynıdır. Yani, kenar-kenar-kenar eşliği vardır. Hem eşlik kavramında olsun, hem benzerlik kavramında olsun açıların mutlaka aynı olması gerektiğini söylemiştik, 1. üçgende $|BC|$ i gören açı α ise 2. üçgende de açı aynı şekilde $|B'C'|$ nü gören açı α olur. Yani açıların ölçüsü korunmuş olur. Başka şekilde ifade edecek olursak $\tan \alpha$ değerlerine bakarak açının değişmediğini söyleyebiliriz.”



Şekil 46. Öğretmen 1 in Gülcan Öğretmen'e dair çözümü

Öğretmen 1, Gülcan Öğretmen'in söyledikleri ile önce koordinat noktalarını yazarak, kenar uzunluklarını bulmuştur. Daha sonra iki üçgenin kenar uzunluklarının aynı olduğunu söyleyerek benzerlik ile açıların değişmediğini belirtmiştir. Öğretmen 1 in yaptığı işlemler doğrudur, fakat yine genel gösterimden kaçınmış, özel örnek üzerinden yanıtlamaya çalışmıştır. Sözel açıklamalarında bazı cümlelerde yanlışlıkları olduğu görülmüştür. Örneğin, koruyan üçgenler diye bir kavram yoktur. Öğretmen 1, $\tan \alpha$ değerlerine bakarak, üçgenin açısının değişmediğini ifade etmiştir, burada öğretmenin hataları vardır.

Öğretmen 1'in Refik Öğretmen ile ilgili yorumu: "Refik Öğretmen, $|OA| = |O'A|$ olur diyor. Bunu da gösterebiliriz." demiştir.

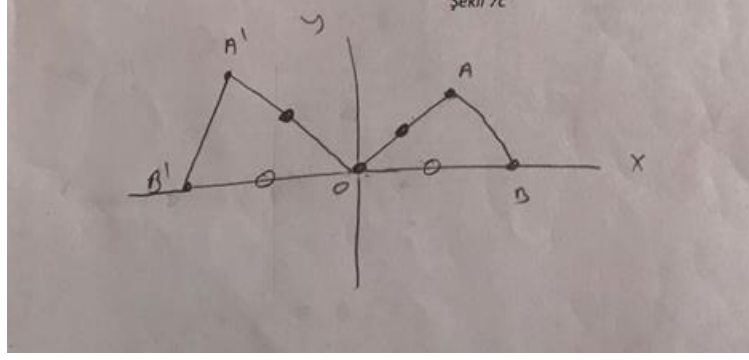


Şekil 47.Öğretmen 1 in Refik Öğretmen'e dair çözümü

Öğretmen 1, Refik Öğretmen'in açıklamasına göre kenar uzunluklarını kullanarak eşit olduğunu, öğretmenin doğru bir yöntemi kullandığını belirtmiştir. Öğretmen 1 in verdiği cevaplar irdelendiği zaman, düzlemdeki noktaların orijine olan uzaklıklarının görüntülerinin orijine olan uzaklıklarına eşit olduğunu bildiği anlaşılmıştır. Öğretmen 1 in verdiği cevaplar doğrudur, fakat biraz daha genel ifadesini verseydi, örneğin; iki farklı nokta olarak gösterseydi daha doğru bir gösterim olurdu.

Öğretmen 1'in siz olsaydınız nasıl açıklardınız sorusuna yorumu:

"Farklı olarak düşünseydim bir koordinat düzlemi çizerdim. Bu koordinat ekseninde OAB noktalarını çizerdim, bu noktaları döndürürdüm. Dönme dönüşümü altındaki görüntülerini $O'A'B'$ bulur, şekli bozmadan birleştirirdim. Çünkü ben Elif Öğretmen'in düşüncesine katıldığımı, uzunlukların korunduğunu söylemiştim. Uzunluklar korunduğu için komple şekli çevirmek yerine şekil üzerinden üç nokta veya dört nokta alıp tabi kaç nokta alacağımız o şeklin cinsine göre değişir, bu noktaları döndürür, uzunluğun korunduğunu gösterip, bu noktaları birleştirip istediği şekli oluştururdum. Dönme dönüşümünün en güzel tarafı uzunlukları koruması ve ilk şeklin orijinalini bozmaması, yani yeni bir şekil oluşturmaması. Dolayısıyla ilk şekil ve ikinci şekil eş oluyor. Burada öğrencinin şunu çok iyi bilmesi gerekir. Eşlik ve benzerlik kavramlarının ortak bir noktası var, hem eş hem benzer olsun mutlaka ve mutlaka açıların korunması gereklidir. Yani açılar aynı olmak zorundadır. Açıların korunduğunu da eklerdim."



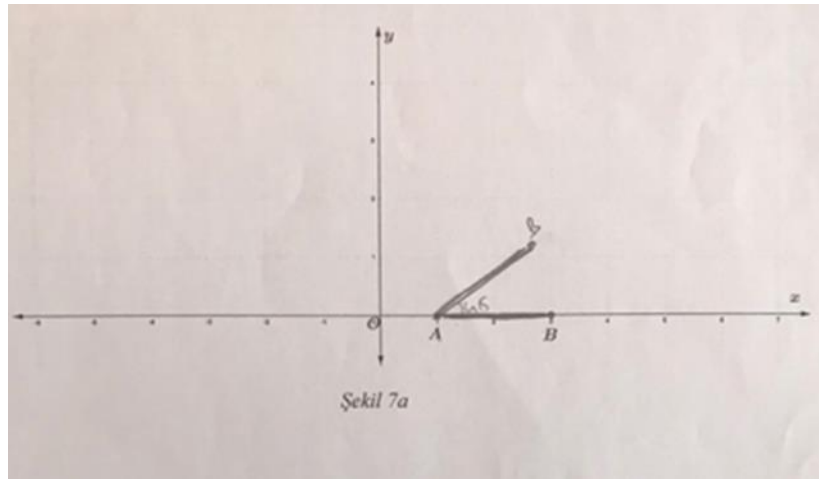
Şekil 48. Öğretmen 1 in Senaryo 7 e dair çözümü

Öğretmen 1, kendi fikirleri ile doğru sözel ifadeler kullanmış, dönme dönüşümünün değişmezlerini eksiksiz ifade etmiştir. Aynı zamanda geçmiş yıllar ile bağlantı kurarak eşlik, benzerlik kavramlarını kullanmıştır. Ama öğretmenin bütün farklı fikirlerinde örnek noktalar üzerinden gitmeye çalıştığı, genel gösterimden kaçındığı, bilmediği görülmüştür.

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, öncelikle senaryoda ismi geçen Elif, Gülcan, Refik Öğretmenlerin tek tek nasıl açıklama yaptıklarını ifade edip, hem sözel hem matematiksel olarak yorumlamıştır. Daha sonra kendisinin nasıl cevap vereceğini ifade etmiştir.

Öğretmen 2 nin Elif Öğretmen'in cevabıyla ilgili yorumu:

“Elif Öğretmen'in dediği mantıklıdır. Bir doğru parçasını 45° döndürdüğümüz zaman sonuçta aynı şey olacaktır. Çünkü yine aynı doğruyu taşıyoruz. Başka bir şey, şekil taşımıyoruz. Mesela bir çubuğu dönderdiğimiz gibi düşünebiliriz. Yani dönmek demek aslında bunun boyutunu değiştirmek demek değildir. Taşımak demektir. Yani dönmek demek belli bir açı altında bir yeri sabit tutarak taşımak demektir.”

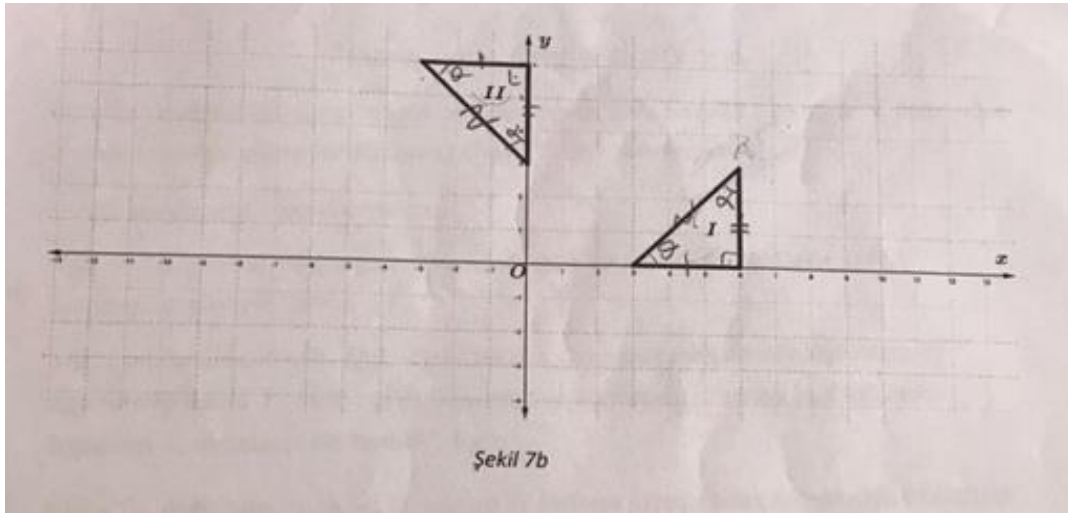


Şekil 49. Öğretmen 2 nin Elif Öğretmen'e dair çözümü

Öğretmen 2 nin verdiği cevap incelendiği zaman, dönme dönüşümünü taşımak olarak ifade ettiği görülmüştür. Öğretmenin dönme dönüşümünün tanımında, değişmezlerinde ve genel gösterimlerde eksiklerinin olduğu görülmüştür. Dönme denklemlerini yazmadığı için, uzaklıkların korunduğunu gösterememiştir.

Öğretmen 2 nin Gülcan Öğretmen ile ilgili yorumu:

“Gülcan Öğretmen’de işin içine benzerlik giriyor. Açılar eşit olduğu için bu iki üçgen zaten birbirine eş olduğu için açılarda birbirine eşit oluyor. Çünkü sonuçta köşe noktalarını taşımış oluyorsun. Aslında Elif Öğretmen ile Gülcan Öğretmen aynı şeyi yapmışlar. Birisi doğru parçasını taşımış, diğeri üçgeni taşımıştır. Gülcan Öğretmen’e göre üçgenin doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir. Üçgenlerde eşit olan kenarların karşısındaki açılar eşittir. O zaman bu üçgenlerin açıları da eşit olmuş olur. Tekrar söylüyorum taşınma sırasında hiçbir boyut değişimi olmadığı için, açılar da değişmemiş olur.”



Şekil 50. Öğretmen 2 nin Gülcan Öğretmen’e dair çözümü

Öğretmen 2 nin verdiği cevap incelendiği zaman, dönme dönüşümünde açılarının korunduğunu ifade etmiştir. Fakat gösterimi sorulduğu zaman matematiksel olarak hiçbir işlem yapamamış, sözel olarak eş üçgen ile açıklamaya yapmaya çalışmıştır. Öğretmenin dönme dönüşümünün değişmezleri konusunda eksiklerinin olduğu, dönme denklemlerini yazamadığı görülmüştür.

Öğretmen 2 nin Refik Öğretmen ile ilgili yorumu:

“Refik Öğretmen, noktanın noktaya göre dönüşümünden bahsetmiş. Buda mantıklı. Çünkü sonuçta bu noktanın dönme hareketini alıp, iki doğru parçasının

uzunluğunun eşit olduğunu gösteriyor. Döndürdüğümüz zaman iki doğru arasındaki mesafe aynı olacak. Çünkü dönme dönüşümü uzunluğu koruyordu. Aslında üç öğretmenin söylediği de aynı şeydir. Dönme dönüşümü taşımak olduğu için uzunlukları, açıları değişmez demek istiyorlar. Üçü de doğru olarak düşününce uzunluk korumasından bahsetmiş oluyorlar. ”

Öğretmen 2 nin verdiği cevap incelendiği zaman, dönme dönüşümünün değişmezlerinde uzunluk ve açının korunduğunu sözel olarak doğru ifade etmiştir. Fakat matematiksel olarak hiçbir işlem yapamamıştır.

Öğretmen 2 nin siz olsaydınız nasıl açıklardınız sorusuna araştırmacı ile aralarında şu konuşma gerçekleşmiştir.

Öğretmen 2: Ben de Gülcan Öğretmen'in yaptığı gibi üçgen, kare, dörtgen, ya da herhangi bir şey çizip onu taşırdım. Ve onun üzerinde kenarlarının değişmediğini, şeklin değişmediğini, açılarının da değişmediğini gösterirdim. Tabi burada bir doğrunun doğrultusunun da değişmediğini göstermiş olurdum.

Araştırmacı: *Nasıl gösterebiliriz?*

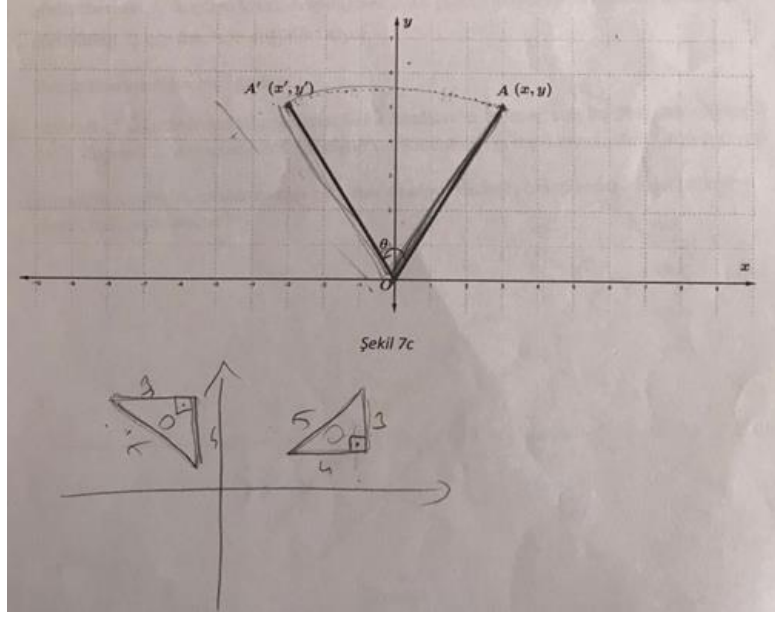
Öğretmen 2: Pardon doğrultusu değişir. Doğrultusu açıya göre değişmiş olur.

Araştırmacı: *Matematiksel olarak nasıl gösterebilirsiniz?*

Öğretmen 2: Koordinat ekseninde dik üçgen çizip, bu üçgenin her bir köşesini tek tek kaydırarak bunlara isim verirdim. Kenarlarına da daha rahat görülmesi için uzunluk verirdim. Somut uzunluklar verirdim. Karşı tarafta oluşan yeni noktaların arasında ki mesafelerde eşitse bakın işte değişmedi uzunluklar, eş üçgenler oluştu derdim.

Araştırmacı: *Her zaman geçerli midir?*

Öğretmen 2: Kenarlar eş ise bu iki üçgen her zaman eş olur. Yani şöyle eş üçgenler için iki kenarın birbirine eş olması ve bir tane açının da eş olması, üç ügenin birbirine eş olması yeterlidir.



Şekil 51. Öğretmen 2 nin Refik Öğretmen'e dair çözümü

Öğretmen 2 nin cevapları incelendiği zaman, araştırmacının sürekli müdahale edip, matematiksel olarak nasıl gösterirsiniz sorusuna rağmen, öğretmenin sürekli sözel olarak açıklama yapmaya çalıştığı görülmüştür. Öğretmenin sözel olarak ifade kısmında eksiklerinin olduğu, matematiksel gösterim ve genel gösterim konusunda ise ciddi sıkıntılar yaşadığı, hiçbir açıklama yapamamıştır.

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda önce biraz düşünmek istemiştir. Daha sonra soruyu okuyup, bu senaryo hakkında çok bilgisinin olmadığını dile getirmiştir. Araştırmacının doğru-yanlış cevaplar vermesinin hiçbir önemi olmadığını söylemesi üzerine öğretmenler hakkında tek tek yorum yapmaktan kaçınmıştır. Fakat şu yanıtı vermiştir.

“Bende önce Refik öğretmen gibi noktayı orijin etrafında döndürmeyi gösterirdim. Noktalar ve görüntülerinin orijine olan uzaklıkları değişmez. Daha sonra Elif Öğretmen gibi iki tane nokta üzerinden, daha sonra da Gülcan öğretmen gibi üçgen veya başka şekil üzerinden cevap verirdim.”

şeklinde yanıtlamıştır. Öğretmen bu konuda eksiklerinin olduğunu başta samimi bir dille söylemiştir. Öğretmen noktaların ve görüntülerin orijine dair uzaklığın değişmeyeceğini bilmektedir, fakat keyfi bir nokta alındığı zaman bunlar arasındaki uzaklığa dair yorum yapamamıştır. Dönme dönüşümünün açı ölçüsünü korumasına dair hiçbir şey söyleyememiştir.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda, *Öğretmen 1* ile çok benzer cevaplar vermiştir. Dönme dönüşümünün açı ölçüsü ve uzaklığı koruduğunu söz ile ifade etmiş, fakat cebirsel gösterimlerde sıkıntılar yaşamıştır. *Öğretmen 1* in yaptığı gibi genel gösterimleri değil, mesela diyerek özel örnekler üzerinden açıklamalar yapmıştır.

Senaryo 7, *dönmede açının ölçüsü ve uzaklığın değişmezliği* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, *Öğretmen 1*, *Öğretmen 2* ve *Öğretmen 4* daha çok sözel ifadeler ile doğru bir şekilde açıklama yapmışlardır. *Öğretmen 1* ve *Öğretmen 4* sözel açıklamalarını matematiksel olarak özel örnekler üzerinden göstermiştir, fakat genel olarak gösterim yapamamıştır. *Öğretmen 2* matematiksel olarak gösterememiştir. *Öğretmen 3* ise samimi bir şekilde cevap vererek bildiklerini sözle söylemiş, bilmediklerini ise bilmiyorum diye ifade etmiştir.

4.2.5. Senaryo 8 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 8 de öğretmenlerden dönüşüm geometrisi bilgisi ile ilgili orijin merkezli bir dönme dönüşümü altında değişmez kalan nokta veya noktalar kümesinin anlamını kavrayıp açıklama yapabilmeleri beklenmiştir. Özelleştirilmiş alan bilgilerinde ise matematiksel açıklamalar yapmaları, örneğin; dönme dönüşümünün açı ölçüsü değiştikçe ayrı bir dönüşüm olduğunun farkına varmaları gibi, bu ve buna benzer açıklamaları yapabilmeleri beklenmiştir. Öğretmenlerden Senaryo 8 de ile ilgili tüm beklentiler okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 16 ve Senaryo 8 aşağıda verilmiştir.

Tablo 16

Senaryo 8 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnek bulur. Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Dönme dönüşümünün açı ölçüsü değiştikçe ayrı bir dönüşüm olduğunun farkına varır. • Dönme dönüşümünün değişmez kalan nokta veya noktalar kümesini anlamlandırabilir • Dönme dönüşümünün değişmezlerini tespit eder.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Orijin merkezli bir dönme dönüşümü altında değişmez kalan nokta veya noktalar kümesinin anlamını kavrar.

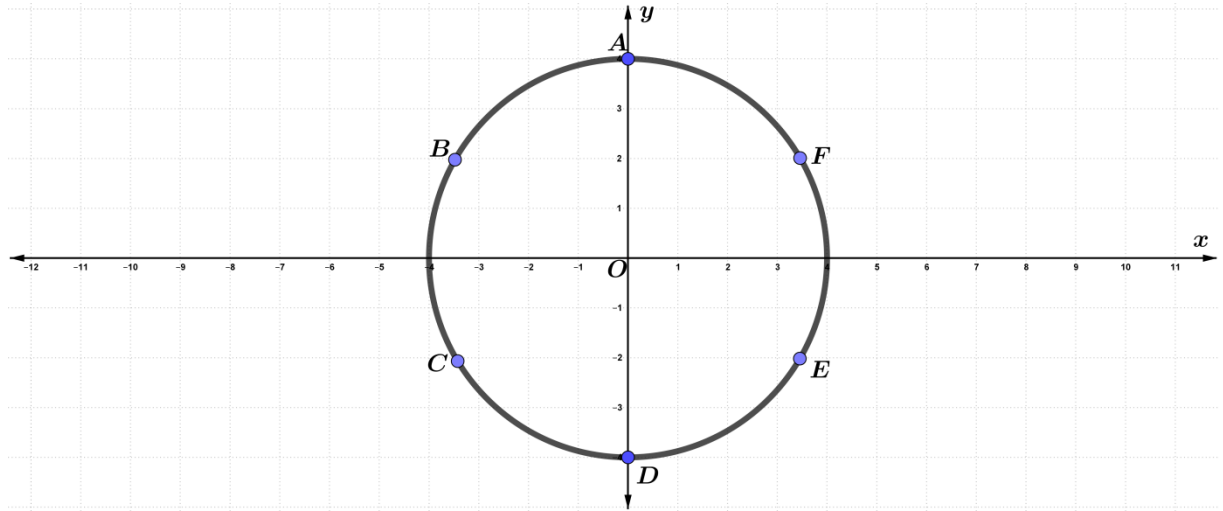
Senaryo 8:

Sınıfınızda dönme dönüşümünü tartışıyorsunuz. "Dönüşümün özelliklerinden bahsederken Şekil 52 deki kartezyen koordinat sisteminde bir çember çizip, altı eş yaya bölüyor ve noktaları A, B, C, D, E, F olarak işaretliyorsunuz. Öğrencilerinize, verilen noktaların orijin etrafında farklı açılarla dönmesi sonucu görüntülerini buluyorsunuz. Sonra orijin merkezli bütün dönme dönüşümleri altında bu çember değişmez kalır." diyorsunuz.

Ali: " Öğretmenim, daha önceki uygulamalarda dönme dönüşümünde dönme merkezinin değişmez kaldığını görmüştük. Ama burada noktaları belirli bir açı ile döndürünce bu noktalar yer değiştiriyor. Çember nasıl değişmez kalır, ben anlamıyorum." diyor.

Furkan: " Öğretmenim, bütün dönme dönüşümleri değişmez bırakır dediniz, bütün dönme dönüşümleri ne demek bende bunu anlamıyorum." diyor.

Ali ve Furkan'ın sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevaplarınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 52. Senaryo 8 e dair çizim

Senaryo 8 den elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin dönmeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek bir kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategori, *dönmede O merkezli çemberlerin değişmezliği* başlığı altında incelenecektir.

4.2.5.1. Dönmede O Merkezli Çemberlerin Değişmezliği

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, araştırmacı ile aralarında şu konuşma gerçekleşmiştir.

Öğretmen 1: Soruda dikkat etmemiz gereken yer orijin merkezli bütün dönme dönüşümleri altında değişmez bırakır diye iddiamız var. Ali'ye cevap verirsek orijin merkezli bütün çemberlerin denklemi $x^2 + y^2 = r^2$ formatındadır. Şimdi bu çemberin üzerinde aldığınız herhangi bir noktayı, örneğin bir F noktasını alacak olursak orijine bir uzaklığı, mesafesi var. Yarıçapının dört olduğunu biliyorum. Bu noktaları orijin etrafında dönderiyoruz, ama farklı açılarla dönderiyoruz. Yine dikkat edilecek olursa orijine olan mesafemiz hiç değişmiyor. Hep dört birimlik mesafede değiştiriyorum. Dolayısıyla bir çember çizmiş oluyorum. Noktalar yer değiştirmiş oluyor ama mesafe daima sabit kaldığı için oluşturacağım bütün noktalar bir çember oluşturacaktır.

Araştırmacı: Genel olarak nasıl gösterebilirsiniz?

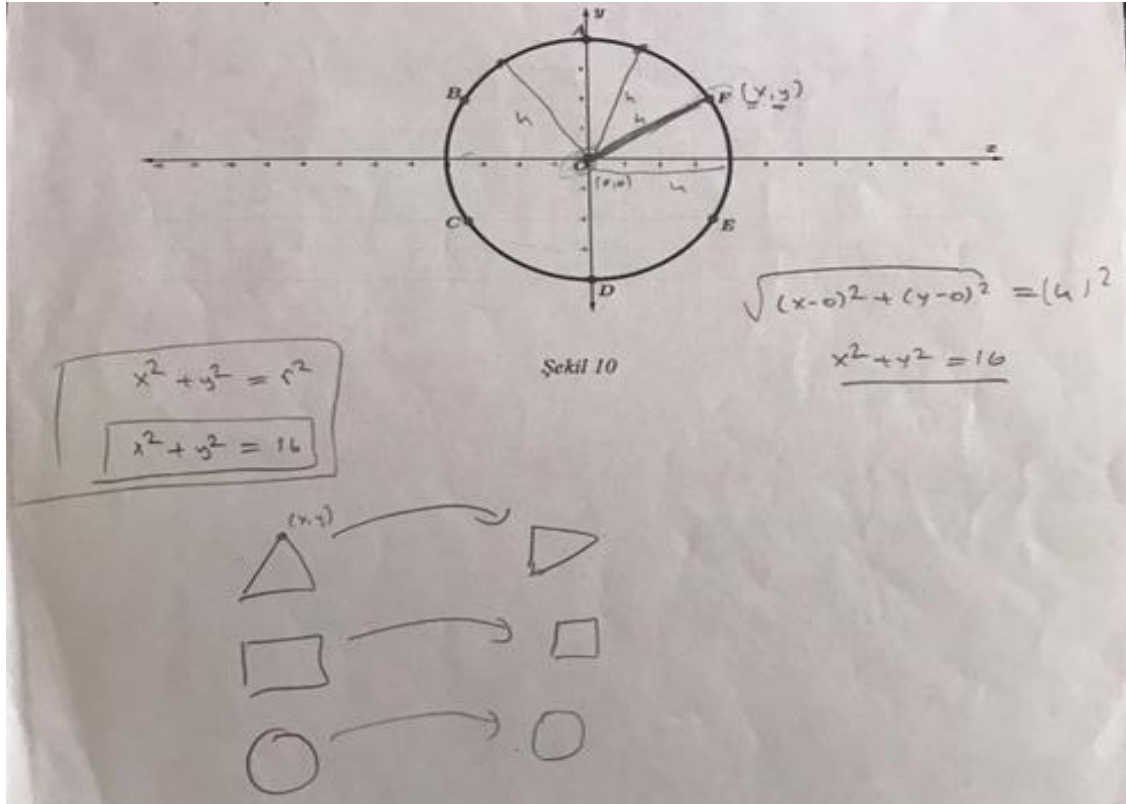
Öğretmen 1: $F(x, y)$ noktası bu çember üzerinde temsili bir nokta olsun. İki nokta arasındaki uzunluktan çember denklemini elde etmiş oluyoruz. Bu noktayı temsili olarak seçmiştim yine $x^2 + y^2 = 16$ çemberini elde etmiş oldum. Sonsuz tane bu noktayı bu şekilde birleştirdiğimiz zaman yine bir çember elde etmiş oluruz. Ama noktalar kesinlikle yer değiştirir.

Araştırmacı: Furkan'ın sorusuna nasıl cevap verirdiniz?

Öğretmen 1: Furkan'a ise dönme dönüşümleri ister orijin merkezli olsun ister orijin merkezli olmasın şeklimiz bir üçgende olsa, bir karede olsa, şeklimiz bir çemberde olsa bunlara dönme dönüşümü uyguladığımızda üçgeni dönderiyorsam yine üçgen, kare ise yine kare, çember ise çembersel bölge olur. Yani şekil değişmez.

Araştırmacı: Şeklin değişmediğini nasıl gösterebilirsiniz?

Öğretmen 1: Sebebi ise şu ben bunların üzerinde temsili bir nokta (x, y) alıp, döndürdüğümüz zaman yine bunların üzerinde bir nokta oluyor. Açıları da değişmemiş olur. Kısaca çember üzerinde iki nokta arasındaki mesafe uzunluk dediğimiz kavram, açılar ve açılarının yönü değişmiyor. Döndürmem ile meydana gelen şekil değişmiyor. Bunlara da dönme dönüşümünün değişmezleri adı veriliyor.



Şekil 53. Öğretmen 1 in dönmede, O merkezli çemberlerin değişmezliğine dair çözümü

Öğretmen 1 in verdiği cevaplar irdelendiği zaman, orijin merkezli bir çember üzerinde farklı açılarda dönme yapıldığı zaman her noktanın yer değiştireceğini, şeklin değişmeyeceğini söz ile ifade etmiştir. Öğretmene araştırmacının genel olarak nasıl gösterebiliriz diye sormasına karşın temsili nokta alırsak deyip, yine özel örnek üzerinden açıklama yapmaya çalışmıştır. Öğretmenden beklentimiz aşağıdaki bütün dönme dönüşümlerinin denklemlerini yazıp,

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

buradaki θ nın değişken olduğunu ifade etmesini, dönme denklemlerinde x' , y' yerine x, y yazarak, iki bilinmeyenli denklemi çözmesini ve orijin merkezli dönmede $x=0$ ve $y=0$ bulmasını beklerdik. Öğretmenin bu konuda eksiğinin olduğu görülmüştür.

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, ilk olarak hiç anlamadığını, bütün kelimesinin ne demek olduğunu bilmediğini söylemiştir. Sonra ikinci kez tekrar okuduğunda ise soruyu anladığını söyleyip, araştırmacı ile aralarında aşağıdaki konuşma gerçekleşmiştir.

Öğretmen 2: Çemberin yarıçapları var. Çemberin merkezi O noktası ile bu noktaların her biri ile birleştirecek bunların hepsi yarıçap olur. Orijin yayının etrafında dönderdiğin zaman zaten çember yayının üzerinde döndermiş oluyorsun. Ve yine aynı yarıçapa denk geldiği için yine çemberin üzerinde olmuş oluyor.

Araştırmacı: Çemberin üzerinde olduğunu nasıl garanti edebiliriz?

Öğretmen 2: Çemberin tanımı şuydu düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesidir. Bu noktanın dönüşümünü aldığı zaman çember üzerindeki sonsuz tane noktadan başka bir noktaya denk gelmiş oluyor. Bütün noktalar başka bir noktaya dönüşmüş oluyor, hepsi yer değiştiriyor ama yine çember üzerinde yer almış oluyor.

Araştırmacı: Matematiksel olarak bunu gösterebilir misiniz?

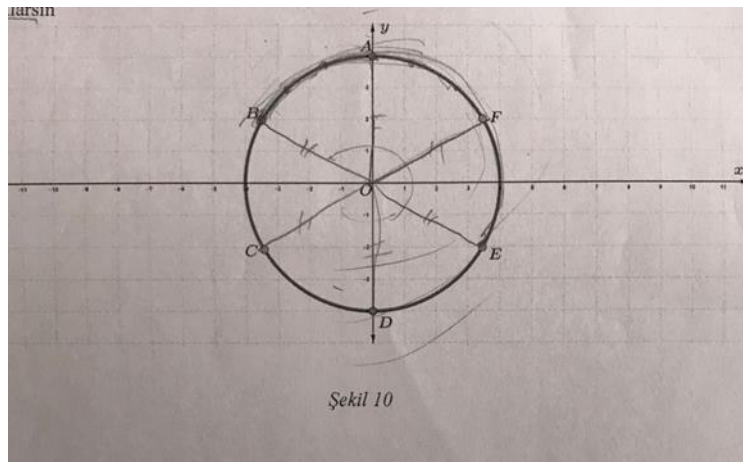
Öğretmen 2: Çemberin yarıçap uzunlukları eşit bu şekilde söylerim. (Şekil 54.)

Araştırmacı: Furkan'ın sorusuna nasıl yanıt verirdiniz?

Öğretmen 2: Bütün dönme dönüşümleri demek 15° ile de 30° ile de yani kaç derece ile döndürürsek döndürelim yine noktalar çember üzerinde kalır demektir.

Araştırmacı: Bunu matematiksel olarak gösterebilir misiniz?

Öğretmen 2: (Uzun bir süre düşündükten sonra, şekildeki çemberi karalıyor.) Yine yarıçap uzunluklarının eşit olduğu ile ifade ederdim.



Şekil 10

Şekil 54. Öğretmen 2 nin dönmede, O merkezli çemberlerin değişmezliğine dair çözümü

Öğretmen 2 nin cevapları incelendiği zaman öğretmenin zihninde bütün kelimesinin canlanmadığı, kafasının karışık olduğu anlaşılmıştır. Öğretmen çemberin tanımından bütün noktaların yer değiştireceğini söylemiş, fakat çemberin şeklinin nasıl değişmez kalacağını

ifade etmekte sıkıntı yaşamıştır. Aynı zamanda öğretmenin, dönme dönüşümleri denklemlerini bilmediği, cebirsel olarak gösteremediği görülmüştür.

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda, uzun bir süre düşünüp, sorudan bütün kelimesini anlamadığını samimi bir şekilde ifade etmiştir. Daha sonra aşağıdaki şekilde cevap vermiştir ve başka verecek cevabının olmadığını, kendini bu konuda yetersiz gördüğünü söylemiştir.

“Dönme dönüşümünde öncelikle dikkat etmemiz gereken verilen noktaları kaç derece döndüreceğimize. Örneğin, $A(3,2)$ yi 90° veya 270° döndürürsek noktaların yeri değişir. Sonra bulunduğu bölgeye göre işaret atılır. Örneğin, $A(3,2)$ yi saat yönünde 90° döndürürsek yeni koordinatlar $A(2,-3)$ olur. Burada önce sayıları yer değiştirdik sonra işaretlerini değiştirdik.”

Öğretmen 3 ün cevabı incelendiği zaman öğretmenin matematiksel kavramlarda örneğin; “bütün dönme dönüşümleri”, “değişmez kalır” gibi kelimeleri duyduğu zaman ürküttüğü, bu kelimelerin tanımlarını hiç bilmediği, zihninde canlanmadığı anlaşılmıştır. Öğretmen kendisini bu konuda yetersiz olduğunu, eksiklerinin olduğunu dile getirmiştir. Buradan öğretmenlerin genel kavramlarda çok eksiklerinin olduğu anlaşılmıştır. Genel olarak bir soru ile karşılaştıkları zaman ise hiç cevap vermemek yerine en azından özel noktalar ile örnekler üzerinden açıklama yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Ancak bu durum hem öğretmenlerde, hem konu işledikleri öğrencilerde daha çok kavram yanılgısına yol açacağı düşünülmektedir.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Noktaların yeri değişiyor. Ama her noktanın yerini başka bir nokta dolduruyor. Böylece çember üzerinde açıkta hiç nokta kalmıyor. Zaten bir çemberi belirleyen özellikler merkezi ve yarıçapıdır. Merkez ve yarıçap değişmediği için çember aynı kalıyor. Furkan; orijin merkezli olmak üzere kaç derece döndürürsem döndürüyüm yine aynı çemberi elde ederim.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen 4, dönme dönüşümünde çemberin değişmezlerini merkez ve yarıçap olarak doğru bir şekilde belirtmiştir. Aynı zamanda orijin merkezli olmak üzere açı ölçüsünün değiştikçe ayrı bir dönüşüm olduğunun farkına varmıştır. Öğretmen 4, beklentilerimizin büyük bir kısmını sözel açıklamaları ile karşılamıştır. Fakat matematiksel olarak $|OA|=|OA'|$ olduğunun gösterip A ve A' , $|OA|=r$ yarıçaplı çember üzerinde

olduğunu göstermesi beklenmiştir. Öğretmen 4, matematiksel olarak beklentilerimizi karşılayamamıştır.

Senaryo 8, *dönmede O merkezli çemberlerin değişmezliği* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, Öğretmen 1 ve Öğretmen 4 ün benzer cevaplar verdiği, çemberin değişmezlerini sözel olarak doğru ifade ettikleri, fakat dönme dönüşümlerinin denklemlerini yazamadıkları görülmüştür. Öğretmenlerden beklentimiz, dönme dönüşümlerinin denklemlerini yazıp, θ yı tespit etmelerini ve bu çember üzerindeki bütün noktaların yer değiştirdiğini, çemberin noktasal olarak değil ama şekil olarak sabit kaldığını ifade edip, cebirsel olarak göstermelerini beklerdik. Yani bütün dönme dönüşümlerinde merkezi orijin olan çemberler daima şekil olarak sabit kalırken, noktasal olarak yer değiştirirler. Öğretmenlerin bu kavramlarda çok eksiklerinin olduğu görülmüştür. Öğretmen 2 ve Öğretmen 4 ise bu soruda beklentilerimizin çok az bir kısmını karşılamışlardır.

4.3. Öğretmenlerin Öteleme ve Dönme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgisi

4.3.1. Senaryo 9 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 9 da öğretmenlerden dönüşüm geometrisi bilgisi ile ilgili bir üçgen ve görüntüsü verildiğinde bunlar arasındaki öteleme ve dönme dönüşümünü tespit etmeleri ve bunları açıklayabilmeleri, orijin merkezli bir dönme dönüşümü altında bir üçgenin görüntüsünü bulabilmeleri, öteleme ve dönme dönüşümlerinin uzaklığı koruduğunu bilip, açıklamaları beklenmiştir. Özelleştirilmiş alan bilgilerinde ise matematiksel açıklamalar yapmaları, örneğin; $\triangle ABC$ nin $\triangle PQR$ ye bir öteleme sonucu elde edilebileceğini tespit edebilmeleri gibi bu ve buna benzer açıklamaları yapabilmeleri beklenmiştir. Öğretmenlerden Senaryo 9 da istenen tüm beklentiler okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 17 de ve Senaryo 9 da aşağıda verilmiştir.

Tablo 17

Senaryo 9 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

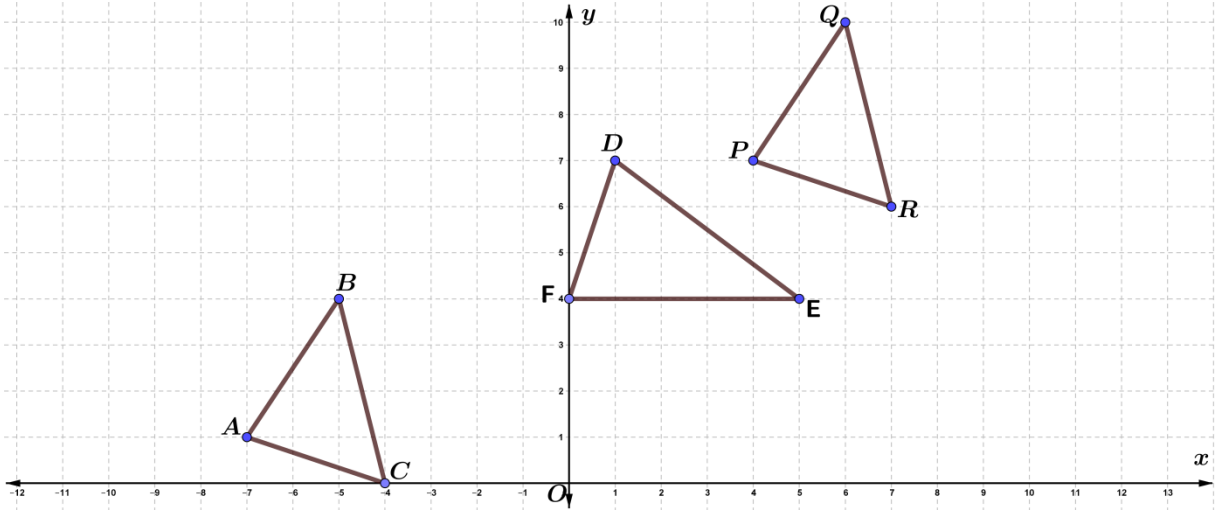
KAZANIM	Lisans Bilgisi
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerinden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • $\triangle ABC$ nin $\triangle PQR$ ye bir öteleme sonucu elde edilebileceğini görür. • Orijin etrafında $\triangle ABC$ nin dönmesi sonucu $\triangle DEF$ nin elde edilebileceğini görür. • Öteleme dönüşümünün uzaklığı koruduğunu bilir ve açıklar. • Dönme dönüşümünün uzaklığı koruduğunu bilir ve açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir üçgen ve görüntüsü verildiğinde bunlar arasındaki öteleme veya dönme dönüşümünü tespit eder. Orijin merkezli bir dönme dönüşümü altında bir üçgenin görüntüsünü bulur. Öteleme ve dönme dönüşümlerinin uzaklığı koruduğunu bilir.

Senaryo 9:

Kartezyen koordinat sisteminde *Şekil 55* deki gibi $\triangle ABC$, $\triangle PQR$, $\triangle DEF$ lerini çizip bu üçgenler arasında öteleme ve dönme dönüşümlerinin var olduğunu ve bu üçgenlerden ikisinin eş olduğunu söylüyorsunuz. Öğrencilerinizden;

Ali: "Öğretmenim, üçgenlerin eş olması ile öteleme ve dönme dönüşümlerinin ne ilgisi var? " diyor.

Ali' nin sorusuna nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 55.Senaryo 9 a dair çizim

Senaryo 9 dan elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin öteleme-dönmeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek bir kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategori, *eşlik* başlığı altında incelenecektir.

4.3.1.1. Eşlik

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, araştırmacı ile aralarında şu konuşma gerçekleşmiştir.

Öğretmen 1: $\triangle ABC$ ni aynı doğrultuda $\triangle PQR$ ye ötelemiş. Öteleme hareketinin dik olduğunu şekilden görebiliriz.

Araştırmacı: Matematiksel olarak gösterebilir misiniz?

Öğretmen 1: Koordinatları yazarsak tek tek, öteleme dönüşümünün yönü değiştirmediğini söylemiştik. (Şekil 56.) Hangi noktanın hangi noktaya dönüştüğünü gösterecek olursak A noktası P noktasına ötelenmiş, C noktası R noktasına ötelenmiş. $v = (11, 6)$ birim ötelenmiş. $P = A'$, $Q = B'$, $R = C'$ diyebiliriz.

Araştırmacı: Eş olması ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?

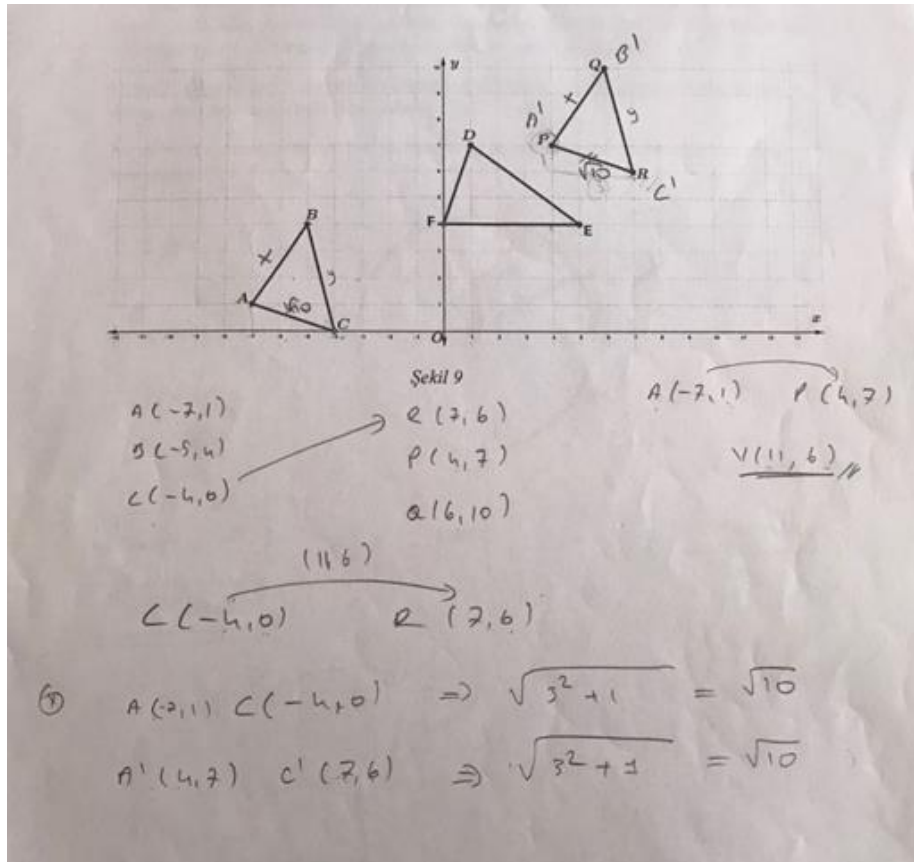
Öğretmen 1: Daha önceki sorularda da öteleme dönüşümünün uzunluğu koruduğunu söylemiştik. Ben bu üçgeni alıp, diğer tarafa ötelediğim zaman kenar uzunlukları aynı bu iki üçgen eş üçgendir diye cevap verirdim.

Araştırmacı: Uzunluk-uzaklık kavramları aynı mıdır?

Öğretmen 1: Uzunluk genelde belirli olan iki tane nokta için baz alırız yani bir doğru parçası üzerinde belirlenen iki tane nokta olur bunların arasında ki

uzunluğu ölçersiniz. Uzaklık denildiği zaman için ise geometride başlangıç noktasına olan mesafe kastedilir. Uzunluk kavramında keyfî iki nokta arasındaki mesafeye bakarken, uzaklık kavramında orijine olan duruma bakarsınız. Bu üçgenlerde orijine olan değil, kendi aralarındaki mesafelerine bakarak karar verdiğim için burada uzunluk kavramı devreye giriyor. Yani bu üçgenleri döndürdüğüm ve ötelediğim zaman oluşan uzunluklar aynı uzunluklardır.

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen 1 in cevabı incelendiğinde, beklentimiz olan $\triangle ABC$ nin $\triangle PQR$ ye ötelendiğini farkına varmıştır. Cebirsel işlemler yaparak öteleme vektörünü bulmuştur. Fakat öğretmen öteleme vektörünü bulurken sözel olarak iki nokta arasındaki farktan ezbere işlemler yapmış, bunları matematiksel işlem olarak yazıya dökememiştir. Öğretmene eşlik ile ilgili soru sorulduğu zaman kenar uzunluklarının değişmediğini iki nokta arası uzaklık formülü ile göstermiş ve beklentimizi karşılamıştır. Öğretmenin uzunluk ve uzaklık kavramlarını kullanması üzerine iki kavram arasındaki fark sorulmuş, verdiği doğru cevap ile beklentimizi karşılamıştır.

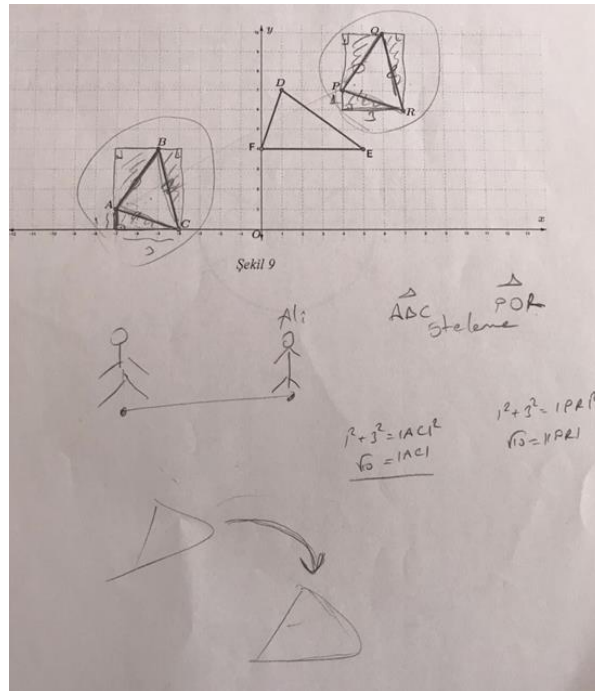


Şekil 56.Öğretmen 1 in eşlik ile ilgili çözümü

Öğretmen 2;senaryodaki soruları okuduğunda,

“Ali’yi tahtaya kaldırır şuradan şuraya 3 adım ilerle derim. Sen şimdi ötelenmiş oldun. Cismin, boyutun değişiyor mu değişmiyor derim. Sen yine aynı sensin derim. Yani üçgende bir cisim sonuçta, onun da boyunu, doğrultusunu hiçbir şeyini değiştirmeden taşımak demektir. Dönme demekle yine aynı şekilde cismi hiçbir şeyini değiştirmeden belli bir açı altında başka bir yere döndürmek demektir. O yüzden hiçbir şekilde bu üçgenler değişmiyor, cisim aynı kalıyor o yüzden bu üçgenler eş olur. Dönme dönüşümünde ise bunlardan farklı olarak yönleri yani duruş pozisyonları değişebilir. Mesela biz böyle düz bakarken diğer tarafa doğru dönersek yönümüz değişir. Öteleme $\triangle ABC$ ile $\triangle PQR$ arasında var. AB kenarını yönünü, uzunluğunu değiştirmeden PQ ya taşımışız. Diğer kenarlarda da benzer şekilde işlem yapmışız. Cebirsel olarak göstermek istersek bütün kenarları için Pisagor yaparak birbirine eşit olduğunu gösterebiliriz. Böylelikle üç kenarı da eşit olduğu için bu üçgenler eştir deriz.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen 2 nin verdiği cevap incelendiği zaman, öteleme vektörünü bulamamıştır. Fakat iki üçgen arasında öteleme dönüşümü olduğunu şekil üzerinden fark etmiştir. Öteleme dönüşümünün kenar uzunluklarının değiştirmediğini Pisagor yardımı ile göstermiştir. Üçgenlerin üç kenar uzunluğunun da aynı olduğunu söyleyerek bu üçgenlerin eş olduğunu belirtmiştir. Öğretmen sözel ifadeleri ile beklentilerimizin büyük bir kısmını karşılamıştır.



Şekil 57. Öğretmen 2 nin eşlik ile ilgili çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda, üçgenler arasında öteleme ve dönme dönüşümlerini şekil üzerinden yönü değişmemiş, o zaman ötelenmiştir diyerek tespit etmiştir. Öğretmenin tespiti doğrudur fakat bunun matematiksel bir karşılığı yoktur. Matematikte her şey net olmalı ve genel olarak herkes tarafından kabul görmelidir. Öğretmen cebirsel olarak nasıl öteleme ve dönme dönüşümlerinin olduğunu gösterememiş, öteleme vektörünü bulamamıştır. Öğretmen, öteleme ve dönme dönüşümlerinde şeklin büyüklüğünün aynı kalacağını söz ile ifade etmiş, fakat bunun nasıl olduğuna dair başka bir açıklama yapamamıştır. Öğretmenin bazı temel kuralları ezberlediği görülmüştür. Eşlik ile ilgili soru sorulduğu zaman ise bir üçgen ötelenip sonsuz tane eş üçgen elde ederiz demiştir. Öğretmen burada sonsuz eş üçgen ifadesi ile bütün öteleme dönüşümlerini göz önüne aldığı, öteleme vektörü değiştirildiğinde cevap veremediği görülmüştür. Öğretmenin söylemek istediği bir üçgen verildiğinde, bu üçgene farklı öteleme dönüşümü uygulandığında üçgenin konumu değişir, buna eş olan sonsuz tane eş üçgenler elde edilir ifadesidir. Fakat belirli bir dönüşüm verildiğinde ona eş olan üçgen bir tanedir. Öğretmenin bu konuda tam bilgisinin olmadığı, bunları karıştırdığı görülmüştür.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda, Öğretmen 1 ile çok benzer cevaplar vermiştir. Öğretmen 1 in yaptığı işlemler ile öteleme vektörünü bulmuş ve kenar uzunluklarının değişmediğini iki nokta arası uzaklık ile tespit etmiştir.

Senaryo 9, *eşlik* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, Öğretmen 1 ve Öğretmen 2 ve Öğretmen 4 ün benzer şekilde öteleme ve dönme dönüşümlerini tespit edebildiği görülmüştür. Öğretmen 1 ve Öğretmen 4 öteleme vektörünü bulabilmiştir. Öğretmen 3 ve Öğretmen 2 öteleme vektörünü bulamamışlardır. Dört öğretmende öteleme dönüşümünün kenar uzunluklarını değiştirmeyeceğini söz ile ifade etmiştir. Öğretmen 3 dışında, bütün öğretmenler kenar uzunluklarının aynı olduğunu göstermiştir.

4.3.2. Senaryo 10 ile İlgili Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Senaryo 10 da öğretmenlerden, dönüşüm geometrisi bilgisi ile ilgili öteleme ve dönme dönüşümlerinin lineer oldukları, yani, doğruları doğrulara dönüştüren dönüşümler olduklarını bilmeleri ve bunu açıklayabilmeleri, iki doğru verildiğinde bunlardan birini diğerine dönüştüren en az bir dönüşüm bulup, bu dönüşümün doğru üzerindeki bütün noktalar için geçerli olduğunu fark etmeleri beklenmiştir. Özelleştirilmiş alan bilgilerinde ise matematiksel açıklamalar yapmaları, örneğin; öteleme dönüşümlerinin cebirsel denklemlerinin lineer olduğunu bilmeleri gibi, bu ve buna benzer açıklamaları

yapabilmeleri beklenmiştir. Öğretmenlerden istenen tüm beklentiler okuyucuya kolaylık olması açısından Tablo 18 ve Senaryo 10 da aşağıda verilmiştir.

Tablo 18

Senaryo 10 ile ilgili öğretmenlerden beklenen beklentiler

KAZANIM	Lisans bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerden gelen "neden" ve "niçin" sorularına cevap verir. Öğrencilerin "itirazlarının" akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • Öteleme dönüşümlerinin cebirsel denklemlerinin lineer olduğunu bilir. • Dönme dönüşümlerinin cebirsel denklemlerinin lineer olduğunu bilir. • Öteleme ve dönme dönüşümlerinin doğruları doğrulara dönüştüren dönüşümler olduğunu bilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Öteleme ve dönme dönüşümlerinin doğruları doğrulara dönüştüren dönüşümler olduğunu bilir. İki doğru verildiğinde bunlardan birini diğerine dönüştüren en az bir dönüşüm bulur ve bu dönüşümün doğru üzerindeki bütün noktalar için geçerli olduğunu fark eder.

Senaryo 10:

Öteleme ve dönme konusunu tartıştıktan sonra öğrencilerinize *Şekil 58.* ile ilgili, " l_1 doğrusunu l_2 doğrusuna dönüştüren bir dönüşüm bulunuz." diye soruyorsunuz. Öğrencilerinizden;

Ayşe : " l_1 doğrusunu, orijine göre $\theta = \pi$ radyanlık bir açı ile döndürdüğümüzde l_2 doğrusuna dönüşüyor, "

Ali: " l_1 üzerindeki , $P(1,0)$, $Q(0,-1)$ noktalarını $\theta = \pi$ radyanlık döndürdüğümüzde l_2 doğrusu üzerindeki $P'(-1,0)$, $Q'(0,1)$ noktalarına dönüşüyor. O zaman bu dönüşümde l_1 doğrusunu l_2 doğrusuna dönüştürür,"

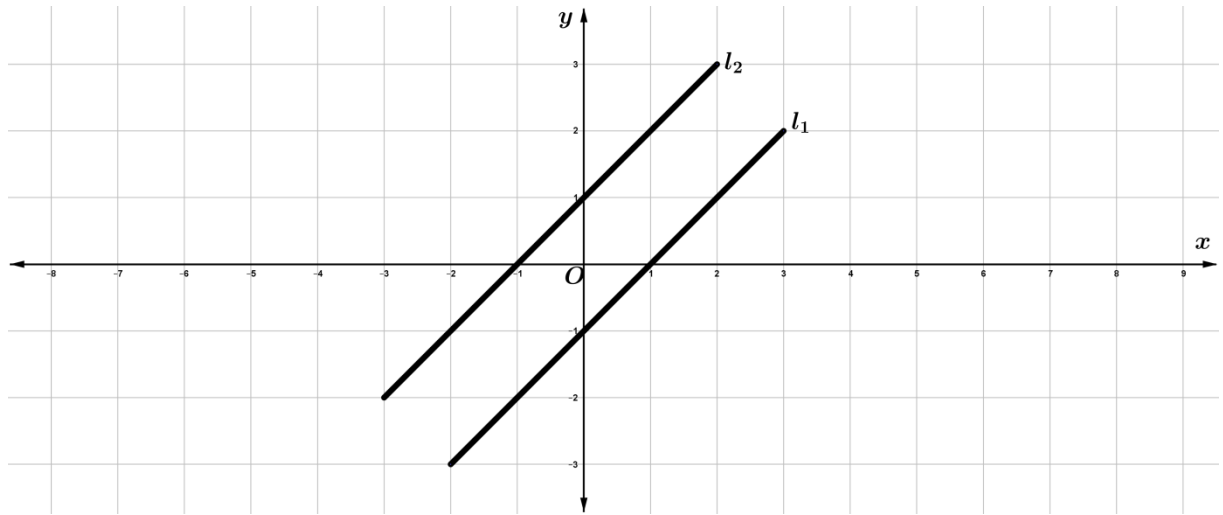
Fatma: " l_1 doğrusunu, $v_2 = (-1,1)$ vektörü ile öteleme yaptığımızda l_2 doğrusuna dönüşüyor,"

Ahmet: "Ali sadece iki nokta alarak dönüşüm buldu. l_1 doğrusu üzerindeki diğer noktaların görüntülerinin l_2 doğrusu üzerinde olduğunu nasıl garanti ediyor? Belki de bazı noktaların görüntüleri l_2 nin üzerinde değildir," diyorlar.

Bunun üzerine diğer bir öğrenci;

Mehmet : " Öğretmenim; arkadaşlarım farklı dönüşümler bulmuş, ama bu dönüşümlerin hepsi de l_1 doğrusunu l_2 doğrusuna dönüştürüyor. Bu dönüşümlerin hepsi aynı mıdır? " diye soruyor.

Öğrencilerinizin bu sorularına ayrı ayrı nasıl cevap verirdiniz, cevaplarınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 58.Senaryo 10 a dair çizim

Senaryo 10 dan elde edilen veriler analiz edildiğinde, öğretmenlerin dönmeye yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerine ışık tutabilecek iki kategori ön plana çıkmaktadır. Bu kategoriler sırasıyla, *öteleme ve dönmenin cebirsel ifadeleri*, *öteleme ve dönmenin lineerliği* başlıkları altında incelenecektir.

4.3.2.1. Öteleme ve Dönmenin Cebirsel İfadeleri

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda, senaryoda ismi geçen her bir öğrenci için tek tek açıklamalar yapmıştır.

Öğretmen 1 in Ayşe için vermiş olduğu cevap aşağıdaki gibidir.

“Öncelikle bir öğrencinin $\theta = \pi$ radyanlık bir açının ne olduğunu iyi bilmesi lazımdır. Yani bu ne demektir l_1 doğrusu üzerinde keyfi bir nokta alalım. (2,2) noktasını alabiliriz. Üzerinde değil pardon. (3,2) noktasını alalım. Temel dönme denklemimiz şuydu. (Dönme denklemi yazılıyor.) Bu noktayı temsili olarak aldım. Bu noktalara değişken atayıp (x,y) olarak da alınabilir. Ben kaç derecelik dönme uyguluyorum. $\theta = \pi$ açılık yani 180° lik. Dönme denkleminde yerine yazarsak yani aslında orijine göre simetrisinin denklemi olur. Temsili bütün noktaları bununla oluşturup (-x,-y) olur diyebilirim. A (3,2) noktası da A' (-3,-2) olur. Dönme denklemini yerine yazarak bunu görebildik. Yani orijine göre simetriktir. Ayşe'nin dediği doğrudur.”

Öğretmen 1, Ayşe'ye verdiği cevap analiz edildiğinde genel olarak doğru söylediği görülmüştür. Fakat öğretmen, doğrunun üzerinde noktalar alarak özel örnekler üzerinden açıklama yapmıştır. Öğretmene genel ifade sorulduğu zaman, temsili olarak aldığı (x,y) olarak alınabileceği söylemiş, ama gösterememiştir. Öğretmen dönme denklemlerini doğru bir biçimde yazmış ve yerine $\theta = \pi$ radyanlık değerleri düzgün bir biçimde yazmıştır.

Öğretmen 1 in Ali'ye vermiş olduğu cevap aşağıdadır.

“Sadece iki tane nokta için yapmış ama genel olarak dönme denklemini yazması gerekiyor. Dönme denklemini yazmazsa cevabı yeterli değildir. Sadece iki nokta için bulmuş olur. (x,y) keyfi noktalar olduğu için doğru üzerinde yerine yazarak bütün noktalar için geçerli olduğunu gösterebiliriz. Ali'nin cevabı doğrudur ama 2 nokta için yeterli değildir. Ali'ninki daima geçerli değildir. Bütün noktaları temsil etmesi gerekliydi.”

Öğretmen 1 in, Ali'ye verdiği cevap analiz edildiğinde, matematiksel açıklamaları ile beklentimizi karşılamıştır. Öğretmen, genel olarak gösterimle gösterilebileceğini belirtmiş, fakat bunu gösterememiştir. Bu bize, öğretmenin bütün dönme dönüşümü denklemlerinde, özellikle genel gösterimlerde zorluk yaşadığını göstermiştir.

Öğretmen 1 in Fatma'ya vermiş olduğu cevap aşağıdaki gibidir.

“Vektörümüzün doğrultusunu belirleyelim. $v(-1,1)$ vektörünün doğrultusunda hareket ettirmemiz gerekir. Dikkat edilecek olursa bu $(-1,1)$ vektörünün uzantısını çizdiğim zaman v vektörünün doğrultusu l_1 doğrusuna diktir. Dik doğrultuda

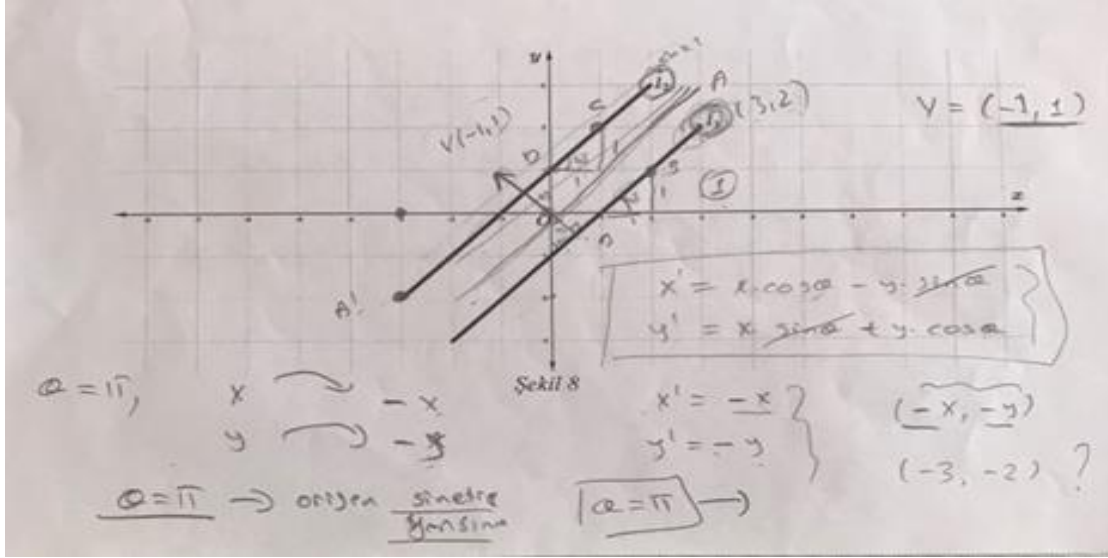
ilerletiliyor. l_1 doğrusunun eğimine bakılırsa eğimi 1 gelir. l_2 doğrusuna bakılacak olursa yine eğimi 1 olur. l_1 doğrusunu kendisine dik bir v vektörü le ötelemiş oluyorum. Dolayısıyla bu doğruyu hareket ettirdiğim zaman oluşan görüntüleri v vektörüne dik olmak zorundadır. Çünkü dik bir vektör tarafından öteleniyor. Dolayısıyla l_1 ve l_2 doğruları birbirine paralel. Şu demek yani l_1 doğrusunu ötelediğimiz zaman aralarında hep birbirine paralel doğrular oluşmuş olacak. Sonsuz tane paralel doğru oluşacaktır. l_1 doğrusunun eğimi 1, l_2 doğrusunun eğimi 1 olduğundan dolayısıyla ben l_1 doğrusunu ötelediğim zaman bunun paralel doğrularından bir tanesi l_2 olmuş olur. Yani l_1 doğrusu l_2 doğrusuna dönüşmüş olma ihtimalini de açık bir şekilde görmüş olduk.”

Öğretmen 1 in, Fatma’ya vermiş olduğu cevap analiz edildiğinde, sözel ifadeler ile açıklayabilmiştir. Sonsuz tane paralel doğru oluşacağını yatay alan bilgisinden (geçmiş konular ile bağlantı kurarak) açıklamıştır.

Öğretmen 1 in Ahmet için vermiş olduğu cevap aşağıdaki gibidir.

“Ali’de iken demiştim, dönme denkleminin de mutlaka yazıp, görmesi gerekli. İki nokta için garanti edemez. $(-x, -y)$ noktası oluşturması demek $\theta = \pi$ demek orijine göre simetri veya yansıma olduğunu bilirsek, l_1 doğrusunun üzerindeki bütün noktaların yansımasının olduğunu göstermek gerekiyor. Her nokta bu iki doğrunun yansımaları doğru üzerindedir.”

şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen 1, genel olarak hep doğru matematiksel açıklamalar yaparak, beklentimizin büyük bir kısmını karşılamıştır.



Şekil 59. Öğretmen 1 in öteleme ve dönmenin cebirsel ifadelerine dair çözümü

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda

Ayşe'ye;

“ $\theta = \pi$ demek 180° döndürmek demek, $P(1,0)$ noktasını ele almıştık, $P(1,0)$ noktasını 180° döndürmek demek $(-1,0)$ noktasına karşılık gelir. $(0,-1)$ noktasını 180° döndürdüğümüzde ise $(0,1)$ noktasını bulmuş oluruz. Bu durumda Ayşe'nin de Ali'nin de dediği doğru olmuş olur. Biz bir doğruya iki tane nokta seçip, bunların dönüşümünü yaptığımız zaman zaten yeni doğruyu kesin olarak bulmuş oluyoruz. Sebebi de şu, adlarını unuttum ama genel bir adı vardı bunların (uzun bir süre düşünüyör.) aklıma gelmedi ismi diyerek devam ediyor iki noktadan yalnız bir doğru geçer. Zaten karşısında bulacağın iki noktadan başka bir doğru geçme ihtimali yok. O ikisinden de geçen tek bir doğru olacak. O yüzden üçüncü bir noktaya ihtiyaç yoktur, bakmamıza gerek yoktur.”

(Tekrar 2 nokta olayı sorulduğunda)

“Matematiksel olarak bir doğru olayı için gösterebiliriz. Şöyle herhangi iki nokta üzerinden yalnız ve yalnız bir tek doğru geçtiği için hah şimdi adı aklıma geldi aksiyomdur bu. Hatta bunun Meb kitabında diğer ismi postulat idi. Bir ara bunları anlatıyorduk. Sonra kaldırıldı, Allah'a şükür. Yani sadece 2 noktaya bakmak yeterlidir.”

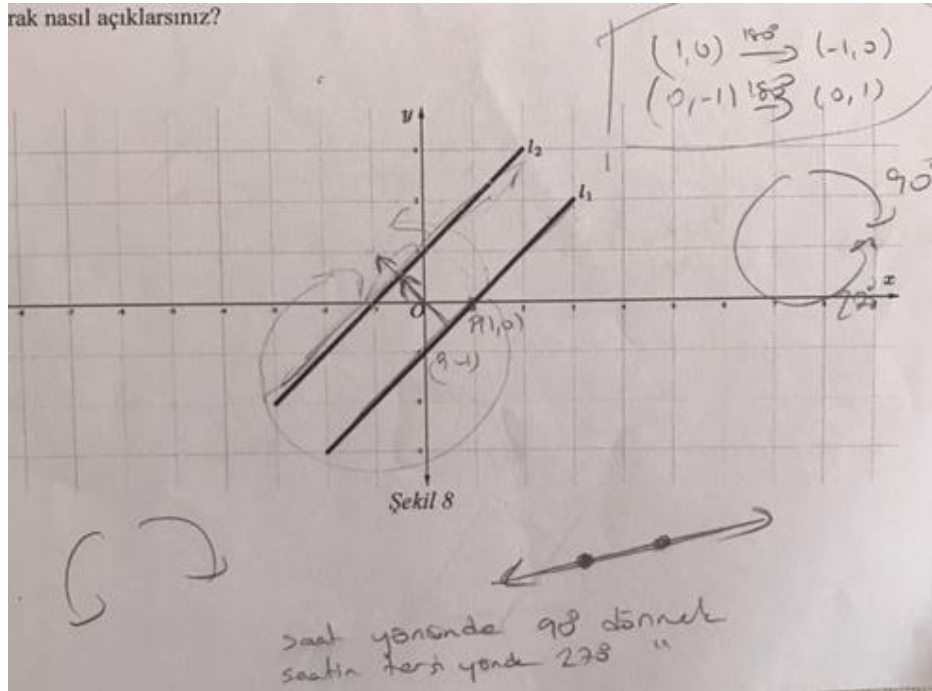
Fatma;

“Doğru söylemiştir. $(-1,1)$ vektörü bu doğruyu itmiş, yönünü, doğrultusunu değiştirmeden bu vektör yardımıyla böylece itildiği için doğru söylemiştir.”

Ahmet;

“Biraz önce bunun cevabını vermiş oldum. İki noktadan tek bir doğru geçtiği için, üçüncü bir noktaya gerek yoktur. İki noktanın ötelenmesini bulduk.”

şeklinde yanıtlamıştır. Öğretmenin iki nokta için geçerli olduğunu söylemesi ve bu konuların iyi ki kaldırıldığını söylemesi öğretmenin bu konuda fazlaca eksiklerinin olduğunu göstermiştir. Öğretmen dönme denklemlerini yazmamış, beklentimiz olan cebirsel hiçbir işlem yapamamıştır. Öğretmenin bu konuda özelleştirilmiş alan bilgisinin eksik olduğu, açıklamalarda çokça düşündüğü, kendinden emin olmadığı, ikilemde kaldığı görülmüştür.



Şekil 60. Öğretmen 2 nin öteleme ve dönmenin cebirsel ifadelerine dair çözümü

Öğretmen 3; senaryodaki soruları okuduğunda, cebirsel ifadeler ile hiçbir işlem yapamamıştır. Öğretmen hatırlamadığını belirtmiştir. Öğretmenin cebirsel ifade, temsiller konusunda çok fazla eksiğinin olduğu, özelleştirilmiş alan bilgisinin zayıf olduğu düşünülmüştür.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda, sözel ifadeler ile açıklamaya çalışmıştır. Öğretmen 4, dönme denklemlerini yazmamış, cebirsel hiçbir işlem yapmamıştır. Bu kategoride Öğretmen 4 den bir bulgu elde edilememiştir.

Senaryo 10 da, *öteleme ve dönmenin cebirsel ifadeleri* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, öğretmenlerin cebirsel işlemlerde genel olarak çok eksiklerinin olduğu görülmüştür. Dönme denklemini yazan öğretmenlerde ezbere yazmış, hiçbir kavramı tam manasıyla açıklayamamışlardır. Öğretmenlerin, bileşke dönüşümün cebirsel ifadesi ve cebirsel ifadelerde kullanılan semboller, notasyonlarda eksiklerinin olduğu görülmüştür.

4.3.2.2. Öteleme ve Dönmenin Lineerliği

Öğretmen 1; senaryodaki soruları okuduğunda,

“Mehmet; bu sadece $\theta = \pi$ nin bir özelliğidir. Eğer 45° lik veya 90° veya 270° lik bir dönme dönüşümü aldığımızda kesinlikle bunu söyleyemeyiz. Sadece, $\theta = \pi$ derecelik dönme dönüşümü için bu dönme kendisine paralel olacak şekilde doğrular veya üçgenler oluşturur. Bunun diğer bir ismi de orijine göre simetrik dönüşümler meydana getirir demektir. Bu dönüşümlerin hepsi aynı değildir, bu sadece $\theta = \pi$ ye has bir durumdur.”

şeklinde yanıtlamıştır. Öğretmen beklentimizin büyük kısmını karşılayarak, doğru cevaplar vermiştir.

Öğretmen 2; senaryodaki soruları okuduğunda, araştırmacı ile aralarında şu konuşma gerçekleşmiştir.

Öğretmen 2: Mehmet; aslında hepsi sonuç olarak aynıdır, ama isim olarak farklıdır. Birisi öteleme yoluyla buldu aynı şeye denk gelir, birisi dönüşüm olarak buldu, birisi dönderip buldu, yani derece olarak buldu, birisi direkt alıp, başka yere taşıdı ama sonuç olarak hepsinin dediği şey aynı şeydir.

Araştırmacı: Bu doğruyu, doğruya dönüştüren bir tane mi dönüşüm vardır demek istediniz?

Öğretmen 2: Hayır tek bir dönüşüm yoktur. Tersten de dönüşüm yapabiliriz. Saat yönünde 90° demek ile saatin tersi yönünde 270° dönmek demek aynı demektir.

Araştırmacı: Başka bir yol ile gösterebilir misiniz?

Öğretmen 2: Fatma'nın bulduğu yol öteleme ile buldu, o da farklı bir yoldur.

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen, bütün öğrencilerin bulduğunun aynı şey olduğunu fark etmiştir. Fakat bunu matematiksel olarak açıklayamamıştır. Paralel iki doğruдан birini diğerine dönüştüren sonsuz çoklukta öteleme dönüşümü olduğunu farkında değildir. Bu da bize, öğretmenlerin hep noktalar, özel örnekler üzerinden sorular sorulduğu zaman doğru yanıt verdiklerini ama açıklamalarda sıkıntı yaşadıklarını göstermiştir.

*Öğretmen 3;*senaryodaki soruları okuduğunda,

“Ahmet’e düzlemde iki nokta bir doğru belirtir. O yüzden doğru üzerindeki 2 noktanın hareketi ile doğru üzerindeki bütün noktaların hareketi aynı yönlü olur derdim. Mehmet’e, Ayşe ile Ali’nin dönüşümü aynıdır. Dönme dönüşümüdür. Fakat Fatma’nın ki öteleme dönüşümüdür. Bu soru için üçünün cevabı da doğru derdim.”

şeklinde ifade etmiştir. Öğretmenin verdiği cevap incelendiği zaman dönüşümlerin aynı dönüşümler olduğunu farkına varmıştır. Doğru üzerindeki bütün noktaların hareketinin aynı yönlü olduğunu söz ile ifade edebilmiştir. Fakat öğretmenden beklentimiz bunları daha detaylı açıklayıp, ifade etmesiydi. Öğretmen senaryoya cevap verirken ön bilgisinin olduğu ama kendisinin de tereddütte kaldığı, bu tarz sorular ile uzun süre ilgilenmediğini belirtmiştir. Öğretmenden beklentimiz olan paralel iki doğrulardan birini diğerine dönüştüren bir öteleme dönüşümü olduğunu söz ile ifade edememiştir. Dönme dönüşümünün lineerliği hakkında yorum dahi yapamamıştır.

Öğretmen 4; senaryodaki soruları okuduğunda, Öğretmen 1 ile çok benzer cevaplar vermiştir. Öğretmen 1 den farklı olarak öğrencilerin paralel doğrular üzerinden örnekler verdiğini bunlar üzerinde sonsuz tane öteleme dönüşümü olduğunu söylemiştir. Bu öğretmenin ötelemenin lineerliği konusunda özelleştirilmiş alan bilgisinin iyi olduğunu göstermiştir. Fakat öğretmene dönmenin lineerliği ile ilgili soru yöneltildiğinde uzun bir süre düşünmüş ama hatırlamadığını belirtmiştir. Bu bize, öğretmenlerin dönme dönüşümünün lineerliği konusunda özelleştirilmiş alan bilgisinin eksik olduğunu göstermiştir.

Senaryo 10, *öteleme ve dönmenin lineerliği* kategorisindeki bulgular karşılaştırıldığı zaman, sadece Öğretmen 1 ve Öğretmen 4 beklentimiz olan, paralel doğrular verildiğinde bu doğrulardan birini diğerine dönüştüren sonsuz çoklukta öteleme dönüşümünün olması ile ilgili cevap vermiştir. Diğer üç öğretmen buna benzer yorumlar yapmak istemişler, fakat bu konuda matematiksel açıklamaları çok zayıf kalmıştır. Öğretmen 1 dışında hiçbir öğretmen beklentimiz olan paralel doğrulardan birini diğerine dönüştüren bir dönme

dönüşümü olamayacağını, $\theta = \pm\pi$ dönüşümünün istisnai durum olduğunu söyleyememişlerdir. Öğretmenlerden bir diğer beklentimiz ise, bu doğrulardan birini diğerine dönüştüren bir katı hareket bulunamayacağı idi. Fakat bunu hiçbir öğretmen belirtmemiştir. Bu da bize, öğretmenlerin bileşke dönüşüm konusunda özelleştirilmiş alan bilgilerinin çok eksik olduğunu göstermiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırma ile elde edilen bulgulardan yola çıkılarak varılan sonuçlara yer verilecektir. Ayrıca, ulaşılan sonuçlar çerçevesinde hem matematik öğretmenlerine hem de matematik eğitimi alanında bu konuda akademik çalışmalar yapmak isteyen araştırmacılara yönelik bazı öneriler sunulacaktır.

5.1. Sonuçlar

Öğretmenler eğitim programlarının, öğrencilere aktarımında köprü görevi görmektedirler. Bu amaç doğrultusunda araştırmada, ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgileri incelenmiştir. Yapılan çalışma sonucunda, öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgileri deneyimleri 3 farklı tema altında toplanmıştır. Aşağıda bu temalara ait elde edilen sonuçlar sırasıyla sunulmuştur:

5.1.1. Öğretmenlerin Öteleme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinde, “cebirselsel ifade, değişmezler” şeklinde iki ayrı kategori ile karşılaşılmıştır. Bu temada, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinde özellikle kavramlarda eksiklerinin olduğu gözlenmiştir.

Temaların altında bulunan ilk kategoride yer alan cebirselsel ifade kategorisinde, öğretmenlerin en başta cebirselsel işlemlere yönelmediği görülmüştür. Matematiksel olarak,

işlemleri yapalım tarzında araştırmacının yönlendirmesi ile öğretmenlerin cebirsel işlemlere yöneldiği görülmüştür. Cebirsel işlemler yapan öğretmenlerden iki tanesi doğru bir şekilde öteleme dönüşümünün denklemlerini yazabilmiştir. Fakat bu öğretmenlere yazdıkları denklemlerdeki sembollerin anlamı sorulduğu zaman matematik dilinde kullanılmayan karşı taraf, yeni üçgen, eski üçgen, ilk, son kelimelerini kullandıkları gözlemlenmiştir. Bu öğretmenlerin cebirsel ifadeleri çok sık kullandıkları için ezberlediklerini, sözel olarak ifade edemediklerini göstermiştir. Dönüşümler ile ilgili sembollerin anlamlarını, nerede kullanıldıklarını ve birbirleri arasında olan ilişkiyi fark edemedikleri görülmüştür. Örneğin; görüntü noktasının koordinatları demek yerine sonraki koordinat kavramını kullanmaları, vektör ile koordinat kavramlarını eş değer olarak kullanmaları temsillerde ne kadar eksik olduklarını göstermiştir. Bu da bize, öğretmenlerin temel kavramları ezberlemiş olduklarını, matematiksel anlamlarının bilinmediğini göstermiştir. Aynı zamanda öğretmenlerin bir $P(x, y)$ noktasının görüntüsünün $P'(x', y')$ ile sembolize edildiğini göz ardı ettikleri görülmüştür. Özellikle öğretmenlerin öteleme dönüşümünü birebir ve örten fonksiyon olarak anlamlandıramadıkları görülmüştür. Bazı öğretmenler birebir fonksiyon kavramını sözel olarak açıklamaya çalışmışlar fakat bunu birebir kelimesini zihinlerinde kalan kavram ile açıkladıkları görülmüştür. Hiçbir öğretmen birebir ve örtenlik şartını matematiksel olarak gösterememiştir. Öğretmenlerin, öteleme dönüşümünün düzlemi, düzlemi dönüştüren dönüşümler olduğunu bilmedikleri görülmüştür. Öğretmenler, öteleme dönüşümünde her noktanın yerinin değiştiğini, değişmeyen hiçbir noktanın kalmadığını söz ile ifade etmede başarılı olmuşlardır. Fakat bunu cebirsel olarak gösterimde eksiklerinin olduğu görülmüştür.

Temaların altında bulunan ikinci kategoride yer alan değişmezler kategorisinde, bir dönüşümün en önemli özelliklerinden olan değişmez kavramının ne anlama geldiğini, bunların nasıl bulunduğunu ve sınıflaması hakkında bir şey söyleyemedikleri görülmüştür. Bazı öğretmenler değişmezler kavramı ile hiçbir şey anlamadıklarını, zihinlerinde bir şey canlanmadığını ifade etmişlerdir. Değişmez kavramı öğretmenlere sözel olarak sorulduğunda çok yabancı bir kavram olarak gelmiştir. Araştırmacının çok fazla müdahale

ederek, yönlendirmesi gerektiği görülmüştür. Sözel olarak dahi invaryantlık kavramı öğretmenlerin zihninde canlanmadığının farkına varılmıştır. Öğretmenler, değişmezlik kavramlarında özel örnekler üzerinden açıklamalar yapmaya çalışmışlardır. Araştırmacının ispatlayalım sorusuna rağmen bile, öğretmenlerin örnekler üzerinden açıklamalar yapması gözlenmiştir.

Son olarak öğretmenlerin, öteleme senaryoları ile karşılaştıkları zaman farklı bir bakış açısına sahip olmadıkları, farklı yöntem geliştiremedikleri görülmüştür.

5.1.2. Öğretmenlerin Dönme Dönüşümüne Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Öğretmenlerin dönme dönüşümüne yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinde, “cebirsal ifade, değişmezler” şeklinde iki ayrı kategori ile karşılaşmıştır. Bu temada, öğretmenlerin dönme dönüşümüne yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinde özellikle orijin merkezli olmayan dönüşümlerde, değişmezlik kavramında eksiklerinin olduğu gözlenmiştir.

Temaların altında bulunan ilk kategoride yer alan cebirsal ifade kategorisinde, öğretmenlerin en başta dönme denklemlerini yazma eğilimlerinin olmadığı görülmüştür. Üç öğretmen dönme denklemini yazmış, bir öğretmen dönme denklemini hatırlamadığını ifade etmiştir. Dönme denklemini yazan öğretmenlerin ise ezbere yazdıkları, sorulan sorulara yanıt veremedikleri görülmüştür. Dönme denklemlerinde yer alan sembollerin anlamını açıklayamamışlardır. Öğretmenlerin, dönme dönüşümünün cebirsal ifadesinde, öteleme dönüşümünde olduğu gibi benzer şekilde cebirsal denklemlerde sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Öğretmenlerin cebirsal denklemleri ezberledikleri, belirli zaman zarfından sonra hatırlamadıkları, derslerinde ise test tekniği, pratik kurallar, seçeneklerden giderek bulma gibi farklı yöntemleri tercih ettikleri gözlenmiştir.

Temaların altında bulunan bir diğer kategoride yer alan değişmezler kategorisinde, öteleme dönüşümünde olduğu gibi öğretmenlerin zihninde değişmez kelimesi canlanmamaktadır. Öğretmenler bu kelime ile karşılaştıkları zaman bilmiyorum demek yerine farklı sözel açıklamalar yapmaya kendilerini zorlamışlardır. Fakat bu öğretmenlerin kavram

yanılırları, eksikleri, doğrudan öğrencilere yansıyacağından, kavramların bundan sonra yanlış öğrenileceğı düşünölmektedir. Öğretmenlerin, dönme dönüşümünde kenar uzunluklarının değışmeyeceğini söz ile ifade edebildikleri görölmüşür. Benzer şekilde öğretmenler, dönmede açı ölçüsünün ve uzaklığın değışmeyeceğini sözel olarak doğru bir biçimde ifade etmişlerdir. Fakat ispatlamaları istenildiğı zaman öğretmenler özel örnekler üzerinden işlemler yapmaya çalışmışlardır. Öğretmenlerin genel gösterimlerde ciddi sıkıntılarının olduğı görölmüşür.

Öğretmenlerin, dönme dönüşümünde yönlü açı kavramında eksiklerinin olduğı söz ile dahi ifadelerinde ciddi sıkıntılarının olduğı görölmüşür. Örneğın; pozitif, negatif yön kavramları yerine matematiksel karşılığı olmayan sol taraf, sağ taraf, kuzey, güney kelimelerini kullanmışlardır. Bu öğretmenlerin dönme dönüşümü kavramlarını tam olarak bilmediklerini göstermiştir. Bazı öğretmenler ise, dönme dönüşümünde açının ölçüsünün korunup, yönünün korunmadığını söyleyerek yanlış ifade etmişlerdir. Bu bize, tam öğrenilmeyen, anlamlandırılmayan konuların zihinde karışıklığa sebep verdiklerini göstermiştir.

5.1.3. Öğretmenlerin Bileşke Dönüşüme Yönelik Özelleştirilmiş Alan Bilgileri

Öğretmenlerin bileşke dönüşümüne yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinde, “ eşlik ” şeklinde tek kategori etrafında toplanmıştır. Öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerinin en zayıf olduğı kısım olarak bu tema görölmüşür. Öğretmenlere bir üçgen ve görüntüsü verildiğı zaman bir kısmı bunlar arasındaki öteleme ve dönme dönüşümlerini tespit ederken bir kısmı tespit edememiştir. Tespit eden öğretmenlerin ise zorlandıkları, düşündükleri fark edilmiştir. Aynı zamanda öğretmenler kesin matematiksel işlemler ile değil, şekil üzerinden, öğrencilerin deyimi ile test tekniğı ile çözüm yoluna ulaşmaya çalışmışlardır. Bu bize, öğretmenlerin pratik kural diye yanlış yollara başvurdıklarını, bu konuda eksiklerinin olduğunu göstermiştir. Sorulan senaryolarda “bütün” veya “sonsuz” kavramları geçtiğı zaman öğretmenlerin korktukları ve anlamlandıramadıkları gözlenmiştir. Hiçbir öğretmen sorulan senaryolarda bileşke dönüşümden bahsedememiştir.

Öğretmenlerin bileşke dönüşüm konusunda özelleştirilmiş alan bilgilerinin çok eksiklerinin olduğu, sözel dahi açıklamalarda sıkıntı yaşadıkları görülmüştür.

5.2. Tartışma

Araştırma kapsamında kullanılan on adet gerçekçi sınıf senaryoları, öteleme ve dönme dönüşümlerinde öğretmenlerin soruların çözümünde nasıl bir yol izledikleri, matematiksel işlem becerilerinin ne seviyede olduğu ve matematiksel bilgilerini ne oranda açıklayabildiklerini açığa çıkarma açısından oldukça zengin bir veri sağlamıştır. Ayrıca gerçekçi sınıf senaryoları ve özelleştirilmiş alan bilgileri ile ilgili literatürde çok az çalışmaya rastlanılmış olması, bu yüksek lisans tez çalışmasının ortaöğretim matematik öğretmenleri ile daha tecrübeli bir öğretmen grubu ile yürütülmesi ve öteleme ve dönme dönüşümlerini sentezleyerek birlikte ele alması, detaylı bir şekilde incelenmesi elde edilen sonuçların önemini daha da artırmaktadır. Yapılan görüşmeler sırasında öğretmenlerin, bu tarz gerçekçi sınıf senaryolarına alışkın olmadıkları için nasıl bir yol izleyeceklerini bilemedikleri, matematiksel açıklamalar yaparken kavramlarda zorlandıkları gözlenmiştir. Yapılan diğer çalışmalara bakıldığında, bu bulgulara paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Örneğin; Yanık ve Flores (2009)'ın öğretmen adayları ile yapmış olduğu çalışmada, öteleme dönüşümünü düzlemdeki tüm noktaların yer değiştirmesi olarak saptaması ve öteleme vektörünün tespitinde zorlanmalarını göstermiştir. Araştırmamızdaki ortaöğretim matematik öğretmenlerinin de öteleme dönüşümünün özelleştirilmiş alan bilgilerinin bu konuda eksik olması, senaryolarda öteleme vektörü verilmediği zaman tespit edememeleri veya öteleme vektörü verildiği zaman bunu kullanırken anlamlandıramamaları benzer şekilde cevap vermeleri ile bu çalışma ile örtüşmektedir.

Yanık (2011)'ın çalışmasında, ortaokul matematik öğretmen adaylarının öteleme, dönme dönüşümüne yönelik kavramları anlamlandırıp, ilişkilendirmede aynı zamanda matematiksel açıklamalar yapmada sıkıntı yaşadıklarını belirtmiştir, benzer şekilde çalışmamızda ortaöğretim matematik öğretmenlerinin de kavramlarda sıkıntı yaşaması bu bulguları destekler niteliktedir.

Thaqi, Giménez, ve Rosich (2011)'ın çalışmasında ise farklı ülkelerden öğretmen adayları ile dönüşüm geometrisi üzerine çalışmalar yapmış, öğretmen adaylarının öteleme, dönme, yansıma dönüşümlerine yönelik cebirsel işlem yeteneklerinin zayıf olduğunu, matematiksel işlemler yaparken zorlandıklarını söylemiştir. Araştırmamızda öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarında cebirsel işlemlerde sıkıntı yaşamaları, yanlış temsiller kullanıp, anlamını açıklayamamaları bulgusu ile örtüşmektedir.

Akdoğan (2015)'in matematik öğretmenleri ile yapmış olduğu çalışmada, öğretmenler, verilen şekli $45^\circ - 90^\circ - 180^\circ$ döndürüp, daha sonra hangi açıda döndürmemiz isteniyorsa, ona uygun tahmini bir şekilde çizim yapmışlardır. Benzer şekilde araştırmamızda, öğretmenlere farklı dönme dönüşümleri verildiği zaman şekil üzerinden açıklamalar yapıp, tahmini olarak burada yer alır demeleri bu bulguyu destekler niteliktedir.

Kambilombilo ve Sakala (2015) 'in matematik öğretmen adayları ile yapmış olduğu çalışmada, dönüşüm geometrisinde dönme ve yansıma üzerine yoğunlaşmıştır. Öğretmenlerin dönme ve yansıma konusunda alan bilgilerinin ve lisans eğitim programlarının dönüşüm geometrisi dersine yeteri kadar önem vermediğini belirtmiş ve bu durumun öğretmen adaylarının uzamsal düşünme tarzlarına etki ettiğini belirtmiştir. Benzer şekilde, araştırmamızda ortaöğretim matematik öğretmenleri ile yapmış olduğumuz çalışmada, öğretmenlerin dönüşüm geometrisi dersine lisans seviyesinde iken yeteri kadar önem vermemiş olmaları özelleştirilmiş alan bilgilerine etki ettiği görülmüştür. Araştırmadan elde ettiğimiz bulgularımız bu çalışmayı destekler niteliktedir.

Yapılan araştırmalar ve yaptığımız araştırma öğretmenlerin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinde eksiklerinin fazlaca olduğunu ortaya çıkarmıştır. Öğretmenlerdeki özelleştirilmiş alan bilgisi eksikliği, doğrudan öğrencilere olumsuz olarak yansımaktadır (Ball, 1990).Alanına tam hâkim olmayan öğretmenler, öğrencilerden gelen neden, niçin sorularına yanıt veremez, sadece kendi elinde bulunan alıştırmaları çözerek, öğrencileri ders katılımına teşvik etmezler. Matematik bilgisi kavramlarının zayıf olduğu öğretmenler, öğrencilerin gözünde değerini yitirir. Öğretmenlerin, öğrencilerdeki etkisinin azalması sonucuna bağlı olarak

sınıftaki hâkimiyetleri zedelenir ve öğrenciler hatalı bilgilerle yetişir. Öğretmenler matematiksel kavramları tam manasıyla öğrendiğinde, sınıf içinde ona uygun uygulamalar yaparlar. Bunun sonucuna bağlı olarak, karşılıklı etkileşim içerisinde olan bir öğrenme ortamında ders işleyebilirler (Shulman,1987). Öğretmen, öğrencilere işleyeceği konuyu öncelikle kendi tam manasıyla kavramalı, o konuya uygun farklı yöntemlerin tamamını bilmelidir (Ball,1990).

Son olarak, öğretmenin özelleştirilmiş alan bilgisi, öğrencileri doğrudan etkilemektedir (Monk,1994). Matematikte dünyanın en güzel ve motive edici uygulaması, kendine güveni olmayan öğretmenin ellerinde bir felakete dönüşür (Alsina, 2002). Öğretmenler, matematik öğretme bilgisini tam kavramıyla bilmek mecburiyetindedirler. Öğretmenlerin bu konuda eksiklerinin giderilmesi için öncelikle kendi çabaları ve gayretlerine ihtiyaç vardır. Daha sonra uzmanlar tarafından verilen hizmet içi eğitimler veya branşa özgü seminerler ile dönüşüm geometrisi konusuna ağırlık verilmelidir. Unutulmamalıdır ki, nitelikli öğretmen yetiştirilebilirse, mevcut öğretmenlerin niteliği de bu sisteme uygun hale getirilebilirse eğitimin kalitesi artar.

5.3. Öneriler

5.3.1. Eğitim ve Öğretime Yönelik Öneriler

Çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, genel olarak ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinin zayıf olduğu görülmüştür. Bu duruma en büyük etken olarak, öğretmenlerin lisans seviyesinde dönüşüm geometrisi dersine önem vermedikleri, bu dersi tam manasıyla anlamadan ezberleyerek geçtikleri, belirli zaman diliminden sonra bu kavramlarla karşılaştıkları zaman hatırlamadıkları düşünülmektedir. Bu nedenle öncelikli hedef, lisans seviyesinde dönüşüm geometrisi dersinin önemini artırmak ve eğitim programlarında olmayan üniversitelere bu dersin eklenmesi olmalıdır. Aynı zamanda dönüşüm geometrisinde kullanılan kavramları, temsilleri ve aralarındaki ilişkiyi bütün öğretmenlere hem söz ile ifade edebilmeyi, hem cebirsel işlemler ile gösterebilmeyi, yorumlamalarda etkin bir şekilde kullanabilmeyi

öğretmek olmalıdır. Bu amaçla, matematik dersi öğretim programlarında, yer alan kazanımlar, öğrenci seviyeleri, özelleştirilmiş alan bilgi düzeyleri dikkate alınarak gerçekçi sınıf senaryoları tasarlanmalıdır. Bu tasarlanan gerçekçi sınıf senaryoları öğretmen adaylarına lisansta öğrenim görürken, inceleyerek analiz etme, yorumlama fırsatı tanınmalıdır. Aynı zamanda zümre toplantılarında, hizmet içi eğitimlerde tasarlanan gerçekçi sınıf senaryoları beraber analiz edilip, incelenerek öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerindeki eksiklerinin giderilmesi sağlanmalıdır. Bu doğrultuda kitaplarda yer alan etkinlikler ve öğretmenlerin sınıf içinde uyguladıkları alıştırmalar, günlük yaşamda karşılaşılması muhtemel çok boyutlu düşünmeyi, karar vermeyi gerektiren niteliklere sahip olmalıdır. Bir başka deyişle öteleme ve dönme kavramları doğrudan matematiksel olarak ifade edilmemeli, öğrenciler kendilerini karmaşık bir matematik dili içerisinde bulmamalıdır. Öğretmenler yazdıkları bütün notasyonların anlamını açıklayabilmelidir. Bu nedenle verilecek olan hizmet içi eğitimlerde her verilen yeni kavramın sonunda sunulacak olan gerçekçi sınıf senaryoları ile öğretmenlerin konuyu derinlemesine analiz etmeleri sağlanmalı ve her konuya özgü seçilen uygulama örnekleri ile yaptıkları hataların, kavram yanlışlarının farkında olmaları, öğrencilerine aktarabilme becerilerine sahip olmaları amaçlanmalıdır. Gerek hizmet içi eğitimlerde, gerekse zümre toplantılarında gerçekçi sınıf senaryoları ile bir konuya odaklanarak detaylı analiz yapılması, öğretmenlerin eksiklerini önemli oranda gidereceği düşünülmektedir.

Gerçekçi sınıf senaryolara verilen cevaplar incelendiğinde öğretmenlerde karşılaşılan hataların temelini, kavramları ifade ederken yanlış sözel açıklamalarda bulunmaları oluşturmuştur. Öğretmenler, matematiksel açıklamalar yaparken çok ciddi sıkıntılara yaşamışlardır. Bu güçlük, gerçekçi sınıf senaryolarının çözümünde olduğu gibi matematik dersinde de, öğrencilere yeni bir konuyu aktarmada genel olarak başarısızlıklara sebep olmaktadır. Bir başka deyişle, özelleştirilmiş alan bilgilerinde, matematiksel işlemlerin yanı sıra okuma ve okuduğunu ifade edebilme şeklinde dil becerilerinin de etkili olduğu görülmüştür. Matematğin semboller, denklemler ve notasyona dayalı kendine özel bir dili vardır. Matematik dilini tam anlamıyla kavrayıp, açıklama yapabilmemiz için

öncelikle kendi anadilimizi tüm temel kurallarıyla iyi bilmemiz gerekmektedir. Türkçe dersi kapsamında verilen okuduğunu anlama, açıklamalar yapma, yorumlayabilmeyöntemlerinin matematik derslerinde de kullanılabileceğini düşündürmüştür. Bundan dolayı, özellikle küçük yaşlardan itibaren okuma anlamaya ve açıklamaya yönelik etkinlikler arttırılmalıdır. Aynı zamanda matematik ders kitaplarında okuduğunu anlama, yorumlama ve açıklama yöntemlerine yer veren etkinlikler konularak, öğretmenlerin bilinçli okumalar gerçekleştirmelerini sağlayan çalışma ortamlarının artırılması ve disiplinler arası iş birliği ile hizmet içi eğitimlerde Türkçe öğretmenlerinden dil bilgisi kurallarının öğrenilmesi de bir öneri olabilir. Bunun dışında araştırmada öğretmenlerinöteleme ve dönme kavramlarını matematiksel olarak ifade etmekte çok zorlandıkları ancak sorular ile müdahale edilerek biraz hatırladıktan sonra gerekli olan matematiksel işlemleri daha rahat yaptıkları gözlenmiştir. Bu nedenle matematik eğitiminin amacı, öğretmenlerde ezbere yapılan cebirsel işlemde daha çok kavramsal bilginin gelişimini sağlamak olmalıdır. Yani öğretmenlerin öncelikle matematiksel kavramlarla ilgili özelleştirilmiş alan bilgileri güçlendirilmeli. Daha sonra bu kavramlar üzerinde cebirsel işlemler yapabilmeleri hedeflenmelidir.

Öğretmenleröteleme ve dönme kavramları ile sadece ders kitaplarında veya sınıf içi alıştırmalarda karşılaşmamalıdır. Bunların yanında özellikle 12. sınıf öğrencilerinin yılsonunda girdikleri üniversiteye geçiş sınavında da öteleme ve dönme sorularına yer verilmesi, öğretmenlerin kendilerini bu alanda eksiklerini gidermek mecburiyetinde bırakacaktır. Çünkü öğrenciler, lisenin ilk yıllarından itibaren bu sınava hazırlanmakta, sınavda başarılı olmak için sadece sonucuna odaklanarak matematiksel hiçbir izahı olmayan yanlış yöntemler geliştirmektedirler. Öğretmenlerde yanlış bir yöntem olduğunun farkında olmadan, çeşitli pratik kural ve formüller ile cevaba hızlı bir şekilde ulaşmaya çalışmakta, deneme yanılma yolunu kullanmakta ve seçeneklerden doğru yanıtı gitme gibi çözüm yollarını tercih etmektedirler. Bu nedenle, söz konusu sınavlarda öteleme ve dönme kavramına yönelik daha düşündürücü, bilgi içerikli, nitelikli soruların sorulması öğretmenlerinde bu alanda eksiklerinin farkına varmalarını sağlayacaktır. Öğretmenlerin bu

eksiklerinin giderilmesi için üniversiteler ile işbirliği yapılarak desteklenmeleri en azından bu alandaki farkındalıklarını artıracakı söylenebilir.

5.3.2. Öğretmenlere Yönelik Öneriler

Araştırmada öğretmenlerin öteleme ve dönme kavramlarına yönelik özelleştirilmiş alan bilgilerinin zayıf olduğu görülmüştür. Bu bağlamda, ders işleyişi sırasında öğretmenlerin eksiklerinin olması doğrudan öğrencileri etkileyecektir. Alanına hâkim bir öğretmen öğrencilerden gelen bütün soruları eksiksiz yanıtlamalıdır. Bunun için öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilmesi bir öneri olabilir. Çünkü öteleme, dönme dönüşümleri cebirsel denklemleri yazma, denklemlerdeki sembollerini anlamalarına, verilen kavramları yorumlamalarına ve sözel açıklamalar yapabilmeyi sağlamaktadır. Bu nedenle öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryoları ile daha çok karşılaştırılmaları ve farklı yöntem geliştirmelerine imkân sağlayan eğitim ortamları sağlanmalıdır. Bu eğitim ortamlarında öğretmenler birbirleri ile kavramları tartışabilmeyi ve yorumlayabilmelidir. Ayrıca bu tür çalışmaların, başarının temel öğelerinden biri olan öğrencilerin de başarısını doğrudan etkileyeceği düşünülmektedir.

Öğretmenlerin büyük bir kısmının kavramlarda eksiklerinin olmasına karşın matematiksel açıklamalar yaptığı görülmüştür. Öğretmenlerin kavramları tam olarak bilmemesi yanlış yorumlar yapmasına, kendi zihnindeki kavramlar ile matematiksel izahı olmayan kavramlar türetmesine yol açtığı ortaya çıkmıştır. Öğretmenler bilmediği konular da bilmediğini ve eksiklerinin olduğunu samimi bir söylemelidir. Bilmediğini söylemek de bir erdemdir ve öğretmenlerden beklenen bir davranıştır. Bu amaçla öğretmenlerin kavram eksiklerinin giderilmesi için uzmanlar tarafından bir tartışma ortamları kurulmalıdır. Bu şekilde kavramlar uzmanların moderatörlüğünde tartışılmalı ve öğretmenlerin eksikleri giderilmelidir. Uzmanlarında ihtiyaca cevap veren, uygulanabilir bilgiler aktaran kişiler olmasına dikkat edilmelidir. Öğretmenlere öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik gerçekçi sınıf senaryolarının ve çözümlerinin yer aldığı ayrıntılı bir fasikül oluşturulabilir.

Bu şekilde öğretmenlerin eksiklerini kendilerinin rahat bir şekilde gidermelerini sağlamak da bir öneri olabilir.

Öğretmenlerin sözel açıklamaları matematiğin sadece işlemlerden ibaret bir ders olmadığını göstermiştir. Araştırma sonuçları öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarının çözümü için doğru düşüncelere sahip olsalar da bu düşünceleri açıklarken sözel açıklamalarında hatalar yapabildiklerini ve farklı çözümleri göz ardı ettiklerini göstermektedir. Sözel açıklamalarında farkına varmadan hata yapan öğretmenlere hizmet içi eğitimlerinde veya eğitim ortamlarında video ile kayıt alınmalıdır. Ardından bu video kayıtlar izlenerek yaptıkları hataların, yanlış söylemlerinin farkına varmaları sağlanmalı ve hatalarının giderilmesi sağlanmalıdır. Unutulmamalıdır ki öğretmenlerin eksiklerinin giderilmesi, kavramları tam olarak bilmesi öğrencilere yansımaktır. Bu sebepten ötürü, yetişecek olan yeni neslin matematiğe olan bakış açısını olumlu yönde değiştireceği düşünülmektedir. Böylece matematiğin kendine has dili keşfedilecek, sadece problem çözülen ve sonuca odaklanılan bir ders olmaktan çıkacaktır. Öğretmenler, dönüşüm geometrisi dersinin günlük hayatla bağlantı kurarak işleyebilmeli, bunun için ders planını önceden hazırlaması da bir öneri olabilir. Aynı zamanda bilgisayar destekli programlardan faydalanarak görsel açıdan öğrencilerin dikkatini çekmesi de bir başka öneri olabilir.

5.3.3. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Bu çalışmada ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgileri incelenmiştir. Bu ve benzeri birçok çalışmada öteleme ve dönme dönüşümüne yönelik yapılan uygulamalarda öğrenci, öğretmen adayları ve öğretmenlerin sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Araştırmacılar, bu durumun altında yatan temel nedenleri belirlemek üzere ortaokul ve lise seviyesinde farklı konuları içeren araştırmalar yapabilir ve özellikle okul matematiğindeki farklı öğrenme alanlarında gerçekçi sınıf senaryoları tasarlayabilirler. Öte yandan bu çalışmada dönüşüm geometrisi alanında öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik, öğretmenlerin bu süreçte matematiksel açıklamalar yapmaları, temsilleri anlamlandırıp, ilişki kurmaları gibi bu süreçte yaşadıkları

deneyimleri incelendiğinden, gerçekçi sınıf senaryolarının diğer alanlarda da kullanımının öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgisi becerilerine etkisi bir diğer araştırma konusu olabilir. Araştırmada gerçekçi sınıf senaryolarına öğretmenlerin vermiş olduğu yanıtlar gün yüzüne çıkarılmıştır. Ancak yapılan hataların kaynağının sadece öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgisi kaynaklı değil, lisans seviyesinde dönüşüm geometrisi dersine önem vermedikleri, temsiller ile uğraşırken ilgisiz tutumları, açıklamalar için yeterli çabayı göstermek istemeyişleri psikolojik kaynaklı olabileceğini düşündürmüştür. Bu bağlamda yapılan hataların psikolojik faktörler açısından da incelenmesi bir öneri olabilir.

Öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarında öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik kavramları yeteri kadar bilmedikleri halde bilmiyorum demek yerine sıklıkla hatalı, kendi zihinlerinde farklı kavramlar türettikleri cevapları vermiş olmaları, gözlenen bu davranışın nedenleri de araştırılmaya değerdir. Ayrıca araştırmamızda ulaşılan en önemli sonuçlardan biri; öğretmenlere soruların sonunda matematiksel olarak nasıl yanıtladınız sorulmuş olmasına karşın, hep sözel ifadeler ile açıklama eğiliminde oldukları görülmüştür. Cebirsel işlemler yapmaları istenildiği zaman ise genel gösterimler yapamamışlar, özel örnekler üzerinden çözmeye çalışmışlardır. Bir nevi bu aşamada öğretmenlerin sürecin en başından en sonuna kadar uygulamış oldukları bu yöntem aslında lisans seviyelerinin ne kadar zayıf olduğunu, en baştan beri eksiklerinin olduğunu özetlemişlerdir. Ancak verdikleri özel örneğin öğrencileri ikna etme aşamasında yeterli olacağını söylemişler, genel gösterimlerden kaçınmışlardır. Bu nedenle bu durum ayrı bir araştırma konusu olabilir.

Öteleme ve dönme dönüşümüne yönelik kavramların anlamlandırılması ve çözümünde öğretmenlerin genel olarak çok kavram yanılgılarına sahip olmaları bu duruma etki eden faktörler üzerine düşünmeyi gerektirmektedir. Bu faktörlerden biri de öğretmenlerin kendi eksiklerinin farkında olmamaları, bu konuda ezbere bilgilere sahip olup, belirli bir zaman geçtikten sonra unutmuş olmalarını düşündürmektedir. Bu nedenle öğretmenlere hizmet içi eğitim verilerek eğitimin öncesi ve sonrası özelleştirilmiş alan bilgilerine etkisi de yeni bir araştırma konusu olabilir. Ayrıca dönüşüm geometrisi konusunda uygulanan öğretim yöntemide değiştirilebilir. Dönüşüm geometrisi konusu daha çok günlük hayat ile

bağdaştırılıp, geleneksel yöntemden farklı olarak, bilgisayar destekli eğitim ortamlarının öteleme ve dönme dönüşümlerine yönelik özelleştirilmiş alan bilgisinin etkisi yeni bir araştırma konusu olabilir. Aynı zamanda okuduğunu anlama,anladıklarını doğru bir şekilde açıklayabilme becerisinin öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerine etkisi olduğu gözlenmiştir. Bu bağlamda okuduğunu anlama yöntemlerinin öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerine yönelik tutumları nasıl etkilediğini belirlemeye yönelik çalışmalar yapılabilir.

Yapılacak olan farklı araştırmalarda, farklı sınıf düzeylerindeki kazanımlar ile öğretmenlerin, öğretmen adaylarının yetersizlikleri veya hataları incelenebilir. Bu araştırmada elde edilen sonuçlar doğrultusunda, yapılacak olan araştırmalarda öğretmenlerin gerçekçi sınıf senaryolarına doğru yanıtlar verebilmeleri için gerekli olan matematiksel işlemleri doğru bir biçimde yapabilmeleri, temsilleri anlamlandırıp, ilişki kurabilmeleri, matematiksel açıklamaları düzgün bir dille sunabilmelerine yönelik hizmet içi eğitimler verilebilir. Ayrıca muhakeme yapma gibi özelleştirilmiş alan bilgilerinin sağlamaya yönelik eğitimler verilebilir. Ardından da, aldıkları bu eğitimlerin özellikle de farklı mesleki deneyime sahip öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgileri üzerindeki etkileri araştırılabilir.

Çalışmada yer alan gerçekçi sınıf senaryoları belirlenen öteleme, dönme ve bileşke dönüşüm kavramları ile sınırlı olduğundan, ilerleyen çalışmalarda farklı kavramlara ait gerçekçi sınıf senaryoları tasarlanabilir ve öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerini bu senaryolar ile karşı karşıya kaldıklarında nasıl açıklamalar yaptıkları araştırılabilir. Öğretmenlerin bu tür gerçekçi sınıf senaryolarında, özelleştirilmiş alan bilgisine etkisi olabilecek yöntemler için yeni deneysel çalışmalar yapılabilir. Bu yapılan çalışmalara ek olarak öğretmenlerin bireysel özellikleri, eğitim durumları, mesleki deneyimleri gibi değişkenlerin özelleştirilmiş alan bilgisine etkisinin test edilmesi önerilebilir.

Bir farklı öneri olarak da öğretmenlerin kendilerinin yeni senaryolar tasarlamaları istenebilir. Böylece öğretmenlerin tasarladıkları senaryolarda, kendi sınıflarında

yaşadıkları sıkıntılar, kavram yanlışları, öğretmenin konularda nelere dikkat edip, nelere daha az dikkat ettikleri tespit edilebilir.

Son olarak eğitim programları ne kadar mükemmel olursa olsun, programdaki kazanımları öğrencilere aktaracak olan öğretmenlerdir. Ortaya konan programın, temennilerin gerçekleşebilmesi için ilk olarak nitelikli öğretmenlerin yetiştirilmesi gerekmektedir. Öğretmenlerin öteleme ve dönme dönüşümlerinde çok eksiklerinin olması, bu hataların bir kısmının lisans seviyesindeki öğretim programı kaynaklı olabileceğini düşündürmüştür. Bu sebeple ülkemizde matematik eğitiminde öğretmenlerin lisans seviyesinde dönüşüm geometrisi dersini alma durumları ve başarı oranlarını tespit etmeye yönelik çalışmalar yapılabilir. Bu amaçla ders kitaplarında dönüşüm geometrisine ne oranda ve nasıl yer verildiği nitel yöntemler kullanılarak araştırılabilir ve elde edilecek bulgular ışığında öğretmenlerin özelleştirilmiş alan bilgilerinin artırılmasına ilişkin daha gerçekçi çözüm önerileri getirilebilir. Bu ise yeni bir çalışma konusu olarak araştırmacıların ilgisini beklemektedir.

KAYNAKÇA

- Açıkgöz, K.Ü. (2007). *Aktif öğrenme*. İzmir: Biliş.
- Ada, T.,& Kurtuluş, A. (2010). Students' misconceptions and errors in transformation geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(7), 901-909.
- Akdoğan, E. (2015). *Lise Öğrencilerinin Geometrik Dönüşümlerle İlgili Matematiksel Söylemlerinin Gelişiminin İncelenmesi*. Doktora Tezi Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Aksu, H. H. ve Keşan C. (2011). İlköğretimde Aktif Öğrenme Modeli İle Geometri Öğretiminin Başarı Ve Kalıcılık Düzeyine Etkisi. *Karadeniz Fen Bilimleri Dergisi*, 1(3), 94-113.
- Alsina, C., 2002. Too Much Is Not Enough Teaching Maths Through Useful Applications With Local And Global Perspectives, *Educational Studies In Mathematics* 50, 239-250.
- Argün, Z. (2008). Lise Matematik Öğretmenlerin Yetiştirilmesinde Mevcut Yargılar, Yeni Fikirler. *Türk Bilim Araştırmaları Vakfı Dergisi*, 1(2), 89–95.
- Argün, Z., Arıkan, A, Bulut, S. & Halıcıoğlu, S. (2014). Temel matematik kavramlarınıninkünyesi. Ankara: Gazi.
- Arıkan, R. (2007). *Araştırma teknikleri ve rapor hazırlama*. (6. b). Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Arık-Karamık, G. (2016). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Dönüşüm Geometrisi Alt Öğrenme Alanında Sahip Oldukları Pedagojik Tasarım Kapasitelerinin Belirlenmesi*. Doktora Tezi Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Aslan-Tutak, F. (2009). İlköğretim Koruyucu Geometri İçeriği Bilgisi Üzerine Bir Araştırma Öğretmenler: Quadrilateral Örneği (Doktora tezi), Florida Üniversitesi, Gainesville,Florida.
- Ayas, A. (2009). Öğretmenlik Mesleğinin Önemi ve Öğretmen Yetiştirmede Güncel Sorunlar. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10(3), 1–11.
- Aykaç, N., Kabaran, H., Atar, E., & Bilgin, H. (2014). İlkokul 1. sınıf öğrencilerinin 4+4+4 uygulaması sonucunda yaşadıkları sorunların öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi (Muğla ili örneği). *Turkish Studies*, 9(2), 335-348.
- Baki, A., (2002). Bilgisayar Destekli Matematik, 1.Baskı, Uygun Basım, İstanbul
- Ball, Deborah Loewenberq." Prospective Elementary and Secondary Teachers'Understanding of Division, " ERİŞİM NO: EJ737126. 1990.
- Ball, D.L.,& McDiarmid, G.W. (1990). The subject-matter preparation of teachers. Houston (Ed.), Handbook of Research on Teacher Education (pp. 437–449). New York, NY: MacMillan.
- Ball, D.L., Thames, M.H., Phelps, G., 2008. Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of Teacher Education* 59 (5), 389-407.
- Battista, M. T. (2001). A research-based perspective on teaching school geometry. *Advances in Research on Teaching*, 8, 145-186.
- Bayazıt, İ.,& Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin Fonksiyon Kavramı ve Öğretimine İlişkin Pedagojik Görüşleri. University of Gaziantep Journal of Social Sciences, 9(3).
- Baykara-Pehlivan, K. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının sosyo-kültürel özellikleri ve öğretmenlik mesleğine yönelik tutumları üzerine bir çalışma. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 153-168.
- Biza, I., Nardi, E., & Joel, G. (2014). What are prospective teachers' considerations regarding their intended practice when management interferes with mathematical learning? In G. Adams (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 34(2), 13-18.
- Biza, I., Joel, G., & Nardi, E. (2015). Transforming trainees' aspirational thinking into solid practice.*Mathematics Teaching*, 246, 36-40.

- Bogdan, R.,& Biklen, S. (1998). *Qualitative research in education: An introduction to theory and methods (Third edition)*. Needham Heights: MA: Allyn & Bacon.
- Bulut, S.,& Boz-Yaman, B., & Yavuz, F.D. (2016). 7. Sınıf matematik ders kitaplarında dönüşüm geometrisi işlenişinin öğretim programları açısından değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 15(4), 1164-1190.
- Campbell, P.B. (1996). How Would I handle that? Using vignettes to promote good math and science education. American Association for the Advancement of Science. Washington, D.C.
- Clements, D. H.,& Burns, B. A. (2000). Students' development of strategies for turn and angle measure. *Educational Studies in Mathematics*, 41(1), 31-45.
- Çelikten, M., Şanal, M., & Yeni, Ö.Y. (2005). Öğretmenlik mesleği ve özellikleri. *Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 19(2), 207-237.
- Çetin Ö.& Doğan, M. (2012). 7. Sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusunda hazır bulunuşluk düzeyleri. http://kongre.nigde.edu.tr/xufbmek/dosyalar/tam_metin/pdf/2554-13_06_2012-15_27_36.pdf Erişim Tarihi: 15.06.2018.
- Dağdeviren, E. (2012). Yeni 9.sınıf geometri öğretim programının uygulamasında matematik öğretmenlerinin karşılaştığı sorunlar ve çözüm önerileri, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi.
- Dursun, Ş.,& Dede, Y. (2004). Öğrencilerin Matematikte Başarısını Etkileyen Faktörler: Matematik Öğretmenlerinin Görüşleri Bakımından. GÜ, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-230.
- Erickson, F. (1986). *Qualitative methods in research on teaching*. In M.C. Wittrock (Ed.). *Handbook of Research on Teaching* (3rd Ed.) (pp. 119-161). New York: Macmillan Publishing Company.
- Ersoy, Y. (2003). Teknoloji destekli matematik eğitimi-1: Gelişmeler, politikalar ve stratejiler. *İlköğretim-Online* 2 (1), 18-27.
- Erzincan, G. (2011). *Güzel Sanatlar ve Spor Liseleri Resim Bölümü Öğrenci Profiline Saptanmasına Yönelik Bir İnceleme*.Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.

- Even, R. & Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 1–20.
- Faydacı, S. , Zembat, İ. Ö. (2012). Öteleme dönüşümünün winggeom-tr ortamında vektörler yardımıyla öğretimi. *Elementary Education Online*, 11(1), 173-194, 2012.
- Flanagan, K. A. (2001). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. Doktora Tezi, The Pennsilvanya State University, Pennsilvanya.
- Glass, B. J. (2001). Students' reification of geometric transformations in the presence of multiple dynamically linked representations. (Unpublished doctoral dissertation). The University of Iowa, Iowa.
- Gökçe, E. (2000). İlköğretimde okul aile işbirliğinin geliştirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(7), 204-209.
- Guest, G., MacQueen, K. M., & Namey, E. (2012). *Applied thematic analysis*. Thousand Oaks: Sage.
- Güleklik, H., Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının ve İmaj Gelişiminin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma, Yüksek Lisans Tezi, (2008).
- Gün, Adem, İbn Haldûn'un Din Eğitimi İle İlgili Görüşleri, (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Sivas 2002.
- Gürbüz, K.,& Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterlikleri. *Abant izzet Baysal Üniversitesi Dergisi*, 9(1), 3-21.
- Güven, B.,& Kaleli-Yılmaz, G. (2012). Dinamik geometri yazılımı kullanımının sınıf öğretmeni adaylarının dönüşümler konusundaki akademik başarılarına etkisi. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 7(1), 442-452.
- Hacıoğlu, F., Alkan, C.,. Öğretmenlik Uygulamaları, Ankara: Alkım Yayınevi, (1997)
- Harmandar, İ.H. (2004). *Beden Eğitimi ve Sporda Özel Öğretim Yöntemleri*.Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

- Harper, S. R. (2002). Enhancing elementary pre-service teachers' knowledge of geometric transformations. (Doctoral Dissertation, University of Virginia, 2002) *Dissertation Abstracts International*
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42 (2), 371-406.
- Hollebrands, K. F. (2003). High school student' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 55-72.
- İbn Haldûn, Mukaddime C. I-III, (trc. Zakir Kadirî Ugan) MEB Yay., İstanbul 1970.
- İlaslan, S. (2013). Ortaokul matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi öğretiminde yaşadıkları problemler ve bu sorunların çözümü için öneriler, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ, Ankara.
- Jackson, S. B. (1975). Applications of transformations to topics in elementary geometry: Part 1. *Mathematics Teacher*, 68(8), 554-562.
- Jeffries, C., & Maeder, D. W. (2004). Using vignettes to build and assess teacher understanding of instructional strategies. *The Professional Educator*, 26(1-2), 17–28.
- Kambilombilo, D. ve Sakala, W. (2015). An Investigation into the Challenges In-Service Student Teachers Encounter in Transformational Geometry, “Reflection and Rotation”. The Case of Mufulira College of Education. *Journal of Education and Practice*. Vol.6, No.2, 139- 149.
- Kaya, Z., & Kaya, O. N. (2013). Öğretmen eğitiminde vignette tekniği ve uygulamaları. *Eğitim ve Bilim*, 38(168), 129-142.
- Kula, S. (2011). Matematik öğretmen adaylarının dörtlü bilgi modeli ile alan ve alan öğretimi bilgilerinin incelenmesi: limit örneği.
- Kurtuluş, A., & Çoban, K. (2016). Web tabanlı dönüşüm geometrisi oyunlarının öğrencilerin dönüşüm geometrisi düzeylerine etkisi. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi, Teori Ve Uygulama*, 7(14), 19-36.
- Law, C. K. (1991). A genetic decomposition of geometric transformations.

- Leikin, R., Berman, A., & Zaslavsky, O. (2000). Learning through teaching: The case of symmetry. *Mathematics Education Research Journal*, 12(1), 18-36.
- Lester, F. K. (2007). Second handbook of research on mathematics teaching and learning. *A project of the National Council of Teachers of Mathematics*(Vol. 1). IAP.
- MEB. (2005). *Ortaöğretim (9-12. Sınıflar) matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü .
- MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi öğretim programları (6-8.Sınıflar)*. Erişim Tarihi: 15.04.2019, <http://ttkb.meb.gov.tr>
- MEB. (2012). *İlköğretim matematik dersi (1-5. sınıflar) öğretim programı*.Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- MEB (2013). *Taslak Ders Kitaplarının İncelenmesinde, Değerlendirmeye Esas Olacak Kriterler*. Erişim Tarihi: 15.04.2019, http://e-mufredat.meb.gov.tr/Dokumanlar/14062748_incelemerkriterleri_14012013.pdf
- MEB. (2017). *T.C. Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu başkanlığı ortaöğretim geometri dersi 12. sınıf öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Merriam, S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education (2nd.ed.)*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Mewborn, D. (2001). Teachers content knowledge, teacher education, and their effects on the preparation of elementary teachers in the United States. *Mathematics Education ResearchJournal*, 3, 28–36.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Greogory, K. D., Garden, R. A.,
- O'connar, K. M., Chrotowski, S. J., Smith, T. A., Findings From Ies'srepeat of Third International Mathematics And Science Study At The Eight Grade: International Mathematics Report. Boston College: Ma, (2000).
- Monk, David. H. "Subject Area Preparation of Secondary Mathematics and ScienceTeachers and Student Achievement," Erişim Numarası: ED487878.1994.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standardsfor school mathematics. Reston, VA: Author.
- Oğuzkan, F., Eğitim Terimleri Sözlüğü, Ankara: TDK Yayınları, (1985).

- Olkun, S., Toluk, Z., Durmuş, S., “Matematik ve Sınıf Öğretmenliği Birinci Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri” IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildiriler, s. 1064-1070. Ankara: Hacettepe Üniversitesi, (2000).
- Olkun, S. ve Aydoğdu, T. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler. İlköğretim Online, 2(1), 28–35. [Online]<<http://ilkogretimonline.org.tr/vol2say1/index.htm>>. (14/04/2019)
- Özer, B., & Gelen, İ. (2008). Öğretmenlik mesleği genel yeterliliklerine sahip olma düzeyleri hakkında öğretmen adayları ve öğretmenlerin görüşlerinin değerlendirilmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(9), 40-55.
- Özkan, H.H. (2012). Öğretmenlik Formasyon Programındaki Öğretmen Adaylarının Öğretmenlik Mesleğine İlişkin Tutumlarının İncelenmesi (SDÜ Örneği). *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (Kefad)*, 13(2), 29-48.
- Özyaşar, A. (2013). *7.Sınıf Öğrencilerinin Dönüşüm Geometrisi Yeteneklerinin Çeşitli Değişkenler Açısından İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Adıyaman.
- Patton, M. (2002). *Qualitative research and evaluation methods (Third edition)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Peterson, P. (1998). Teachers' and students' cognitional knowledge for classroom teaching and learning. *Educational Researcher*, 17 (5), 5-14.
- Prawat, R. S., Remillard, J., Putnam, R. T., & Heaton, R. M. (1992). Teaching mathematics for understanding: Case studies of four fifth-grade teachers. *The Elementary School Journal*, 145-152.
- Safran, M., Kan, A., Üstündağ, M., Birbudak, T., & Yıldırım, O. (2014). 2013 KPSS sonuçlarının öğretmen adaylarının mezun oldukları alanlara göre incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 39 (171), 13-25.
- Sağlam, M., & Çiçek-Sağlam, A. (2005). Öğretmenlik mesleğinin maddi yönüne ilişkin genel bir değerlendirme. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(3), 317-328.

- Sherard, Wade H. (1981); "Why is Geometry a Basic Skill Mathematics Teacher" 74 (1) s.19-21.
- Shulman, Lee S." Knowledge and Teaching: Foundations of The New Reform,"Erişim Numarası: EJ351846.1987.
- Stoessiger, R. ve Ernest, P. " Mathematics and national curriculum: primary teacher attitudes." Int. J. Math. Educ. Technol. Vol. 23, No. 1 65-74, 1992.
- Sünker, S. ve Zembat, İ. Ö. (2012). Teaching of translations through use of vectors in Wingeom-tr environment. Elementary Education Online, 11(1), 173-194.
- Thaqi, X., Giménez, J., & Rosich, N. (2011). Geometrical transformations as viewed by prospective teachers. In Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Retrieved January (Vol. 5, p. 2011).
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. Sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16 (17), 95-104.
- Uçar, M. (1999). İlköğretimde ders araç-gereçleri kullanımı konusunda öğretmen görüşlerinin değerlendirilmesi. *Akdeniz Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 3, 195-207.
- Umay, A. (1996). Matematik eğitimi ve ölçülmesi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12, 145-149.
- Üredi, L.,& Üredi, I. (2007).Sınıf öğretmenlerinin tercih ettikleri öğretim stillerinin yordayıcısı olarak öğretmenlik mesleğine ilişkin algıları. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 133-144.
- Van de Walle, John A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics* (5th Ed.). USA
- Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (Sixth Edition – International Edition). Boston: Pearson Education, Inc.
- Yahşı Sarı, H. (2012) .İlköğretim 7. Sınıf Matematik Dersi Dönüşüm Geometrisi AltÖğrenme Alanının Öğretiminde Dinamik Geometri Yazılımlarından Sketchpad İle Geogebra'nın Kullanımlarının Öğrencilerin Başarısına ve Öğrenmelerin

- Kalıcılığına Etkilerinin Karşılaştırılması. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Yanık, B., H. ve Flores, A. (2009). Understanding rigid geometric transformations:Jeff's learning path for translation. *Journal of Mathematical Behavior* 28,41–57.
- Yanık H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies Mathematics*,78, 231–260.
- Yanık, H. B. (2014). Middle-school students' concept images of geometric translations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 33-50.
- Yazlık, D.Ö. (2011).*İlköğretim 7. Sınıflarda Cabri Geometri Plus 1.0 İle Dönüşüm Geometrisi Öğretimi*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Konya.
- Yenilmez, K.,& Girit, G. (2013). İlköğretim (6-8) matematik dersi öğretim programındaki yeni alt öğrenme alanlarına ilişkin öğretmen görüşleri.*Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(2), 385-419.
- Yıldırım, İ. (2000). Akademik Başarının Yordayıcısı Olarak Yalnızlık, Sınav Kaygısı Ve Sosyal Destek. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18, 167-176.
- Yıldırım Gül, Ç. (2014) 8. Sınıf Öğrencilerinin Dönüşüm Geometrisi Başarıları ve Uzamsal Yetenekleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bülent Ecevit Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü
- Yıldırım, A.,& Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.
- Yıldırım, A.,& Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6.b). Ankara: Seçkin.
- Yıldırım, A.,& Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9 b.). Ankara: Seçkin.
- Zazkis, R., Sinclair, N., & Liljedahl, P. (2013). Lesson play in mathematics education a tool for research and professional development. London: Springer.

EKLER

EK-1 : Senaryo 1

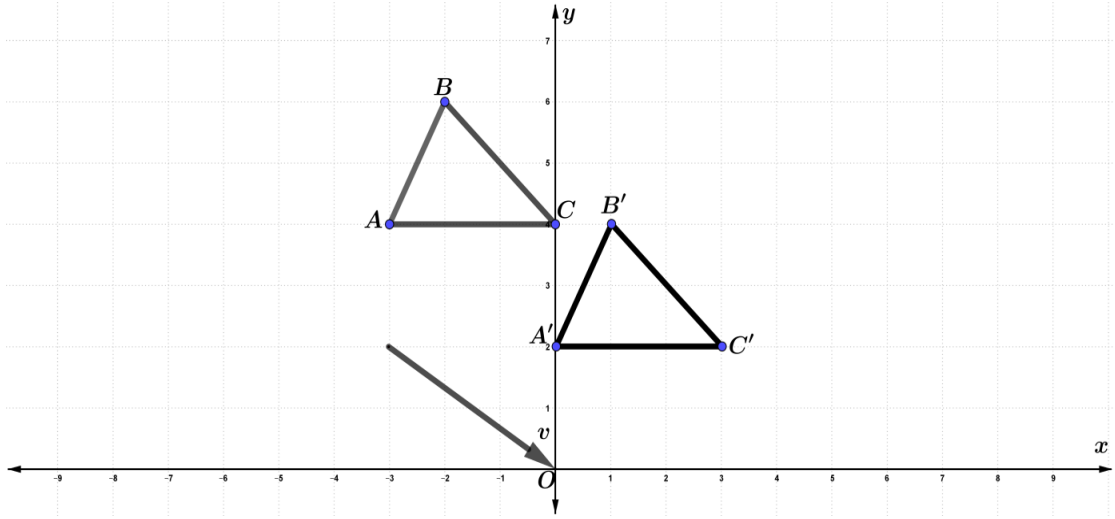
KAZANIM	Analitik düzlemde koordinatları verilen bir noktanın öteleme, dönme ve simetri dönüşümleri altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulur. b) Öteleme, simetri ve dönme kavramları hatırlatılır.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Temsillerle, temsiller altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • Öteleme dönüşümünün tanım ve görüntü kümelerinin düzlem olduğunu, • Birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu, • $T : R^2 \rightarrow R^2$ temsilini açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Ötelemenin $T : R^2 \rightarrow R^2$ ye biçiminde bir dönüşüm olduğunu anlar, 1-1 ve örten bir fonksiyon olduğunu bilir ve açıklar.

Farz edelim ki, sınıfınızda öteleme dönüşümünü tartışıyorsunuz. " Bir öteleme dönüşümünün düzlemdeki tüm noktaları düzlemin noktalarına dönüştürdüğünü söyledikten sonra *Şekil 1* de verilen $\triangle ABC$ yi, $\triangle A'B'C'$ ne dönüştürdüğünü söylüyorsunuz. "

Sınıfınızdaki öğrencilerinizden;

Ali: " Öğretmenim, bir öteleme dönüşümünün noktaları noktalara dönüştürdüğünü anlayabiliyorum. Verilen noktaların görüntülerini bulmayı da biliyorum. Fakat düzlemdeki tüm noktaların düzlemdeki noktalara dönüşmesini anlayamıyorum" diyor.

Ali' nin sözlerine nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 1

EK-2 : Senaryo 2

KAZANIM	Lisans bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olur. Matematiksel açıklamalar yapar. • Öteleme dönüşümünün değişmez nokta veya noktalar kümesini bilir. • Öteleme dönüşümünün değişmezlerini bilir. • "Değişir" ve "değişmez" kelimelerini bilir ve açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Öteleme dönüşümü altında değişmez kalan nokta veya noktalar kümesinin anlamını kavrar ve öteleme dönüşümünün değişmezlerinin ne/neler olacağını doğru bir şekilde karar verir. Öteleme dönüşümünün, öteleme vektörüne paralel doğruların dönüşüm altında değişmez kaldığını kavrar.

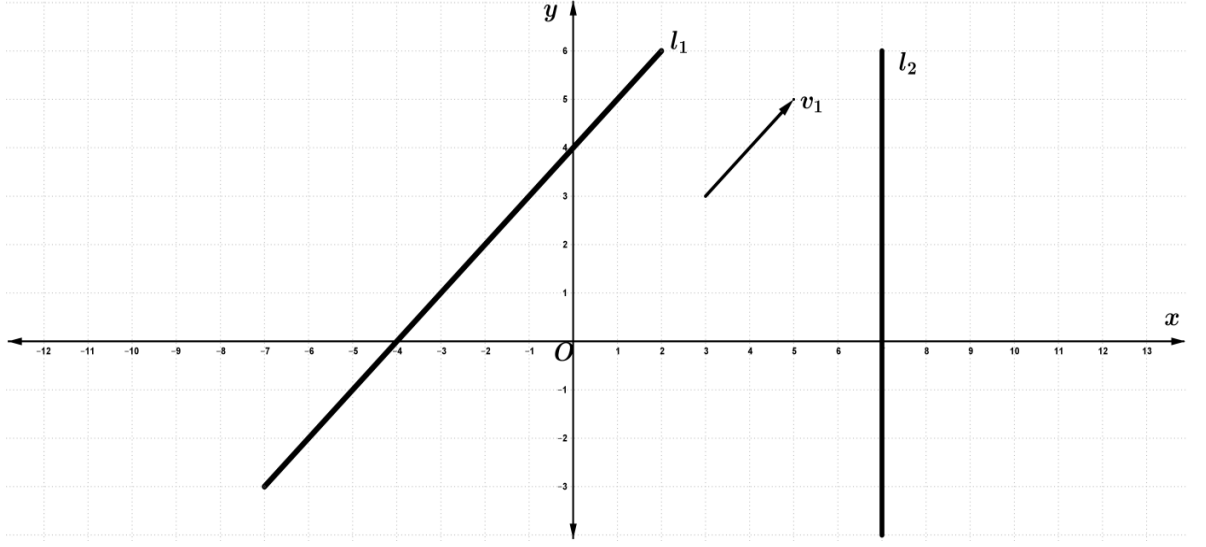
Dersinizde, kartezyen koordinat sisteminde, *Şekil 2'* deki gibi; l_1 , l_2 doğruları ile öteleme vektörü $v_1 = (2, 2)$ olan T_{v_1} öteleme dönüşümünün verildiğini ve bu dönüşüm altında l_1 doğrusunun şekil olarak değişmez kaldığını, l_2 doğrusunun değiştiğini söylüyorsunuz.

Öğrencilerinizden;

Ali: "Öğretmenim, değişmeyen tek doğru l_1 midir? "

Elif: "Öğretmenim, ben değişir ve değişmez kelimelerinden ne kastedildiğini anlamıyorum. " diye soruyorlar.

Ali ve Elif' in sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 2

EK-3 : Senaryo 3

KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirir. Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olur. Matematiksel açıklamalar yapar. - Öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesindeki "v", "T_v", "(x, y)", "(x', y')" lerin anlamını bilir ve birbirleri ile olan ilişkisini açıklar. - Bir dönüşüm ile tersi arasında ilişki kurabilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir öteleme dönüşümünün cebirsel ifadesindeki bütün gösterimlerin anlamını bilir ve aralarındaki ilişkiyi anlar. Verilen bir dönüşüm ile onun tersi olan dönüşüm arasındaki ilişkiyi kavrar.

Öğrencilerinizle sınıfınızda öteleme dönüşümünü tartışyorsunuz.

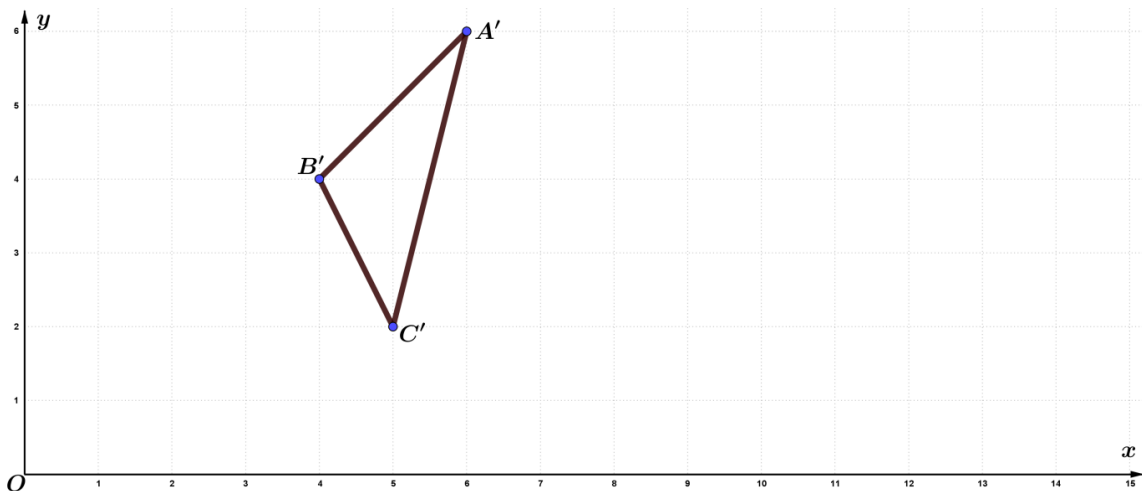
Tahtaya, $v = (-1, -2)$ olmak üzere $T_v(x, y) = (x', y')$, öteleme dönüşümünün bir $\triangle ABC$ ni,

Şekil 3 ' deki gibi $\triangle A'B'C'$ ne dönüştürdüğünü söylüyorsunuz. $\triangle ABC$ nin nasıl bulunacağını görsel ve cebirsel ifadeler kullanarak açıklayacaksınız. Bu esnada;

Ali: " Öğretmenim, ben T_v , (x, y) , (x', y') lerin ne olduğunu anlamadım."

Ayşe: " Öğretmenim, $\triangle A'B'C'$ nin görüntüsü de $\triangle ABC$ ni olmaz mı? " diyorlar.

Ali ve Ayşe'nin sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 3

EK-4 : Senaryo 4

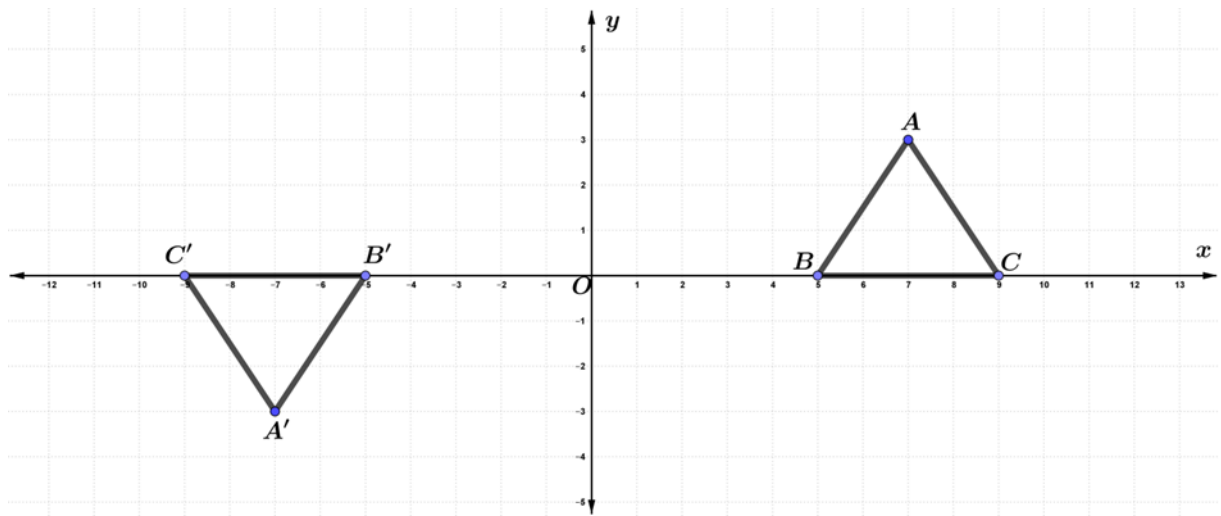
KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olur. Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • Orijin merkezli dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini bulabilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir üçgen ve görüntüsü verildiğinde, bunlar arasında tanımlı olan bir dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini belirler.

Sınıfınızda dönme dönüşümünü tartışıyorsunuz. Öğrencilerinizden *Şekil 4'* de verilen $\triangle ABC$ ni $\triangle A'B'C'$ 'ne dönüştüren orijin merkezli dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini bulmalarını istiyorsunuz.

Ali: " Öğretmenim, üçgenlerin köşe noktaları orijine göre simetrik. O zaman 180° lik bir dönme olur galiba "

Ayşe: " Öğretmenim, Ali'nin söylediği doğrudur, fakat bunun doğruluğunu cebirsel olarak gösteremiyorum." diye söylüyor.

Öğrencilerinizin sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevaplarınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 4

EK-5 : Senaryo 5

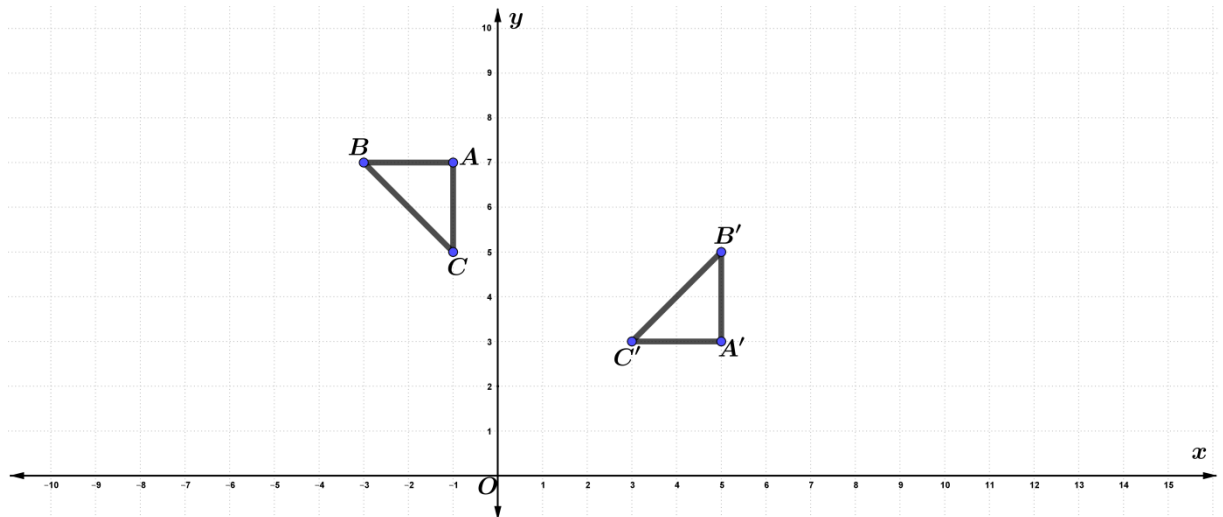
KAZANIM	Lisans Bilgisi
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirir. Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Belirli bir açıda, dönme dönüşümü altında görüntüsü verilen bir üçgenin dönme merkezini belirler. • Keyfi noktadaki dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini yazıp, yorumlar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir $\triangle ABC$ nin θ açılık bir dönme dönüşümü altındaki görüntüsü verildiğinde dönme merkezini belirler. Keyfi bir nokta etrafındaki dönme dönüşümünün cebirsel ifadesini yazar ve geometrik olarak ne anlama geldiğini bilir.

Öğrencilerinize dönme dönüşümünden bahsediyorsunuz. Kartezyen koordinat sisteminde, Şekil 5 ' de verilen, $\triangle ABC$ ni $\triangle A'B'C'$ ne dönüştüren $\theta = -\pi/2$ radyanlık dönme dönüşümünün merkezini ve cebirsel denklemlerini öğrencilerinizin bulmasını istiyorsunuz.

Ali: " Öğretmenim, dönme merkezi her zaman orijin olmaz mı? "

Ayşe: " Öğretmenim, ben test sorularında dönme merkezini şıklardan giderek bulabiliyorum, fakat cebirsel olarak nasıl bulacağımı bilmiyorum? " diye soruyorlar.

Ayşe ve Ali'nin sorularına ayrı ayrı nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 5

EK-6 : Senaryo 6

KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğretilen bir konu ile daha önceki veya daha sonraki yılların konuları arasında bağlantı kurar. Matematiksel fikirleri sunar. Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Dönme dönüşümünün açı ölçüsünü koruduğunu bilir ve açıklar. • Dönme dönüşümünün yönü koruduğunu bilir ve açıklar. • Yönlü açı ve yönlenmemiş açı kavramını bilir. • Negatif yönlü dönme dönüşümünü açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir dönme dönüşümünün açı ölçüsünü ve yönü koruduğunu bilir. Orijin merkezli negatif yönlü dönme dönüşümünün anlamını bilir. Yönlü açı kavramını bilir.

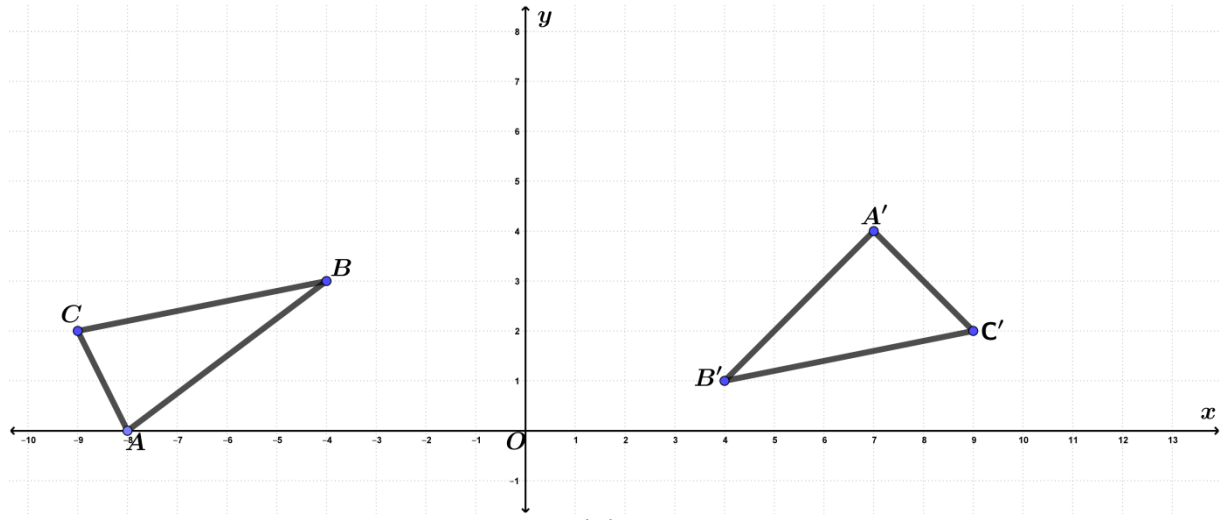
Farz edelimki öğrencilerinizle dönme dönüşümünü tartışıyorsunuz. " Orijin merkezli bir R dönme dönüşümü altında *Şekil 6* daki gibi $\triangle ABC$ ni $\triangle A'B'C'$ ne dönüştürüyor. R nin açılarının ölçüsünü ve yönü koruduğunu nasıl gösterirsiniz? " diye soruyorsunuz. Öğrencilerinizden;

Ali: " Öğretmenim açılar korunur çünkü üçgenin açıları eşit olmalıdır. Fakat yönü buradaki gibi olmaz. $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ nin sol tarafında olmalı ‘’,

Ayşe: " $\triangle ABC$ nin açılarının ölçüleri kaçar derece ise, $\triangle A'B'C'$ ninde açı ölçüleri eşit olmalıdır. Fakat ben yönün korunması ne demek anlamıyorum."

şeklinde cevap veriyorlar.

Öğrencilerin cevapları hakkında ne düşünüyorsunuz? Bu sorunun cevabını matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 6

EK-7 : Senaryo 7

KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğretilen bir konu ile daha önceki veya daha sonraki yılların konuları arasında bağlantı kurar. Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Dönme dönüşümünün uzaklıkları koruduğunu bilir. • Dönme dönüşümünün açı ölçüsünü koruduğunu bilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Dönme dönüşümünün uzaklıkları ve açı ölçüsünü koruduğunu bilir.

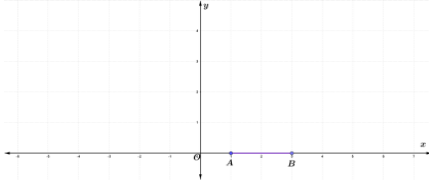
Öğretmenler odasında yapılan zümre toplantısında Ayşe Öğretmen; "Arkadaşlar, öğrencilerinize, dönme dönüşümünün özelliklerini nasıl açıklıyorsunuz? Özellikle dik koordinat sistemini ve burada çizilecek şekilleri daha etkili kullanmak için neler yapabiliriz?" diye soruyor. Öğretmenlerden;

Elif Öğretmen: " *Şekil 7a'* daki $A(1,0)$ ve $B(3,0)$ doğru parçasının $\theta = 45^\circ$ dönme dönüşümü altındaki görüntüsünü bulurum. Bu dönüşüm altında uzaklıklarının korunduğunu söylerim."

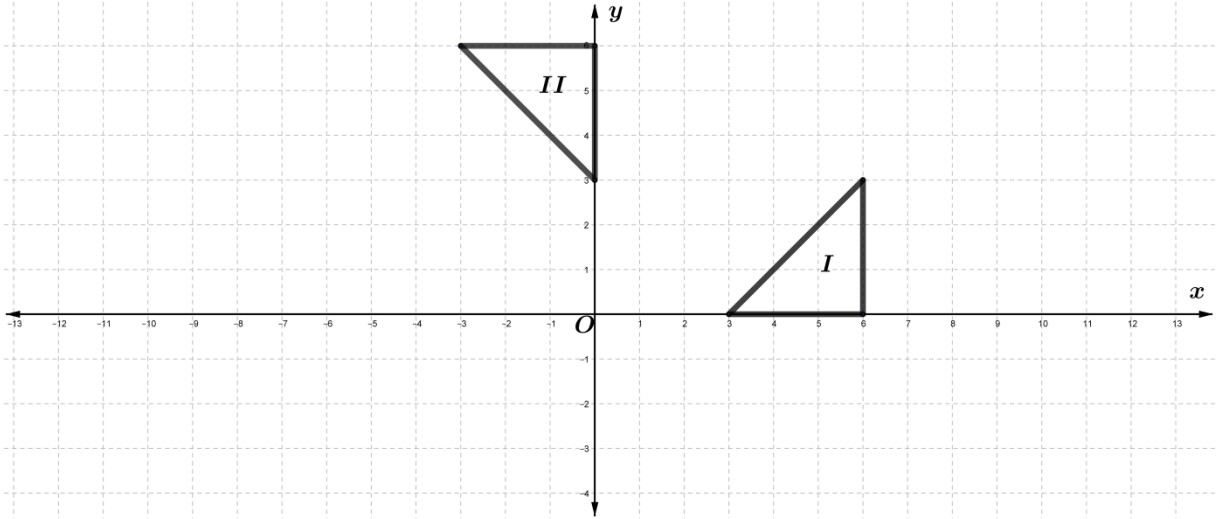
Gülcan Öğretmen: " *Şekil 7b* 'deki I üçgenini II üçgenine dönüştürür. Üçgenin açılarının ölçülerinin korunduğunu söylerim."

Refik Öğretmen: " *Şekil 7c* 'deki keyfi bir A noktasını A' noktasına dönüştürür. $|OA| = |OA'|$ olduğunu söylerim." diyorlar.

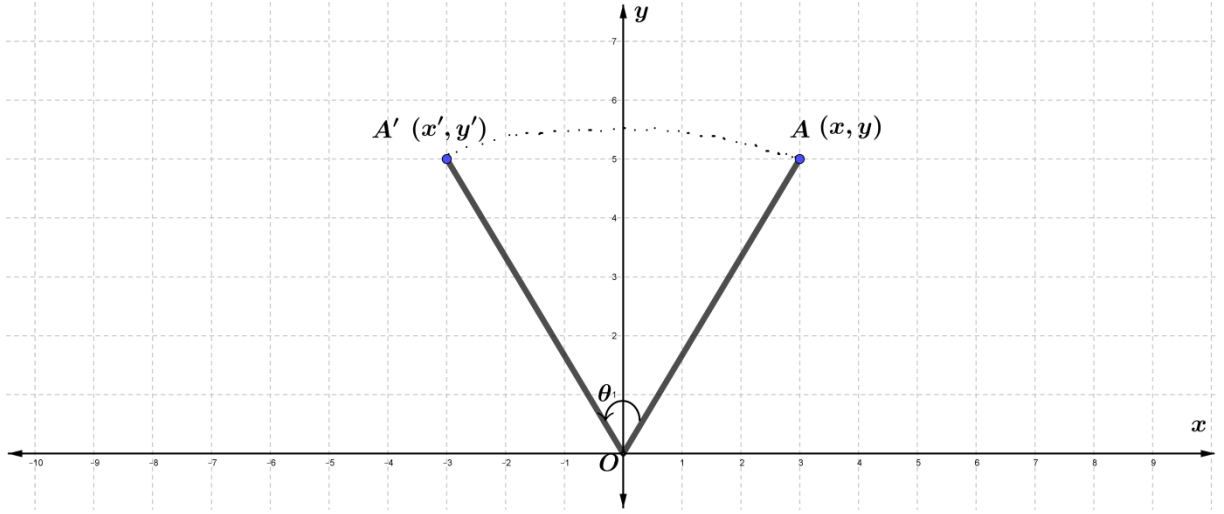
Öğretmenlerin bu açıklamaları hakkında ne düşünüyorsunuz? Ayşe Öğretmenin sorusuna siz nasıl bir cevap verirdiniz, farklı fikirleriniz olur mu?



Şekil 7a



Şekil 7b



Şekil 7c

EK-8 : Senaryo 8

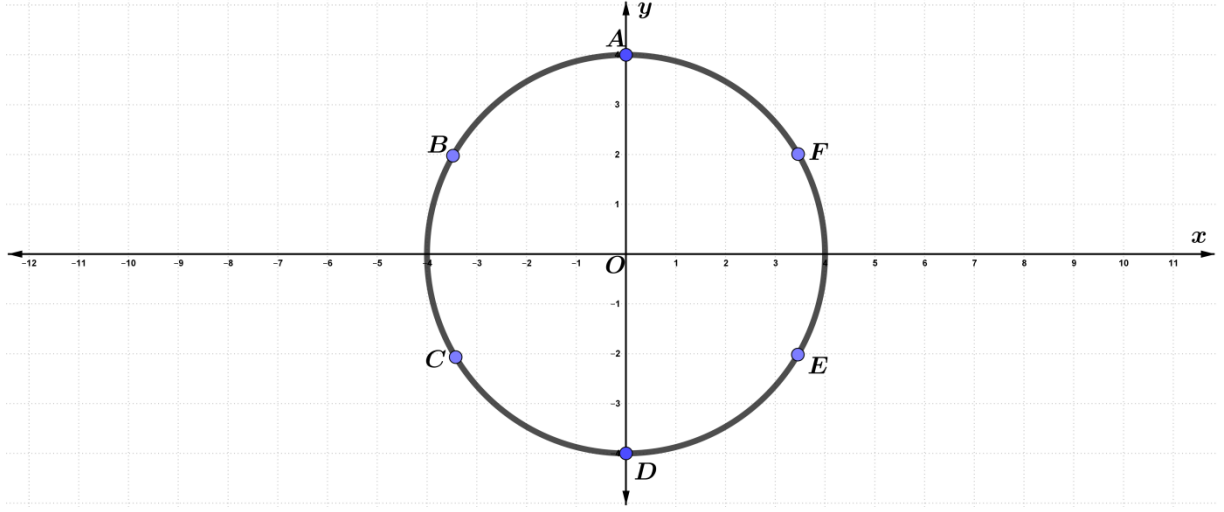
KAZANIM	Lisans Bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnek bulur. Matematiksel açıklamalar yapar veya değerlendirir. • Dönme dönüşümünün açı ölçüsü değiştikçe ayrı bir dönüşüm olduğunun farkına varır. • Dönme dönüşümünün değişmez kalan nokta veya noktalar kümesini anlamlandırabilir • Dönme dönüşümünün değişmezlerini tespit eder.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Orijin merkezli bir dönme dönüşümü altında değişmez kalan nokta veya noktalar kümesinin anlamını kavrar.

Sınıfınızda dönme dönüşümünü tartışıyorsunuz. "Dönüşümün özelliklerinden bahsederken *Şekil 8* deki kartezyen koordinat sisteminde bir çember çizip, altı eş yaya bölüyor ve noktaları A, B, C, D, E, F olarak işaretliyorsunuz. Öğrencilerinize, verilen noktaların orijin etrafında farklı açılarla dönmesi sonucu görüntülerini buluyorsunuz. Sonra orijin merkezli bütün dönme dönüşümleri altında bu çember değişmez kalır." diyorsunuz.

Ali: " Öğretmenim, daha önceki uygulamalarda dönme dönüşümünde dönme merkezinin değişmez kaldığını görmüştük. Ama burada noktaları belirli bir açı ile döndürünce bu noktalar yer değiştiriyor. Çember nasıl değişmez kalır, ben anlamıyorum." diyor.

Furkan: " Öğretmenim, bütün dönme dönüşümleri değişmez bırakır dediniz, bütün dönme dönüşümleri ne demek bende bunu anlamıyorum." diyor.

Ali ve Furkan'ın sorularına nasıl cevap verirdiniz, cevaplarınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 8

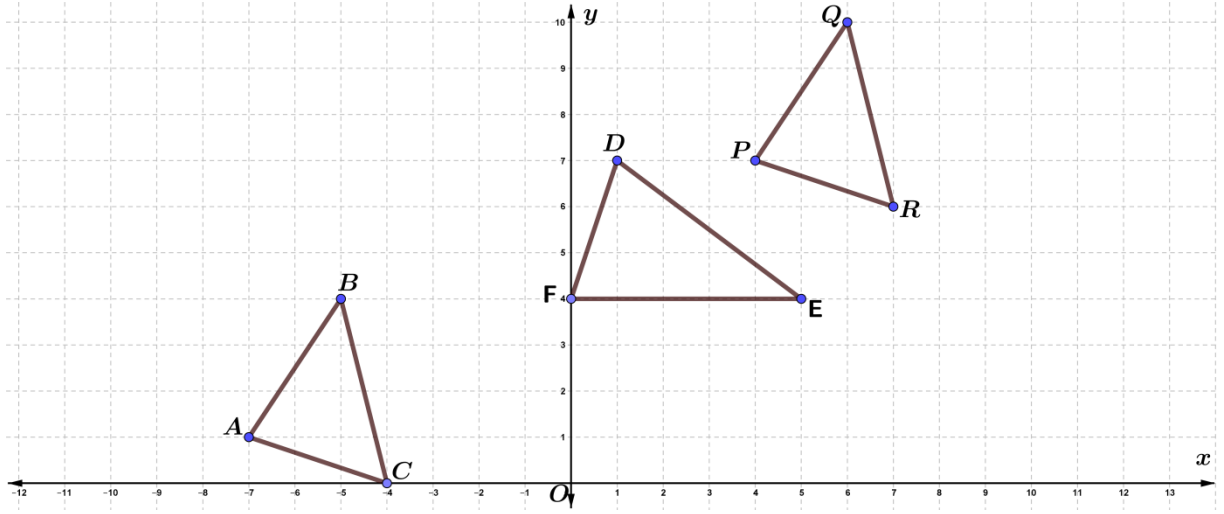
EK-9: Senaryo 9

KAZANIM	Lisans Bilgisi
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerinden gelen " neden " ve " niçin " sorularına cevap verir. Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • $\triangle ABC$ nin $\triangle PQR$ ye bir öteleme sonucu elde edilebileceğini görür. • Orijin etrafında $\triangle ABC$ nin dönmesi sonucu $\triangle DEF$ nin elde edilebileceğini görür. • Öteleme dönüşümünün uzaklığı koruduğunu bilir ve açıklar. • Dönme dönüşümünün uzaklığı koruduğunu bilir ve açıklar.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Bir üçgen ve görüntüsü verildiğinde bunlar arasındaki öteleme veya dönme dönüşümünü tespit eder. Orijin merkezli bir dönme dönüşümü altında bir üçgenin görüntüsünü bulur. Öteleme ve dönme dönüşümlerinin uzaklığı koruduğunu bilir.

Kartezyen koordinat sisteminde *Şekil 9* daki gibi $\triangle ABC$, $\triangle PQR$, $\triangle DEF$ lerini çizip bu üçgenler arasında öteleme ve dönme dönüşümlerinin var olduğunu ve bu üçgenlerden ikisinin eş olduğunu söylüyorsunuz. Öğrencilerinizden;

Ali: "Öğretmenim, üçgenlerin eş olması ile öteleme ve dönme dönüşümlerinin ne ilgisi var? " diyor.

Ali' nin sorusuna nasıl cevap verirdiniz, cevabınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 9

EK-10: Senaryo 10

KAZANIM	Lisans bilgisi.
ÖZELLEŞTİRİLMİŞ ALAN BİLGİSİ	Öğrencilerden gelen "neden" ve "niçin" sorularına cevap verir. Öğrencilerin "itirazlarının" akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirir. Matematiksel açıklamalar yapar. • Öteleme dönüşümlerinin cebirsel denklemlerinin lineer olduğunu bilir. • Dönme dönüşümlerinin cebirsel denklemlerinin lineer olduğunu bilir. • Öteleme ve dönme dönüşümlerinin doğruları doğrulara dönüştüren dönüşümler olduğunu bilir.
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	Öteleme ve dönme dönüşümlerinin doğruları doğrulara dönüştüren dönüşümler olduğunu bilir. İki doğru verildiğinde bunlardan birini diğerine dönüştüren en az bir dönüşüm bulur ve bu dönüşümün doğru üzerindeki bütün noktalar için geçerli olduğunu fark eder.

Öteleme ve dönme konusunu tartıştıktan sonra öğrencilerinize *Şekil 10* ile ilgili, " l_1 doğrusunu l_2 doğrusuna dönüştüren bir dönüşüm bulunuz. " diye soruyorsunuz. Öğrencilerinizden;

Ayşe : " l_1 doğrusunu, orijine göre $\theta = \pi$ radyanlık bir açı ile döndürdüğümüzde l_2 doğrusuna dönüşüyor, "

Ali: " l_1 üzerindeki , $P(1,0)$, $Q(0,-1)$ noktalarını $\theta = \pi$ radyanlık döndürdüğümüzde l_2 doğrusu üzerindeki $P'(-1,0)$, $Q'(0,1)$ noktalarına dönüşüyor. O zaman bu dönüşümde l_1 doğrusunu l_2 doğrusuna dönüştürür,"

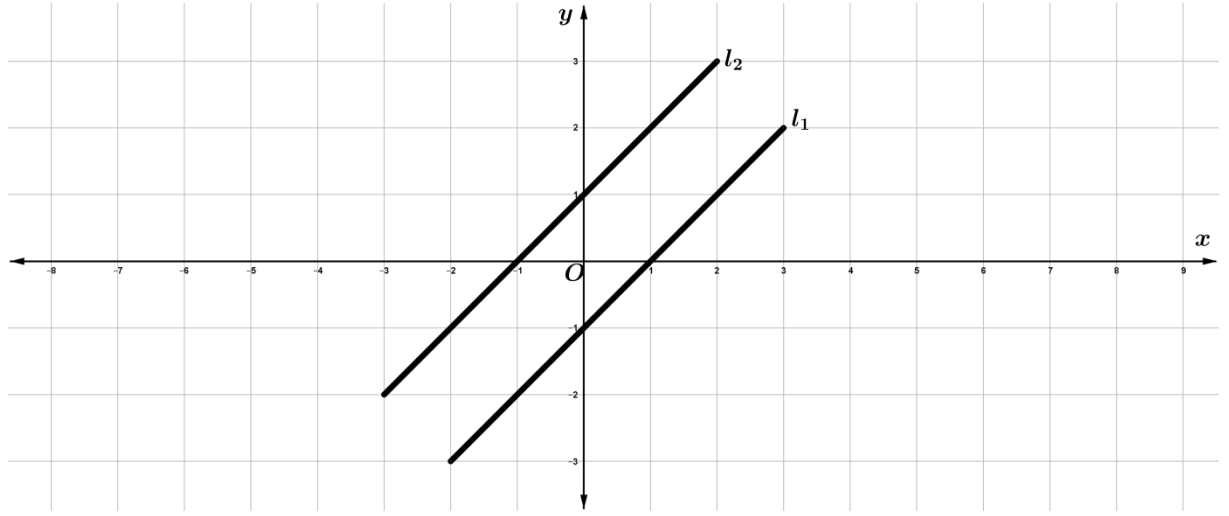
Fatma: " l_1 doğrusunu, $v_2 = (-1,1)$ vektörü ile öteleme yaptığımızda l_2 doğrusuna dönüşüyor,"

Ahmet: "Ali sadece iki nokta alarak dönüşüm buldu. l_1 doğrusu üzerindeki diğer noktaların görüntülerinin l_2 doğrusu üzerinde olduğunu nasıl garanti ediyor? Belki de bazı noktaların görüntüleri l_2 nin üzerinde değildir," diyorlar.

Bunun üzerine diğer bir öğrenci;

Mehmet : " Öğretmenim; arkadaşlarım farklı dönüşümler bulmuş, ama bu dönüşümlerin hepsi de l_1 doğrusunu l_2 doğrusuna dönüştürüyor. Bu dönüşümlerin hepsi aynı mıdır? " diye soruyor.

Öğrencilerinizin bu sorularına ayrı ayrı nasıl cevap verirdiniz, cevaplarınızı matematiksel olarak nasıl açıklarsınız?



Şekil 10



GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR..