



**ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ
TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN ÖN BİLGİLERİNİN LİSANS
EĞİTİMLERİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ**

GÜLCAN ŞENOL

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİMDALİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

EYLÜL, 2019

TELİF HAKKI ve TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren 24 (yirmi dört) ay sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı : Gülcan

Soyadı : ŞENOL

Bölümü : Matematik Eğitimi

İmza :

Teslim Tarihi : 20 / 09 / 2019

TEZİN

Türkçe Adı : Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Türev Kavramına İlişkin
Ön Bilgilerinin Lisans Eğitimlerine Etkisinin İncelenmesi

İngilizce Adı : Investigation of the Effects of Prior Knowledge of Secondary School
Mathematics Teacher Candidates on the Concept of Derivatives

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Yazar Adı Soyadı: Gülcan ŞENOL

İmza :

JÜRİ ONAY SAYFASI

Gülcan ŞENOL tarafından hazırlanan “Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Türev Kavramına İlişkin Ön Bilgilerinin Lisans Eğitimlerine Etkisinin İncelenmesi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Sevgi ATLIHAN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....
Sili

Başkan: Dr. Öğr. Üyesi Nurullah ŞİMŞEK

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Kırıkkale Üniversitesi

.....
N. Şimşek

Üye: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....
A. Arıkan

Tez Savunma Tarihi: 27/08/2019

Bu tezin Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Selma YEL

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

.....

Annem ve Babama

TEŞEKKÜR

Çalışmamın her aşamasında bilgi ve desteğini benden esirgemeyen, desteğini her zaman hissettiğim, değerli görüşleri ile her konuda bana rehberlik eden saygıdeğer danışman hocam Sayın Doç. Dr. Sevgi ATLIHAN'a, değerli görüş ve düşünceleriyle çalışmama katkıda bulunan değerli hocam Arş. Gör. Dr. Gönül YAZGAN SAĞ' a ve diğer emeği geçen hocalarıma teşekkür ederim.

Çalışmam boyunca benden manevi desteğini esirgemeyen başta Serap AYTAŞ ve Tuğba BİLEN olmak üzere tüm dostlarıma teşekkür ederim.

Tüm hayatım boyunca maddi ve manevi destekleri ile yanımda olan, sevgi ve sabırlarıyla bana her zaman destek olan ve bu uzun ve yorucu süreçte de sabırla yanımda duran babam Muzaffer ŞENOL, annem Sevgi ŞENOL ve kardeşim Özcan ŞENOL'a çok teşekkür ediyorum.

Gülcan ŞENOL

Ankara, 2019

**ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ
TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN ÖN BİLGİLERİNİN LİSANS
EĞİTİMLERİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ**

(Yüksek Lisans Tezi)

Gülcan ŞENOL

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Eylül, 2019

ÖZ

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgilerinin lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türev kavramının öğrenilmesini nasıl etkilediğinin araştırılması ve fonksiyonlarla ilgili ön bilgilerinin sorgulanması amaçlanmıştır. Bu araştırmanın deseni nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması araştırma yöntemidir. Araştırmanın katılımcıları, Ankara ilinde bir devlet üniversitesinin 1. ve 2. sınıflarında öğrenim gören 32 öğretmen adayından oluşmuştur. Öğretmen adaylarına türev kavramıyla ilgili sorular yöneltilip, verdikleri cevaplar incelenmiştir. Böylece türev kavramının geometrik yorumu üzerinde ön bilgi etkisi, türev kavramının matematiksel yorumu üzerinde ön bilgi etkisi, türev kavramının uygulamaları konusunda ön bilgi etkisi ve fonksiyonlarla ilgili ön bilgileri hakkında fikirler elde edilmiştir. Verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda ön bilgilerin bazı katılımcılar için yeni bilgilere temel oluşturduğu ve pozitif yönde etki ettiği görülmüştür. Katılımcıların var olan bilgilerine eklemeler yaparak yeni bilgileri öğrendikleri gözlenmiştir. Fakat bazı katılımcıların ön bilgilerindeki eksiklikleri ve yanlışlıkları lisans eğitimlerinde de devam ettirdikleri ve ön bilginin bu katılımcılar için negatif yönde etki ettiği gözlenmiştir. Azınlıkta olmasına rağmen bazı katılımcılarda da ön bilginin ne pozitif ne de negatif

etkisinin olmadığı görülmüştür. Bu katılımcılar ya eksik öğrenmelerini giderip yeni öğrenmeleri gerçekleştirebilmiştir ya da ön bilgilerini doğru yönde kullanamayıp yeni öğrenmeleri gerçekleştirememiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular ışığında ortaöğretimde görev yapan öğretmenlere, lisans programlarında görev yapan eğitimcilere ve araştırmacılara bir takım öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler : Türev kavramı, ön bilgi, fonksiyon kavramı, matematik öğretmen adayları
Sayfa Adedi : 108
Danışman : Doç. Dr. Sevgi ATLIHAN

**INVESTIGATION OF THE EFFECTS OF PRIOR KNOWLEDGE OF
SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHER CANDIDATES
ON THE CONCEPT OF DERIVATIVES**

(Master Thesis)

Gülcan ŞENOL

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES

September, 2019

ABSTRACT

In this study, it is aimed to investigate how the pre-knowledge of mathematics teacher candidates about derivative concept affects the learning of derivative concept in analysis courses in undergraduate education and question the preliminary function knowledge. The design of this research is a case study research method which is one of the qualitative research methods. The participants of the study consisted of 32 prospective teachers studying in the first and second grades of a public university in Ankara. Pre-service teachers were asked questions about derivatives and their answers were examined. Thus, preliminary information effect on geometric interpretation of derivative concept, preliminary information effect on mathematical interpretation of derivative concept, preliminary information effect on derivative applications and ideas about function preliminary information were obtained. Descriptive analysis method was used for data analysis. As a result of the research, it was seen that preliminary information was the basis of some new information for some participants and had a positive effect. It was observed that the participants learned new information by adding to the existing information. However, it was observed that some of the participants continued the deficiencies and

inaccuracies in their preliminary knowledge in their undergraduate education and that the preliminary knowledge had a negative effect on these participants. Although it is in the minority, some of the participants did not have any positive or negative knowledge. These participants could either eliminate their missing learning and perform their new learning or could not use their prior knowledge in the right direction and could not realize new learning. In the light of the findings obtained from the research, a number of suggestions were given to teachers working in secondary education, educators working in undergraduate programs and researchers.

Key Words : The concept of derivative, prior knowledge, the concept of function, pre-service mathematics teachers

Page Number : 108

Supervisor : Assoc. Prof. Sevgi ATLIHAN

İÇİNDEKİLER

TELİF HAKKI ve TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU	i
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI	ii
JÜRİ ONAY SAYFASI	iii
TEŞEKKÜR	v
ÖZ	vi
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER	x
TABLolar LİSTESİ	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiii
BÖLÜM I	1
GİRİŞ	1
Problem Durumu	2
Araştırmanın Problem Cümlesi	4
Araştırmanın Alt Problemleri	4
Araştırmanın Amacı	5
Araştırmanın Önemi	5
Varsayımlar	6

Sınırlılıklar.....	7
Tanımlar.....	7
BÖLÜM II.....	9
KURAMSAL ÇERÇEVE	9
Ön Bilgi.....	9
Türev	20
BÖLÜM III	30
YÖNTEM.....	30
Araştırmanın Modeli.....	30
Araştırmanın Katılımcıları.....	31
Veri Toplama Süreci	32
Veri Toplama Aracı	33
Veri Analizi	34
BÖLÜM IV	37
ARAŞTIRMA BULGULARI	37
BÖLÜM V	90
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	90
Öneriler	99
KAYNAKLAR.....	100
EK 1- GÖRÜŞME SORULARI.....	107

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. <i>Eğim Kavramına İlişkin Veriler 1</i>	39
Tablo 2. <i>Eğim Kavramına İlişkin Veriler 2</i>	39
Tablo 3. <i>Eğim- Türev İlişğine Ait Veriler 1</i>	43
Tablo 4. <i>Eğim- Türev İlişğine Ait Veriler 2</i>	43
Tablo 5. <i>Limit Kavramına İlişkin Veriler 1</i>	50
Tablo 6. <i>Limit Kavramına İlişkin Veriler 2</i>	51
Tablo 7. <i>Limit - Türev İlişğine Ait Veriler 1</i>	55
Tablo 8. <i>Limit - Türev İlişğine Ait Veriler 2</i>	55
Tablo 9. <i>Türev-Fonksiyon İlişğine Ait Veriler-1</i>	64
Tablo 10. <i>Türev-Fonksiyon İlişğine Ait Veriler-2</i>	64
Tablo 11. <i>Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler 1</i>	68
Tablo 12. <i>Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler 2</i>	68
Tablo 13. <i>Türevin Uygulamasına İlişkin Veriler -1</i>	77
Tablo 14. <i>Türevin Uygulamasına İlişkin Veriler -2</i>	77
Tablo 15. <i>Verilen Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler-1</i>	84
Tablo 16. <i>Verilen Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler-2</i>	84

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Piaget' in dengeleme süreci	11
Şekil 2. Ön bilgi ile ilgili kavram haritası (Dochy, 1996).	16
Şekil 3. $y=f(x)$ grafiğinin bir kırıfı.	22
Şekil 4. f nin x' teki türevi	23
Şekil 5. Doğrunun eğimi grafiğı.....	24
Şekil 6. Teğetin grafiğı.....	25
Şekil 7. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	40
Şekil 8. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı.....	40
Şekil 9. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	40
Şekil 10. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı.....	41
Şekil 11. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	41
Şekil 12. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı.....	41
Şekil 13. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	42
Şekil 14. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	42
Şekil 15. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	42
Şekil 16. Katılımcının eğitim-türev ilişkisine dair ortaöğretim düzeyinde cevabı.....	44
Şekil 17. Katılımcının eğitim-türev ilişkisine dair lisans düzeyinde cevabı	44
Şekil 18. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	45
Şekil 19. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı.....	45

Şekil 20. Katılımcının eğitim-türev ilişkisine dair cevabı	46
Şekil 21. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı	46
Şekil 22. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı.....	46
Şekil 23. Katılımcının eğitim-türev ilişkisine dair cevabı.....	47
Şekil 24. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde türev-eğitim ilişkisine verdiği cevap.....	47
Şekil 25. Katılımcının lisans düzeyinde türev-eğitim ilişkisine verdiği cevap	47
Şekil 26. Katılımcının eğitim kavramına ilişkin cevabı	48
Şekil 27. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap.....	48
Şekil 28. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	49
Şekil 29. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	49
Şekil 30. Limit kavramına ilişkin katılımcı cevabı	51
Şekil 31. Katılımcının limit kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı.....	52
Şekil 32. Katılımcının limit kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı	52
Şekil 33. Katılımcının limit kavramına ilişkin cevabı.....	53
Şekil 34. Katılımcının limit kavramına ilişkin cevapları	54
Şekil 35. Limit kavramına ilişkin katılımcı cevabı	54
Şekil 36. Katılımcının limit-türev ilişkisine dair ortaöğretim düzeyinde cevabı	56
Şekil 37. Katılımcının limit-türev ilişkisine dair lisans düzeyinde cevabı.....	56
Şekil 38. Katılımcı görüşü.....	57
Şekil 39. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	57
Şekil 40. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	57
Şekil 41. Katılımcının limit kavramına ilişkin cevabı.....	58
Şekil 42. Katılımcının limit-türev ilişkisine dair cevabı	59
Şekil 43. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	59
Şekil 44. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	59

Şekil 45. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	60
Şekil 46. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	60
Şekil 47. Ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap	61
Şekil 48. Lisans düzeyinde verdiği cevap	61
Şekil 49. Katılımcının cevapları	62
Şekil 50. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	62
Şekil 51. Katılımcının cevabı	63
Şekil 52. Katılımcının cevabı	63
Şekil 53. Katılımcının cevabı	63
Şekil 54. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	65
Şekil 55. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	65
Şekil 56. Katılımcı cevabı	65
Şekil 57. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap.....	66
Şekil 58. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap.....	66
Şekil 59. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	67
Şekil 60. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	67
Şekil 61. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	67
Şekil 62. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	68
Şekil 63. Katılımcının mutlak değer sorusuna verdiği cevaplar	71
Şekil 64. Mutlak değer sorusuna ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevap.....	71
Şekil 65. Mutlak değer sorusuna ilişkin lisans düzeyinde cevap	72
Şekil 66. Katılımcıya ait cevap.....	72
Şekil 67. Katılımcıya ait cevap.....	73
Şekil 68. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	73
Şekil 69. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	73

Şekil 70. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	74
Şekil 71. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	74
Şekil 72. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	78
Şekil 73. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	78
Şekil 74. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	78
Şekil 75. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	79
Şekil 76. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	80
Şekil 77. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	80
Şekil 78. Katılımcıya ait cevap.....	80
Şekil 79. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	81
Şekil 80. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	81
Şekil 81. Katılımcıya ait cevap.....	83
Şekil 82. Katılımcıya ait cevap.....	83
Şekil 83. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	85
Şekil 84. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	85
Şekil 85. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	86
Şekil 86. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	86
Şekil 87. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	87
Şekil 88. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	87
Şekil 89. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	88
Şekil 90. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	88
Şekil 91. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı	89
Şekil 92. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı.....	89

BÖLÜM I

GİRİŞ

Ortaöğretim kurumları matematik öğretim programı bireyin bilgiyi üretebilmesini, hayatta işlevsel olarak kullanabilmesini, problem çözebilmesini, eleştirel düşünebilmesini istemektedir (MEB, 2018). Bu amaçla öğretim programında farklı konu ve sınıf düzeylerinde sarmal bir yaklaşımla tekrar eden kazanımlara da yer verilmiştir. Böylelikle anlamlı, kalıcı, sağlam ve önceki öğrenmelerle ilişkilendirilmiş bilgiler sayesinde bireyler üst bilişsel becerilerini kullanarak daha kalıcı bilgilere ulaşacaktır (MEB, 2018).

Gagne' ye göre öğrenme birikimli bir süreçtir. Yeni öğrenmeler daha önce öğrenilmiş bilgi ve beceriler üzerinde inşa edilir. Zihinsel beceriler, basitten karmaşığa doğru bir hiyerarşi içinde oluşurlar.

Bütünleşmiş bilgi, beceri ve davranışlara sahip karakterde bireyler yetiştirmeyi amaçlayan eğitim sistemimiz bu amaç doğrultusunda öğrencilerin hem ulusal hem de uluslararası düzeyde; kişisel, sosyal, akademik ve iş hayatlarında ihtiyaç duyacakları bazı yetkinlikler belirlemiştir. Bu yetkinliklerden biri de "*Öğrenmeyi öğrenme*" yetkinliğidir. Öğrenmeyi öğrenme yetkinliği, bilgi ve becerilerin ev, iş yeri, eğitim ve öğretim ortamı gibi çeşitli alanlarda kullanılması ve uygulanması için önceki öğrenme ve hayat tecrübelerine dayanılması yönünde öğrenenleri harekete geçirmeyi amaçlamaktadır (MEB, 2018).

Yeni sunulan bilgiler, öğrencinin önceki bilgileri ve yaşantılarıyla ilişkilendirildiğinde öğrenci eski bilgi ile yeni bilgi arasında bağ kurar ve böylece yeni bilgilerin öğrenci gözünde anlamlılığı artar (Topses, 2009).

Öğretim programımız öğrencilerin önceki bilgilerini kullanmalarına olanak verecek şekilde düzenlenmiştir. Örneğin; türev kavramını açıklarken değişim oranı kavramından yararlanma, limit kavramını türev kavramını anlamada bir araç olarak kullanma, türevin geometrik yorumu ile maksimum minimum problemlerini ilişkilendirme, türevi kullanarak fonksiyonların grafiklerini çizme (MEB, 2013).

Eğitim sistemimizin her aşamasında matematik eğitiminin kalitesini yükseltmek için çeşitli amaçlar ve hedefler belirlenmektedir. Belirlenen amaçlara ve hedeflere ulaşmada çeşitli faktörler etkili olmaktadır. Bu faktörlerden biri de ön bilgi kavramıdır.

Problem Durumu

Bu çalışmanın esin kaynağı; Özdem (2013) tarafından hazırlanan matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin fonksiyon kavramını öğrenmeleri sürecine etkisinin analizinin yapıldığı çalışma ve Duru (2006) tarafından hazırlanan bir fonksiyon ve onun türevi arasındaki ilişkiyi anlamada karşılaşılan zorlukların araştırıldığı çalışmadır. Özdem (2013)' in çalışması ön bilgilerin etkisinin farklı kavramlar veya alanlar üzerinde de incelenebileceği konusunda ilham verici olmuştur. Duru (2006)' nun çalışması ise bu incelemenin türev kavramına ilişkin olması konusunda fikir vermiştir.

Matematik içerisinde soyut kavramları barındırması nedeniyle öğrenme ve öğretme ortamında zorluk yaşanan bir alandır. Limit, türev ve integral gibi kavramlar zorluk yaşanan öğrenme alanlarının başında gelmektedir. Türev, limit kavramının yapılandırılmasıyla tanımlanabilen ve integral kavramına da taban oluşturan analizin en önemli konularından birisidir. Türev kavramı önemli olmasına rağmen öğrenciler tarafından çok iyi anlaşılamaz. Öğrenciler türevi genellikle sembollerle işlem yapma olarak algırlar. Matematik eğitiminde yapılan çalışmaların bulguları hem ortaöğretim hem de lisans düzeyinde öğrencilerin türev kavramını anlamakta ve anlamlandırmakta güçlükler yaşadığını da göstermektedir (Ubuz, 1996). Böylece Özdem' in esinlenilen çalışmasından farklı olarak matematik öğretmen adaylarının ön bilgisinin lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türev konusu üzerindeki etkisi tercih edilmiştir.

Öğrencilerin belli bir matematiksel konuda öğrenme eksikliklerinin farkında olması ve bunları düzeltmek yönde önlemler alma görevi öğretmene aittir. Öğretmenin bu görevi yerine getirebilmesindeki öncelikli faktörlerden biri öğretmenin bilgisidir (Shulman, 1986).

Shulman (1986), bu öğretmen bilgisini üç alt kategoride toplanmıştır. Bunlar; "Alan Bilgisi", "Müfredat Bilgisi" ve "Pedagojik Alan Bilgisi" şeklindedir.

Shulman (1986)' nın belirttiği bu alt kategoriler ise şu şekilde tanımlanmaktadır. Alan bilgisi, öğretmenin alanıyla ilgili bilgi ve kavramları bilmesinin yanında alanındaki en önemli kavramların ve becerilerin bilgisine de sahip olmasıdır. Müfredat bilgisi, bir alanla ilgili bir konuyu herhangi bir seviyede öğretmek için var olan müfredatlara ve bu müfredatlarla ilgili çeşitli öğretim materyallere ilişkin bilgisidir. Pedagojik alan bilgisi ise öğretmenin alanıyla ilgili sürekli olarak öğretilen konulara ilişkin fikirlerin en kullanışlı gösterimi, en etkili benzetmeler, örnekler ve açıklamalar yapabilmesidir. Daha açık olarak bir ifadeyle konuyu başkalarının anlaması için en kullanışlı şekillerde gösterebilme ve açıklayabilme bilgisidir. Ayrıca pedagojik alan bilgisi konunun öğrenimini neyin zorlaştırıp neyin kolaylaştırdığını anlamayı da içerir. Pedagojik alan bilgisi bu üç kategoriden üzerinde en fazla durulan kategoridir. Pedagojik alan bilgisinin en önemli özelliği alan bilgisinin “o alanı öğretmek için” dönüşmüş hali olmasıdır (Öner, 2010). Öğretmen adaylarının Shulman (1986)' nın belirttiği öğretmen bilgi ve becerilerine sahip olması kendilerini öğretmenlik mesleğine hazırlamalarında ve başarılı olmalarında önemli bir etken olacaktır.

Yapılandırmacı yaklaşım eğitim sisteminin en önemli öğelerinden biri olarak öğretmeni kabul etmektedir. Bu yaklaşımda öğretmen rehber olarak görülmektedir. Öğretmen öğrenciyi bilgiyi araştırmaya, düşünceleri sorgulamaya, değerleri kazanmaya teşvik etmelidir. Ayrıca öğretmen, bilginin öğrencinin zihninde yapılandırılmasını sağlayacak ortamların hazırlanmasında da katkı sağlamalıdır (Eskici, 2013). Bu nedenle öğretmen adaylarının kendilerini geliştirmeleri çok önemlidir. Çünkü öğretmen adayları geleceğin öğretmenleri olacak ve yaptıkları çalışmalar ile eğitime katkıda bulunacaklardır.

Öğretmen adaylarının kendilerini yetiştirebilmelerinde eğitim fakültelerine de önemli görevler düşmektedir. Gürses, Bayrak, Yalçın, Açıkyıldız ve Doğar (2005) ' ın belirttiği üzere "eğitim fakültelerinin temel işlevi, farklı ilgi ve ön bilgilere sahip öğrencileri öğretmenlik mesleğine en uygun biçimde hazırlamaktır. Bu amaçla hazırlanan programların, benzer özelliklerde ve yeterliliklerde öğretmen yetiştirmesi beklenmektedir". Öğretmenlerin önceden sahip oldukları bilgiler, onların bildiklerini nasıl öğrettiğini de etkilemektedir (Feiman-Nemser ve Remillard' dan aktaran Özdem, 2013). Öğretmen

adaylarının öğretmenlik mesleğine yönelik değerlerinin belirlenmesi ve bu değerlerin eğitim fakültelerinde kazandırılması da oldukça önemlidir.

Bu nedenle matematik öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin, lisans öğrenimlerindeki etkisinin incelenmesi; ön bilgilerin lisans öğrenimi sürecindeki etkisinin anlaşılmasına katkı sağlaması açısından önemlidir. Bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının türev kavramı hakkındaki ön bilgilerinin, lisans öğrenimlerini hangi noktalarda nasıl etkilediğinin anlaşılmış olacağı ve ayrıca bu durumların ortaya çıkarılması, ön bilginin etkisi hakkında farkındalık sağlayıp sonraki öğrenmeler için engel oluşturacak bilgilerin düzenlenmesine imkan vermesi açısından da önemli olduğu düşünülmektedir.

Araştırmanın Problem Cümlesi

Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türev kavramının öğrenilmesini nasıl etkilemektedir ?

Araştırmanın Alt Problemleri

1. Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türevin geometrik yorumu kavramının öğrenilmesini nasıl etkilemektedir ?
2. Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türevin matematiksel yorumu kavramının öğrenilmesini nasıl etkilemektedir ?
3. Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türevin uygulama sorularına ilişkin soru çözümlerini nasıl etkilemektedir ?
4. Matematik öğretmen adayları türev kavramının ön koşulu olan fonksiyon kavramıyla olan ilişkisini nasıl yorumlamaktadır ?

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgilerinin lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türev kavramının öğrenilmesini nasıl etkilediğinin araştırılması ve fonksiyon ön bilgisinin sorgulanması amaçlanmıştır.

Bu bağlamda öğretmen adaylarına türev kavramıyla ilgili sorular yöneltilip, verdikleri cevaplar incelenmiştir.

Araştırmanın Önemi

Sokrates “iyi olan tek şey bilgi, kötü olan tek şey bilgisizliktir” demiştir. Farabi ise “erdemlerin en büyüğü bilimdir, bilgeliktir. Bilgi uçsuz bucaksız ve kıyasız bir denizdir. Doğru bilgi insanca yaşamının temelidir” diyerek bilginin önemine vurgu yapmıştır (Kocadaş' dan aktaran Atılkan, 2009).

Eğitimin yeni hedefi; bilgiyi nerede ve nasıl kullanacağını bilen kendi öğrenme yöntemlerini tanıyıp etkili kullanan ve yeni bilgiler üretmede önceki bilgilerinden yararlanan insan modeli oluşturmaktır (Abbott, 1999). Bu nedenle öğrenmede öğrencinin aktif katılımı ve katkısı gerekir. Gagne' ye göre aktif katılım öğrencinin daha önceki öğrenmelerinin sağlamlığına ve onları kullanabilmesine bağlıdır.

Gagne' ye göre öğrenme işlemi birikimli bir süreçtir. Yeni öğrenmeler daha önceki öğrenmelerin üzerine kurulur. Zihinsel beceriler, basitten karmaşığa doğru bir hiyerarşi içinde oluşurlar. Öğrenme işleminin basitten karmaşığa doğru hiyerarşik bir düzende oluşması ön koşul kavramının ortaya çıkmasına neden olmuştur.

Koçkar (2010)' a göre "Öğrenciler bireysel farklılıkların çoğuna sahiptirler ve bu farklılıklar öğrenme matematiğini etkiler. Bilişsel stil ve ön bilgi bunların önemli parçalarıdır. Dewey, Piaget, Vygotsky, Bruner ve Ausubel, öğrenmenin öğrencilerin önceden bilgisi olmadan herhangi bir bağlantı olmadan yapılamayacağına karar verdiler."

Öğrenciler, içerisinde bulundukları çevrenin etkisi ve yaşanmışlık gibi birçok etkiden kaynaklanan ön bilgilere sahiptirler. Bu ön bilgiler yeni öğrenilecek olan bilginin kazanılmasını güçleştirebilir ve hatta imkansız hale getirebilir. Bu nedenle, son zamanlarda yapılan çalışmalarda öğrencilerin mevcut bilgilerinin ve bu bilgilerin öğrenme üzerine olan

etkisinin ortaya çıkarılması ve giderilmesi için en uygun yolların bulunması amaçlanmaktadır (Pınarbaşı ve Canpolat, 2002).

Öğrenciler benzersiz bireysel özellikleri ile sınıfa gelir ve bu özellikler sayesinde oluşan ön bilgi, öğrenmede muazzam bir rol oynamaktadır (Wang ve Adesope, 2016). Gagne' ye göre öğretmen, öğrencilerin daha önce kazanmış oldukları bu yeterlilikleri soru sorarak, açıklama yaptırarak, tartışarak ortaya çıkarabilir.

Hewson ve Hewson'a (1984) göre öğrenme işlemi öğrencinin önceden var olan bilgileri ile yeni bilgiler arasında bağların oluşturulmasını içerir. Öğrenme işlemi kişiye özgü olduğundan her öğrenen kendisi için yeni öğrendikleri bilgiler ile eski bilgileri arasında bağlar oluşturur.

Ausubel (1968) " Tüm eğitim psikolojisini sadece bir ilkeye indirgemek zorunda kalırsam şunu söyleyebilirim: Öğrenmeyi etkileyen en önemli faktör öğrencinin zaten bildiği şeydir. Bunu anlayın ve buna göre ona öğretin." diyerek ön bilginin önemine vurgu yapmıştır. Ausubel' e göre yeni öğrenilen konu kendi içinde tutarlı değilse veya öğrencinin daha önceki bilgileriyle çelişiyorsa öğrenci konuyu anlamakta zorlanır.

Öğrenme için kritik ön koşullardan birisi olan ön bilgi kavramı öğrenilen alanla ilgili öğrencinin içerik bilgisi olarak kavramsallaştırılmıştır (Gurlitt ve Renkl, 2010). Ön bilgi öğrencilerin önceden bildikleri bilgileri, çağdaş öğrenme teorisinde çekirdek bir konuma getirir ve geliştirir. Bu nedenle önemlidir (Dochy, De Rijdt ve Dyck, 2002). Bir çok incelemeler ön bilginin çalışma sonuçlarını etkileyen önemli bir değişken olarak görülebileceğini gösterdi (Dochy, De Rijdt, ve Dyck, 2002).

Varsayımlar

Araştırmanın katılımcıları olan matematik öğretmen adaylarının kendilerine yöneltilen sorulara samimi bir şekilde cevap vermeleri beklenmektedir. Ayrıca araştırma için gerekli olan ön bilgilere sahip oldukları varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

Araştırma Ankara ilindeki bir devlet üniversitesinin 1. ve 2. sınıflarında öğrenim gören 32 ortaöğretim matematik öğretmen adayıyla ve matematik öğretmen adaylarının vereceği yanıtlarla sınırlandırılmıştır.

Tanımlar

Türev kavramı:

$f, (a, b)$ açık aralığında tanımlı reel değerli bir fonksiyon olsun.

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{y \rightarrow x^+} \frac{f(y) - f(x)}{y - x}$$

limiti varsa f ye $x \in (a, b)$ noktasında sağdan,

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{y \rightarrow x^-} \frac{f(y) - f(x)}{y - x}$$

limiti varsa f ye $x \in (a, b)$ noktasında soldan türevlenebilir denir (Argün, Arıkan, Safure & Halıcıoğlu, 2014).

Değişken artması sıfıra giderken, fonksiyonun artmasının değişken artmasına oranının limiti (TDK, 2011).

"Eğer bir fonksiyon, tanımlı olduğu aralığa ait her bir x_0 noktasında $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

limite sahipse $[a, b]$ aralığındaki her bir x_0 noktası için $f'(x_0)$ vardır. Reel sayılarda bir fonksiyon bir noktada bir tek limite sahip olduğu için $x_0 \rightarrow f'(x_0)$ eşlemesi $[a, b] \rightarrow R$ ye bir fonksiyon tanımlar. O zaman bu aralıkta $g: [a, b] \rightarrow R$, $g(x) = f'(x)$ şeklinde yeni bir g fonksiyonu tanımlanırsa g , f den elde edilmiş bir fonksiyondur. Onun için g fonksiyonuna f den elde edilmiş anlamında f nin türevi denir" (Argün & Uyar, 2015).

Ön bilgi : Herhangi bir konuda derinlemesine bir araştırma yapmadan sağlanan birtakım bilgi (TDK, 2011).

Fonksiyon kavramı :

Bir veya birçok değeri değişebilen niceliklere bağlı olarak değişen nicelik (TDK, 2011).

A ve B iki küme; f , A dan B ye bir bağıntı olsun. Eğer her $a \in A$ için $(a, b) \in f$ olacak şekilde bir tek $b \in B$ varsa f ye A dan B ye bir fonksiyon denir ve $f: A \rightarrow B$ ile gösterilir (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2013).

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE

Ön Bilgi

Genel anlamda bilgi, özne ile nesne arasındaki ilişkidir. Felsefecilerin "bilgi mümkün müdür?" sorusu üzerine iki temel görüş bulunmaktadır. Bunlardan birincisi bilginin bilenden bağımsız olduğu görüşüdür. Diğer görüş ise bilginin bilenden bağımsız olmadığıdır. İkinci görüş günümüzde yapılandırmacı olarak isimlendirilmektedir (Karip, 2009).

Yapılandırmacı yaklaşım ise bilginin insanın kendi zihninde oluşturulduğunu savunmaktadır. Böylece yapılandırmacı yaklaşımda öğrenen kişi aktif bir role sahiptir. Bu yaklaşım bilginin öğretmenden öğrenciye doğrudan aktarılmadığını öğrencinin bilgiyi kendisi tarafından yeniden yapılandırılıp yeni hale dönüştürdüğünü ileri sürmektedir (Eskici, 2013).

Yapılandırmacı yaklaşımda bilgi kavramı bireyin yaşantısıyla beraber yanında getirdiği her şey olarak ifade edilmektedir. Bu bireyin yaşantısındaki olumlu olumsuz fikirler, eylemler de olabilir. Bireylerin kendi yaşantılarından farkında olmadan aktardıkları ise deneyim olarak değerlendirilmelidir. Bilginin yapılandırılabilmesi için ihtiyaç olan tecrübelerin dışında, bireyin ön bilgileri yeni öğrendiği kavramları sentezleyebilmesi de büyük öneme sahiptir. Yapılandırmacı yaklaşıma göre bilginin oluşabilmesi için yeni öğrenilen bilgiler ile önceki öğrenmelerin birbiriyle etkileşim halinde olması gerekmektedir (Zenk' ten aktaran Bostan, 2018).

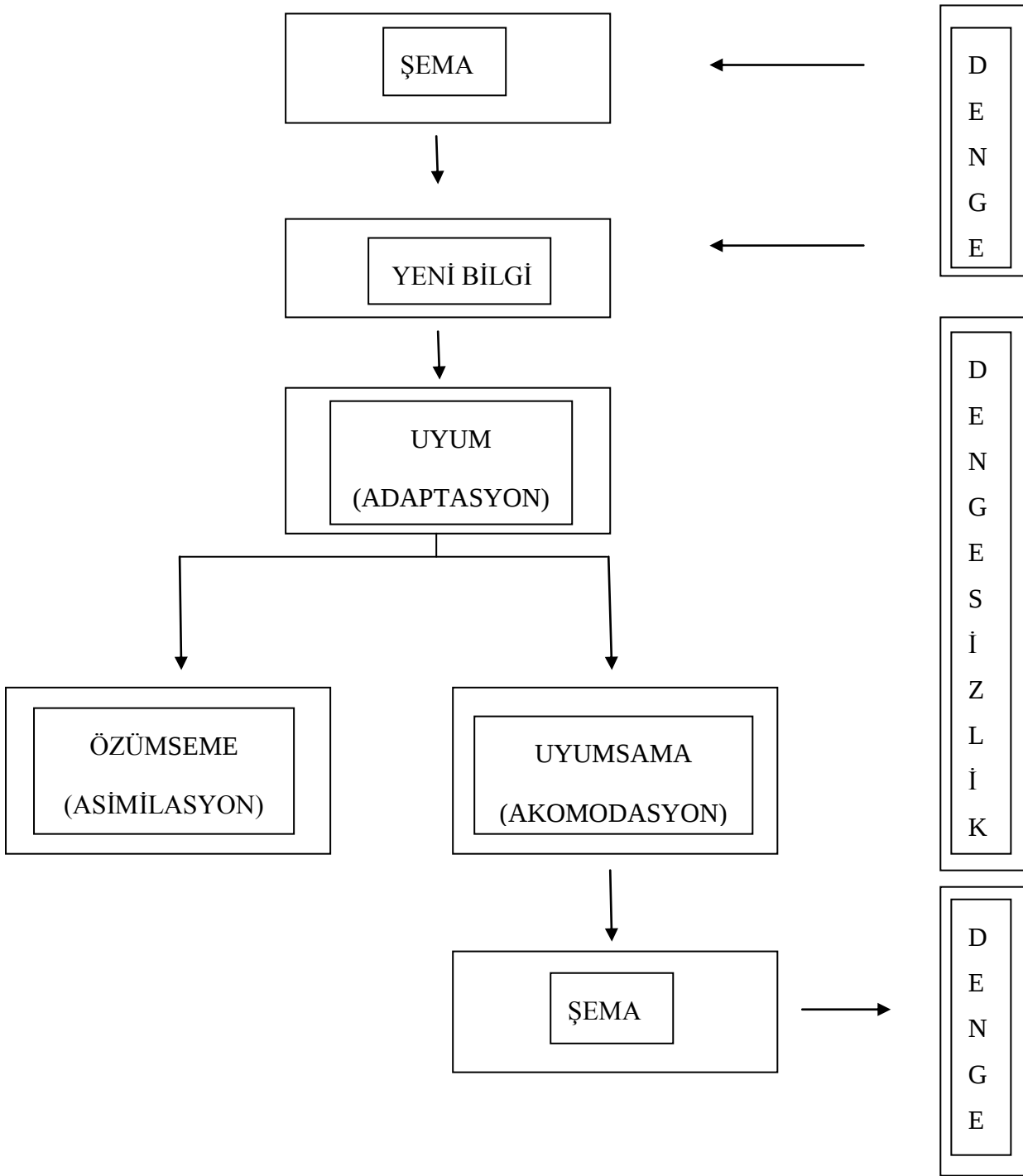
Yapılandırmacı yaklaşımının savunucuları bilginin farklı yollarla organize edildiğini ve böylece uzun süreli hafızada birbirleriyle ilgili bilgiler oluştuğunu söylemektedir. Bu

kapsamda yapılandırmacı yaklaşımının savunucularından biri olan Piaget, bilgilerin depolandığı şema kavramından bahsetmektedir. Yapılandırmacılara göre şema, bir nesne veya mesele ile ilgili iyi organize edilmiş bir dizi gerçektir. Şemalar sadece bilgilerin deposu değildir. Şemalar yeni bilgilerin açıklanması sırasında da görev almaktadır (Kaya, 2012).

Piaget' e göre bilinç, organizmanın çevreye uyum sürecinde önemli bir rol oynamaktadır. "Bilinç ve çevre bilinci bir etkileşim süreciyle uymayı gerçekleştirir. Uymanın gerçekleşmesi için de, özümseme ve uyumsama gereklidir. Özümseme bireyin yeni karşılaştığı durumları, koşulları, nesne, olay ve olguları, önceden var olan bilişsel yapıya yerleştirme işlemidir." (Topses, 2009). Piaget, bu kuramında önceden var olan bilişsel yapı ifadesiyle ön bilgi kavramına değinmiştir.

Bilişsel Gelişim Kuramı temsilcisi Piaget' e göre dünyanın bilişsel yapılandırmasında şemalar, özümseme, uyma ve dengeleme süreçleri ön plandadır. Piaget' e göre insan bebekken sahip olduğu refleksler gibi çok basit şemalarla dünyaya gelir. Yaşantılarından, deneyimlerinden kazandıkları ile bu şemalar gelişir ve yeni yeni şemalar oluşur.

Kayacı (2019) ' nın belirttiği üzere "Dengelenme ise özümleme ve uyum arasında dengeli bir düzenlemenin olmasıdır. Yeni bilgilerle karşılaşıldığında birey ilk olarak özümlemeye başvurur, ancak bu şekilde yaptığı değerlendirme eksik kalacağı için bilişsel denge bozulur ve bunun sonunda birey dengeyi tekrar uyum yoluyla kurar. Öğrenme yeni dengelemelerin sonucunda gerçekleşir."



Şekil 1. Piaget' in dengeleme süreci. <https://slideplayer.biz.tr/slide/11815419/> sayfasından erişilmiştir.

Diğer bir eğitim bilimcisi Gagne de kuramında ön bilgilerin öneminden bahsetmektedir. Gagne' nin öğrenme ve öğretme sürecindeki öğretim modelinde basamaklar şu şekildedir;

1. Dikkat çekme
2. Öğrenciyi dersin hedefleri konusunda bilgilendirme
3. Ön bilgilerin anımsatılması
4. Uyarıcı materyalin sunulması
5. Öğrenciye yol gösterme
6. Davranışın ortaya çıkıp çıkmadığı sınav yapma
7. Geri bildirim ve düzeltme verme
8. Öğrenmede kalıcılığın ve transferin sağlanması
9. Öğrenilenlerin uygulanması

Gagne, kuramında öğretilen bilgilerin kalıcılığının artırılması açısından öğrencilerin ön bilgilerinin ve eski yaşantılarının önemine vurgu yapmaktadır. Gagne' ye göre yeni öğrenmeler yani yeni bilgiler eski bilgilerin üzerine kurulur. Gagne' ye göre bilgilerin geçici olarak muhafaza edildiği bellek olan kısa süreli bellekten uzun süreli belleğe kodlanabilmesi için gerekli olan koşullardan birisi de yeni öğrenilen bilgiler ile önceki bilgilerin ilişkilendirilmesidir. Bilgiyi anlamlandırabilmek ve örgütleyebilmenin yollarından birisi de budur (Topses, 2009).

Yıldırım' ın belirttiği üzere Bloom' un öğrenme modelinde "Öğrencinin öğrenme düzeyini belirlediğine inanılan öğrenci niteliklerinden bilişsel giriş davranışları, öğrencinin yeni bir öğrenme ünitesini ya da bir dersteki öğrenme ünitelerini öğrenebilmesi için daha önceden kazanmış olması gerekli davranışlardır; diğer bir deyişle, yeni bir üniteyi öğrenebilmesi için gerekli olan ön öğrenmelerdir." (Yıldırım, 2017). Bloom tam öğrenme modelinde her dersin bilgilerinin dersin bir önceki bilgilerine dayandığını ve bu ön bilgilerin sonraki bilgiler için ön koşul olduğunu vurgulayarak ön bilginin öneminden bahsetmiştir. Bloom tam öğrenme modelinin uygulanış aşamalarında önkoşul davranışlardan bahsetmektedir. Gökalp (2011)'a göre tam öğrenme modeli uygulanırken izlenecek aşamalar sırasıyla şöyledir:

1. aşama: Dersin öğrenme üniteleri ve her üniteye ait kazanımlar belirlenir.
2. aşama: Öğretilecek ilk ünitenin öğrenilebilmesi için gerekli bilişsel giriş davranışlar belirlenir.

3. aşama: Öğrencilerin söz konusu bilişsel giriş davranışlarına sahip olup olmadıkları tespit edilir.
4. aşama: Tespit edilen bilişsel giriş davranışlarından eksik olanlar tamamlanır.
5. aşama: Üniteye ait kazanımlara yönelik, öğrencilerin etkin katılımının da sağlanacağı öğrenme-öğretme etkinlikleri gerçekleştirilir.
6. aşama: Ünitenin tüm kazanımları işlendikten sonra öğrencilere izleme testi uygulanır.
7. aşama: İzleme değerlendirmesinden sonra tam öğrenme ölçütüne ulaşamayan öğrencilerin eksik ve yanlışlarını düzeltmek için ek öğretme-öğrenme etkinlikleri yapılır.
8. aşama: Ek öğretme-öğrenme sürecinden sonra önceki izleme testine paralel izleme testi uygulanarak tam öğrenme ölçütüne ulaşıp ulaşılmadığı belirlenir.
9. aşama: Tam öğrenme ölçütüne ulaşıldıktan sonra ikinci üniteye geçilir.

Snowman ve Biehler (2003)' e göre, bilişsel yaklaşımda olduğu gibi anlamlı öğrenmenin temelinde de önceden öğrenilen bilgiler ve deneyimlerin yeni öğrenilecek olan bilgileri etkilediği düşüncesi yatmaktadır. Anlamlı öğrenme kuramı temsilcisi Ausubel ise öğrenmeyi etkileyen en önemli faktörün öğrencinin önceden öğrenmiş oldukları olarak ifade etmektedir. Anlamlı öğrenme kuramı da bireyin önceden edindiği bilgi birikimine dayanan bir kuramdır. Ausubel' e göre bireyin zihninde var olan herhangi bilgiler, olaylar, kavramlar yeni bilgilerin anlamlı bir şekilde öğrenilmesine hizmet etmektedir. Yeni öğrenilecek bilgiler ile bilişsel yapıda var olan bilgiler arasında bir ilişki var ise öğrenme anlamlıdır. Eğer öğrenci bu ilişkinin farkında değilse yeni öğrendiği bilgileri eski bilgileri ile bütünleştiremiyorsa ve aradaki bağı kuramıyorsa anlamlı öğrenme gerçekleşmez. Çünkü anlamlı öğrenmede amaç önceden var olan bilişsel yapıdaki ilgili kavramları yeni öğrenilen kavramlar ile bütünleştirip hem önceki hem sonraki bilgileri yeniden yapılandırmaktır. Anlamlı öğrenmedeki diğer bir önemli nokta ise önceden öğrenilen bilgilerin tam ve doğru olarak öğrenilmiş olmasıdır. Ausubel' e göre yanlış ve eksik öğrenilmiş bilgiler üzerine yeni anlamlı bilgiler kurulamaz. Çünkü önceden öğrenilmiş bilgilerde yanlışlıklar var ise bu bilgilerin yeni bilgiler ile bütünleşmesinde sorunlar

oluşacak ve dolayısıyla zihinde anlamlılık sağlanamayacaktır. Bu ise yeni bilgilerin öğrenilmesine engel olacaktır (Çakıcı, Alver ve Ada, 2006).

Bruner 'in buluş yoluyla öğrenme yaklaşımında da Ausubel ' in yaklaşımı gibi yeni bilginin kurulması aşamasında ön bilgilerle bağ kurulması önemli rol oynamaktadır (Kara ve Özgün Koca, 2004).

Kelly göre ise birey etrafındaki dünya hakkında hipotezler oluşturur daha sonra bu hipotezlerin doğru olup olmadığını kanıtlamak için bilgi toplar ve buna göre yeni bilgiyi zihnindeki bilgi yapısına dahil etmek için kavramlarını değiştirir (Çakıcı, 2010).

"Vygotsky ise bireyin tek başına öğreneceklerinden daha fazlasını, sosyal çevresindeki bireyler aracılığıyla öğrenebileceğini ve böylece sahip oldukları bilgiler üzerine, yeni bilgileri yapılandırdıklarını söylemiştir" (Senemoğlu'ndan aktaran Özdem, 2013).

Köseoğlu ve Kavak (2001), çalışmasında belirttiği gibi "Bütün bu öğrenim kuramcılarının ortaya koyduğu gibi öğrenmeye etki eden en önemli etmenlerden birisi bireyin zihnindeki bilgilerdir."

Ön bilgi, öğrenenlerin öğrenme ortamlarına girdikleri sırada sahip oldukları ve yeni öğrenecekleri bilgiler ile uyumlu olan bilgidir (Simons, 1999). Jonassen ve Grabowski (1993) ise ön bilgiyi öğrencilerin öğrenme sürecine girdiklerinde kazandıkları bilgi, beceri ve yeteneklerin tamamı olarak tanımlamıştır. Shapiro (2004)' ya göre ise ön bilgi, bireyin uzun süreli belleğinde bulunan ulaşabildiği ve önceden var olan bilgiler bütünüdür.

Neisser ise önceki bilgileri "algılayanın becerileri ve tecrübesi" veya öğrencinin "önceden ne bildiği" olarak tanımlamıştır. Spesifik olarak önceki bilgileri, belirli bir öğrenme görevinden önce mevcut olan, yapılandırılmış, birden fazla durumda var olan, açık net, hem kavramsal hem metabilşsel bilgi bileşenleri içeren bilgi olarak tanımlayabiliriz. Önceki bilgileri kavramsal, sabit bir yapı sağlayacak bellekte mevcut bilgi birikimi olarak da tanımlayabiliriz (Dochy, Rijdt ve Dyck, 2002).

Hewson ve Hewson'a (1984) göre öğrenme öğrencinin yeni bilgileri ile var olan bilgileri arasında yeni bağların oluşturulmasını içerir.

Öğrenme kişisel bir süreç olduğu için her öğrenen kendi kendine yeni bilgi ve eski arasında bağlar oluşturur. Öğrenenler yeni kavramlardan kendi ön bilgilerini destekleyenleri kabul ederken diğerlerini göz ardı ederler. (Özmen, 2005).

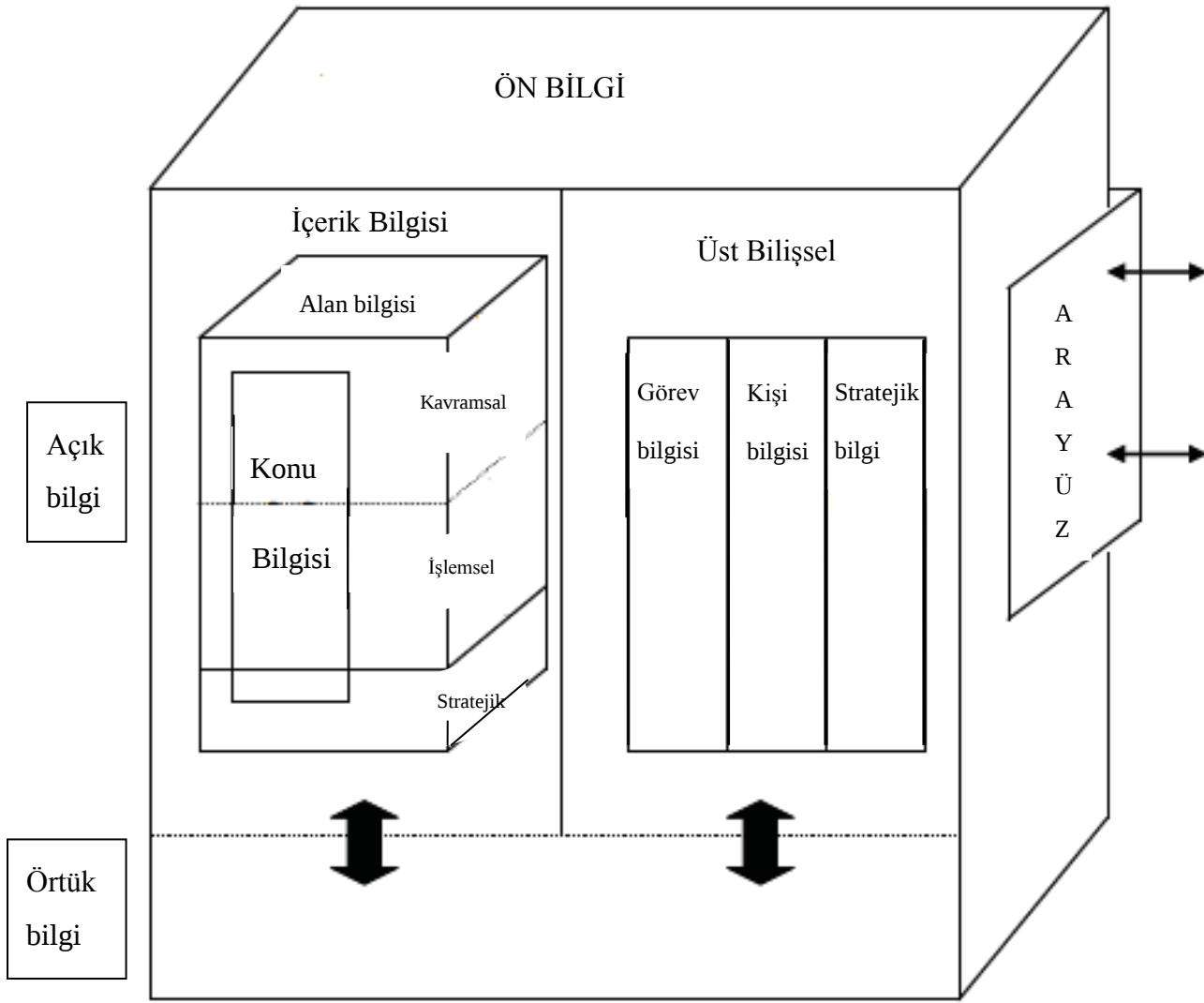
Ön bilgiyi anlamlandırmak adına çalışmalar yapılmıştır ve ön bilginin yapısının nasıl olduğu incelenmiştir. Dochy ve Alexander (1995) yaptığı çalışmada bu konu üzerinde durmuşlardır. Onlara göre aslında ön bilgi;

- doğada dinamik,
- belirli bir öğrenme görevinden önce mevcut,
- yapılandırılmış,
- birden fazla durumda var olabilen (örneğin; ifadesel, işlemsel ve şartlı bilgi)
- doğada hem açık hem örtük,
- kavramsal ve üst bilişsel bilgi bileşenlerini içeren bilgidir.

Özdem (2013), çalışmasında belirttiği üzere "Yapılan çalışmalara bakıldığında; araştırmacıların bazıları ön bilginin ifadesel (declarative) ve işlemsel (procedural) bilgiden oluştuğunu ifade ederken bazıları ise; ön bilgin alt kategorilerinin anısal (episodic) ve anlamsal (semantic) bilgi olarak ifade edilebileceğini savunmuşlardır. Stratejik bilginin kullanımından bahseden araştırmacılar da mevcuttur."

Dochy ve Alexander (1995), ise yapılan çalışmalardaki kategorilerden farklı olarak kavramsal bilgiyi; "içerik bilgisi", "konu bilgisi", "alan bilgisi" ve "disiplin bilgisi" olmak üzeri dört alt kategoriye ayırmıştır. Ayrıca çalışmada alan bilgisinin ön bilgi durumunu kavramsal, işlemsel ve stratejik olmak üzere üç bilgi türüne bağlı olduğunu da söylemişlerdir.

Dochy'nin (1996) da yapmış olduğu model, ön bilgi ile ilgili olan araştırmaların tüm boyutlarını içine alan kuramsal bir çerçeve olmuştur. Dochy'nin (1996) bu modeli, orjinal şekil korunup sadece içerisindeki yazıların çevirisi yapılarak aşağıda verilmiştir:



Şekil 2. Ön bilgi ile ilgili kavram haritası (Dochy, 1996). "Matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin fonksiyon kavramını öğrenmeleri sürecindeki etkisinin incelenmesi" Özdem, 2013, kaynağından uyarlanmıştır.

Öğrencinin konu ile ilgili ön bilgilerinin düzeyi konuyu anlama ve yapılandırma da çok önemli bir faktördür (Düzen, 2012). Ön bilgi ne kadar yapılandırılmış olursa, yeni bilginin kazanılması o kadar kolaydır. Dochy (1996), Bloom (1976), Dochy (1992) ve Tobias (1994) tarafından yapılan çalışmalarda öğrencinin önceki bilgisinin diğer değişkenleri geçersiz kılabildiği görülmüştür. Çalışmalarında öğrenmeyi, tüm yeni bilgilerin kültüre bağımlı olan yerleşik hiyerarşilere özümsemesi ve bütünleşmesi olarak görüyorlar ve önceki bilgi ne kadar yapılandırılırsa yeni bilginin edinilmesinin o kadar kolay olduğu sonucuna varıyorlar (Hoz, Bowman ve Kozminsky, 2001).

Özellikle öğrencilerin ön bilgilerinde var olan kavram yanlışları ise o konuyla ilgili yeni bilgilerin anlamlı bir şekilde yapılandırılmamalarına neden olur (Okumuş, 2017).

İlgili Araştırmalar

Lipson (1982), yapmış olduğu çalışmada çocukların metinsel materyallerden yeni bilgiler öğrenme yeteneklerini incelemiştir. Zeka derecesi aynı olan ortalama ve zayıf okuyucuların açıklayıcı metinlerden ne kadar bilgi tanıyabildiklerini ve hatırlayabildiklerini araştırmıştır. Ayrıca çalışmasında yeni bilgilerin edinilmesinde ön bilgilerin önemini de incelemiştir. Cevapları doğru, yanlış ve bilmiyor şeklinde üç farklı ön bilgi koşuluyla incelemiştir. Araştırma sonucunda hem ortalama hem zayıf düzey okuyucular için ön bilginin okuduğunu anlamada önemli bir etken olduğunu gözlemlemiştir.

Dochy ve Alexander (1995), çalışmasında kavramsal bilgiyi dört alt kategoriye ayırmıştır. Bu kategoriler, “içerik bilgisi”, “konu bilgisi”, “alan bilgisi” ve “disiplin bilgisi” şeklindedir. Bu alt kategorilerden içerik bilgisi, kişinin formal ya da informal yollarla edinebildiği bilgileri içermektedir. Alan bilgisi, içerik bilgisinin özel bir çalışma alanı veya ekonomi, matematik, hukuk gibi akademik bir alan ile ilgilidir. Konu bilgisi ise belirli bir alan bilgisinin parçasını ifade eder.

Simons (1999), çalışmasında "önceki bilgilerden öğrenmeye", "öğrenmeden yeni öğrenmeye" ve "öğrenmeden uygulamaya" olmak üzere üç tür transferden bahsetmektedir. Bu üç transferin aktarmaya çalışırken öğrenebilecekleri ikilemlerden veya paradokslardan başlaması gerektiğini söylemektedir. Öğrencilerin bu transferleri gerçekleştirebilmeleri için onlara yardımcı olunması gerektiğini belirtmektedir. Öğrencilere, önceki bilgilerini daha aktif kullanmaları ve önyargılarının bazılarının üstesinden gelmeleri için yardım edilmesi gerektiğini de belirtmiştir.

Hoz, Bowman ve Kozminsky (2001), çalışmasında "Öğrenciler jeomorfolojiye giriş dersinden yeni bilgi kazandılar mı?" ve "Öğrencilerin jeomorfolojideki yeni bilgileri ile ön bilgileri arasındaki ilişki nedir?" sorularına yanıt aramıştır. Araştırmaya, ön koşulu “Jeolojiye Giriş” dersi olan “Jeomorfolojiye Giriş” dersine kaydolan birinci sınıf öğrencilerinden 13 kişi katılmıştır. Araştırmada; geleneksel ders notlandırılmaları, içerik haritalaması ve jeomorfolojideki testler olmak üzere 3 adet ölçüm aracı kullanılmış ve

analiz sonucunda ön bilginin sonraki öğrenmeye herhangi bir etkisinin olmadığı ve “Jeomorfolojiye Giriş” dersindeki bazı kavramları tanımlamada engelleyici yönde etkisinin olduğu ortaya çıkarılmıştır.

Vural (2003), öğrencilerin fen problemlerini çözme başarılarında matematik ön bilgilerinin, mantıksal düşünme yeteneklerinin ve kavram haritası tekniğinin etkisini incelemiştir. Araştırma sonucunda, matematik ön bilgileri ve kavram haritalarının kullanımının öğrencilerin fen problemlerini çözerken gösterdikleri başarıda önemli rol oynadığını söylemiştir.

Erdoğan (2003), ağ temelli öğrenme ortamında öğrenen öğrencilerin içeriğe ilişkin ön bilgi düzeyleri ve sahip oldukları denetim odağı biçimlerinin, öğretim materyalinde verilen kontrol olanaklarını kullanmaya ilişkin tercihleri üzerindeki olası etkilerini incelemiştir. Araştırma verileri ön bilgi düzeyi ve denetim odağına göre Kruskal-Wallis testi ile analiz edilmiş; hem ön bilgi düzeyine göre kontrol olanaklarından yararlanma düzeyleri ve biçimleri arasında hem de denetim odağına göre kontrol olanaklarından yararlanma düzeyleri ve biçimleri arasında fark bulunamamıştır.

Hailikari vd. (2008), çalışmasında farklı ön bilgi türlerinin öğrencinin başarısını nasıl etkilediğini ve önceki bilgi değerlendirilmesinin bir öğretim tasarım aracı olarak nasıl kullanılabileceğini belirlemiştir. Çalışma 115 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda, önceki derslerden elde edilen önceki bilgiler, öğrenci başarısını önemli ölçüde etkilemiştir. Öğrencilerin ön bilgilerinin öğretim tasarımı ve müfredat planlamasında dikkate alınması gerektiği görülmüştür.

Hailikari (2009), çalışmasında farklı türdeki ön bilgi türlerinin öğrenci başarısını nasıl etkilediğini ve farklı değerlendirme yöntemlerinin önceki bilginin gözlemlenen etkisini nasıl etkilediğini araştırmıştır. Çalışmasında, iki matematik dersinde önceki bilgilerin farklı bileşenlerinin öğrencilerin başarısına katkısını araştırmıştır. Çalışma, önceki derslerden önceki bilgilerin hedef derste öğrencinin başarısıyla nasıl ilişkili olduğunu analiz etmiştir. Çalışmanın sonucunda önceki bilgi modelinin, önceki bilgi değerlendirmesi için potansiyel bir araç olarak kullanılabileceğini gözlemlemiştir. Öğrencilerin sahip oldukları önceki bilgi türünün bir anlamlılığı olduğu ortaya çıktığından, değerlendirmede farklı ön bilgi türleri arasında bir ayırım yapmanın faydalı olacağını ifade etmiştir. Sonuçlar,

gerçekten de öğrencilerin önceki bilgileri ile akademik öz inançları arasında bir değişiklik olduğunu ima etmiştir.

Atar Koçkar (2010), drama temelli öğrenme ortamında altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel stilini ve önceki bilgilerinin çokgen konusunda bilgi kazanımını incelemiştir. Araştırma sonucunda, bilişsel stilin ifadesel, koşullu ve işlemsel bilgiyi en iyi açıklayan değişken olduğunu, öğrencilerin önceki ifadesel bilgilerinin ifadesel ve işlemsel bilgi kazanmalarına anlamlı katkı sağladığını, ayrıca öğrencilerin önceki koşullu bilgilerinin ifadesel, koşullu ve işlemsel bilgi kazanmalarına anlamlı katkı sağladığını gözlemlemiştir.

Yanık (2011), çalışmasında 44 matematik öğretmen adayının dönüşüm geometrisi konusundaki ön bilgilerini incelemiştir. Çalışmanın veri kaynağı olan katılımcıların yarı yapılandırılmış görüşme sorularına verdikleri cevaplar ve elde edilen verilerin analizi ile öğretmen adaylarının geometrik öteleme konusunda tanıma, tanımlama ve uygulamada zorluk yaşadığı ortaya çıkmıştır. Araştırmanın sonucunda Yanık, öğretmen adaylarının geometrik öteleme hakkında çeşitli görüşlere sahip oldukları, vektörün büyüklük ve yöne sahip olduğunu bildikleri ancak bu bilgilerle ötelemeyi tanımlayamadıkları sonucuna varmıştır.

Yüksel (2012), çalışmasında öğrencilerin önceki öğrenmelerinin önemini etkili öğrenmenin önemli bileşenlerinden biri olarak analiz etmeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda, önceki bilgilerin değerlendirilmesine olan ihtiyacı analiz etmiş ve daha sonra bazı önemli aktive edici stratejiler analiz etmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin önceki bilgilerini belirleyip bu bilgileri etkinleştirmenin öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştıracağı ve eğitmenlere ders planlama ve tasarlama, kavram yanılgısı gibi öğrenmenin önündeki bazı engelleri ortaya çıkarma, öğrencilerin yeni konulara hazırlıklı olmalarını değerlendirme gibi birçok alanda avantaj sağladığı sonucuna varmıştır.

Özdem (2013), matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin lisans öğreniminin 1. yılında soyut matematik dersinde işlenen fonksiyon kavramının öğrenilmesi sürecine etkisini incelemiştir. Özdem' in çalışmasının esin kaynağı; Yanık (2011) tarafından hazırlanan matematik öğretmen adaylarının geometrik öteleme konusundaki ön bilgilerinin analizinin yapıldığı çalışmadır. Esinlenilen çalışmadan farklı olarak ön bilginin etkisi üzerine odaklanılmış ve bunun için fonksiyon kavramı tercih edilmiştir. Araştırma bulguları, sahip olunan ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecinde etkisinin

olduğu ve bu etkinin ön bilginin niteliğine bağlı olarak farklılık gösterdiğini ortaya çıkarmıştır.

Türev

Matematiğin en önemli öğrenme alanlarından biri analizdir. Analizin önemli hedeflerinden biri değişen nicelikleri, durumları ve olguları anlamak, yorumlamak ve ileriye yönelik tahmin ve hesaplamalarda bulunabilmektir. Bu hedeflere ulaşmak amacıyla analiz alanının temel kavramlarından biri olan türev kavramı kullanılmaktadır (Erdoğan, 2017).

Euclid (İ.Ö.300), bir eğriye üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin, bu noktadan geçen eğrilik çemberinin yarıçapına dik olacağını ispatlamıştır. Ancak bu ispat geometrik olarak kalmıştır. Hesaplamalar işin içine katılamamıştır. Daha sonra Archimedes (İ.Ö. 287–212), kendi ismiyle anılan Archimedes yayına teğet olan doğrunun çizimi için bir yöntem getirmiştir. Apollonius (İ.Ö. 262–190), parabol, elips ve hiperbollere teğet çizimlerinin yöntemlerini vermiştir. Bu çizimlerin tümü de Euclid' in ispatı gibi geometrikseldir ve genel değildir. Bu çizimlerde kullanılan eğriler genel değil özel eğrilerdir. Bu nedenle Yunanlılar bir eğriye üzerindeki bir noktadan çizilen teğeti bulamamışlar ve dolayısıyla genel bir teoreme ulaşamamışlardır (Dönmez, 2005).

... Bazı kaynaklar her ne kadar türev kavramının "niceliklerin birbirine göre değişim oranlarını" temel alarak geliştirilmesini Öklid (MÖ. 300), Arşimed (MÖ. 287-212) ve Pargalı Apollonius (MÖ. 262-190) dan başlatsalar da asıl kavramın çıkışı Aryabhata (457-550)' ya dayanmaktadır. Hint matematikçi Aryabhata ay hareketlerini gözlemlerken değişim oranlarını incelemiş ve bunun için sonsuz küçük kavramını kullanmıştır. Daha sonraları "değişim oranlarını incelemek için sonsuz küçük kavramının kullanımı" konusunda Bhaskara II (1114-1185) belli bir mesafe kat etmiştir. Gerçekten de diferansiyel hesabın temel kavramlarının pek çoğu (Rolle Teoremi gibi) sezgisel de olsa onun eserlerinde rastlanmaktadır (Argün ve Uyar, 2015, s.112).

Bugünkü türev kavramının, hareket ve hızlarla ilgili bir problem olduğunu, yolun kısa zamanda değişiminin bu süre içinde değişen zamana bölümünün bu zamanın sıfıra giderkenki limiti olduğunu Newton (1642–1727) görmüştür. (Yıldız, 2007)

Türev matematik, mühendislik, fizik, ekonomi, kimya ve istatistikte gibi bir çok alanda, karşımıza çıkan bir değişkene çok küçük bir artış verilmesi durumunda, fonksiyonda meydana gelecek değişikliğin değişkendeki bu artışa oranının limit durumudur karşımıza çıkmaktadır. Türev kavramı matematikte teğetin eğimi, fizikte hız ve ivme, kimyada

reaksiyon hızı, ekonomide marjinal gelir ve marjinal fiyat kavramları gibi iki değişkenin birbirine göre durumlarını incelememizi sağlayan bir kavramdır. (Balcı, 2008).

Balcı (2010), türevin matematiksel tanımını ise

" $a \in A$ ve $f: A \rightarrow IR$ bir fonksiyon olsun.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ limiti varsa bu limite f fonksiyonunun a noktasındaki türevi denir." şeklinde ifade etmiştir.

Aydın (1986), türev tanımını

" $D \subseteq IR$ ve $f: D \rightarrow IR$ fonksiyonu verilmiş olsun. $a \in D$ ve $A \in IR$ olmak üzere,

$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = A$ limitine, f nin a noktasındaki soldan türevi denir ve $f'(a^-)$ ile gösterilir. $B \in IR$ olmak üzere,

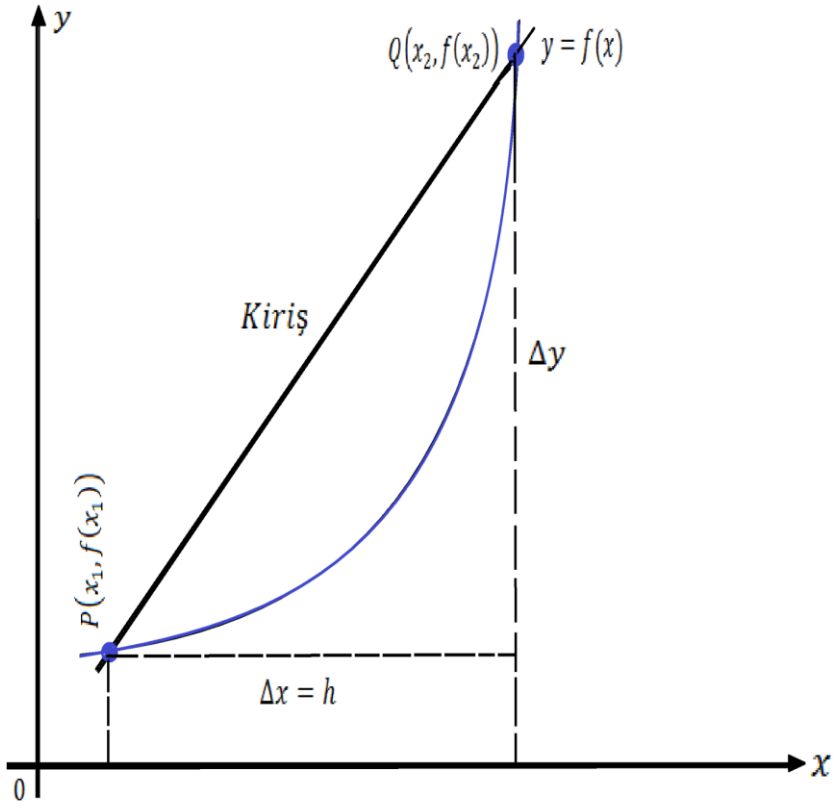
$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = B$ limitine de f nin a noktasındaki sağdan türevi denir ve $f'(a^+)$ ile gösterilir.

$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ise, f fonksiyonu a noktasında türevlenebilir denir." şeklinde yapmıştır.

Thomas Calculus kitabında türevin limit tanımını yapmadan önce ortalama değişim oranını tanımlamış ve Şekil1 de gösterilen görselle ifade etmiştir.

$y = f(x)$ ' in $[x_1, x_2]$ aralığında x ' e bağlı ortalama değişim oranı

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}, \quad h \neq 0$$



Şekil 3. $y=f(x)$ grafiğinin bir kirişi. Eğimi $\Delta x/\Delta y$, f nin $[x_1, x_2]$ aralığındaki ortalama değişim oranıdır.

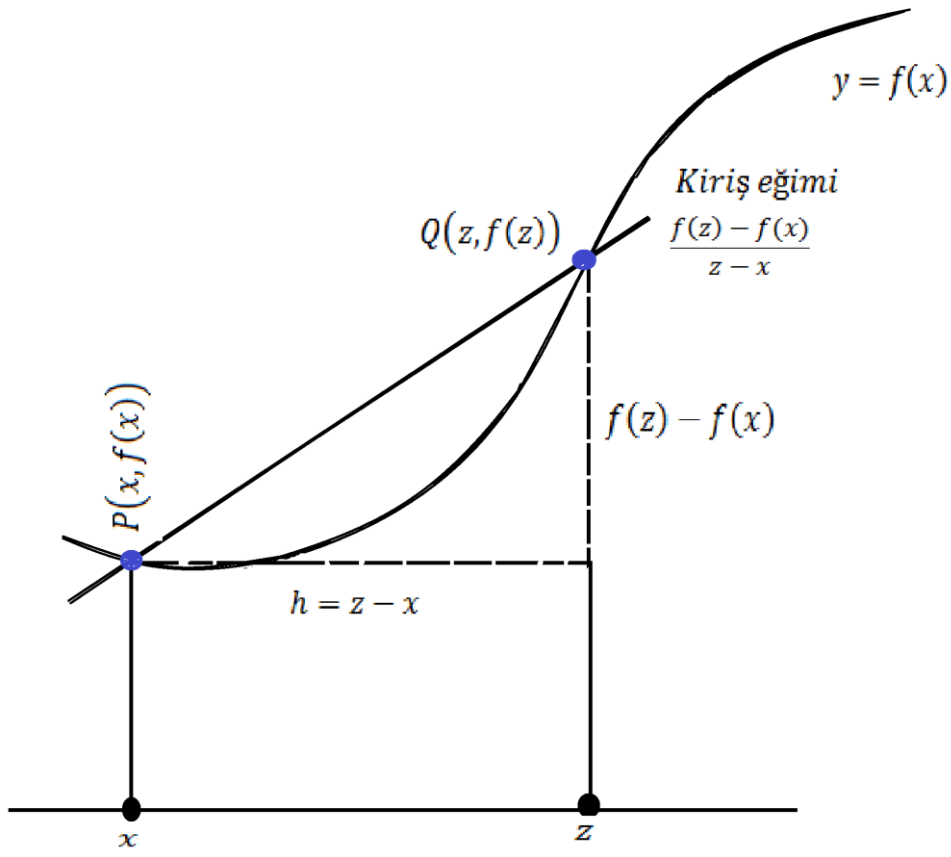
Daha sonra bir $f(x)$ fonksiyonunun x değişkenine göre türevi, x' teki değeri

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

olan (limitin bulunması koşuluyla) f' fonksiyonudur.

şeklinde yapmıştır.

Şekil 4 ile de bu tanıma ait görsel verilmiştir.



Şekil 4. f nin x 'teki türevi $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
 $= \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x}$

Park (2012), türev kavramının sembolik, geometrik, fiziksel ve cebirsel formlarda ifade edilebileceğini belirtmiştir.

Türevin sembolik gösterimlerini,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{ve} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

şeklindeki formüllerle ifade etmiştir.

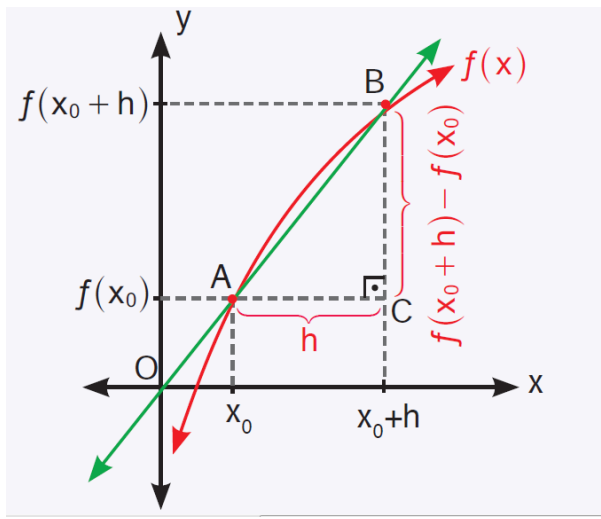
Türevin geometrik yorumu içinde “fonksiyona bir noktada çizilen teğetin eğimi fonksiyonun o noktadaki türevidir” şeklindeki tanıma vurgu yapmıştır (Park, 2012).

Milli Eğitim Bakanlığı ders kitabında ise türev kavramı,

" Bir x_0 sayısını ve $y = f(x)$ fonksiyonunu alalım. f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki anlık değişim oranını,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ olarak tanımlanıştık.

Şekil 5 de verilen grafikte $f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ dan $x = x_0 + h$ noktasına kadar ortalama değişim oranı, $(x_0 + h, f(x_0 + h))$ noktalarını birleştiren doğrunun eğimidir.



Şekil 5. Doğrunun eğimi grafiği

$$m_{AB} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0 + h - x_0}$$

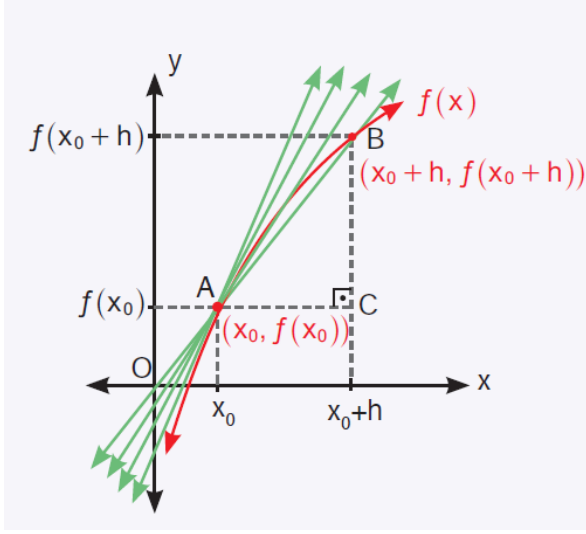
$$m_{AB} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Şekil 6 daki grafikte h sıfıra yaklaştıkça yeşil renkli doğrular değişerek f fonksiyonunun x_0 noktasındaki teğeti durumuna gelir.

Buradan $A(x_0, f(x_0))$ noktasındaki teğetin eğimi

$$m_t = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

ile hesaplanır." şeklinde verilmiştir.



Şekil 6. Teğetin grafiği

İlgili Araştırmalar

Doğan, Sulak ve Cihangir (2002), öğrencilerin lisede gördükleri özel fonksiyonlar, fonksiyonlarda limit ve fonksiyonlarda türev ve uygulamaları konularında üniversiteye ne kadar hazır bilgiyle geldiklerini tespit etmeye çalışmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin; fonksiyonlarda limit konusunda %19, fonksiyonlarda türev ve uygulamaları konusunda %6 oranında doğru cevap verebildikleri, sadece 1 öğrencinin 9 soruya doğru cevap verebildiği, diğer öğrencilerin doğru cevap sayısının 7 veya daha az olduğunu gözlemlemişlerdir. Ayrıca öğrencilerin % 24,86 sınıfın ise (47 öğrenci) hiçbir soruya doğru cevap vermediğini ve genelde soruların boş bırakıldığını da gözlemlemişlerdir.

Duru (2006), çalışmasında üniversite öğrencilerinin bir fonksiyonla onun türevi ve bir fonksiyonun sürekliliği ile türevlenebilmesi arasındaki ilişkiyi anlamada karşılaştıkları zorlukları araştırmıştır. Araştırma sonucunda, bir fonksiyonla onun türevi ve süreklilik ile türevlenebilme arasındaki ilişkiyi anlamada öğrencilerin zorlandığını gözlemlenmiştir. Bu zorlukların, öğrencilerin ön şart durumundaki bilgileri eksik ya da yanlış bilmelerinden, çoklu gösterimler arasındaki ilişkiyi kuramamalarından, kısıtlı bir sürede çok kompleks olan kavram ve fikirleri özümseyememelerinden, kavramsal anlamının yerine işlemsel anlamayı tercih etmelerinden ve fonksiyon ve türevle ilgili kavram hayallerinin sınırlı olmasından kaynaklandığını belirtmiştir.

Yıldız (2006), çalışmasında türev konusu ile ilgili dünyanın çeşitli yerlerinden “Ask Dr. Math.” adlı uluslararası internet sitesine sorulmuş sorulardan bazılarını ve bunlara verilen cevaplar hakkında, öğrencilerin ve öğretim elemanlarının görüşlerini alarak kavram yanılgıları, kavramlardaki eksiklikler ve değişik yaklaşımları araştırmıştır. Araştırma sonucunda, katılan öğrencilerin türev konusunda yetenekli olmalarına rağmen, hala formülleri ezberleme ve onları ezberden uyguladıklarını gözlemlemiştir. Yürüttüğü çalışma sonucunda, öğrencilerin türev kavramını anlamlı olarak öğrenemediği sonucuna varmıştır.

Aksoy (2007), çalışmasında Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin, "Genel Matematik" derslerindeki türev kavramının öğretiminde öğrencilerin akademik başarı, kavramsal anlama, işlemsel beceri ve problem çözme becerileri üzerindeki etkisini incelemiştir. Aksoy çalışmasında katılımcılara türevin geometrik yorumu üzerine sorular yönelmiştir. Türev kavramının öğrenilmesinde Bilgisayar Cebiri Sistemleri destekli yapılandırmacı öğretim yaklaşımına dayalı öğrenme ortamının etkili olduğunu gözlemlemiştir. Bilgisayar Cebiri Sistemleri kullanımının kavramları somutlaştırma, öğrenmelerin akılda kalmasına yardımcı olma konusunda da etkili olduğunu gözlemlemiştir.

Akkaya (2009), bu araştırmasında Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu tarafından desteklenen “Matematik Öğretmen Adaylarına Teknolojiye Yönelik Pedagojik Alan Bilgisi Kazandırma Amaçlı bir Program Geliştirme” başlıklı projenin bir parçası olan öğretmen adaylarının Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi’ni “öğrenci zorlukları” bileşeninde gelişimlerini incelemiştir. Çalışmada mikro öğretim yapan beş öğretmen adayının gelişimlerini incelenmiştir. Akkaya çalışmasında türevin eğim, değişim oranı ve limit yönlerine ilişkin çalışmalar yapmıştır. Çalışma öncesi, öğretmen adaylarının hazırladıkları derslerde öğrencilerin zorlanabileceği noktaları dikkate almadıklarını, çalışma sonrasında ise öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin öğrenci zorlukları hakkındaki bilgilerinde gelişmeler olduğunu gözlemlemiştir.

Şimşek (2010), çalışmasında beyaz tahtada video kamera ile çekilen video dersler ve bilgisayar ekranında görüntü yakalama programları ile kaydedilen video derslerin, üniversite birinci sınıfında okuyan öğrencilerin türev başarılarına etkisini geleneksel yaklaşımla matematik eğitimi alan öğrencilerle karşılaştırmış ve web destekli matematik öğretiminde kullanılan video derslere yönelik öğrencilerin görüşlerini değerlendirmiştir. Çalışması esnasında, türev başarı testi kullanmıştır. Çalışma verilerini değerlendirdiğinde, web destekli matematik öğretiminde kullanılan video ders uygulamalarına katılan

öğrencilerin türev başarıları, video ders izlemeyen öğrenci grubunun başarılarından daha yüksek bulmuştur. Ancak, geleneksel yöntem ile türev konusu anlatılan ve öğretmen görüntüsünün olduğu videoları izleyen öğrenciler ile öğretmenin sadece sesi ve kalem vuruşlarını içeren videoları izleyen öğrenci gruplarının türev başarıları arasında anlamlı bir fark gözlemlenmemiştir. Deney grubundaki öğrencilerin video dersleri; öğrenmeye etki, videolarda ders anlatan öğretmen ve teknik özellikler bakımından büyük oranda olumlu buldukları sonucuna ulaşmıştır. Öğretmen görüntüsünün olmadığı video dersleri izleyen öğrencilerin video dersleri, öğrenmeye etki ve teknik özellikler bakımından öğretmen görüntüsünün olduğu video dersleri izleyen gruba göre daha olumlu bulduğu sonucuna da ulaşmıştır. Ayrıca öğrencilerin web destekli matematik öğretimini olumlu buldukları, ancak derslerin tümüyle web üzerinden işlenmesinin zorluklar çıkaracağını düşündükleri sonucuna da ulaşmıştır.

Özturan Sağır (2010), çalışmasında matematiksel modelleme yönteminin, on ikinci sınıf öğrencilerinin türev konusundaki başarılarına, matematiksel modelleme performanslarına, öz düzenleme becerilerine etkisini araştırmış ve öğrencilerin matematiksel modelleme yöntemi hakkındaki duygu ve düşüncelerini belirlemiştir. Araştırmanın deney ve kontrol grupları Türev Konusundaki Matematiksel Modelleme Performansı testi ve Genel Türev Testi puanlarına göre karşılaştırıldığında, deney grubunun sıra ortalamasının kontrol grubununkinden yüksek olduğu; bu iki grubun Öğrenmede Motive Edici Stratejiler Ölçeğini oluşturan bileşenlere ait sıra ortalamalarından birine oldukça yakın değerler olduğunu gözlemlenmiştir. Bunlara ek olarak, öğrencilerin matematiksel modelleme yönteminde kullanılan problemleri sıra dışı ve yorum gerektiren sorular olarak değerlendirdiklerini belirtmiştir.

Ergene (2011), çalışmasında türev kavramına yönelik Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisinin "çoklu temsiller" bileşeninde matematik öğretmen adaylarının gelişimlerini incelemiştir. Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi eğitimleri sonucunda, öğretmen adaylarının çoklu temsil bilgilerinin hem çoklu temsilleri kullanma hem de kullandıkları temsiller arasındaki bağlantıları kurma yönünde geliştiğini ve bu gelişimin teknolojinin devreye girmesiyle daha da belirginleştiğini ortaya koymuştur.

Özgen (2012), yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kapsamında, öğrencilerin öğrenme stillerine uygun olarak öğrenme etkinlikleri geliştirmek ve etkinliklerle öğrenmenin, öğrencilerin akademik başarılarına, matematiğe yönelik tutumlarına, etkinlik türlerine

yönelik tercihlerine, öğrenme süreci ve ortamına yönelik görüşlerine etkilerini incelemiştir. Çalışma fonksiyon ve türev kavramları üzerine yürütülmüştür. Çalışma sonucunda öğrencilerin öğrenme stillerine uygun etkinliklerle yapılan öğrenme sürecinin onların akademik başarılarına ve problem çözme becerilerine olumlu katkılarının olduğu belirlenmiştir. Buna karşın, öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark gözlemlenmemiştir. Ayrıca, uygulanan öğrenme etkinliklerinin öğrencilerin matematik dersinde öğrenmeye yönelik görüşlerine olumlu etkilerinin olduğunu da gözlemlenmiştir.

Açıkyıldız (2013), çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının türev kavramı ile ilgili anlamalarını ve bu kavramı anlama sürecinde karşılaştıkları zorlukları ortaya koymuştur. Çalışmasında, öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili anlamaları ortaya koyarken türev ile limit, türev ile değişim oranı ve türev ile teğet/eğim arasındaki ilişkileri dikkate almıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili olarak yüzeysel anlamaya sahip olduklarını, tanımların içeriklerini tam olarak özümsemediklerini gözlemlenmiştir. Ayrıca türev-limit, türev-değişim oranı ve türev-teğet ilişkilerini yorumlamaya çalışırken zorlandıklarını tespit etmiştir.

Çekmez (2013), çalışmasında dinamik matematik yazılım destekli öğrenme ortamının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarına etkisi ile geleneksel öğrenme ortamıyla anlamalarına etkisini kıyaslamıştır. Araştırma sonucunda dinamik matematik yazılım destekli öğretimin öğrencilere dinamik düşünme süreçleri kazandırdığını gözlemlenmiştir.

Park (2015), bu çalışmada, commognitive bakış açısıyla türev üzerine öğretmenlerin sınıf içi bağlamını araştırmıştır. Bu analiz, 3 matematik öğretmenin türevi belirli bir değerdeki nokta ve bir fonksiyon olarak nasıl ele aldıklarıyla ilgilidir. Öğretmenlerin söylemlerinde, bir noktadaki türevden aralık üzerindeki fonksiyon olarak türeve geçişe odaklanılmıştır. Bu amaçla, bu çalışma türevin fonksiyona hangi yollarla dönüştüğünü araştırma sorularıyla keşfetmiştir. Üç öğretmen tarafından verilen tüm türev dersleri videoya çekilmiş ve alan notlarıyla desteklenmiştir. Yazan kişi videoları yazıya dökmüş ve onları kodlamıştır. Konuşmacı, kelimeler, yazı, çizim ve hareketleri commognitif yaklaşımla açıklamıştır. Yazılanlar tartışma konusuna bakılarak birkaç bölüme ayrılmış. Her bölüm için bir rutin tablosu hazırlanmıştır. Daha sonra öğretmen ve öğrencilerin kullandığı kelime ve görseller türevin farklı halleri olarak tabloda gösterilmiştir. Son olarak, her bir türev açıklanmış ve

öğelerinin de olduğu her tablo özetlenmiştir. Rutin tablolar için özetler yapıldığında, öğretmen bağlamının aynı özellikleri bir araya getirilmiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin başkalarıyla iletişime geçerek gerçekleştirdiği commognitive öğrenme işleminde öğretmenlerin rollerine vurgu yapılmıştır.

Turan (2016), çalışmasında matematik öğretmen adaylarının limit, süreklilik ve türev kavramları hakkındaki kavramsal yapılarını belirlemiştir. Araştırma sonucunda, limit kavramıyla ilgili 18, süreklilik kavramıyla ilgili 17 ve türev kavramıyla ilgili 15 kategori oluşturmuştur.

Altun (2016), çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenliği 2. ve 3. sınıf lisans öğrencilerinin türev konusundaki akademik başarıları ile öğrenme stilleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışma sonucunda, öğrencilerin türev konusundaki akademik başarıları ile öğrenme stilleri arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar olduğunu fakat öğrencilerin türev konusundaki akademik başarılarının cinsiyetlerine göre anlamlı bir fark oluşturmadığını gözlemlemiştir. Ayrıca, sınıf düzeyleri arasında akademik başarı açısından ve öğrenme stilleri açısından farklılıklar bulunduğunu söylemiştir.

Erdoğan (2017), çalışmasında lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkında sahip oldukları kavram imajlarını ortaya çıkarmıştır. Araştırma sonucunda, çoğu öğretmenin türev hakkındaki sorulara ezbere yazılan formüller, alışlagelmiş birkaç sözle yanıt verdiğini görmüştür. Elde ettiği bulgular sonucunda, bu öğretmenlerin türev kavramı ve türev fonksiyonu hakkında yeterli kavram bilgisine sahip olmadıklarını söylemiştir.

Duran (2018), çalışmasında lise matematik öğretmenlerinin türev ve uygulamalarına yönelik pedagojik alan bilgilerini konu alanı, öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri alanlarında incelemiştir. Çalışma sonuçlarına göre, lise matematik öğretmenlerinin türev ve uygulamalarına yönelik konu alanı bilgilerinin mesleki deneyime göre farklılaşırken cinsiyet ve mezun olunan fakülte türüne göre farklılaşmadığını, öğretmenlerin mesleki deneyimleri arttıkça türev ve uygulamalarına yönelik konu alanı bilgi düzeylerinin arttığını ifade etmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmanın katılımcılar, veri toplama süreci, veri toplama teknikleri ile verilerin analizi alt başlıklarına yer verilmiştir.

Araştırmanın Modeli

Gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı nitel araştırmayı, olayları bütüncül biçimde doğal ortamlarında incelemeye yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma biçimi olarak tanımlayabiliriz (Yıldırım, 1999). Nitel araştırmalarda araştırma problemiyle ilgili veriler katılımcıların yaşadığı fiziksel ortamdan toplanmaya çalışılır (Creswell, 2013). Derinlemesine zengin veriler doğrudan katılımcılarla konuşularak, gözlemler yaparak veya doküman incelemesiyle toplanır.

Bu araştırmanın amacı da matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgilerinin lisans eğitimlerinin ilk yılında işlenen türev kavramının öğrenimi üzerindeki etkisini detaylı incelenmek olduğundan, araştırma nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır.

Gerring' e göre durum çalışması, birden fazla durumu açıklayabilmek amacıyla tek bir durumun derinlemesine incelenmesidir. Gerring, durum çalışmasının birden fazla durum içermesine çoklu durum çalışması adını vermektedir (Gerrin' den aktaran Subaşı ve Okumuş, 2017). Bu araştırmada türev kavramına ilişkin ön bilgi etkisinin farklı boyutlarını açıklayabilmek amacıyla Ek 1 de verilen görüşme soruları katılımcılara yöneltilmiştir ve verilen cevaplar ışığında ön bilgi etkisi hakkında fikirler elde edilmesi amaçlanmıştır. Bu

amaç doğrultusunda araştırma modeline en uygun yöntemin durum çalışması olduğu düşünülmüştür.

Yin ise durum çalışmasını; araştırmada nasıl ve niçin sorularının odak noktası olduğu, araştırmacının olaylarda kontrolünün çok az olduğu bir araştırma yöntemi olarak tanımlamıştır (Yin' den aktaran Subaşı ve Okumuş, 2017). Bu araştırmada da ön bilginin yeni öğrenmeleri hangi noktalarda ve nasıl etkilediği üzerinde durulmuştur ve araştırmacı tarafından herhangi bir yönlendirme olmadan katılımcıların soruları rahat bir şekilde cevaplandırılmaları sağlanmıştır.

Araştırmanın Katılımcıları

Nitel araştırmalarda evren, araştırmacının gerçekte incelediği ve araştırdığı olguları barındıran insan toplulukları, sosyal gruplar veya çok çeşitli olay ve olgulardır. Örneklem ise bütün evreni yansıtabilecek evrenin bir kısmını seçme işlemidir.

Araştırmanın katılımcıları 2018-2019 eğitim öğretim yılının güz döneminde İç Anadolu Bölgesi'nin Ankara ilinde yer alan bir devlet üniversitesinin ortaöğretim matematik öğretmenliği 1. ve 2. sınıflarında öğrenim gören 32 öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmanın katılımcılarının öğretmen adaylarından seçilmesi öğretmen adaylarının gelecekte öğretmen olacakları ve eğitime katkıda bulunacağı düşüncesindendir. 32 öğretmen adayından 16'sı 1.sınıfta, 16'sı 2.sınıfta öğrenim görmektedir. Bu öğretmen adaylarından 8'i erkek, 24'ü bayandır. Patton (2002), Büyüköztürk (2012) gibi eğitim bilimcilerine göre, nitel araştırmalarda örneklem büyüklüğünü belirlemeye yönelik bir kural yoktur. Örneklem büyüklüğü çalışmanın amacına göre neyin kullanışlı olacağı ile eldeki kaynak ve zamana göre belirlenmektedir.

Bu araştırmada, olasılığa dayalı olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yönteminin bir çeşidi olan maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi kullanılarak katılımcılar belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışıldığı örnekleme çeşididir; olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yarar sağlar. Amaçlı örneklemede katılımcı kimlerin seçileceği konusunda kendi yargısını kullanır. Amaçlı örnekleme tekniğinde, örneklem araştırmacının araştırma problemlerine cevap bulunacağına inandığı kişilerden oluşur. (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu araştırmada ortaöğretimde işlenen türev kavramına ait bilgilerin etkisi ele alındığından ortaöğretim matematik öğretmenliğı 1. ve 2. sınıfta öğrenim gören öğretmen adayları katılımcı olarak seçilmiştir. Ayrıca araştırmanın yürütüldüğü üniversitede Analiz dersleri haftalık 4 saat teorik ve 2 saat uygulama olmak üzere 6 saat iken değışen yönetmelik ile haftalık 3 saat olmuştur. Böylece 2.sınıflar haftalık 6 saat Analiz dersi görmüş iken 1.sınıflar 3 saat Analiz dersi görmüştür. Bu değışimin etkisini de inceleyebilmek amacıyla 2.sınıflar katılımcı olarak seçilmiştir.

Amaçlı örnekleme çeşitlerinden biri olan maksimum çeşitlilik örneklemesinde ise amaç, çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmaktır. Ayrıca diğeri bir amaç ise çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını bulmaya çalışmak ve bu duruma göre problemin farklı boyutlarını ortaya koymaktır (Yıldırım ve şimşek, 2008).

Bu araştırmanın katılımcıları 1. ve 2.sınıflarda öğrenim gören 8 erkek ve 24 bayan öğretmen adayından oluştuğundan ve araştırma elde edilen durumlar arasındaki ortak noktaları ortaya koyduğundan maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi ile tasarlanmıştır.

Veri Toplama Süreci

Araştırmacı ve danışmanı tarafından literatür ışığında oluşturulan sorular için 2018-2019 eğitim öğretim yılının güz dönemi Kasım ayı içerisinde 2 uzman görüşüne başvurulmuştur. Uzman görüşlerine göre Ek1 de verilen sorulardan "Türev ile fonksiyon arasında bir ilişki var mıdır? Sizce türev bir fonksiyon mudur ?" sorusu görüşme sorularına eklenmiştir. Ayrıca uzman görüşleri sonucunda "türev" kelimesi şeklindeki ifadeler "bir fonksiyonun türevi" olarak, Ek1 de verilen 1.soruda "eğim" şeklinde yazılan ifade ise "doğrunun eğimi" şeklinde düzeltilmiştir. Uzman görüşleri değıerlendirildikten ve gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra Aralık ayı içerisinde uygulama yapılmasına karar verilmiştir. Çalışma verilerini toplamak amacıyla Aralık ayının 2. ve 3. haftasında çalışmanın yürütüldüğü üniversitede görevli iki öğretim elemanından izin alınarak ilgili üniversitenin ortaöğretim matematik öğretmenliğı bölümünün 1. ve 2. sınıflarında öğrenim gören öğretmen adaylarına Ek1 de verilen sorular yöneltmiştir. Katılımcılardan her birine ayrı ayrı görüşme soruları verilip içtenlikle cevaplandırmaları istenmiştir ve daha sonra katılımcılardan alınan dönütler doğrultusunda veriler analiz edilmiştir.

Veri Toplama Aracı

Veriler çalışmanın yürütüldüğü üniversitede görevli iki öğretim elemanından izin alınarak ilgili üniversitenin ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünün 1. ve 2. sınıflarında öğrenim gören öğretmen adaylarına her bir katılımcıya yazılı şekilde verilen soruları cevaplamaları istenerek toplanmıştır. Katılımcılardan elde edilen yazılı cevaplar ve yazılı dokümanlardan elde edilen veriler incelenmiştir.

Yazılı Doküman İncelenmesi

Nitel araştırmalarda doğrudan gözlem ve görüşmenin olanaklı olmadığı durumlarda veya araştırmanın geçerliğini arttırmak amacıyla, görüşme ve gözlem yöntemlerinin yanı sıra araştırma problemine uygun olan yazılı materyallerde araştırmaya dahil edilebilir. Doküman incelemesi veya analizi tek başına bir araştırma yöntemi olabildiği gibi, diğer nitel yöntemlerin kullanıldığı durumlarda ek bilgi kaynağı olarak da işe yarayabilir (Metin, 2018). Eğitim ile ilgili bir araştırmada, eğitim alanında ders kitapları, öğrenci ve öğretmen el kitapları, öğrenci ders ödevleri ve sınavları, ders ve ünite planları, öğretmen dosyaları, eğitimle ilgili resmi belgeler, vb. dokümanlar veri kaynağı olarak kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Araştırmanın yürütüldüğü devlet üniversitesinin 1. yılında okutulmakta olan analiz derslerinde türev kavramının öğretimi aşamasında kullanılan kaynak kitap ve ders notları araştırmanın amacına uygun olarak soru oluşturma ve veri analiz aşamasında incelenmiştir. Ayrıca araştırmanın amacına uygun olarak ön bilgi kavramının sorgulanması amacıyla ortaöğretimde kullanılan MEB kitapları da incelenmiştir.

Yapılmış olan benzer çalışmalar da incelenmiş ve yapılan incelemeler sonucunda öğretmen adaylarına uygulanacak Ek1 de verilen görüşme soruları oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının bu sorulara yazılı olarak verdiği cevaplar da doküman olarak incelenerek veri analizinde kullanılmıştır. Yapılan çalışmada türev kavramına ilişkin ön bilgilerin yeni öğrenmeler üzerindeki etkisini daha iyi incelemeye katkı sağlayacağı düşünüldüğünden görüşme soruları

- Kavramı lisans bilgilerinizle cevaplayınız.
- Kavramı ortaöğretim bilgilerinizle cevaplayınız.

şeklindeki sorulardan oluşturulmuştur. Ayrıca işlem gerektiren sorularda öğretmen adaylarının ortaöğretimden sahip oldukları işlem yapma becerilerini sorgulayıcı soruların sorulmasının, lisans programındaki işlem bilgisine etkisinin incelenmesine katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

Veri Analizi

Betimsel analiz, bir araştırma konusunun, önceden belirlenmiş temalar altında, toplanan verilerin özetlenerek yorumlanması yaklaşımıdır. Bu yöntemle ulaşılan veriler, düzenlenir, yorumlanır ve anlaşılır bir şekilde betimlenerek okuyucuya sunulur. Elde edilen bu betimlemeler de tekrar yorumlanır, neden-sonuç ilişkileri sorgulanır ve bazı sonuçlara ulaşılır. Betimsel analizde veriler, sık sık doğrudan alıntılara yer verilerek yorumlanmaya çalışılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarından elde edilen verilerin analizi ve yorumlanmasında elde edilen veriler önceden belirlenen temalara göre özetlenip yorumlandığından nitel araştırma veri analiz yöntemlerinden biri olan betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca betimsel analiz yöntemine uygun olarak veriler üzerinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Betimsel analiz, Yıldırım ve Şimşek' in (2013) ifade ettikleri gibi dört aşamada gerçekleştirilmiştir

- (1) Araştırma sorularından yola çıkarak betimsel analiz için bir çerçeve oluşturulmuştur.
- (2) Oluşturulan çerçeveye göre elde edilen veriler organize edilip tematik çerçeveye göre veriler işlenmiştir. Ayrıca bu aşamada sonuçlar açıklanırken kullanılacak olan doğrudan alıntılar ve resimler seçilmiştir.
- (3) Bulgular ve bir önceki basamakta organize edilmiş veriler tanımlanmıştır.
- (4) Bulguların yorumlanmış ve bulgular arasındaki neden sonuç ilişkileri açıklanmıştır.

Araştırma verileri incelenerek aşağıda verilen kodlar oluşturulmuştur :

- A. Tam Doğru Yanıt: Geçerli kabul edilen cevabın tüm bileşenlerini içeren cevaplar.
- B. Kısmen Doğru Yanıt: Geçerli kabul edilen cevabın tüm bileşenlerinden en az birini içeren, hepsini içermeyen cevaplar.
- C. Yanlış Yanıt: Konu ile alakalı ya da alakasız yanlış bilgi içeren, kavram yanlışlığı olduğunu gösteren, soru ile alakasız veya mantıksız cevaplar.
- D. Yanıt Yok: Soruları boş bırakma.

Araştırma alt problemlerine uygun olarak da aşağıda verilen kategoriler oluşturulmuştur :

- A. Türevin geometrik yorumuna ilişkin kategori
- B. Türevin matematiksel yorumuna ilişkin kategori
- C. Fonksiyon ön bilgisine ilişkin kategori
- D. Türevin uygulamalarına ilişkin kategori

Araştırmada kullanılan kodlar ve belirlenen kategoriler ışığında :

- A. Pozitif yönde etki
- B. Negatif yönde etki
- C. Ne pozitif ne negatif yönde etki

alt kategorileri oluşturulmuştur.

Geçerlilik ve Güvenirlik

Araştırmalarda genel anlamda geçerlik, araştırma sonuçlarının doğruluğu ile ilgilenirken, güvenirlik ise araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliğini konu edinmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Kirk ve Miller'e göre (1986) bir nitel araştırmada geçerlilik, araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi anlamına gelmektedir.

Yapılan araştırmada geçerliliği sağlamak için bir takım yöntemler kullanılmıştır. Öncelikle veri toplama araçları olarak katılımcıların görüşme sorularına verdiği yazılı cevaplar ve yazılı dokümanlar gibi birden fazla veri toplama aracı kullanılmıştır.

Araştırmada kullanılan görüşme soruları katılımcıların deneyimlerine ve yaşantılarına göre hazırlanmıştır. Ayrıca sorular araştırmacı ve danışmanı tarafından literatür ışığında oluşturulup 2 uzman görüşlerine başvurulmuştur. Böylece araştırmanın i  geçerliliğine katkı sağlanılmıştır.

Araştırmanın güvenirliği açısından ise araştırmaya kaynak oluşturan  ğretmen adaylarının seçimi, araştırmanın yöntemi, veri toplama ve analiz aşamaları açıklanmıştır. Katılımcıların verdiği cevaplardan da doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

BÖLÜM IV

ARAŞTIRMA BULGULARI

Bu bölümde araştırmada toplanan verilerin analizinden elde edilmiş olan bulgulara ve bu bulgulara ilişkin yorumlara yer verilmiştir.

Matematik öğretmen adaylarının türev kavramının tanımı ve uygulamasına ilişkin ön bilgilerinin lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türev kavramının öğrenilmesine ilişkin etkileri ve fonksiyon ön bilgisinin sorgulanmasına ilişkin toplanan verilerin analizi ile elde edilen kategoriler sunulmuş olup katılımcıların cevaplarından örnekler verilerek bulgular desteklenmiştir.

Araştırma problemlerine cevap bulabilmek için katılımcılardan elde edilmiş yazılı veriler ilgili literatürden elde edilen sınıflandırmalardan yararlanılarak analiz sürecinde kullanılmıştır. Çalışmanın yürütüldüğü üniversitede Analiz dersleri haftalık 4 saat teorik ve 2 saat uygulama olmak üzere 6 saat iken değişen yönetmelik ile haftalık 3 saat olmuştur. Böylece 2.sınıflar haftalık 6 saat Analiz dersi görmüş iken 1.sınıflar 3 saat Analiz dersi görmüştür. Bu sebeple veriler çalışmanın yürütüldüğü üniversitenin matematik öğretmenliği bölümü 1.sınıf ve 2.sınıf öğrencileri için ayrı değerlendirilmiştir. Sonuçları daha net anlayabilmek ve değerlendirebilmek amacıyla bulgular farklı kategoriler altında toplanıp açıklanmıştır. Bu kategoriler:

- E. Türevin geometrik yorumuna ilişkin kategori
- F. Türevin matematiksel yorumuna ilişkin kategori
- G. Fonksiyon ön bilgisine ilişkin kategori
- H. Türevin uygulamalarına ilişkin kategori

şeklinde belirlenmiştir. Daha sonra her kategori pozitif yönde etki ve negatif yönde etki şeklinde alt kategorilere ayrılmıştır. Bu alt kategoriler oluşturulurken Özdem (2013) tarafından hazırlanan matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin fonksiyon kavramını öğrenmeleri sürecine etkisinin analizinin yapıldığı çalışmadan ve verilerin analizi aşamasında oluşturulan kodlardan yararlanılmıştır. Bu kodlar:

- E. Tam Doğru Yanıt: Geçerli kabul edilen cevabın tüm bileşenlerini içeren cevaplar.
- F. Kısmen Doğru Yanıt: Geçerli kabul edilen cevabın tüm bileşenlerinden en az birini içeren, hepsini içermeyen cevaplar.
- G. Yanlış Yanıt: Konu ile alakalı ya da alakasız yanlış bilgi içeren, kavram yanlışlığı olduğunu gösteren, soru ile alakasız veya mantıksız cevaplar.
- H. Yanıt Yok: Soruları boş bırakma.

Bu kodlar verilerin analizine uygun olarak seçilmiştir. Bu kodlar oluşturulurken Açıkıldız (2013) tarafından hazırlanan matematik öğretmeni adaylarının türev kavramını anlamaları ve yaptıkları hataların analizinin yapıldığı çalışmadan yararlanılmıştır.

Türevin Geometrik Yorumuna İlişkin Kategori

Türev kavramının "Bir fonksiyonun bir noktadaki teğet doğrusunun eğimi" şeklindeki tanımından yola çıkarak bu kategori oluşturulmuştur. Bu kısımda ortaöğretim bilgileri ile lisans bilgileri arasındaki etkileşim incelenmiştir. Ayrıca bu bölümde türevin eğim kavramı ile yapılan tanımından yararlanıldığı için eğim kavramına ilişkin ön bilgilerde sorgulanmıştır.

Matematik öğretmen adaylarına öncelikle "Sizce doğrunun eğimi nedir ? Matematiksel bir tanımını yapabilir misiniz ?" sorusu yöneltilmiştir.

Ortaöğretim ders kitapları ve çalışmanın yürütüldüğü üniversitedeki dersler göz önüne alınarak eğim kavramına ilişkin doğru cevap olarak

"Bir doğrunun, x eksenini pozitif yönde yaptığı açıya eğim açısı; bu açının tanjantına da doğrunun eğimi denir.",

"Çeşitli parametrelere sahip $y = mx + n$ denkleminin eğimi m dir.",

"Bir d doğrusunun farklı iki noktası $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ olmak üzere d doğrusunun eğimi, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ dir." ,

"Bir doğru üzerinde iki nokta alınsın, soldaki nokta sağdaki noktaya doğru hareket ettirildikçe y eksenindeki değişimin x eksenindeki değişime oranı doğrunun eğimini verir.

Eğim = $\frac{y \text{ eksenindeki değişim}}{x \text{ eksenindeki değişim}}$ şeklindedir."

ifadeleri kabul edilmiştir.

Bu soruya ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 1 ve Tablo 2' de gösterilmiştir. Tablo 1 de 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 2' de 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 1. *Eğim Kavramına İlişkin Veriler 1*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	9	6	1	0
Lisans bilgileri	10	5	0	1

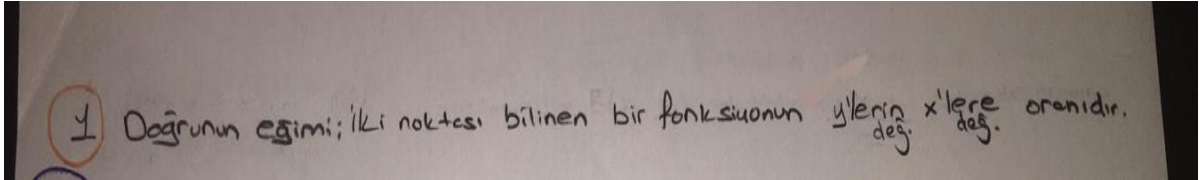
Tablo 2. *Eğim Kavramına İlişkin Veriler 2*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	7	8	1	0
Lisans bilgileri	8	7	0	1

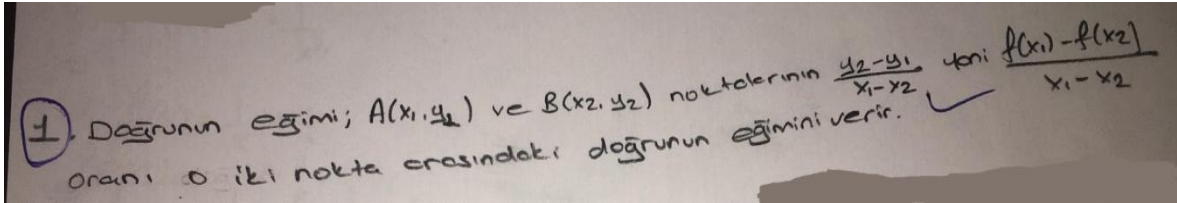
Tablodaki veriler incelendiğinde eğim kavramına ilişkin cevapların büyük çoğunluğunun geçerli kabul edilen cevaplara uygun olduğu görülmüştür. Ortaöğretim bilgileri ile lisans bilgileri karşılaştırıldığında ise 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde tam doğru cevap veren 9 katılımcıdan 8' i lisans düzeyinde de tam doğru yanıt verirken 1 katılımcı ise kısmen doğru yanıt vermiştir. Ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru cevap veren 6 katılımcıdan 4' ü lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt verirken 2 katılımcının tam doğru yanıt verdiği

görülmüştür. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde tam doğru cevap veren 7 katılımcıdan 5' i lisans düzeyinde de tam doğru yanıt verirken 2 katılımcı kısmen doğru yanıt vermiştir. Ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 8 katılımcıdan 5' i lisans düzeyinde kısmen doğru yanıt verirken 3 katılımcı tam doğru yanıt vermiştir. Bu veriler değerlendirildiğinde ortaöğretim düzeyinde kısmen ya da tam bilgili olan katılımcıların bu bilgilerinin lisans eğitimlerine pozitif yönde etki ettiği görülmüştür.

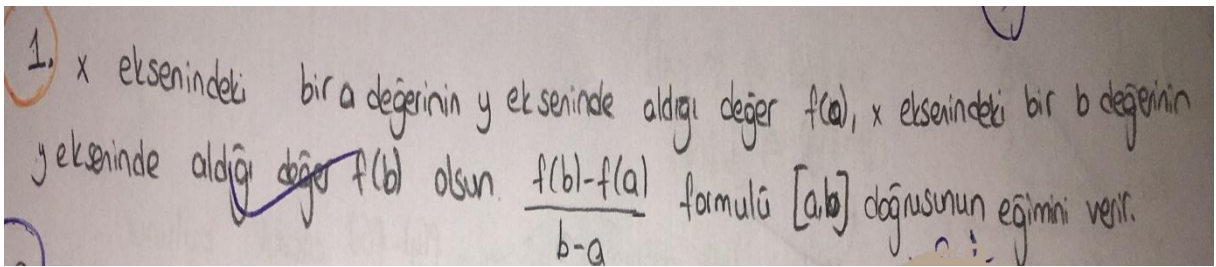
Bazı katılımcıların eğim kavramını ortaöğretim bilgileri ile cevaplandırırken sözel ifadeler kullandığı lisans düzeyinde ise bu tanımları semboller kullanarak ifade ettiği de gözlenmiştir. Bu durum 1. ve 2. sınıflardan birer katılımcının cevapları alınarak örneklendirilmiştir.



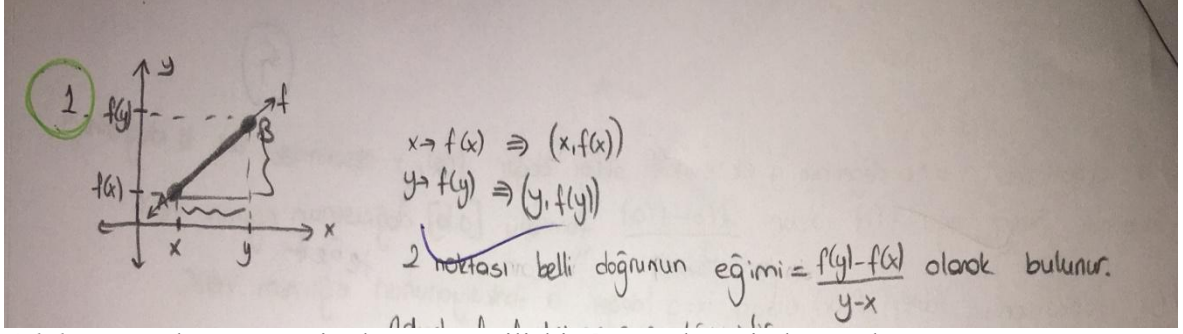
Şekil 7. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı



Şekil 8. Katılımcının eğim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı

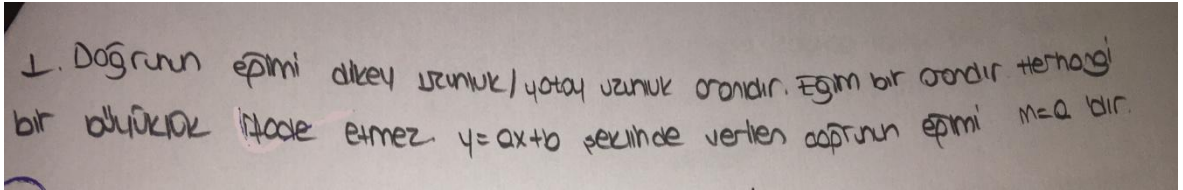


Şekil 9. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı

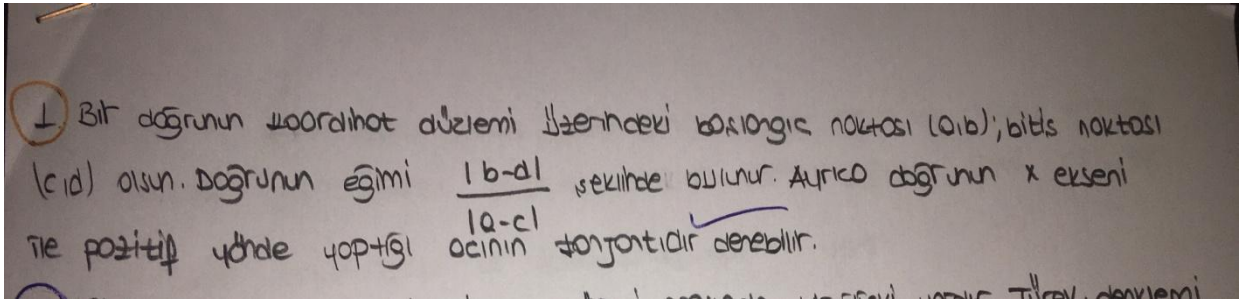


Şekil 10. Katılımcının eğim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı

Bazı katılımcıların ortaöğretim düzeyinde eğim kavramına ilişkin birden fazla doğru tanım yaptığı ve lisans düzeyinde de bu tanımların üzerine eklemeler yaptığı ayrıca yeni tanımlar eklediği gözlenmiştir. Bu durum ön bilginin bu katılımcı için de pozitif yönde etki ettiğini düşündürmüştür. Bu katılımcıya ait cevaplar aşağıda verilmiştir.

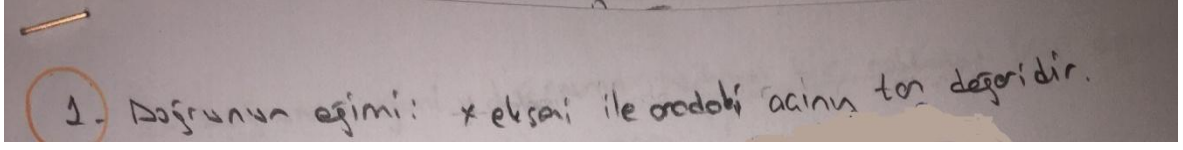


Şekil 11. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı



Şekil 12. Katılımcının eğim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı

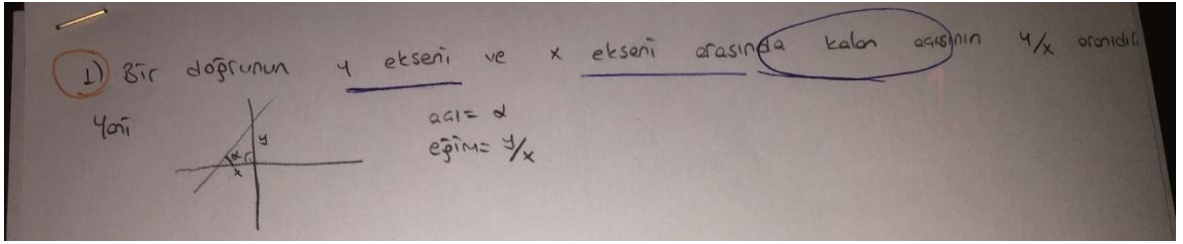
Eğim kavramına kısmen doğru yanıt veren bir katılımcıya ait cevap örneği de Şekil 13 de verilmiştir. Bu katılımcının ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt vermesine rağmen lisans düzeyinde tam doğru yanıt verdiği gözlenmiştir.



Şekil 13. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı

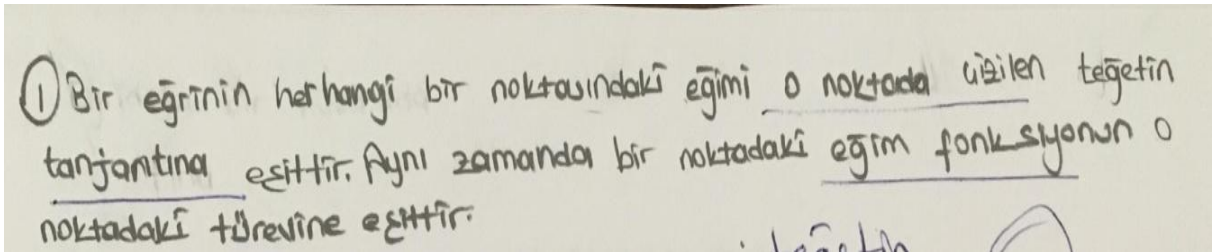
Bu örneklerden yola çıkarak ön bilginin pozitif yönde etkisinin olduğunu söylenebilir. Birçok eğitim bilimcinin fikirleri incelendiğinde ön bilginin öğrenmede olumlu etki gösterdiği fikrinde oldukları da görülmüştür. Örneğin, Piaget kuramında şemalardan bahsetmiştir.

1.sınıf ve 2.sınıf düzeyinde birer katılımcının ortaöğretim düzeyinde eğim kavramına yanlış yanıt verirken lisans düzeyinde bu soruyu yanıtsız bıraktığı görülmüştür. Bu katılımcılar için ise ön bilginin negatif yönde etki ettiği görülmüştür. Bu katılımcılara ait cevaplar aşağıdaki gibidir.



Şekil 14. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı

Verilen cevap incelendiğinde katılımcının doğrunun x eksenine ile pozitif yönde yaptığı açı olarak tanımlanan eğim açısını yanlış ifade ettiği görülmüştür.



Şekil 15. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı

Verilen cevap incelendiğinde katılımcının kavramlar arasında yanlış bilgilere sahip olduğu görülmüştür. "Teğetin tanjantı" ifadesi bu yanlışlardan birine örnek gösterilebilir.

Daha sonra katılımcılara "Sizce eğim kavramı ile bir fonksiyonun türevi arasında bir ilişki var mıdır ? (varsa) açıklayınız." sorusu yöneltilmiştir. Bu soruya ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 3 ve Tablo 4' de gösterilmiştir. Tablo 3' de 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 4' de 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3. *Eğim- Türev İlişğine Ait Veriler 1*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	3	10	3	0
Lisans bilgileri	4	8	2	2

Tablodaki veriler incelendiğinde sorulan soruya verilen tam doğru yanıt sayısının az olduğu görülmüştür. Katılımcıların büyük çoğunluğu kısmen doğru yanıt vermiştir.

Tablo 4. *Eğim- Türev İlişğine Ait Veriler 2*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	9	6	1	0
Lisans bilgileri	10	5	0	1

Tablodaki veriler incelendiğinde 2.sınıflarda ise tam doğru yanıt sayısında artış olduğu gözlenmiştir. Fakat 2.sınıflarda da kısmen doğru yanıt sayısı beklenenden fazladır. İki sınıf düzeyi göz önünde bulundurularak verilen cevaplardaki ön bilgi etkisi aşağıda alt kategoriler altında ayrıntılı olarak incelenmiştir.

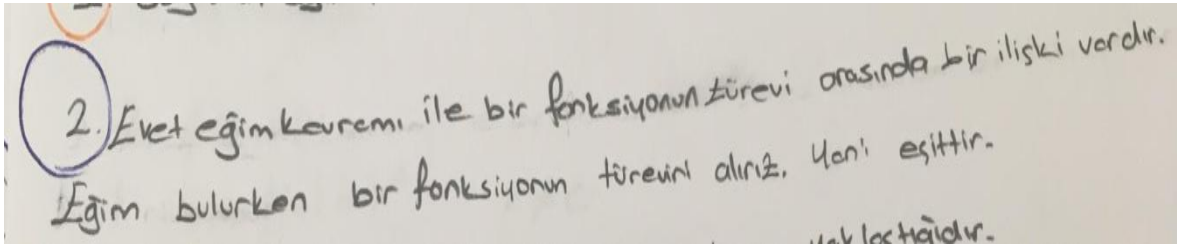
Pozitif Yönde Etki

Çalışmanın yürütüldüğü üniversitedeki dersler ve ortaöğretim ders kitapları göz önünde bulundurularak bu sorunun tam doğru yanıtı olarak

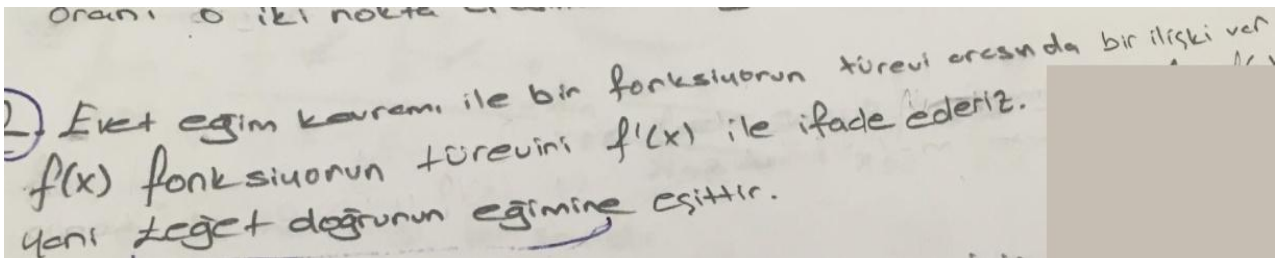
" $x \rightarrow f'(x) \equiv (x, f(x))$ noktasındaki teğet doğrunun eğimi."

ifadesi kabul edilmiştir.

Bu durum göz önünde bulundurularak soruya verilen cevaplar daha ayrıntılı incelendiğinde 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde geçerli kabul edilen cevaba göre tam doğru yanıt veren 2 katılımcının lisans düzeyinde geçerli kabul edilen cevaba göre tam doğru yanıt verdiği, 1 katılımcının ise kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 10 katılımcıdan, 6 katılımcı lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt, 2 katılımcının ise tam doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. 2.sınıflara ait veriler incelendiğinde ise ortaöğretim düzeyinde tam doğru cevap veren 8 katılımcının lisans düzeyinde de tam doğru yanıt verdiği, 1 katılımcının ise kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 4 katılımcının lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt verdiği, 2 katılımcının ise tam doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Aşağıda ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt verip lisans düzeyinde tam doğru yanıt vermiş olan katılımcılardan birine ait cevap örneği verilmiştir.



Şekil 16. Katılımcının eğim-türev ilişkisine dair ortaöğretim düzeyinde cevabı

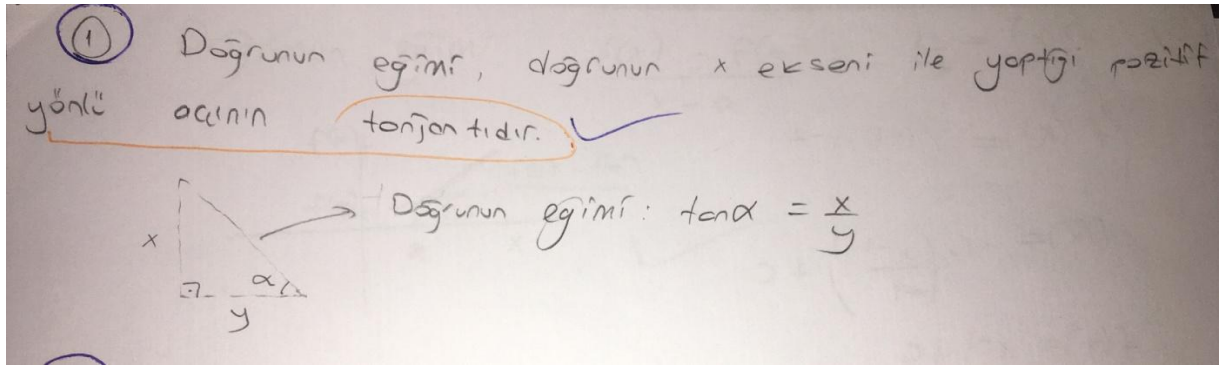


Şekil 17. Katılımcının eğim-türev ilişkisine dair lisans düzeyinde cevabı

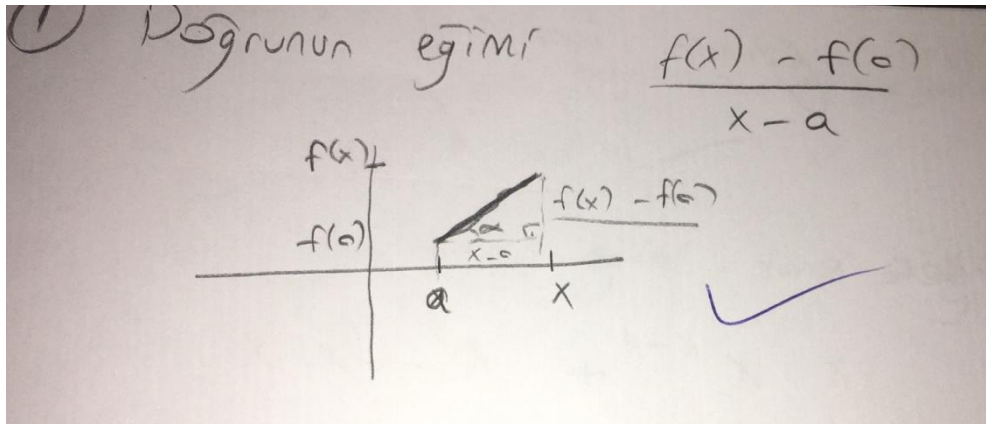
Bu veriler ön bilginin pozitif yönde etki ettiğini göstermiştir. F. Dochy, G. Moerkerke ve M. Segers yaptıkları çalışmalar sonucunda ön bilginin öğrenme üzerinde önemli ve olumlu

yönde etkiye sahip olduğunu belirtmiştir. Yapılan araştırma bulguları bunu destekler yönde olmuştur.

Ayrıca eğim- türev ilişkisine dair soruya doğru yanıt veren katılımcıların cevapları incelendiğinde bazılarının eğim kavramı sorusuna da doğru cevap verdiği gözlenmiştir. Bu durum bu katılımcılar için ön bilginin pozitif yönde etki ettiğini düşündürmüştür. Bu katılımcılardan birinin cevapları Şekil 18, Şekil 19 ve Şekil 20' de örnek olarak verilmiştir.

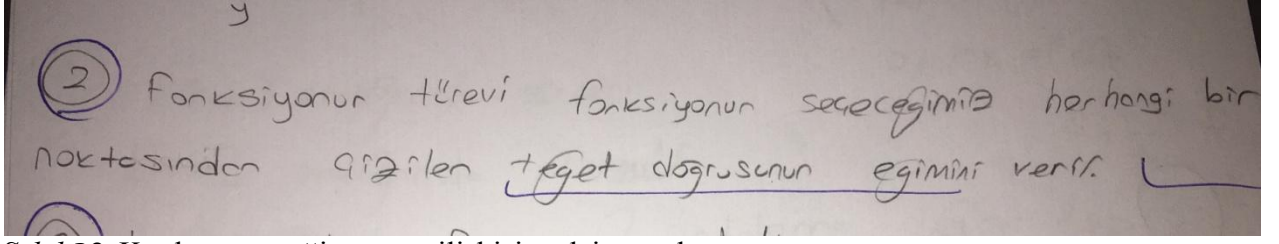


Şekil 18. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı



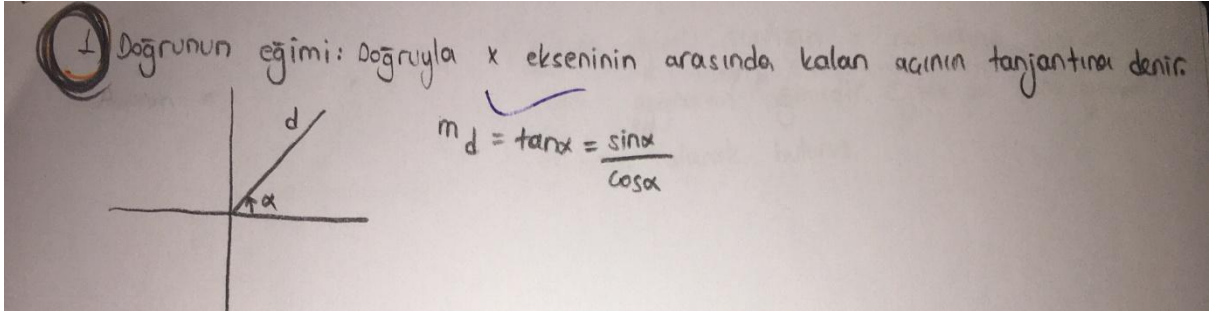
Şekil 19. Katılımcının eğim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı

Ayrıca bu katılımcı için ortaöğretim düzeyindeki cevaba oranla lisans düzeyindeki cevapta grafiksel gösterim konusunda gelişme olduğu da gözlenmiştir. Burada da ön bilginin pozitif yönde etki ettiği söylenebilir.

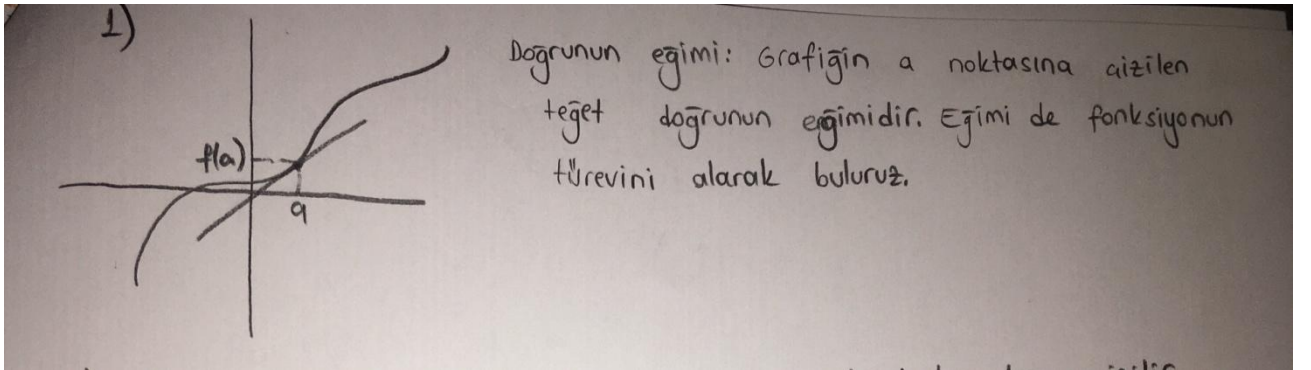


Şekil 20. Katılımcının eğim-türev ilişkisine dair cevabı

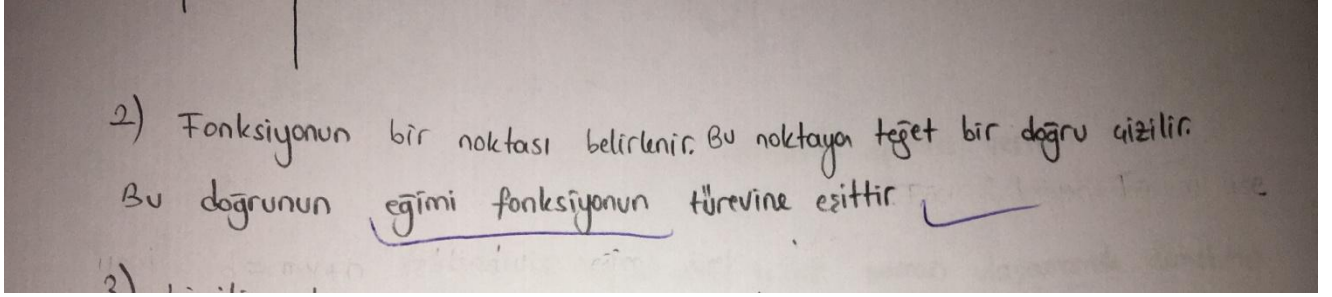
Bazı katılımcıların lisans düzeyinde eğim kavramına tam doğru cevap vermemelerine rağmen teğet doğru kavramını görsel açıdan ifade ettikleri ve limit kavramıyla olan ilişkisini doğru bir şekilde ifade edebildikleri gözlenmiştir. Burada katılımcının ortaöğretim düzeyinde eğim kavramına dair verdiği doğru cevap incelendiğinde lisans düzeyinde eğim kavramını açıklarken diğer soru olan eğim - türev kavramına odaklanıp bir yanılgıya düşmüş olabileceği sonucuna varılmıştır. Bütün bu durumlar göz önüne alındığında katılımcı için ön bilginin pozitif yönde etki ettiğini düşündürmüştür. Katılımcıya ait cevaplar Şekil 21, Şekil 22 ve Şekil 23'te verilmiştir.



Şekil 21. Katılımcının eğim kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı



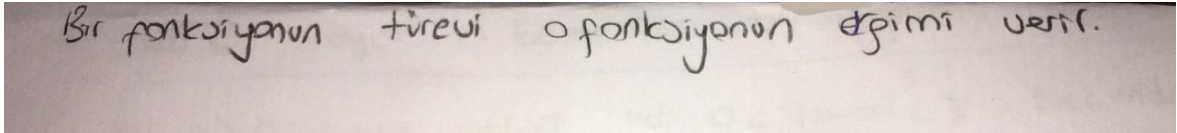
Şekil 22. Katılımcının eğim kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı



Şekil 23. Katılımcının eğim-türev ilişkisine dair cevabı

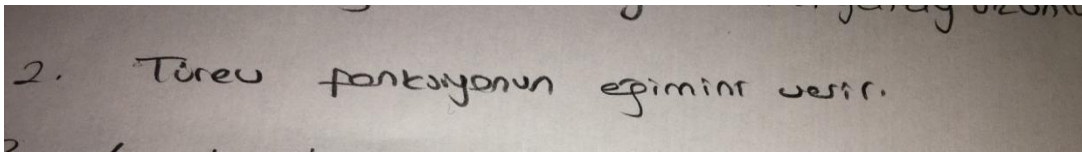
Negatif Yönde Etki

Cevaplar incelendiğinde 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde yanlış cevap veren 3 katılımcıdan 2 sinin lisans düzeyinde de yanlış cevap verdiği görülmüştür. Katılımcılardan birine ait cevaplar aşağıda verilmiştir.



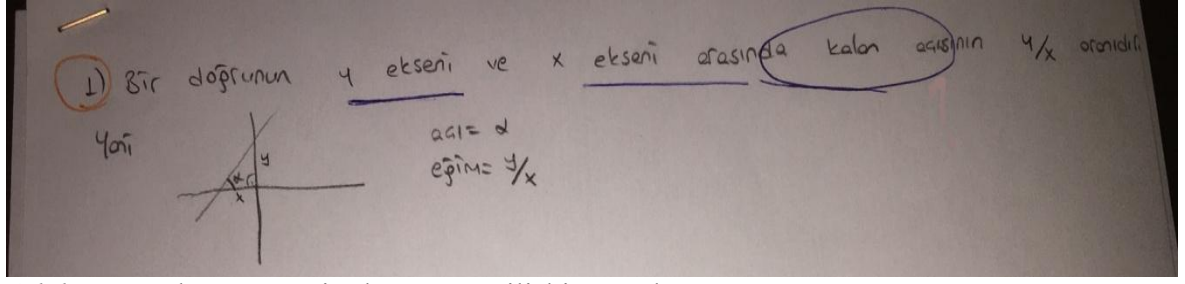
Şekil 24. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde türev-eğim ilişkisine verdiği cevap

Verilen cevap incelendiğinde fonksiyonun eğimi ifadesi kullanılmıştır fakat türev tanımına bakıldığında bir fonksiyonun bir noktadaki teğet doğrusunun eğimi şeklindedir. Teğet doğru ifadesinden bahsedilmemiştir. Aynı katılımcıya ait lisans düzeyindeki cevap incelendiğinde yine fonksiyonun eğimi ifadesi kullanıldığı görülmüştür.



Şekil 25. Katılımcının lisans düzeyinde türev-eğim ilişkisine verdiği cevap

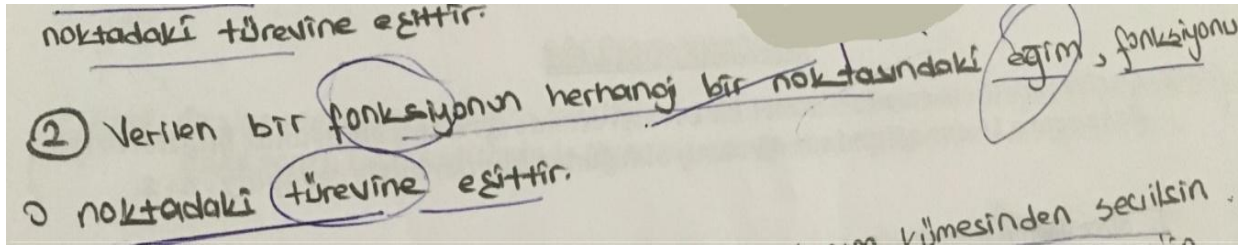
Bu bulgular ışığında ön bilgilerin negatif yönde etki ettiği görülmüştür. Ayrıca aynı katılımcının eğim kavramına ilişkin tanımlamalarda da hata yaptığı görülmüştür. Eğim kavramı sorusuna verdiği cevap Şekil 26' da verilmiştir.



Şekil 26. Katılımcının eğim kavramına ilişkin cevabı

Katılımcının kavramlara dair bilgisi olduğu fakat ayrıntılarda hatalar yaptığı ve bu hatalarını yeni öğrenmelerinde de devam ettirdiği görülmüştür.

2.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde bu soruya yanlış cevap veren katılımcının lisans düzeyinde soruyu yanıtı bırakarak görülmüştür.



Şekil 27. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap

Lipson, çalışmasında yanlış ön bilgilerin performansı olumsuz etkilediğini söylemiştir (Lipson, 1982). Yapılan çalışmada bu kategori altında toplanılan cevapların Lipson' un çalışmasıyla paralellik gösterdiği görülmüştür.

Ne Pozitif Ne Negatif Yönde Etki

Bazı katılımcıların ise ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt vermelerine rağmen lisans düzeyinde soruyu yanıtı bırakarak gözlenmiştir. Bu ise ön bilginin katılımcılar üzerinde ne pozitif ne de negatif etkisi olmadığını göstermiştir. Şekil 28 ve Şekil 29' da katılımcıların cevapları örnek olarak verilmiştir.

2) Evet vardır. Bir fonksiyonun eğimi o noktadaki türeline eşittir.

Şekil 28. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

iki nokta arasındaki dikey değişimin yatay değişime
2) Evet vardır. Bir fonksiyonun türevi, verilen doğrunun eğimini bulmamızı sağlamaktadır.

Şekil 29. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Türevin Matematiksel Yorumuna İlişkin Kategori

Türev kavramının limit kavramı ile yapılan tanımından yola çıkarak bu kategori oluşturulmuştur.

Aksoy (2007)' un da belirttiği üzere "Bir fonksiyonun türevini bulma bir fonksiyonun limiti fikrinden geliştirilmiştir. Benzer şekilde, limit kavramı integral kavramının gelişiminin temelinde de yer almaktadır. Dolayısıyla, türevi ve integrali anlamak için limit kavramını anlamak önemlidir."

Bu kısımda ortaöğretim bilgileri ile lisans bilgileri arasındaki etkileşim incelenmiştir. Ayrıca bu bölümde türevin limit kavramı ile yapılan tanımından yararlanıldığı için limit kavramına ilişkin ön bilgilerde sorgulanmıştır.

Matematik öğretmen adaylarına öncelikle "Sizce limit ne demektir ? Matematiksel bir tanımını yapabilir misiniz ?" sorusu yöneltilmiştir.

Limit kavramına ilişkin ortaöğretim ders kitabı göz önüne alınarak

"Sayı doğrusunda x değişkeni, sabit bir x_0 noktasına x_0 dan küçük değerlerle yaklaşıyorsa bu şekildeki yaklaşıma, soldan yaklaşma denir ve bu durum $x \rightarrow x_0^-$ ile gösterilir. Sayı doğrusunda x değişkeni, sabit bir x_0 noktasına x_0 dan büyük değerlerle yaklaşıyorsa bu şekildeki yaklaşıma, sağdan yaklaşma denir ve bu durum $x \rightarrow x_0^+$ ile gösterilir.

A bir açık aralık, $a \in A$ olmak üzere f , A da ya da $A - \{a\}$ da tanımlı bir fonksiyon olsun.

Bu durumda;

1) $x \rightarrow x_0^-$ iken $f(x) \rightarrow l_1$ oluyorsa f nin $x \rightarrow x_0^-$ iken limiti l_1 dir, denir ve bu durum $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1$ şeklinde gösterilir.

2) $x \rightarrow x_0^+$ iken $f(x) \rightarrow l_2$ oluyorsa f nin $x \rightarrow x_0^+$ iken limiti l_2 dir, denir ve bu durum $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2$ şeklinde gösterilir.

3) $x \rightarrow x_0^-$ ve $x \rightarrow x_0^+$ iken $f(x) \rightarrow l$ oluyorsa f nin $x \rightarrow x_0$ iken limiti l dir, denir ve bu durum $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ şeklinde gösterilir.

şeklinde gösterilir."

biçimindeki tanımlar tam doğru yanıt olarak kabul edilmiştir.

Lisans düzeyinde ise çalışma yapılan üniversitenin dersleri göz önüne alınarak,

" $f : I \rightarrow R$ bir fonksiyon, c , I kümesinin yığılma noktası olsun. Her $\varepsilon > 0$ reel sayısı için $0 < |x - c| < \delta$ şartını sağlayan $x \in I$ reel sayılarının $f(x)$ görüntüleri $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğini sağlayacak şekilde c ye ve ε sayısına bağlı bir $\delta > 0$ reel sayısı varsa f fonksiyonunun c noktasında limiti vardır ve limiti L sayıdır denir. "

ifadesi tam doğru yanıt olarak kabul edilmiştir. Limit kavramının bu tanımı ortaöğretim düzeyindeki tanımdan farklı olarak limit kavramını anlamlandırmaya yöneliktir.

Bu soruya ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 5 ve Tablo 6' da gösterilmiştir. Tablo 5' de 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 6' da 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 5. *Limit Kavramına İlişkin Veriler 1*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	6	7	2	1
Lisans bilgileri	5	8	3	0

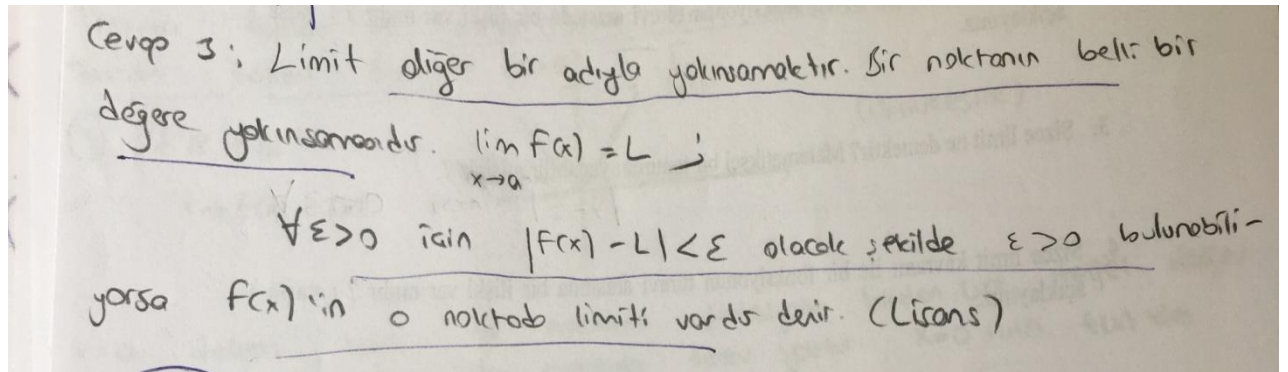
Veriler incelendiğinde tam doğru ve kısmen doğru yanıt veren katılımcı sayısının fazla olduğu görülmüştür.

Tablo 6. *Limit Kavramına İlişkin Veriler 2*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	9	6	0	1
Lisans bilgileri	4	5	0	7

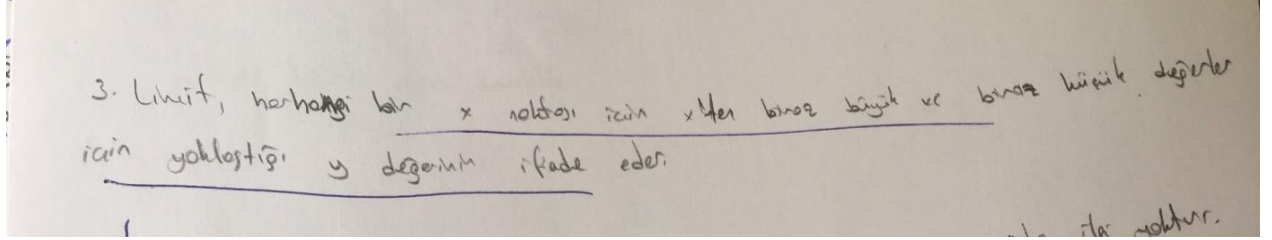
Veriler incelendiğinde 2.sınıflarda lisans düzeyinde soruya yanıt vermeyen kişi sayısının fazla olduğu görülmüştür. Bu durum ise lisans eğitimlerinin 1.sınıfında limit tanımını ezberleyip içselleştiremediklerinden 2.sınıfta bu tanımı unutmuş olabilecekleri durumunu düşündürmüştür.

Daha ayrıntılı incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren katılımcıların çoğunun sağdan ve soldan yaklaşma ifadesine pek değinmediği görülmüştür. Katılımcıların büyük çoğunluğunun limit kavramını sözel ifadelerle açıkladığı sembollere fazla yer vermedikleri de görülmüştür. Lisans düzeyinde cevaplar incelendiğinde ise bir kısmının tanımdaki yığılma noktasından bahsetmedikleri, her $\varepsilon > 0$ ifadesinde hatalar yaptıkları gözlenmiştir. Tanımın her $\varepsilon > 0$ reel sayısı için sağlanması gerektiği şartını gözden kaçırdıkları görülmüştür. Aşağıda katılımcılara ait kısmen doğru yanıt örnekleri verilmiştir.



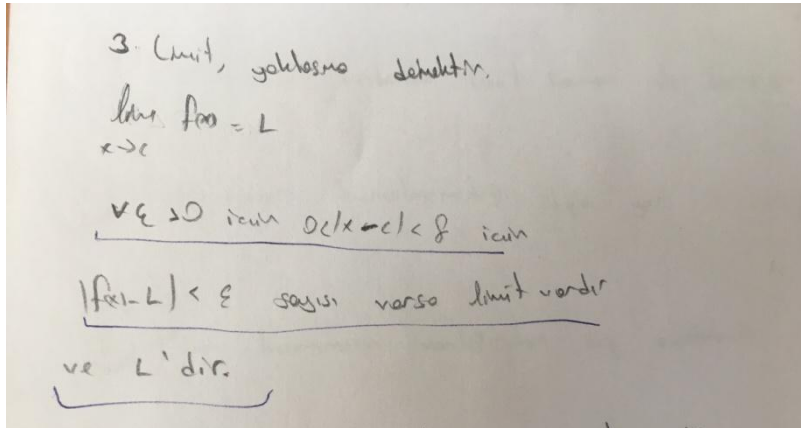
Şekil 30. Limit kavramına ilişkin katılımcı cevabı

Verilen cevap incelendiğinde ortaöğretim düzeyindeki yanıtta sağdan ve soldan yaklaşma kavramından bahsedilmemiştir. Lisans düzeyinde ise $0 < |x - c| < \delta$ durumundan, yığılma noktasından hiç bahsedilmemiştir.

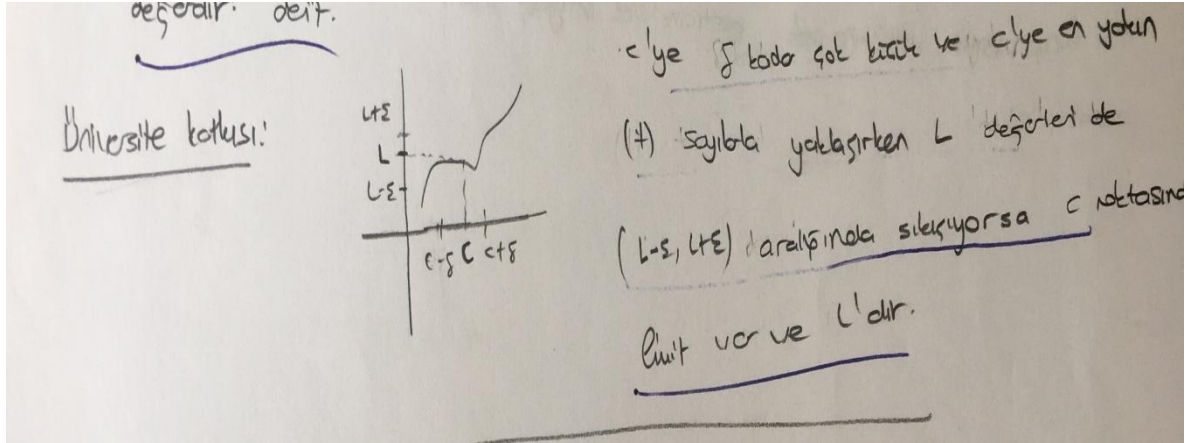


Şekil 31. Katılımcının limit kavramına ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevabı

Burada katılımcının küçük ve büyük değerler ifadesiyle sağ ve sol yaklaşımdan bahsettiği görülmüştür. Şekil 32' de katılımcının lisans düzeyinde cevabı verilmiştir. Katılımcı iki düzeyde de konuyu bilmektedir fakat bazı ayrıntıları kaçırmaktadır.



Şekil 32. Katılımcının limit kavramına ilişkin lisans düzeyinde cevabı

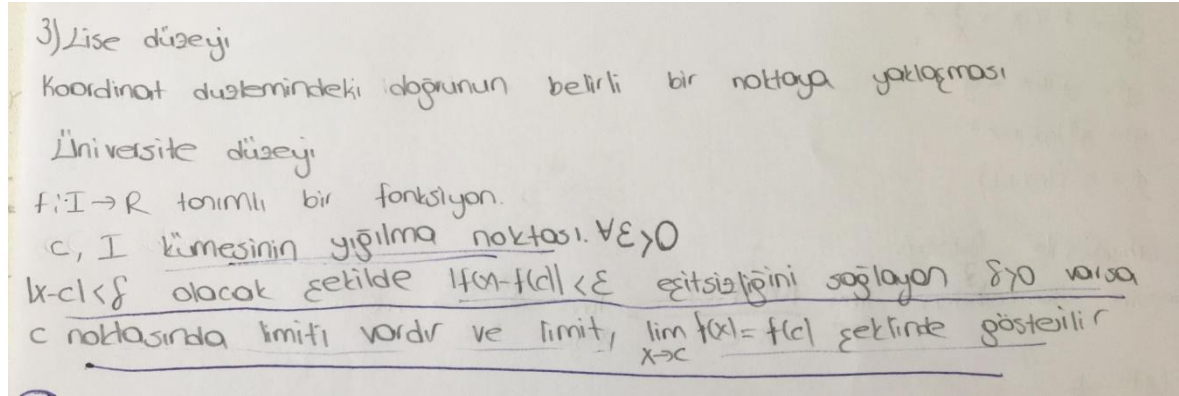


Şekil 33. Katılımcının limit kavramına ilişkin cevabı

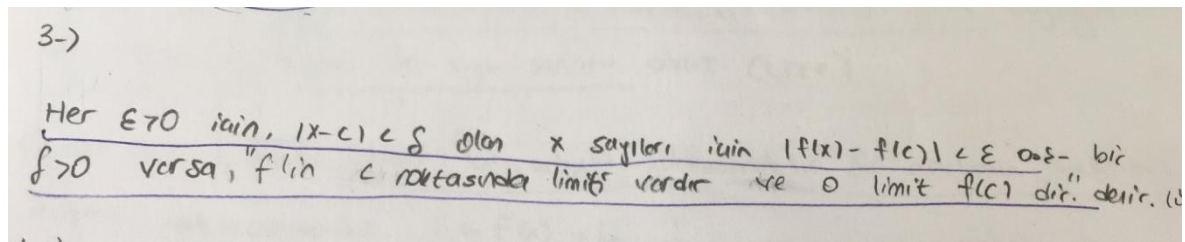
Şekil 33' de de başka bir katılımcının grafik yardımıyla limit tanımında ifade ettiklerini göstermeye çalıştığı görülmüştür. Fakat yine bu katılımcının da tanımında δ, ϵ kavramlarına ait bilgi eksikleri görülmektedir.

Limit kavramının tanımında ortaöğretimde bahsedilen yaklaşma kavramının ayrıntılı olarak mantığının lisansta verildiği ve katılımcıların ortaöğretimde edindikleri bu ön bilgiyi lisans tanımlarında kullandıkları gözlenmiştir. Burada ön bilgi katılımcılar için pozitif yönde etki etmiştir.

Ayrıca 1.sınıf ve 2.sınıflarda bazı katılımcıların ortaöğretim düzeyinde soruyu yanıtsız bırakmasına rağmen lisans düzeyinde soruya doğru yanıt verdikleri gözlenmiştir. Bu durum ön bilgilerin unutulmuş olabileceğini ve böylece katılımcıların yeni öğrenmelere açık olduğunu düşündürmüştür. Bazı katılımcıların ise ortaöğretim düzeyinde soruyu yanlış cevaplamasına rağmen lisans düzeyinde soruya doğru cevap verdiği de gözlenmiştir. Aşağıda bu duruma örnek olarak 1. ve 2. sınıflardan katılımcılara ait cevaplar verilmiştir.



Şekil 34. Katılımcının limit kavramına ilişkin cevapları



Şekil 35. Limit kavramına ilişkin katılımcı cevabı

Bu durumda katılımcı yanlış öğrenmelerinin farkına varıp yeniden bilgilerini düzenlemiş olabileceğini düşündürmüştür. Böylece ön bilgilerdeki eksikliğin yeni bilgiler öğrenmeyi engellemediği görülmüştür.

Daha sonra türevin limit kavramıyla yapılan tanımına ilişkin ön bilgileri inceleyebilmek amacıyla katılımcılara "Sizce limit kavramı ile bir fonksiyonun türevi arasında bir ilişki var mıdır ? (varsa) açıklayınız." sorusu yöneltilmiştir.

Bu soruya ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 7 ve Tablo 8 de gösterilmiştir. Tablo 7 de 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 8 de 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 7. Limit - Türev İlişkisine Ait Veriler 1

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	8	4	4	0
Lisans bilgileri	11	3	2	0

Tablo 8. Limit - Türev İlişkisine Ait Veriler 2

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	5	5	3	3
Lisans bilgileri	7	3	1	5

2.sınıfların türev kavramına ilişkin doğru yanıt sayısının daha fazla olması beklenirken iki tablo verileri karşılaştırıldığında tam tersi bir durum söz konusudur. Ortaöğretim düzeyi cevaplar için bu durum unutma, hatırlayamama durumlarının söz konusu olabileceğini düşündürmüştür. Bu durum lisans cevapları için ise bir önceki yılda öğrenmiş oldukları cevapları içselleştirememiş olabileceklerini düşündürmüştür.

Pozitif Yönde Etki

Çalışmanın yürütüldüğü üniversitedeki dersler ve ortaöğretim ders kitapları göz önünde bulundurularak bu sorunun tam doğru yanıtı olarak ortaöğretimde

"Bir fonksiyonun bağımlı değişkendeki değişimin bağımsız değişkendeki değişime oranının limit durumuna, anlık değişim oranı denir. Bir fonksiyonun anlık değişim oranına da, türev denir. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ limit değeri, eğer varsa $f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevidir."

ve

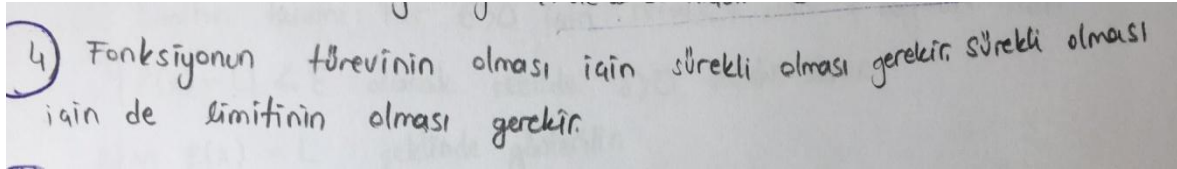
" Bir $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ noktasında türevli ise bu noktada süreklidir. Ancak $f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasında sürekli olması, bu noktada türevli olduğu anlamına

gelmez. $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ da sürekli değilse bu noktada türevli de değildir." ifadeleri kabul edilmiştir.

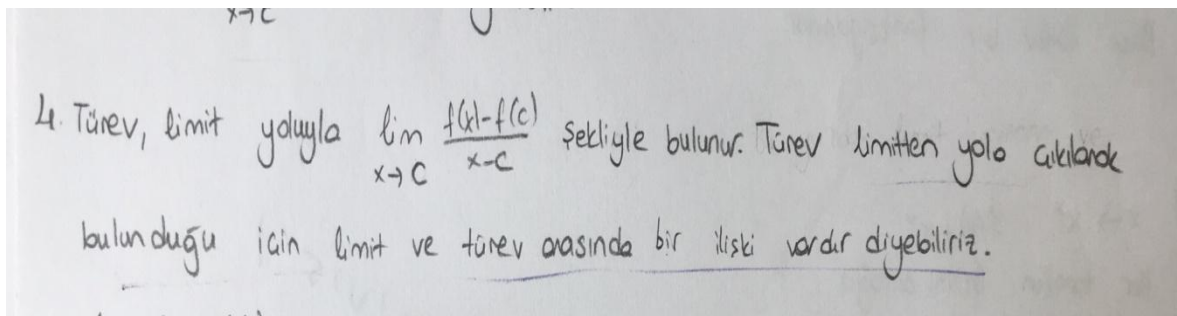
Lisans düzeyinde tam doğru yanıt olarak

" f fonksiyonu c noktasının bir komşuluğunda tanımlı olsun. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ limiti varsa f fonksiyonuna $x = c$ noktasında türevlenebilir denir." ifadesi kabul edilmiştir.

Verilen cevaplar incelendiğinde 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde soruya tam doğru cevap veren 8 katılımcıdan, 7 katılımcı lisans düzeyinde tam doğru cevap, 1 katılımcı kısmen doğru cevap vermiştir. Ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru cevap veren 4 katılımcıdan 2 katılımcı kısmen doğru cevap, 2 katılımcı tam doğru cevap vermiştir. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde tam doğru yanıt veren 5 katılımcıdan 5 katılımcının da lisans düzeyinde tam doğru yanıt verdiği, ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 5 katılımcıdan 2 katılımcı tam doğru cevap, 2 katılımcı ise kısmen doğru cevap vermiştir. Aşağıda ortaöğretim düzeyinde ve lisans düzeyinde soruya doğru cevap vermiş bir katılımcıya ait örnek verilmiştir.



Şekil 36. Katılımcının limit-türev ilişkisine dair ortaöğretim düzeyinde cevabı



Şekil 37. Katılımcının limit-türev ilişkisine dair lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının ortaöğretim düzeyinde teorem ifadesinden yararlanarak yorum yaptığı lisans düzeyinde ise semboller kullanarak daha matematiksel bir ifade ile kavramı açıkladığı görülmüştür. Diğer katılımcılara ait verilerde göz önüne alınarak ön bilginin bu katılımcılar

için pozitif yönde etki ettiğini söylenebilir. Katılımcılardan elde edilen görüşlerde bunu destekler yöndedir. Şekil 38' de bu duruma yönelik bir katılımcıya ait görüş verilmiştir.

Yaklaşık 15 aylık üniversite öğreniminde Matematik öğrenme
adına ; lise de öğrendiğimiz konuların mantığını, kullandığımız formüllerin
nereden geldiğini daha iyi kavrayabilme yetisinin adım adım geliştiğini
söyleyebiliriz.

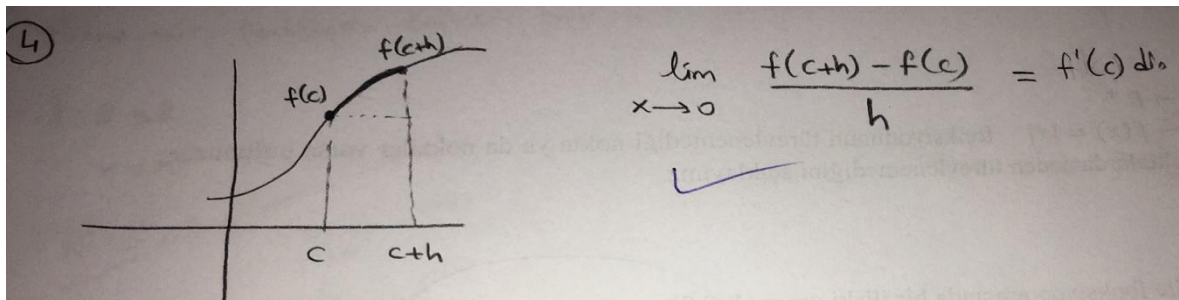
Şekil 38. Katılımcı görüşü

Aşağıda doğru yanıt veren başka bir katılımcıya ait cevaplar verilmiştir.

4) Fonksiyonun türevinin olması için sürekli olması gerekir. Sürekli olması
için de limitinin olması gerekir.

Şekil 39. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcı ortaöğretim düzeyinde türev ile limit arasındaki ilişkiyi teorem ifadesiyle açıklamıştır.



Şekil 40. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

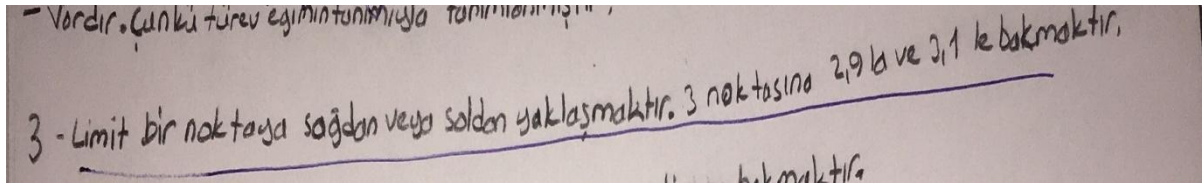
Katılımcının Şekil 40' da verilen lisans düzeyinde limit ve türev ilişkisine türevin matematiksel yorumuyla cevap verdiği gözlenmiştir. Ayrıca grafik çizimi ile cevabını desteklemeye çalışmıştır. Ortaöğretimdeki doğru bilgisine lisans düzeyinde doğru bilgiler

eklediği gözlenmiştir. Bu ise katılımcı için ön bilginin pozitif yönde etki ettiğini düşündürmüştür.

Negatif Yönde Etki

Cevaplar incelendiğinde 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde yanlış cevap veren 2 katılımcının lisans düzeyinde de yanlış cevap verdiği görülmüştür. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde yanlış cevap veren 3 katılımcıdan 1 katılımcı lisans düzeyinde de yanlış cevap verirken 1 katılımcı lisans düzeyinde soruyu yanıtsız bırakmıştır. Bu katılımcının cevabı incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde "*Limit ile türev arasında bir ilişki yoktur.*" yanlış yanıtını verdiği görülmüştür. Lisans düzeyinde ise bu soruya "*Emin değilim*" şeklinde yanıt vermiştir. Aynı katılımcının limit kavramında da hatalar yaptığı görülmüştür. Katılımcının hem limit kavramına ilişkin ön bilgisinde hem de ortaöğretim düzeyinde limit türev ilişkisine dair ön bilgisinde eksiklikler ve hatalar olması lisans düzeyinde de bu kavrama dair yanlış yanıt vermesine neden olmuş olabileceğini düşündürmüştür. Bu ise bu katılımcılar için ön bilginin negatif yönde etki ettiğini göstermiştir.

Ayrıca katılımcılardan birinin ise limitin cebirsel tanımını veremediği ama sözel ifadelerle limiti tanımlamaya çalıştığı görülmüştür.



Şekil 41. Katılımcının limit kavramına ilişkin cevabı

Katılımcının Şekil 42' de gösterilmiş olan limit - türev ilişkisinin sorgulandığı soruda verdiği cevapta limit kavramına ilişkin ön bilgisindeki cebirsel ifade eksikliğinin türev konusunda da kendisini gösterdiği görülmüştür. Bu ise bu katılımcıda da ön bilgi eksikliğinin negatif yönde etki ettiğini düşündürmüştür.

4- Vardır, Limiti olmayan fonk. türevide yoktur,
- Bir fon. türevin tanımını sağlaması için önce limitin tanımını sağlamalıdır.

Şekil 42. Katılımcının limit-türev ilişkisine dair cevabı

Aşağıda başka bir katılımcıya ait yanlış cevaplardan örnekler verilmiştir.

4. Türev elme kurallı limit elme kurallı ile yapılır.

Şekil 43. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap incelendiğinde ifadede eksiklikler olduğu görülmüştür. Katılımcı sadece kurallardan bahsetmiştir limit - türev ilişkisini tam anlamıyla ifade etmemiştir.

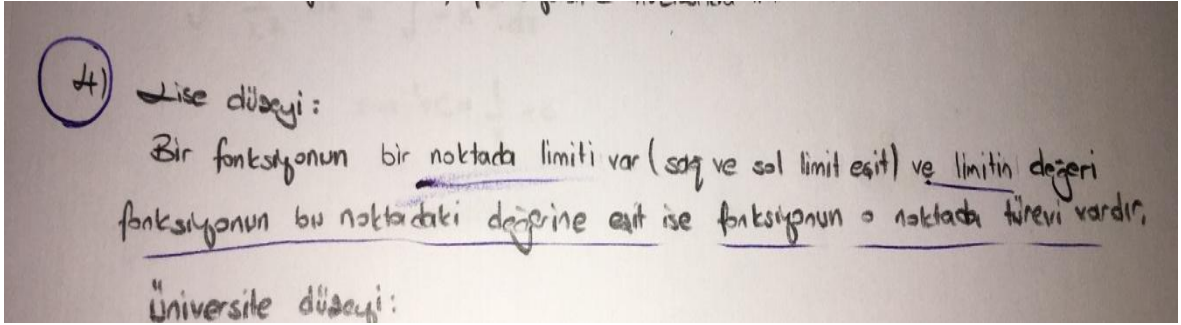
4. Türev esm denektir, doğrudan uçları arasındaki limitlere göre o noktadaki yaklaşımları yazılarak esm bulunabilir.
5. $f(x) = kx$

Şekil 44. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının lisans düzeyinde de yanlışlıklar ve soru ile ilgisi olmayan ifadeler olduğu gözlenmiştir. Soru türev - limit ilişkisi ile ilgili olduğu halde katılımcı eğitim kavramıyla ilişkilendirmiştir. Bu cevaplar katılımcı içinde ön bilgideki eksikliğin yeni bilgi öğreniminde negatif yönde etki ettiği düşündürmüştür.

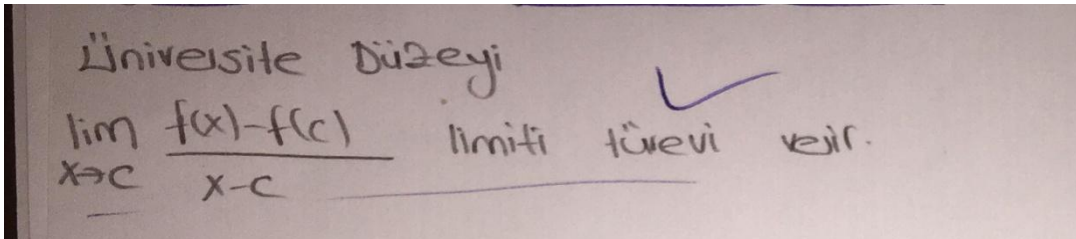
Ne Pozitif Ne Negatif Yönde Etki

Cevaplar incelendiğinde 2 katılımcıya ait verilerde ortaöğretim bilgilerinde hata varken lisans düzeyinde soruya doğru yanıt verdikleri gözlenmiştir. Bu katılımcıların cevaplarını göz önüne alarak ekstra bir kategori oluşturulmuştur. Katılımcılardan birine ait cevap örneği aşağıda verilmiştir.



Şekil 45. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap Şekil 45' te gösterilmiştir. Cevap incelendiğinde teorem ifadesini yanlış hatırladığı gözlenmiştir. Sürekli olan her fonksiyonun türevli olmak zorunda olmadığı ortaöğretim ders kitabında da " $f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasında sürekli olması, bu noktada türevli olduğu anlamına gelmez." ifadesiyle belirtilmiştir. Bu bağlamda katılımcının cevabı yanlış yanıt olarak kabul edilmiştir. Fakat katılımcının lisans düzeyinde verdiği cevap incelendiğinde ise matematiksel olarak limit türev ilişkisini doğru olarak gösterdiği gözlenmiştir. Buradan da bazı katılımcılar için ön bilgilerin yeni öğrenmelere engel olmadığı gözlenmiştir.

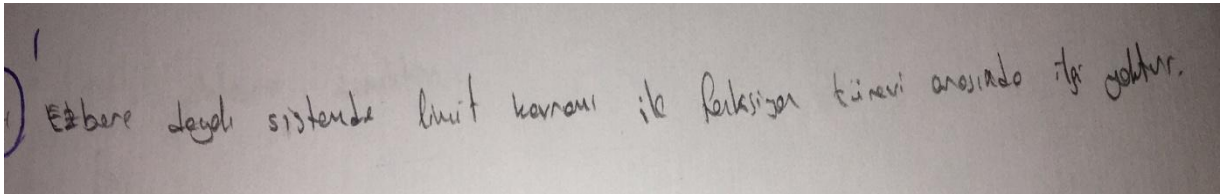


Şekil 46. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

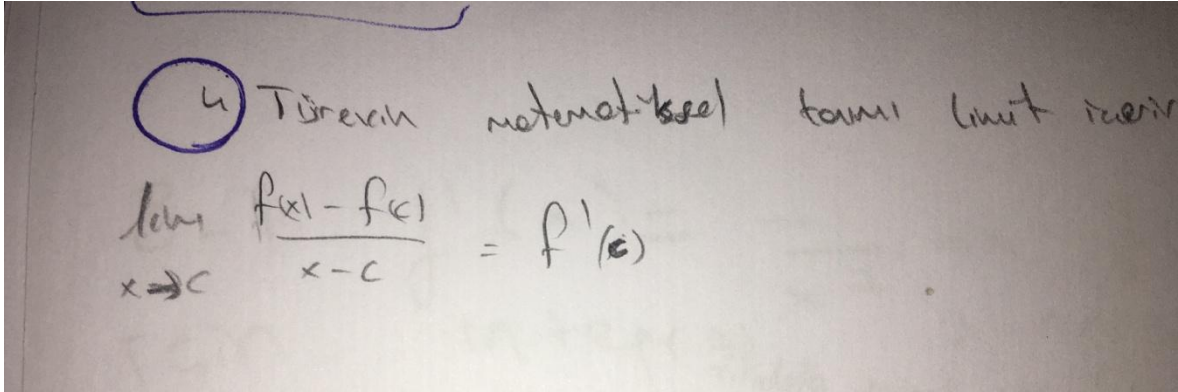
Ayrıca " $f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasında sürekli olması, bu noktada türevli olduğu anlamına gelmez." ifadesini destekler nitelikte olan

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$x \rightarrow f(x) = |x|$ fonksiyonunun türevlenemediği nokta ya da noktalar varsa bulunuz. Bu noktalarda neden türevlenemediğini açıklayınız." sorusuna bu katılımcıların verdiği cevapta incelenmiştir. Sonucunda bu katılımcıların uygulama aşamasında soruyu doğru cevapladıkları gözlenmiştir. Yanlış ön bilgileri bu soruyu da çözmelerine engel olmadığı görülmüştür. Öte yandan bu teorem ifadesini yanlış bilmelerine rağmen mutlak değer sorusunu doğru yanıtlamaları mutlak değer türevine ait bilgileri ezberlemiş olabileceklerini de düşündürmüştür.

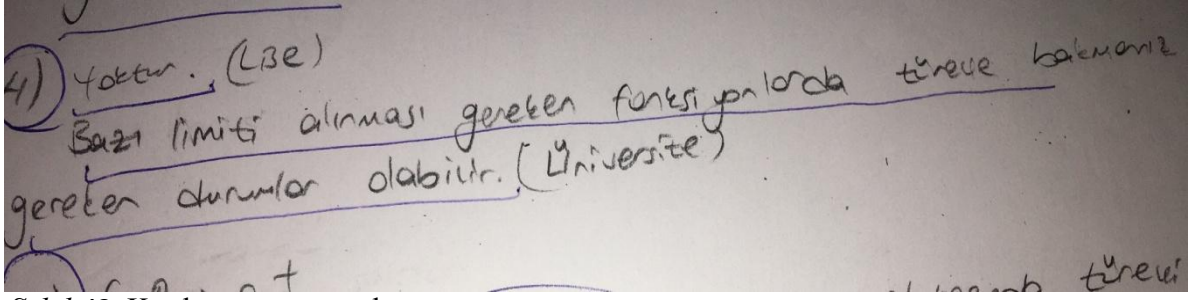


Şekil 47. Ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap



Şekil 48. Lisans düzeyinde verdiği cevap

Katılımcının Şekil 47' de gösterilen ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap yanlış olmasına rağmen lisans düzeyinde türevin matematiksel tanımını yapabildiği gözlenmiştir. Bu katılımcı için ön bilginin ne pozitif ne negatif etkisi olduğu gözlenmiştir.



Şekil 49. Katılımcının cevapları

Katılımcının Şekil 49' da ortaöğretim cevabı yanlış olmasına rağmen lisans düzeyinde kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Katılımcı lisans düzeyinde limit türev ilişkisini tam net açıklayamamış olmasına rağmen belirsizlik durumlarında kullanılan ifadeden bahsettiği görülmüştür. Bu katılımcı için ön bilginin ne pozitif ne negatif etkisi olduğunu söylenebilir.

Ayrıca burada 2.sınıflardaki bir katılımcının ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt vermesine rağmen lisans düzeyinde bu soruyu yanıtsız bıraktığı görülmüştür. Bu ise katılımcının bilgileri karıştırmış olabileceğini, iki düzey arasındaki bağlantıyı kuramamış olabileceğini düşündürmüştür. Bu katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap aşağıda verilmiştir.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

Şekil 50. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Bu katılımcı içinde ön bilgi ne pozitif ne negatif yönde etki etmemiştir diyebiliriz.

Araştırmada limit ile türev ilişkisini sorgulamaya yönelik sorular yöneltilmiştir. Fakat bir fonksiyonun türevli olabilmesi için limitinin olması şartı ne kadar gerekli ise süreklilik şartı da gereklidir. Katılımcılarımızdan bazıları limit-türev ilişkisi hakkında yorumlar yaparken teorem ifadesinden yaralanmışlardır. Fakat katılımcılardan bazıları bu konuda süreklilik kavramından da bahsetmelerine rağmen yine katılımcılardan bazılarının süreklilik şartını göz ardı ettikleri gözlenmiştir. Aşağıda bu konuya dair bazı katılımcılardan örnekler verilmiştir.

4) Fonksiyonun türevinin olması için sürekli olması gerekir. Sürekli olması için de limitinin olması gerekir.

Şekil 51. Katılımcının cevabı

Katılımcının Şekil 51 de gösterilen cevabı incelendiğinde doğru yanıt verdiği ve süreklilik şartını göz ardı etmediği görülmüştür.

İse düşeyi:
Bir fonksiyonun bir noktada limiti var (sağ ve sol limit eşit) ve limitin değeri fonksiyonun bu noktadaki değerine eşit ise fonksiyonun o noktada türevi vardır.

Şekil 52. Katılımcının cevabı

Katılımcının Şekil 52' de verilen cevabı incelendiğinde süreklilik ifadesine değindiği limit-süreklilik- türev ilişkisini bildiği görülmüştür. Fakat sürekli olmasına rağmen türevli olmayan fonksiyonlar olduğu noktasını gözden kaçırmıştır. Bu katılımcıların türev kavramı için gerekli olan süreklilik ön bilgisine sahip olduklarını söylenebilir.

4) Eğer sağ limit ve sol limit birbirine eşit ise o noktada limit vardır denir. Limit varsa türevde vardır.

Şekil 53. Katılımcının cevabı

Bu katılımcı için ise süreklilik ön bilgisini göz ardı ettiğini söylenebilir.

Fonksiyon Ön Bilgisine İlişkin Kategori

Türev kavramının fonksiyon olduğu bilgisi üzerine sorulmuş olan soru sonucu oluşan veriler bu kategori altında toplanmıştır. Bu bilgiyi sorgulamak amacıyla katılımcılara

"Türev ile fonksiyon arasında bir ilişki var mıdır ? Sizce türev bir fonksiyon mudur ?" sorusu yöneltilmiştir. Ortaöğretim ders kitapları, çalışmanın yürütüldüğü üniversitede işlenen dersler ve katılımcı cevapları dikkate alınarak

"Eğer bir fonksiyon, tanımlı olduğu aralığa ait her bir x_0 noktasında $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ limite sahipse $[a, b]$ aralığındaki her bir x_0 noktası için $f'(x_0)$ vardır. Reel sayılarda bir fonksiyon bir noktada bir tek limite sahip olduğu için $x_0 \rightarrow f'(x_0)$ eşlemesi $[a, b] \rightarrow IR$ ye bir fonksiyon tanımlar. O zaman bu aralıkta $g: [a, b] \rightarrow IR$, $g(x) = f'(x)$ şeklinde yeni bir g fonksiyonu tanımlanırsa g , f den elde edilmiş bir fonksiyondur. Onun için g fonksiyonuna f den elde edilmiş anlamında f nin türevi denir." ifadesi ile "Türev bir fonksiyondur" ifadesi doğru yanıt olarak kabul edilmiştir.

Soruya ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 9 ve Tablo 10' da gösterilmiştir. Tablo 9' da 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 10' da 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 9. *Türev-Fonksiyon İlişkisine Ait Veriler-1*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	8	4	4	0
Lisans bilgileri	10	4	0	2

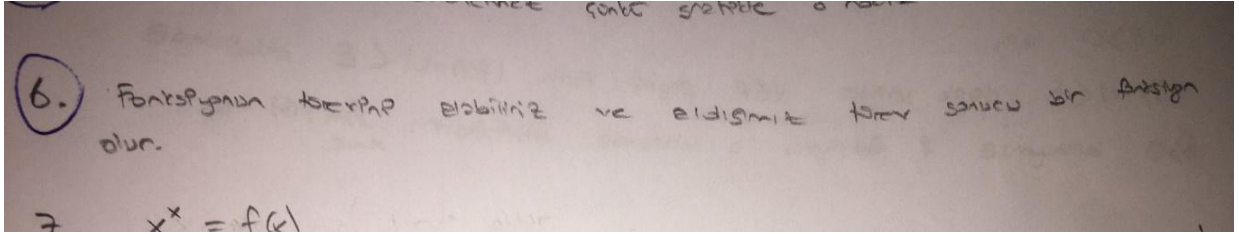
Tablo 10. *Türev-Fonksiyon İlişkisine Ait Veriler-2*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	10	2	1	3
Lisans bilgileri	10	2	1	3

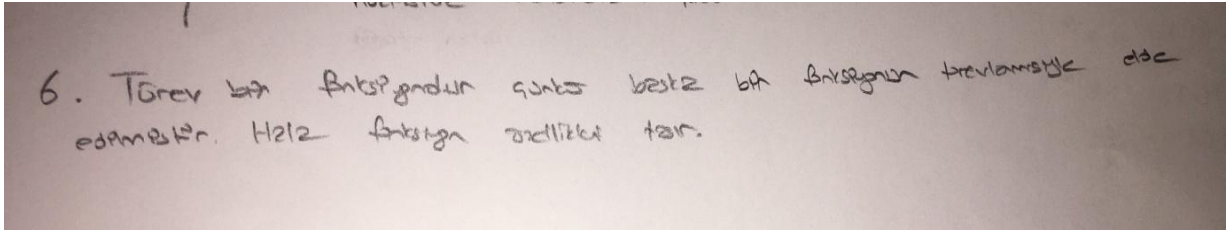
Tablo 9 ve Tablo 10' daki veriler incelendiğinde katılımcıların büyük çoğunluğunun geçerli kabul edilen cevaba göre doğru yanıt verdiği gözlenmiştir.

Pozitif Yönde Etki

1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde tam doğru yanıt veren 8 katılımcıdan 5 katılımcının tam doğru yanıt verdiği 2 katılımcının ise kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 4 katılımcıdan 2 katılımcının kısmen doğru yanıt verdiği 2 katılımcının ise tam doğru yanıt verdiği görülmüştür. 2.sınıflarda ise tam doğru yanıt veren 10 katılımcının hepsinin lisans düzeyinde de tam doğru yanıt verdiği, kısmen doğru yanıt veren 2 katılımcının lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt verdiği görülmüştür. Katılımcılara ait doğru cevap örnekleri aşağıda verilmiştir.

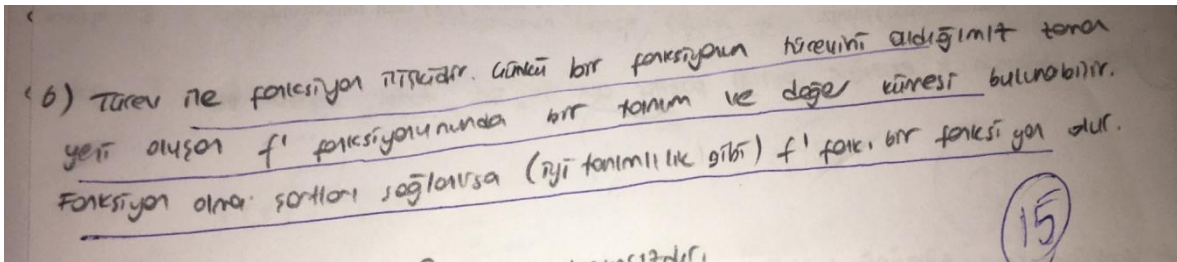


Şekil 54. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı



Şekil 55. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Bu katılımcıya ait yanıt incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde türev bir fonksiyondur ifadesini direkt söyleyemediği lisans düzeyinde ise söyleyebildiği gözlenmiştir. Buradan ön bilginin üzerine ekleme yaptığını söylenebilir. Böylece bu durum bize ön bilginin bu katılımcılar için pozitif yönde etki ettiğini düşündürmüştür.

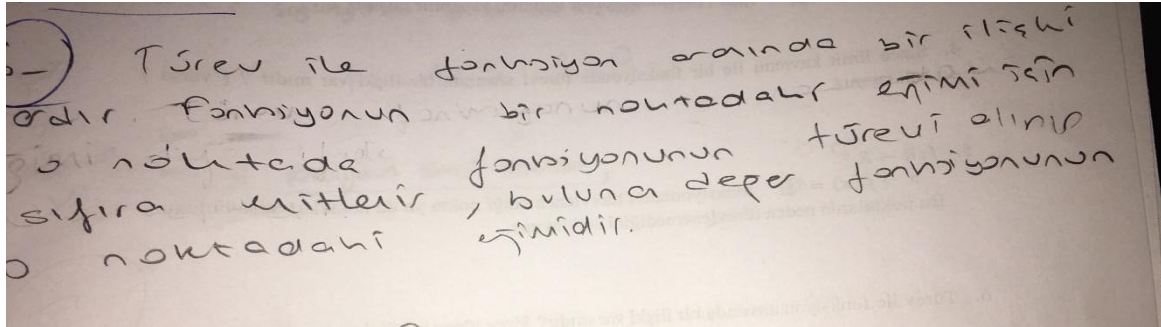


Şekil 56. Katılımcı cevabı

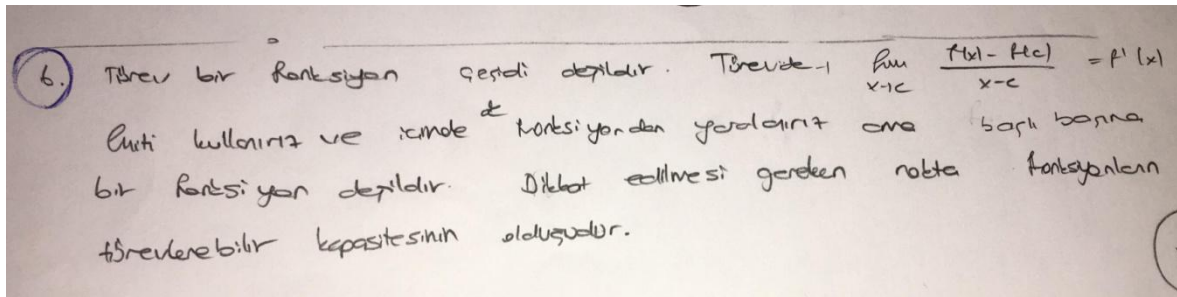
Şekil 56' da da başka bir katılımcıya ait doğru cevap örneği verilmiştir. Katılımcının iki düzeyde de soruyu doğru yanıtladığı gözlenmiştir. Bu katılımcı için de ön bilginin pozitif yönde etki ettiği söylenebilir.

Negatif Yönde Etki

1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde yanlış yanıt veren 1 katılımcının lisans düzeyinde soruyu cevapsız bıraktığı gözlenmiştir. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde yanlış yanıt veren 1 katılımcının lisans düzeyinde de soruya yanlış yanıt verdiği, ortaöğretim düzeyinde soruyu yanıtızsız bırakan 3 katılımcının lisans düzeyinde de soruyu yanıtızsız bıraktığı gözlenmiştir. Bu sonuçlar, ortaöğretimde öğrenilememiş ya da yanlış öğrenilmiş olan bilginin lisans düzeyindeki öğrenmelere negatif yönde etki ettiğini düşündürmüştür. Aşağıda yanlış cevaplara örnekler verilmiştir.



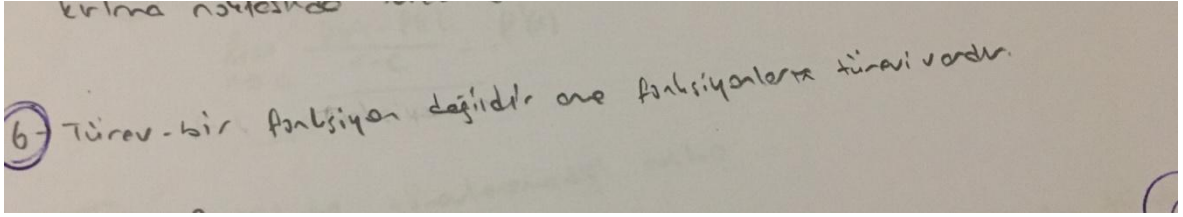
Şekil 57. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap



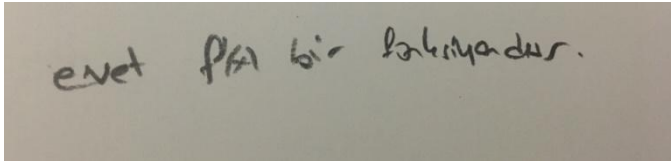
Şekil 58. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde verdiği cevap

Ne Pozitif Ne Negatif Yönde Etki

Cevaplar incelendiğinde 3 katılımcıya ait verilerde ortaöğretim bilgilerinde hata varken lisans düzeyinde soruya doğru yanıt verdikleri gözlenmiştir. Bu katılımcıların cevaplarını göz önüne alarak ekstra bir kategori oluşturulmuştur. Katılımcılara ait cevap örnekleri aşağıda verilmiştir.



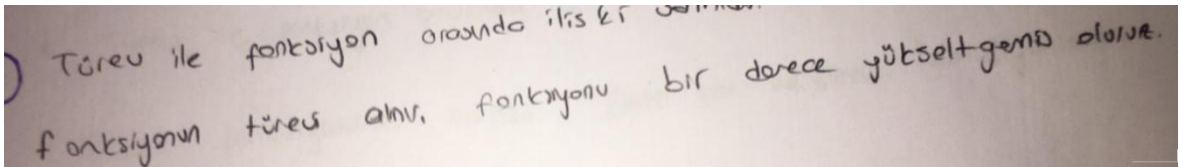
Şekil 59. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı



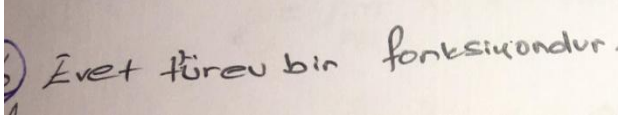
Şekil 60. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının ortaöğretim düzeyinde türevin fonksiyon olmadığına dair bilgi yanlışlığı olmasına rağmen lisans düzeyinde soruya doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu ise ön bilginin yanlışlığının negatif bir yönde etki etmediğini göstermiştir. Bu katılımcı için ön bilginin yeni öğrenmeleri engelleyici bir yönde etki etmediği gözlenmiştir.

Başka bir katılıcı için benzer durum aşağıda örnek olarak verilmiştir.



Şekil 61. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı



Şekil 62. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Türevin Uygulamalarına İlişkin Kategori

Türev tanımı ile ilgili bilgiler sorgulandıktan sonra türevin fonksiyon üzerine uygulanması konusunda da fikir elde edilmek istenmiştir. Bu amaçla katılımcılara

$$f: R \rightarrow R^+$$

$x \rightarrow f(x) = |x|$ fonksiyonunun türevlenemediği nokta ya da noktalar varsa bulunuz. Bu noktalarda neden türevlenemediğini açıklayınız." sorusu yöneltilmiş ve verdikleri cevaplar incelenmiştir. Soruya ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 11 ve Tablo 12' de gösterilmiştir. Tablo 11' de 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 12' de 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 11. Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler 1

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	7	4	1	4
Lisans bilgileri	6	3	1	6

Veriler incelendiğinde soruya cevap vermeme oranının yüksek olduğu gözlenmiştir. Bu durum tanımı uygulama aşamasında sorunlar olabileceğini göstermiştir. Ayrıca ortaöğretim düzeyinde soruya yanıt vermeme oranı ile lisans düzeyinde soruya yanıt vermeme oranının yakın olduğu gözlenmiştir. Bu durum daha ayrıntılı olarak alt kategorilerde incelenmiştir.

Tablo 12. Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler 2

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	8	4	4	0
Lisans bilgileri	4	4	5	3

2.sınıflarda soruyu yanıtsız bırakma oranının 1.sınıflara oranla düştüğü fakat yanlış yanıt oranının beklenenden fazla olduğu gözlenmiştir.

Pozitif Yönde Etki

Ortaöğretim ders kitapları göz önünde bulundurularak bu sorunun doğru yanıtı olarak

" $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - |0|}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1$ dir.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x| - |0|}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1$ dir. $f'(0^-) \neq f'(0^+)$ olduğundan $f(x) = |x|$ fonksiyonu $x = 0$ noktasında türevli değildir." ifadesi

veya

" $x = 0$ noktasında fonksiyonun grafiği sivri bir uç yapmıştır. Bu nokta fonksiyonun kritik noktasıdır. Bu noktada türev yoktur." ifadesi kabul edilmiştir. Lisans düzeyinde ise doğru yanıt olarak

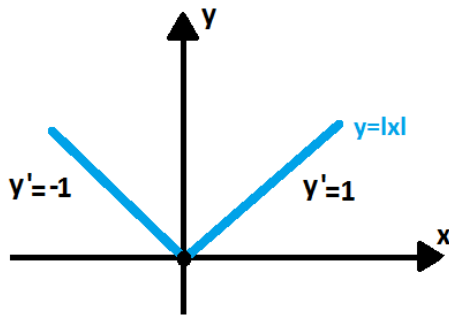
" $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|0+h| - |0|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h}{h} = -1$

ve

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|0+h| - |0|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{h} = 1$

olduğundan $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{|0+h| - |0|}{h}$ mevcut değildir.

Bu durumda $(0,0)$ noktasında mutlak değer fonksiyonunun grafiğine teğet olmaya aday ve eğimleri 1 ile -1 olan iki tane doğru vardır." ifadesi kabul edilmiştir.



Mutlak değer fonksiyonunun $x = 0$ noktasında türevli olmadığı tespit edilmiş fakat hiçbir katılımcı tarafından diğer noktalarda türev olduğunu gösteren

"Orijinin sağıında $(0, \infty)$ aralığında,

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx}(|x|) \\ &= \frac{d}{dx}(x) \\ &= \frac{d}{dx}(1 \cdot x) \\ &= 1 \end{aligned}$$

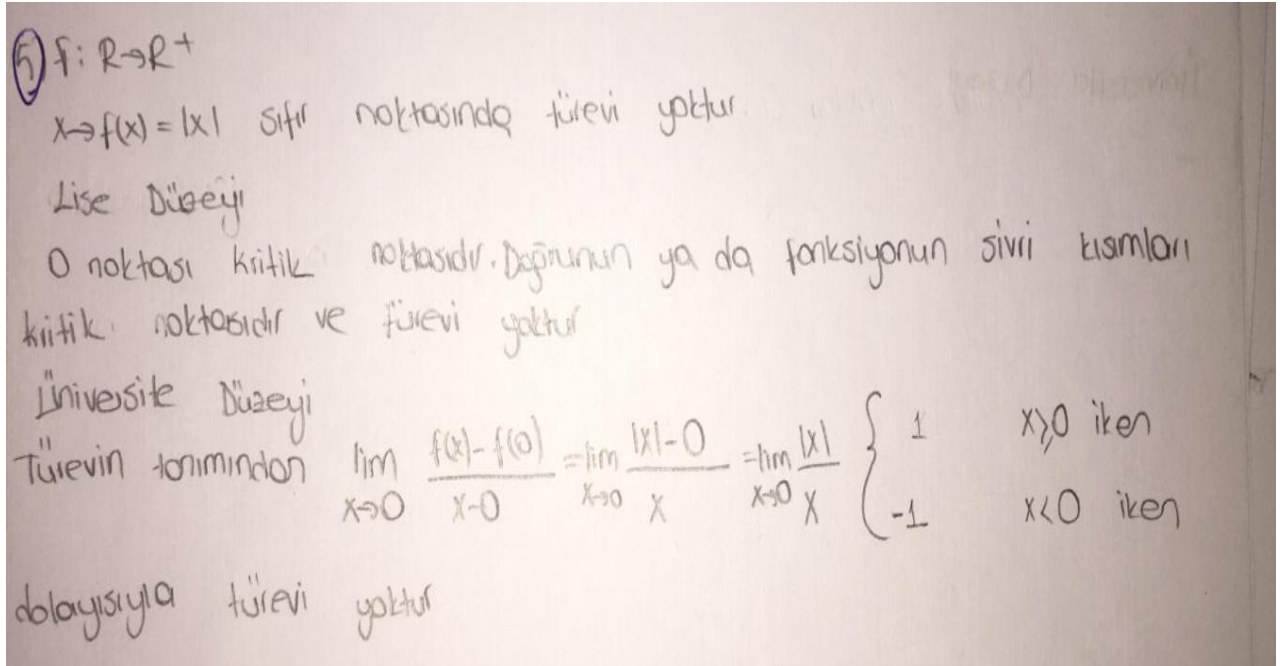
Orijinin solunda $(\infty, -x)$ aralığında,

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx}(|x|) \\ &= \frac{d}{dx}(-x) \\ &= \frac{d}{dx}(-1 \cdot x) \\ &= -1" \end{aligned}$$

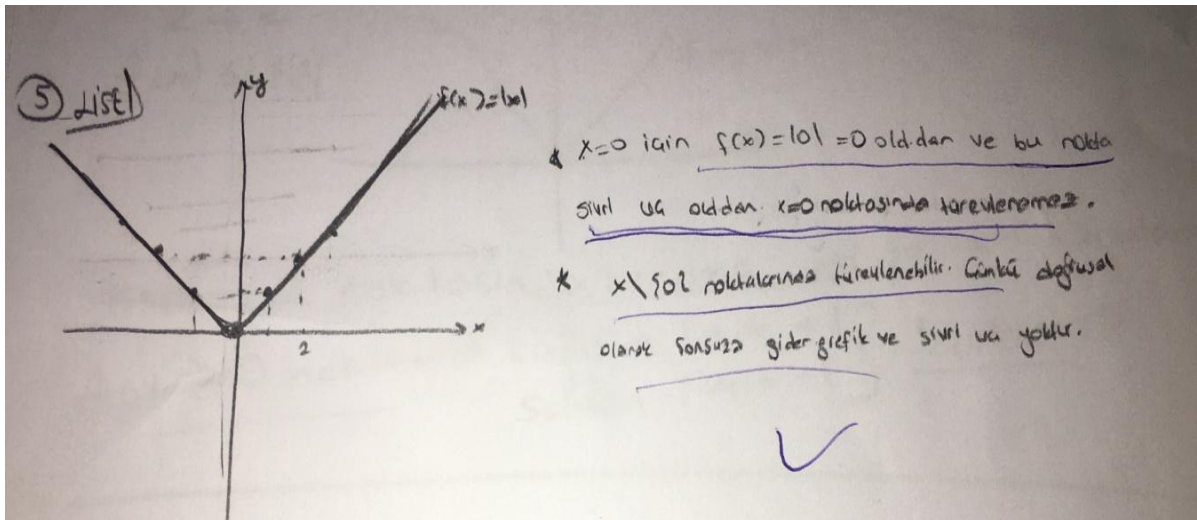
ifadesinden bahsedilmediğinden değerlendirme aşamasında bu durum dikkate alınıp ön bilgi durumu sadece $x = 0$ noktasındaki türevin durumuna göre değerlendirilmiştir. Tam doğru yanıt ifadesi bu durum göz önünde bulundurularak yukarıda belirtilen şekilde belirlenmiştir.

Böylece katılımcılar tarafından verilen cevaplar göz önünde bulundurularak veriler değerlendirildiğinde 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde tam doğru cevap veren 7 katılımcıdan 6 katılımcının lisans düzeyinde de tam doğru yanıt verdiği, 1 katılımcının ise kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 4 katılımcıdan 2 sinin lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde tam doğru yanıt veren 8 katılımcıdan 4 katılımcının tam doğru yanıt verdiği 2 katılımcının ise kısmen doğru yanıt verdiği görülmüştür. Kısmen doğru yanıt veren 3 katılımcıdan 2 katılımcının lisans düzeyinde kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu katılımcılar için ön bilgi pozitif yönde etki etmiştir. Ortaöğretim düzeyinde öğrendikleri bilgilerin üzerine ekleme yaparak lisans düzeyinde de sorulara doğru yanıt vermişlerdir.

Ön bilginin pozitif yönde etki ettiğini düşündüğümüz katılımcılardan birine ait cevaplar aşağıda verilmiştir.



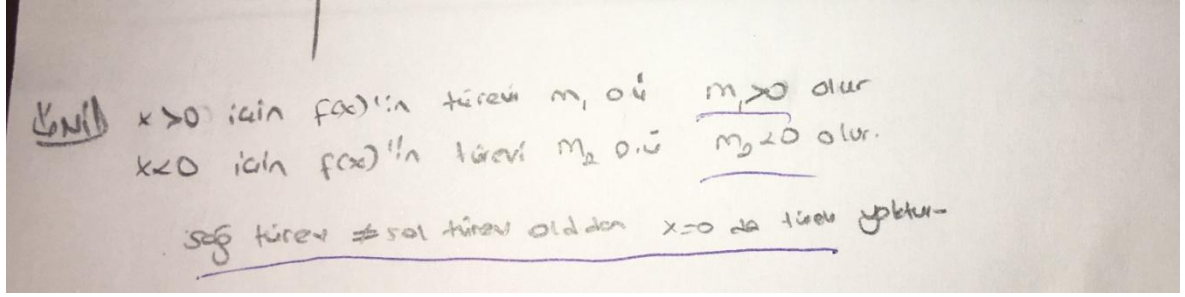
Şekil 63. Katılımcının mutlak değer sorusuna verdiği cevaplar



Şekil 64. Mutlak değer sorusuna ilişkin ortaöğretim düzeyinde cevap

Hem ortaöğretim düzeyinde hem de lisans düzeyinde doğru yanıt veren başka bir katılımcıya ait cevaplar Şekil 64 ve Şekil 65' te verilmiştir.

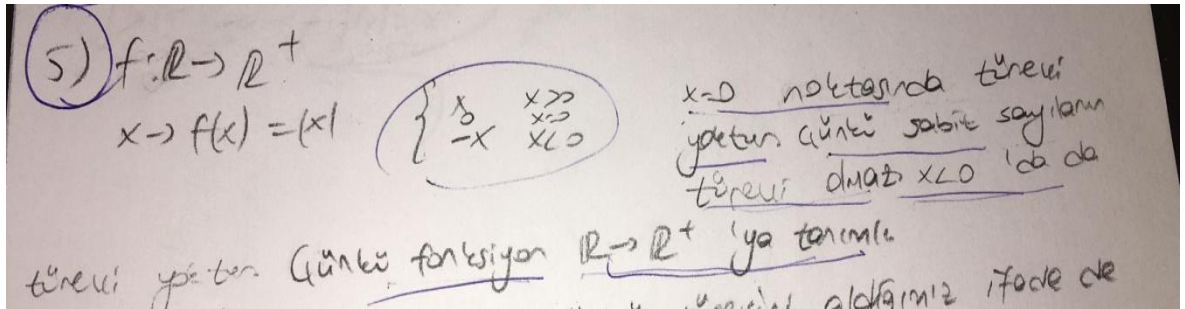
Katılımcının cevabı incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde soruya doğru cevap verdiği hatta cevabını desteklemek amacıyla fonksiyonun grafik temsilinden yararlandığı gözlemlenmiştir. Ayrıca, katılımcının lisans düzeyindeki cevabında bir çok katılımcı tarafından dikkat edilmeyen sıfır noktasındaki diğer noktalarda türevin varlığı konusunda açıklama yapmaya çalıştığı da gözlenmiştir.



Şekil 65. Mutlak değer sorusuna ilişkin lisans düzeyinde cevap

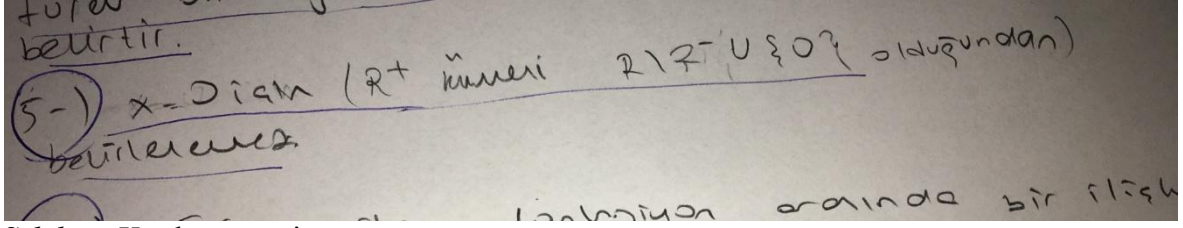
Negatif Yönde Etki

Veriler incelendiğinde 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde soruyu yanıtızsız bırakan 4 katılımcının lisans düzeyinde de soruyu yanıtızsız bıraktığı görülmüştür. Soruya ortaöğretim düzeyinde yanlış cevap veren 1 katılımcının lisans düzeyinde soruyu yanıtızsız bıraktığı görülmüştür. 2.sınıflarda ise soruya ortaöğretim düzeyinde yanlış cevap veren 4 katılımcıdan 3 katılımcının lisans düzeyinde de soruyu yanlış cevapladığı, 1 katılımcının ise yanıtızsız bıraktığı görülmüştür. Burada ön bilginin negatif yönde etki ettiği söylenebilir. Ortaöğretimde konuyu kavrayamamış olan bu katılımcılar lisans düzeyinde de temel bilgi eksikliğini yaşamışlar ve soruya yanıt verememişlerdir. Bu katılımcılardan birine ait yanlış cevap örneği aşağıda verilmiştir.



Şekil 66. Katılımcıya ait cevap

Cevap incelendiğinde sadece ortaöğretim mutlak değer türevi konusuna ait değil fonksiyon kavramına da ait ön bilgilerinde yanlışlıklar olduğu gözlenmiştir. Katılımcı fonksiyon kavramına ait tanım kümesi ifadesinde hata yapmıştır. Başka bir katılımcıya ait yanlış cevap örneği aşağıda verilmiştir.

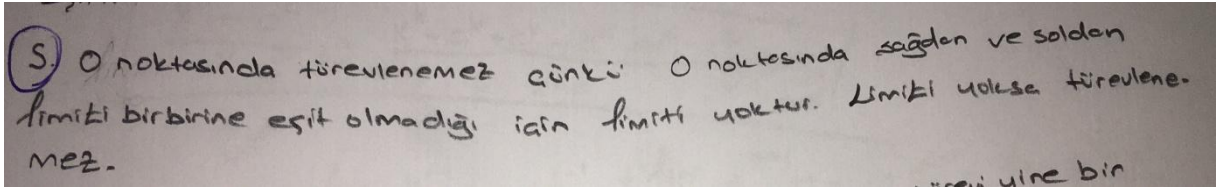


Şekil 67. Katılımcıya ait cevap

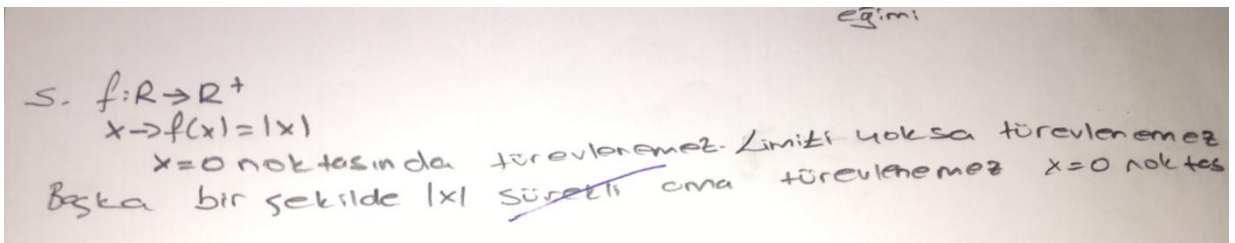
Katılımcının cevabı incelendiğinde sıfır noktasında bir sorun olduğunu fark ettiği fakat bu sorunun sebebine dair yanılgıya düştüğü gözlenmiştir. Katılımcı tanım kümesi ile değer kümesini karıştırmış ve sıfır noktasında fonksiyonun türevlenememesinin gerçek sebebini bulamadığı gözlenmiştir. Ortaöğretim düzeyinde yapmış olduğu bu yanlışlık lisans düzeyinde soruya cevap verememesi ön bilginin negatif yönde etki ettiğini düşündürmüştür.

Ne Pozitif Ne Negatif Yönde Etki

Bazı katılımcıların ortaöğretim düzeyinde soruya tam doğru yanıt vermesine rağmen lisans düzeyinde soruyu yanlış yanıtladığı gözlenmiştir. Bu katılımcılardan birine ait cevaplar Şekil 68 ve Şekil 69' da verilmiştir.



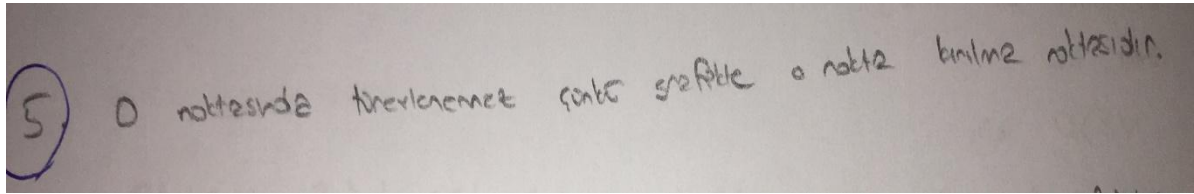
Şekil 68. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı



Şekil 69. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

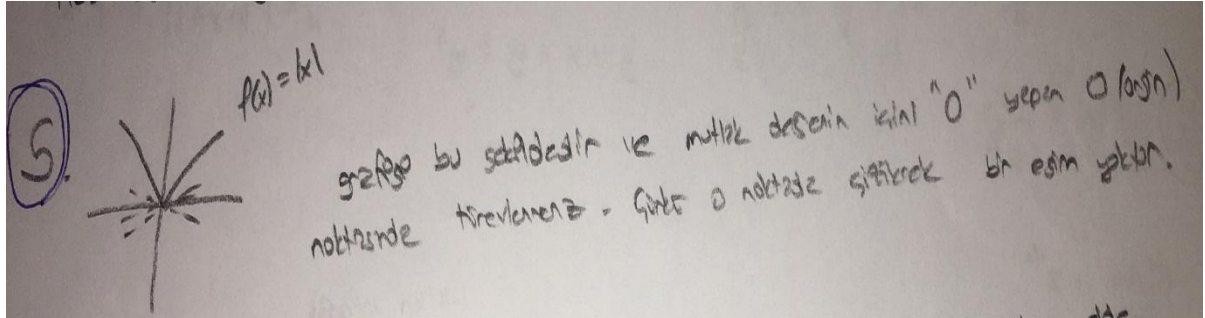
Katılımcının cevabı incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde fonksiyonun sıfır noktasında limitin olmadığı için türevinin de olamayacağını belirtmiştir. Lisans düzeyinde de aynı durumdan bahsetmiş fakat sıfır noktasında sürekli olduğunu ifade etmiş. Oysaki fonksiyonun sürekli olabilmesi için limitli olması gerekmektedir. Bu noktayı gözden kaçırdığı görülmüştür. Bu durum katılımcının kafa karışıklığı yaşamış olabileceğini düşündürmüştür. Bu katılımcı için limit ön bilgisi pozitif yönde etki ederken süreklilik ön bilgisinin ne pozitif ne de negatif yönde etki ettiği gözlenmiştir.

Benzer bir durum Şekil 70 ve Şekil 71' de cevapları verilen katılımcıda da gözlenmiştir.



Şekil 70. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcı sıfır noktasında fonksiyon kırılma yaşadığı için türevlenemez yanıtını vermiştir.



Şekil 71. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcı sıfır noktasında eğim olmadığından bahsetmiştir. Oysa (0,0) noktasında mutlak değer fonksiyonunun grafiğine teğet olmaya aday ve eğimleri 1 ile -1 olan iki tane doğrudan söz edebiliriz. Burada katılımcının ön bilgisi sıfır noktasında türevlenemediğini belirtmesi açısından pozitif yönde etki etmiş gibi görünse de açıklama konusunda ne pozitif ne negatif yönde etki etmediğini söylenebilir.

Ayrıca 1.sınıflarda 1 katılımcının ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru cevap vermesine rağmen lisans düzeyinde soruyu yanıtsız bıraktığı gözlenmiştir. Aynı durumun 2.sınıflarda 2 katılımcıda da yaşandığı gözlenmiştir. Bu durum ise ortaöğretimde türev kavramının ezberlenmiş olup içselleştirilememiş, ön bilginin lisans düzeyine aktarılamamış

olabileceğini düşündürmüştür. Aynı katılımcıların türev tanımında da sıkıntılar yaşadığı gözlenmiştir. Tanıma dair ön bilgilerinin eksik olması da uygulama aşamasında sorunlar yaşanabileceğini düşündürmüştür.

Ayrıca türevi verilen bir fonksiyonun kendisini yazabilme konusunun incelendiği soruya ait verilerde bu kategori altında toplanmıştır. Bu konu hakkında bilgi edinebilmek amacıyla katılımcılara "Türev fonksiyonu $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ olarak verilen ve kuralı $f(x)$ olan fonksiyonlardan (varsa) ikisini yazınız." sorusu yöneltilmiştir. Çalışmanın yürütüldüğü üniversite dersleri ve ortaöğretim ders kitapları dikkate alınarak doğru cevaplar belirlenmiştir.

Ortaöğretim düzeyinde ve 2.sınıfta bulunan katılımcılar tarafından integral kavramı bilindiğinden sorunun çözümünde integral kavramı kullanılarak

$$\begin{aligned} & " \int \left(-\frac{1}{x^2} \right) dx \\ & = - \int (x^{-2}) dx \\ & = - \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c \\ & = - \frac{x^{-1}}{-1} + c \\ & = x^{-1} + c \\ & = \frac{1}{x} + c \end{aligned}$$

Buradan $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ ve $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ fonksiyonları yazılabilir."

şeklinde yapılan çözümler bulunan $f(x)$ bağıntısının fonksiyon belirttiği gösterilmek şartıyla tam doğru yanıt olarak kabul edilmiştir.

$f(x)$ bağıntısının fonksiyon belirttiğinin gösterimi için aşağıdaki basamaklar geçerli cevap olarak kabul edilmiştir.

"Öncelikle fonksiyon tanımını ele alalım:

"A dan B ye bir bağıntı f olsun. Eğer

- i. her $a \in A$ için $(a, b) \in f$ olacak şekilde bir $b \in B$ var ve
- ii. $(a, b) \in f$ ve $(a, c) \in f$ ise $b = c$

oluyorsa f bağıntısına A dan B ye bir fonksiyon denir ve $f: A \rightarrow B$ ile gösterilir."

Buradan yola çıkarak $f = \{(x, y): x \in \mathbb{R} - \{0\} \text{ ve } y = \frac{1}{x}\}$ $\mathbb{R} - \{0\}$ 'dan $\mathbb{R} - \{0\}$ 'a f bağıntısı fonksiyon belirtir mi ? sorusuna cevap arayacağız.

- i. $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$ için $\frac{1}{x} \in \mathbb{R} - \{0\}$ dir. (Kapalılık özelliği)
- ii. $x_1, x_2 \in \mathbb{R} - \{0\}$ öyle ki
 $x_1 = x_2$ olsun.
 $\frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2}$
 $y_1 = y_2$ (İyi tanımlılık özelliği)
- iii. $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$ için $y = \frac{1}{x}$ olacak şekilde bir tek $\frac{1}{x} \in \mathbb{R} - \{0\}$ vardır.

Böylece f bağıntısı $\mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ fonksiyon belirtir."

1.sınıf öğrencisi olan katılımcılar çalışmanın yürütüldüğü tarihlerde integral kavramını lisans düzeyinde henüz öğrenmedikleri için türev fonksiyonu $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ olan ve kuralı $f(x)$ olarak belirlenen fonksiyonu belirledikten sonra kontrolünü türevin tanımından yapmaları geçerli yanıt olarak kabul edilmiştir. Ayrıca ortaöğretim ders kitaplarında bu konuya yardımcı olacak şekilde

" $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonunun türev fonksiyonunu bulalım." şeklinde bir örnek bulunduğu gözlenmiştir. Sorunun cevabı ise türev tanımından aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x - (x+h)}{h \cdot x \cdot (x+h)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h \cdot x \cdot (x+h)} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Gerekli sadeleştirme yapılırsa $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h \cdot x \cdot (x+h)} = -\frac{1}{x^2}$ bulunur."

Soruya ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 13 ve Tablo 14' de gösterilmiştir. Tablo 13' de 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 14' de 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 13. *Türevin Uygulamasına İlişkin Veriler -1*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	0	11	3	2
Lisans bilgileri	0	11	1	4

Tablodaki veriler incelendiğinde hiç bir katılımcının tam doğru cevap vermediği görülmüştür. Bunun sebebi ise katılımcıların türev fonksiyonu verilen ve kuralı istenen $f(x)$ fonksiyonu için buldukları bağıntıların gerçekten fonksiyon olup olmadığını kontrol etmemelerinden kaynaklanmaktadır. Aynı durum Tablo 10 da belirtildiği gibi 2.sınıflar içinde geçerlidir.

Tablo 14. *Türevin Uygulamasına İlişkin Veriler -2*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	0	14	1	1
Lisans bilgileri	0	14	1	1

Tablo verileri incelendiğinde iki sınıf düzeyinde de sorunun cevabının katılımların büyük çoğunluğu tarafından kısmen doğru yanıtlandığı görülmüştür.

Pozitif Yönde Etki

Veriler ayrıntılı incelendiğinde iki sınıf düzeyinde de ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren katılımcıların lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt verdikleri gözlenmiştir. Bu ise ortaöğretimde öğrenilen bilginin lisans düzeyine pozitif yönde aktarıldığını düşündürmüştür. Aşağıda katılımcıların cevaplarından örnekler verilmiştir.

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \text{ ise } \int f'(x) dx = \int -\frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} = f(x) \text{ dir.}$$

Şekil 72. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Lise	Üniversite
$f(x) = \frac{1}{x} + 1$	$f(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \frac{1}{x} + 2$	$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{5}$

Şekil 73. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

2.sınıflardaki katılımcıların uygulamadan önce hem ortaöğretim hem lisans düzeylerinde integral kavramını öğrendiklerinden soruyu iki düzeyde de integral kullanarak cevaplandırırları görülmüştür. Katılımcının cevapları incelendiğinde ön bilginin pozitif yönde etki ettiği düşünülmüştür.

Aşağıda 1.sınıflardan bir katılımcıya ait cevaplar verilmiştir.

8) $f'(x) = \frac{1}{x^2} = \int -x^{-2}$

$f(x) = -x^{-1} + c$

① $f(x) = \frac{1}{x} + 4$

② $f(x) = \frac{1}{x} + 100$

Şekil 74. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

8. $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

$f(x) = \frac{1}{x} + c$

İspat:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{\frac{1}{x} + c - \frac{1}{c} - c}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{c}}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{\frac{c - x}{x \cdot c}}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c} -\frac{1}{x \cdot c} = -\frac{1}{c^2}$$

c 'de herhangi bir sayıdır.

$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{2}$

$f(x) = \frac{1}{x} + 6$

Şekil 75. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Şekil 74 ve Şekil 75' te verilen katılımcının cevapları incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde sorunun yanıtını bulduktan sonra bu ön bilgilerini lisans düzeyinde öğrendiği bilgiler ile birleştirerek lisans düzeyinde soruyu cevapladığı görülmüştür. Bu katılımcı için hem ortaöğretimden gelen ön bilgileri hem de türev kavramının matematiksel tanımından gelen ön bilgileri pozitif yönde etki etmiştir.

Negatif Yönde Etki

1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde yanlış yanıt veren 3 katılımcıdan 1 katılımcı lisans düzeyinde de soruya yanlış yanıt vermiştir. 2 katılımcı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Ortaöğretim düzeyinde soruyu yanıtsız bırakan 2 katılımcı lisans düzeyinde de soruyu yanıtsız bırakmıştır. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde soruya yanlış yanıt veren katılımcı lisans düzeyinde de soruya yanlış yanıt vermiştir. Ortaöğretim düzeyinde soruyu yanıtsız bırakan katılımcının lisans düzeyinde de soruyu yanıtsız bıraktığı gözlenmiştir. Bu ise ön bilginin negatif yönde etki ettiğini düşündürmüştür. Aşağıda verilen yanlış cevaplardan bir tanesi örnek olarak verilmiştir.

x^x fonksiyonunun türevi x^x olarak verilen ve durallı $f(x)$ olan fonksiyondan

8) Türev fonksiyonu $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ olarak verilen ve durallı $f(x)$ olan fonksiyondan

İkisini yorumlayınız.

$f(x) = x^{-3} \cdot \frac{1}{3}$ $f'(x) = -3 \cdot \frac{1}{3} \cdot x^{-2}$

Şekil 76. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-3}$ $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

Şekil 77. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Şekil 76' da verilen yanıt incelendiğinde integral alma kuralında hata yapıldığı görülmüştür. Katılımcının lisans düzeyinde de benzer cevabı verdiği görülmüştür yani ortaöğretim düzeyinden getirdiği ön bilgilerdeki hatayı lisans düzeyinde de devam ettirmiştir. Bu da ön bilginin yeni bilgi öğrenmeyi engellemiş olabileceğini düşündürmüştür.

Aşağıda başka bir katılımcıya ait yanlış yanıt örneği verilmiştir.

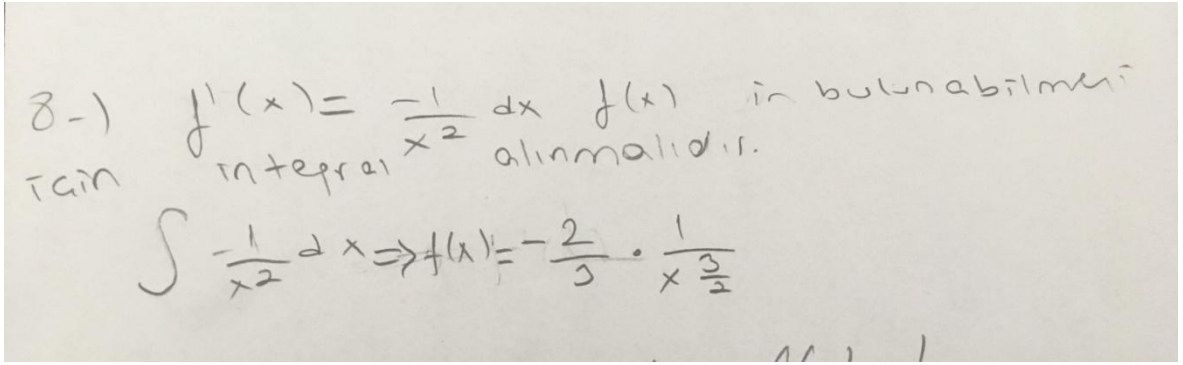
funksiyonlardan ikisini yorumlayınız.

$\frac{1}{3} \cdot x^{-3}$ $\left(\frac{x^{-3}}{3}\right)' = -x^{-2}$

Şekil 78. Katılımcıya ait cevap

Ne Pozitif Ne Negatif Yönde Etki

Bazı katılımcıların cevapları incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde yanlış cevap vermelerine rağmen lisans düzeyinde bu yanlışlıklarını düzelttikleri fakat farklı bir yanılgıya düştükleri gözlenmiştir. Bu cevaplar göz önüne alınarak bu alt kategori oluşturulmuştur. Aşağıda bu şekilde cevap veren katılımcılardan birine ait cevap örnek olarak verilmiştir.

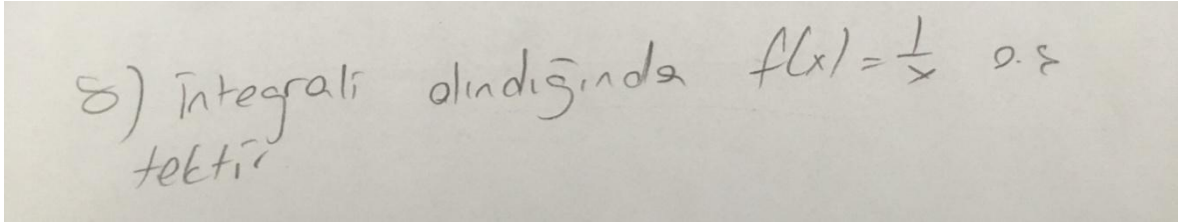


8-) $f'(x) = \frac{-1}{x^2} dx$ $f(x)$ in bulunabilmesi için integral alınmalıdır.

$$\int \frac{-1}{x^2} dx \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$$

Şekil 79. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcının ortaöğretim düzeyindeki cevabı incelendiğinde integral alma işleminde hata yaptığı görülmüştür. Yaptığı işlemler integral alma kurallarına dair bir yanılgı olabileceğini düşündürmüştür.



8) Integralı alındığında $f(x) = \frac{1}{x}$ dır.

Şekil 80. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının lisans düzeyinde cevabında ise doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Bu ise ön bilgisindeki yanlışlığın yeni kavram öğrenmesine engel olmadığını düşündürmüştür. Fakat katılımcının lisans düzeyindeki cevabında $f(x)$ ifadesinin tek olduğu yanılgısında olduğu gözlenmiştir. Katılımcının 2.sınıf olması ve bu yanılgıda olması dikkat çekmiştir.

Daha sonra katılımcılara türev fonksiyon ilişkisi konusundaki ön bilgileri değerlendirmek amacıyla

$$f : Z \rightarrow IR$$

$x \rightarrow x^x$ ifadesinin türevini (varsa) bulunuz." şeklinde bir uygulama sorusu sorulmuştur.

Verilen soru incelendiğinde ifadenin türevini alabilmek için öncelikle fonksiyon belirtip belirtmediği ve tanım kümesinin incelenmesi gerektiği görülmüştür.

Aslında ifadenin türevini alabilmek için ifadenin

$$f : IR^+ \rightarrow IR$$

$$x \rightarrow x^x$$

şeklinde olmasının daha uygun olacağı ve ortaöğretim kitaplarında da bu şekilde ifade edildiği bilinmektedir. Fakat katılımcıların büyük çoğunluğunun bu ayrımı dikkate almadıkları gözlenmiştir. Sonuçlar incelendiğinde sadece 2.sınıflardan 2 katılımcının bu durumu göz önünde bulundurduğu görülmüştür.

Ortaöğretim ders kitapları ve çalışmanın yürütüldüğü üniversitedeki dersler dikkate alındığında sorunun

$$f : IR^+ \rightarrow IR$$

$x \rightarrow x^x$ " halinin türevi aşağıda gösterilen şekilde verilmektedir.

$$y = x^x$$

$$\ln y = \ln x^x$$

$$\ln y = x \cdot \ln x \quad (\text{her iki tarafın türevi alınırsa})$$

$$\frac{y'}{y} = \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{y'}{y} = \ln x + 1$$

$$y' = y \cdot (\ln x + 1)$$

$$y' = x^x (\ln x + 1) \text{ bulunur.}"$$

Katılımcıların cevapları incelendiğinde tanım kümesindeki ifadeyi dikkate almadan türevi aldıkları fakat bazı katılımcıların türevi alırken de hatalar yaptığı gözlenmiştir. Verilen cevaplar doğrultusunda bu türev ifadesi de incelenmiştir. Bu durumlar göz önüne alınarak soru hem tanım kümesi hem de türevi alabilme olarak iki farklı aşamada incelenmiştir. Bu durumda türev fonksiyonunu doğru yazabilen katılımcıların yanıtları "kısmen doğru yanıt" olarak kabul edilmiştir.

Tanım kümesini dikkate alan iki katılımcının cevapları Şekil 81 ve Şekil 82' de örnek olarak verilmiştir.

$$7) f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \quad 0 \rightarrow 0^0 \text{ ifadesi tanımsızdır.}$$

$$x \rightarrow x^c$$

Şekil 81. Katılımcıya ait cevap

$$7-) f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow x^c$$

$$0 \text{ için tanımlı olamaz.}$$

Şekil 82. Katılımcıya ait cevap

Katılımcıların cevapları incelendiğinde 0^0 noktasında tanımsızlık belirttiğini ifade etmişler ve bu nedenle fonksiyonun türevi olmadığını belirtmişlerdir. Fakat 0^0 ifadesi bazı durumlarda 1 olarak tanımlanmaktadır. Bu soruda tanım kümesi sorunu herhangi bir c noktasında türeve bakabilmek için bu c noktası civarında tanımlı olması gerektiğinden gelmektedir. Fakat bu iki katılımcının tanım kümesi üzerinde durmaları fonksiyon ön bilgisinin burada pozitif etkisi olduğunu düşündürmüştür.

Bu sorunun türevi doğru alabilme aşamasına ilişkin veriler aşağıdaki Tablo 15 ve Tablo 16' da gösterilmiştir. Tablo 15' de 1.sınıf matematik öğretmenlerine ait bilgilere, Tablo 16' da 2.sınıf matematik öğretmen adaylarına ait bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 15. *Verilen Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler-1*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	0	5	7	4
Lisans bilgileri	0	6	6	4

Tablo 16. *Verilen Fonksiyonunun Türevine İlişkin Veriler-2*

	Tam Doğru Yanıt	Kısmen Doğru Yanıt	Yanlış Yanıt	Yanıt Yok
Ortaöğretim bilgileri	0	5	5	6
Lisans bilgileri	0	5	3	8

Tablodaki veriler incelendiğinde 2.sınıflar için sorunun doğru yanıt oranının beklenenin altında olduğu gözlenmiştir. 1.sınıfların soruya yönelik cevaplarının daha uygun olduğu ve lisans düzeyinde türev tanımından yararlanmaya çalıştıkları gözlenmiştir.

Pozitif Yönde Etki

Katılımcı cevapları incelendiğinde 1.sınıflarda verilen soruya ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 5 katılımcıdan 3 katılımcının lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru yanıt veren 5 katılımcıdan 4 katılımcının lisans düzeyinde de kısmen doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. 1.sınıflarda lisans düzeyinde türev tanımının yazılması da kısmen doğru yanıt olarak kabul edilmiştir. Aşağıda hem ortaöğretim düzeyinde hem de lisans düzeyinde kısmen doğru yanıt veren katılımcılardan birine ait cevap örneği verilmiştir.

7) Lise Düzeyi

$$y = x^x$$

$$\ln y = \ln x^x$$

$$\ln y = x \cdot \ln x$$

$$\frac{y'}{y} = 1 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot x$$

$$y' = y \cdot \ln x + y$$

$$y' = x^x \cdot \ln x + x^x$$

$$y' = x^x (\ln x + 1)$$

Şekil 83. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcının cevabı türev alma kurallarına uygun olarak soruyu çözdüğünü göstermiştir. Cevap ayrıntılı incelendiğinde sadece ezber bilgisini kullanmadığı görülmüştür.

Üniversite Düzeyi

Türevin tanımından $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{x^x - c^c}{x - c} \dots$

$$y = x^x$$

$$\ln y = \ln x^x$$

$$\ln y = x \cdot \ln x$$

$$\frac{y'}{y} = 1 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot x$$

$$y' = y \cdot \ln x + y$$

$$y' = x^x \cdot \ln x + x^x$$

$$y' = x^x (\ln x + 1)$$

Şekil 84. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının lisans düzeyinde iki şekilde cevap verdiği gözlenmiştir. Birinde türevin limit tanımını kullanarak işlem yapmaya çalıştığı diğerinde ise ortaöğretim düzeyinde verdiği cevapla aynı cevabı verdiği gözlenmiştir. Burada cevaplar göz önüne alındığında bu katılımcı için ön bilgilerinin pozitif yönde etki ettiğini düşündürmüştür. Ayrıca bu katılımcının cevabında türevin limit tanımı ön bilgisini de soruya uyguladığı görülmüştür.

Negatif Yönde Etki

Katılımcı cevapları incelendiğinde 1.sınıflarda ortaöğretim düzeyinde soruya yanlış cevap veren 7 katılımcıdan 5 katılımcının lisans düzeyinde de soruya yanlış yanıt verdiği, 1 katılımcının ise soruyu yanıtsız bıraktığı görülmüştür. 2.sınıflarda ise ortaöğretim düzeyinde soruya yanlış yanıt veren 5 katılımcıdan 3 katılımcının lisans düzeyinde de soruyu yanlış yanıtladığı, 2 katılımcının ise soruyu yanıtsız bıraktığı gözlenmiştir. Katılımcılara ait yanlış örnekleri aşağıda verilmiştir.

7. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x^x$ fonksiyonunun türevini bulunuz.
 x^x fonksiyonu üstel bir fonksiyondur.
 $a^{g(x)}$ fonksiyonunun türevi $\rightarrow \ln a \cdot a^{g(x)} \cdot g'(x)$ 0 nolu'de
 x^x fonksiyonunun türevi $\rightarrow x^x \cdot \ln x \cdot 1$

Şekil 85. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcının cevabı incelendiğinde kavram karmaşası yaşamış olabileceği düşünülmüştür. Katılımcı üstel fonksiyon olarak düşünüp türev uyguladığı ifadenin tabanının da değişken olduğunu dikkate almamıştır.

7. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x^x$ fonksiyonunun türevi; $\ln x \cdot 1 \cdot x^x$

Şekil 86. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının Şekil 86' da verilen lisans düzeyindeki cevabında da yanlışını sürdürdüğü görülmüştür. Bu katılımcı için ön bilgi negatif yönde etki etmiştir. Katılımcı ortaöğretimden getirdiği yanlış bilgiyi lisans düzeyinde de sürdürmüştür.

Yukarıda 1.sınıflardan bir katılımcıya ait örnek verilmiştir. Benzer bir hata 2.sınıflardan bir katılımcıda da gözlenmiştir.

⑦ $x \rightarrow x^x$ ou ve ostel fonk. türevinden
 $f(x) = x^x$, $f'(x) = x^1 \cdot x^x \cdot \ln x$ bulabiliriz.

Şekil 87. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

2.sınıflardaki katılımcının da verilen ifadenin tabanının değişken olduğunu göze almadığı görülmüştür. Bu katılımcı ise lisans düzeyinde soruyu yanıtsız bırakmıştır. Bu katılımcı için de ön bilginin negatif yönde etki ettiği düşünülmüştür.

2.sınıflardan başka bir katılımcıya ait cevap incelendiğinde ise katılımcının ortaöğretim düzeyinde türevi alırken ifadeyi polinom fonksiyon olarak düşündüğü ve ona göre türev aldığı görülmüştür. Fakat katılımcının ifadenin üssünün değişken olmasını göz ardı etmiş ve soruyu yanlış cevaplamıştır. Lisans düzeyinde ise katılımcının soruyu yanıtsız bıraktığı görülmüştür. Bu ise katılımcı için ön bilginin negatif yönde etki ettiğini düşündürmüştür.

$x \rightarrow x^x$: fadesinin türevi ;
 $x \cdot x^{x-1}$

Şekil 88. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Ne Pozitif Ne Negatif Yönde Etki

Bir katılımcının ortaöğretim düzeyinde soruyu doğru yanıtlamasına rağmen lisans düzeyinde soruyu farklı bir şekilde yanıtladığı gözlenmiştir. Aşağıda bu katılımcıya ait cevaplar örnek olarak verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{7} \quad f(x) &= x^x \\
 \ln f(x) &= \ln x^x \\
 \ln f(x) &= x \cdot \ln x \\
 \frac{f'(x)}{f(x)} &= 1 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \\
 f'(x) &= f(x) (\ln x + 1) \\
 f'(x) &= x^x (\ln x + 1) \\
 x^x \cdot \ln x + x^x &= f'(x)
 \end{aligned}$$

Şekil 89. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı incelendiğinde verilen ifadenin türevini doğru bir şekilde alabildiği ayrıca basamaklar arası geçişte de adımları doğru bir şekilde yapabildiği görülmüştür.

$$\begin{aligned}
 \text{Polinom düşünürsek} \quad & x \cdot x^{x-1} \\
 \text{İstel düşünürsek} \quad & 1 \cdot x^x \cdot \ln x \\
 & x^x \\
 & x \cdot x^{x-1} + x^x \cdot \ln x \\
 & x^x + x^x \cdot \ln x
 \end{aligned}$$

Şekil 90. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının lisans düzeyinde cevabı incelendiğinde ise x^x fonksiyonunu iki farklı boyutta düşünüp sonra bunları toplayarak doğru sonuca ulaştığı görülmüştür. Fakat yaptığı işlemin ortaöğretim ve lisans düzeyinde genel bir teorem olarak karşılığı bulunamamıştır. Katılımcının doğru ön bilgisine rağmen lisans düzeyinde böyle bir cevap vermesi ortaöğretim ve lisans düzeyinde işlemlerin farklı olması gerektiğine dair bir düşünce içinde olabileceğini düşündürmüştür. Bu katılımcı için ön bilgi ne pozitif ne de negatif yönde etki etmediği söylenebilir.

Katılımcılardan biri ise ortaöğretim düzeyinde soruyu yanlış cevapladığı halde lisans düzeyinde soruya türevin limit tanımıyla cevap bulmaya çalışmıştır. Fakat lisans düzeyindeki cevabında karmaşalar yaşadığı ve bu karmaşaların onu yanlış yönlendirdiği görülmüştür. Katılımcıya ait cevaplar aşağıda verilmiştir.

7. $f(x) = x^x$ evet türevi vardır. $f'(x) = x \cdot x^{x-1}$ dir.

Şekil 91. Katılımcının ortaöğretim düzeyinde cevabı

Katılımcının ortaöğretim cevabında polinom fonksiyonu gibi düşünüp işlem yaptığı görülmüştür.

$x \rightarrow f(x) = x^x \quad x \neq c$

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow c} \frac{x^x - c^c}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{x^x - c^x}{x - c} + \lim_{x \rightarrow c} \frac{x^c - c^c}{x - c} + \lim_{x \rightarrow c} \frac{c^x - x^c}{x - c}$$

$$\left[\frac{x^x - c^c}{x - c} = \frac{x^x - c^x + c^x - c^c + x^c - x^c}{x - c} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow c} x^{x-1} + \dots + c^{x-1} + \lim_{x \rightarrow c} x^{c-1} + \dots + c^{c-1} + \lim_{x \rightarrow c} \frac{c^x - x^c}{x - c}$$

$$= x \cdot c^{x-1} + c \cdot c^{x-1} + \lim_{x \rightarrow c} \frac{c^x - x^c}{x - c}$$

Olur. Ve türevi uydur.

$x_1 \neq x$

Şekil 92. Katılımcının lisans düzeyinde cevabı

Katılımcının lisans düzeyinde türevin limit tanımını kullanarak soruyu çözmeye çalıştığı fakat işlemler arasında yanlışlıklar yaptığı ve bu aşamaların onu yanlış cevaba yönlendirdiği görülmüştür. Bu katılımcı içinde ön bilgilerinin ne pozitif ne negatif yönde etki ettiği söylenebilir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırmada, "matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türev kavramının öğrenilmesini nasıl etkilemektedir ?" sorusuna cevap aranmıştır.

Bu problem durumu çerçevesinde aşağıdaki sorulara cevaplar aranmıştır.

- Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türevin geometrik yorumu kavramının öğrenilmesini nasıl etkilemektedir ?
- Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türevin matematiksel yorumu kavramının öğrenilmesini nasıl etkilemektedir ?
- Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin ön bilgileri lisans eğitimlerindeki analiz derslerinde işlenen türevin uygulama sorularına ilişkin soru çözümlerini nasıl etkilemektedir ?
- Matematik öğretmen adayları türev kavramının ön koşulu olan fonksiyon kavramıyla olan ilişkisini nasıl yorumlamaktadır ?

Bu bölümde araştırma verilerinin analizinden elde edilen bulgulardan hareketle ulaşılan sonuçlara ve sonuçlar çerçevesinde önerilere yer verilmiştir.

Sonuçlar

Bu çalışmada ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının ortaöğretim eğitimlerinin son senesinde matematik derslerinde görmüş oldukları türev kavramının lisans eğitimlerinin ilk senesinde almış oldukları tek değişkenli analiz derslerinde görmüş oldukları türev kavramına etkisi araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda katılımcılara literatür ışığında, katılımcıların deneyim ve yaşantılarına uygun olarak hazırlanmış olan sorular yöneltilmiş ve katılımcılardan gelen cevaplar betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Her alt probleme uygun olarak kategoriler oluşturulmuştur ve bu kategorilerde ön bilgi kavramı ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Sonuçlar bulgulara bağlı olarak bu kategoriler ışığında dört ayrı başlık altında incelenmiştir. Bu başlıklar aşağıda verilmiştir.

- İ. Türevin geometrik yorumuna ilişkin ön bilgilerin etkisi
- J. Türevin matematiksel yorumuna ilişkin ön bilgilerin etkisi
- K. Fonksiyon kavramına ilişkin ön bilgilerin etkisi
- L. Türevin uygulamalarına ilişkin ön bilgilerin etkisi

Türevin geometrik yorumuna ilişkin ön bilgilerin etkisi

Gagne' ye göre öğrencinin öğrenme işine katılması ve öğrenmeyi sürdürebilmesi yeni öğreneceği bilgiler ile doğrudan ilişkili olan önceki bilgilerini hatırlamasına ve kullanmasına bağlıdır. Bu nedenle türev kavramının geometrik yorumu "Bir fonksiyonun bir noktadaki teğet doğrusunun eğimi" ifadesiyle yapıldığından türev kavramının geometrik yorumuna ilişkin ön bilgiler sorgulanmadan önce katılımcıların eğim kavramına ilişkin bilgileri sorgulanmıştır. Eğim kavramına ilişkin verilen cevaplar incelendiğinde katılımcıların büyük çoğunluğunun geçerli kabul edilen cevaplara göre doğru yanıtlar verdikleri gözlenmiştir. 1.sınıflar ve 2.sınıfların soruya doğru yanıt verme oranının yaklaşık olarak aynı olduğu da gözlenmiştir. Katılımcıların lisans düzeyinde verdikleri cevaplarda ortaöğretim düzeyinde verdikleri cevaplara ek olarak matematiksel ifadeler, grafikler eklediği gözlenmiştir. Bu katılımcılar için ön bilginin pozitif yönde etki ettiği gözlenmiştir.

Fakat ortaöğretimde eğim kavramına ilişkin eksik ve yanlış öğrenmeleri olan katılımcıların lisans düzeyinde de bunu devam ettirdiği gözlenmiştir. Bu katılımcılar için ön bilginin negatif yönde etki ettiği söylenebilir.

Eğim kavramı sorgulandıktan sonra türevin geometrik yorumuna dair ön bilgileri sorgulamak amacıyla soru sorulmuştur. Verilen cevaplar analiz edildiğinde eğitim-türev ilişkisinde eğitim kavramında olduğu gibi doğru yanıt sayısının fazla olduğu görülmüştür. Beklenildiği gibi 2.sınıfların soruyu tam doğru yanıtlama oranının 1.sınıflardan fazla olduğu gözlenmiştir. Katılımcıların cevapları daha ayrıntılı incelendiğinde ise ortaöğretim düzeyinde "eğimi bulurken fonksiyonun türevini alırsız" şeklinde cevap veren katılımcıların lisans düzeyinde "fonksiyonun bir noktadaki teğet doğrusunun eğimi" ifadesini kullanabildiği görülmüştür. Burada katılımcılar için ön bilgi pozitif yönde etki etmiştir. Katılımlar önceden var olan bilgilerinin üzerine yeni bilgileri ekleyerek ilerlemiştir. Piaget' in anlamlı öğrenme kuramında belirttiği gibi katılımcılar var olan şemalarının üzerine yeni bilgileri koyarak bilgileri daha da anlamlandırmışlardır. Ayrıca, bu katılımcıların büyük çoğunluğunun eğitim kavramına da doğru yanıt verdikleri gözlenmiştir. Türev- eğitim ilişkisine dair ortaöğretim ön bilgisinin pozitif etkisinin dışında eğitim kavramı ön bilgisinin de bu katılımcılar için pozitif yönde etki ettiği gözlenmiştir. Dochy ve Alexander (1995)' ın çalışmalarından elde ettiği ön bilginin öğrenmeyi kolaylaştırıcı etkisinin olduğu sonucu da bunu destekler niteliktedir.

Türev- eğitim ilişkisine ortaöğretim düzeyinde yanlış yanıt veren katılımcıların büyük çoğunluğunun lisans düzeyinde de aynı yanılgıyı devam ettirdikleri gözlenmiştir. Ayrıca, katılımcıların eğitim kavramına ilişkin de yanılgılara sahip oldukları gözlenmiştir. Ausubel, yanlış ve eksik öğrenmelerin yeni öğrenmeleri olumsuz yönde etkilediğini söylemiştir. Çünkü Ausubel' e göre yanlış öğrenmeler ile yeni bilgilerin bütünleştirilmesinde sorunlar oluşacaktır ve zihinde anlamlı öğrenme gerçekleşmeyecektir. Buradan hareketle bu katılımcılar için yanlış ön öğrenmeler yeni öğrenmeleri negatif yönde etkilemiştir denilebilir. Skelly ve Hall (1993)' ün çalışmalarında bahsetmiş oldukları öğrencinin ön bilgilerindeki bilgi boşluklarının zihinsel karışıklığa, yanlış yorumlamalara ve kavram yanılgılarına sebep olabileceği düşüncesi de bu sonuçları destekler niteliktedir. Ayrıca Lipson (1982)' nun çalışmasında da yanlış ön bilgilerin performansı olumsuz etkilediği sonucuna varılmıştır. Lipson' nun çalışması da yanlış ön bilgilerin negatif yönde etki ettiği sonucunu destekler niteliktedir.

Ayrıca eğitim-türev ilişkisine dair ortaöğretimde kısmen doğru yanıt vermesine rağmen lisans düzeyinde soruyu yanıtsız bırakan katılımcılar olduğu da gözlenmiştir. Bu katılımcılar kısmen doğru bilgilerini ne olumlu ne olumsuz yönde lisans düzeyindeki

cevaplarına aktaramamışlardır. Bu katılımcılar için ön bilginin ne pozitif ne de negatif yönde etki ettiği söylenebilir.

Türevin matematiksel yorumuna ilişkin ön bilgilerin etkisi

Türev kavramının matematiksel yorumu limit kavramından yararlanılarak yapıldığından öncelikle katılımcıların limit kavramına ilişkin ön bilgileri sorgulanmıştır. Limit kavramına ilişkin verilen cevaplar incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde 1. sınıflar ve 2.sınıfların doğru yanıt oranının fazla olduğu görülmüştür. Fakat lisans düzeyindeki cevaplar incelendiğinde 2.sınıflarda sorunun boş bırakılma oranı beklenenden fazla olmuştur. Bu durum 2.sınıfların bir önceki sene öğrenmiş oldukları limit tanımını anlamlı bir şekilde öğrenememiş olabileceklerini düşündürmüştür. Bu durum limit kavramının tanımını içselleştiremeyip bir sonraki öğrenim dönemlerine aktaramamış olabileceklerini düşündürmüştür.

Limit kavramı sorgulandıktan sonra türevin matematiksel yorumu için türev-limit ilişkisi sorgulanmıştır. Türev-eğim kavramına oranla bu kısımda soruya yanlış yanıt veren sayısında artış gözlenmiştir. 2.sınıflarda bu soru içinde doğru cevap sayısı beklenenin altında olmuştur. Cevaplar incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde soruya doğru yanıt veren çoğu katılımcının lisans düzeyinde de doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Katılımcıların ortaöğretim düzeyinde limit- türev ilişkisini sözel olarak tanımlarken lisans düzeyinde bunun üzerine matematiksel ifadelerden ve grafik gösterimlerinden faydalandıkları gözlenmiştir. Piaget' e göre bireyler yaşantıları ve deneyimleriyle kazandığı bilgileri şemalarına ekleyerek yeni yeni şemalar oluştururlar. Katılımcıların ön bilgilerinin üzerine ekleme yaparak yeni bilgilerini lisans düzeyi cevaplarında yansıtmaları Piaget' in bu görüşüyle örtüşmektedir. Bu katılımcılar için ön bilgiler pozitif yönde etki etmiştir. Dochy, Moerkerke ve Segers (1996)' nın çalışmalarında da bahsettiği ön bilginin öğrenme üzerindeki olumlu etkisi bu sonuçları destekler niteliktedir.

Diğer katılımcıların cevapları incelendiğinde ise ortaöğretim düzeyinde yanlış yanıt veren bazı katılımcıların bu yanlışlarını lisans düzeyinde de devam ettirdikleri gözlenmiştir. Ayrıca, bazı katılımcılarda limit kavramına ilişkin ön bilgideki cebirsel ifade eksikliğinin türev konusunda da kendisini gösterdiği görülmüştür. Simon (1999)' a göre ön bilgiler yanlış ya da kısmen doğru olabilirler. Fakat ön bilgiler değişime karşı direnme

eğilimindedirler. Bu katılımcıların cevaplarının Simon (1999)' un görüşle paralellik gösterdiği görülmüştür. Burada ön bilgiler katılımcılar üzerinde negatif yönde etki etmiştir. Ayrıca, bazı katılımcıların cevapları incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde soruyu yanlış yanıtlamalarına rağmen lisans düzeyinde doğru yanıt verdikleri gözlenmiştir. Ön bilgiler katılımcının yeni öğrenmelerine engel olmamıştır. Hoz, Bowman ve Kozminsky' nin (2001), çalışmasında ön bilgilerin sonraki öğrenmelere herhangi bir etkisi olmadığı belirtilmiştir. Başka bir katılımcı ise ortaöğretim düzeyinde soruyu doğru yanıtlamasına rağmen lisans düzeyinde soruyu yanlış yanıtlamıştır. Bu ise katılımcının önceki bilgilerinde ezber bilgi olabileceğini ve yeni bilgileri ile ezber bilgileri arasında bağlantı kuramamış olabileceğini düşündürmüştür.

Bu araştırmada limit ile türev ilişkisini sorgulamaya yönelik sorular yöneltildi. Süreklilik ifadesine dair bir soru yöneltildi. Fakat bir fonksiyonun türevli olabilmesi için limitinin olması şartı ne kadar gerekli ise süreklilik şartı da gereklidir. Katılımcılarımızdan bazıları limit-türev ilişkisi hakkında yorumlar yaparken " Bir $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ noktasında türevli ise bu noktada süreklidir. Ancak $f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasında sürekli olması, bu noktada türevli olduğu anlamına gelmez. $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ da sürekli değilse bu noktada türevli de değildir." teorem ifadesinden de yaralanmışlardır. Fakat katılımcılardan bazıları açıklamalarını yaparken süreklilik kavramından bahsetmelerine rağmen katılımcılardan bazılarının ise süreklilik şartını göz ardı ettikleri gözlenmiştir.

Fonksiyon kavramına ilişkin ön bilgilerin etkisi

Türev kavramının fonksiyon olduğu bilgisine dair sorulan soruya verilen cevaplar incelendiğinde katılımcıların büyük çoğunluğunun doğru yanıt verdiği gözlenmiştir. Katılımcıların cevapları ayrıntılı incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde verilen cevaplarda "bir fonksiyonun türevini alırsanız yine bir fonksiyon olur" şeklinde verilen cevapların lisans düzeyinde "türev bir fonksiyondur" şeklinde net ifadelerle dönüştüğü gözlenmiştir. Katılımcılar, Piaget' in dediği gibi türev kavramının fonksiyon olduğuna dair zihinlerinde önceden var olan şemalarına lisans eğitimlerinde yeni öğrendikleri bilgileri ekleyerek yeni şemalar oluşturmuşlardır. Böylece önceki bilgiler yeni bilgilerin destekleyicisi görevi görmüştür. Bu katılımcılar için ön bilgi pozitif yönde etki göstermiştir denilebilir. Hailikari (2009)' un çalışmalarının sonuçları da ön bilginin pozitif yönde etkisini destekler niteliktedir.

Bu soruya ortaöğretim düzeyinde yanlış yanıt veren katılımcıların ise lisans düzeyinde genellikle soruyu yanıtsız bıraktıkları gözlenmiştir. Katılımcıların türev kavramında fonksiyonlardan yararlanıldığı fakat belli başına fonksiyon olmadığını belirttikleri de gözlenmiştir. Bu katılımcılar için verilen bir bağıntının fonksiyon belirtip belirtmediğini bulma konusunda yanılığlara sahip olup olmadığını düşündürmüştür. Katılımcıların uygulama aşamasında sorulan türevi verilen fonksiyonu bulma sorusunda buldukları ifadenin fonksiyon olup olmadığını incelemedikleri de gözlenmiştir. Bu katılımcılar için ön bilginin negatif yönde etki ettiği söylenebilir. Hoz, Bowman ve Kozminsky' nin (2001), çalışmasında da belirttiği gibi ön bilgiler bazı kavramları tanımlamada engelleyici yönde etki etmiş olabilir. Özdem (2013)' ün fonksiyon kavramıyla ilgili yaptığı çalışmada da benzer sonuçlara ulaşmıştır.

Bazı katılımcıların ise ortaöğretim düzeyinde soruya yanlış yanıt vermelerine rağmen lisans düzeyinde doğru cevap verdikleri gözlenmiştir. Bu katılımcıların yanlış veya eksik olan ön bilgileri yeni öğrenmelerini engellememiştir. Yeni bilgiler katılımcıların hali hazırda var olan bilgi şemalarına uygun olmamasına rağmen katılımcıların yeni öğrenmelerine engel teşkil etmemiştir. Bu katılımcılar için ön bilgilerin ne pozitif ne negatif yönde etkisi olduğu söylenebilir.

Türevin uygulamalarına ilişkin ön bilgilerin etkisi

Bu kategori altında katılımcılara türev fonksiyonu verilen bir fonksiyonun kendisini bulabilme, verilen fonksiyonun türev fonksiyonunu bulabilme ve verilen fonksiyonun türevlenemediği noktalar varsa bunları belirleyebilme olmak üzere üç farklı soru yöneltilip verdikleri cevaplar incelenmiştir.

Öncelikle katılımcıların fonksiyonun türevlenemediği noktaları belirleyip belirleyemediğini ve bu konuda ön bilgi etkisini ölçmek amacıyla katılımcılara mutlak değer fonksiyonu ile ilgili bir soru sorulmuştur. Katılımcıların cevapları incelendiğinde türevlenemediği noktaları bulmalarına rağmen diğer noktaların türevlendiğini göstermemişlerdir. Değerlendirmeler yapılırken bu durum göz önünde bulundurulmuştur. Genel anlamda sonuçlara bakıldığında doğru yanıt oranının fazla olduğu gözlenmiştir. Fakat 1.sınıflarda soruyu yanıtsız bırakma oranı yanlış yanıtlama oranından fazla iken 2.sınıflarda bu oran tam tersi şekilde görülmüştür. Cevaplar daha ayrıntılı incelendiğinde

ortaöğretim düzeyinde doğru yanıt veren katılımcıların sözel ifadeler kullanarak soruya cevap verdikleri gözlenirken lisans düzeyinde artık daha matematiksel ifadeler kullandıkları, türevin matematiksel tanımından yararlanarak soruya cevap verdikleri gözlenmiştir. Burada katılımcıların ortaöğretimde öğrenmiş oldukları "sivri uç" kavramının matematiksel yorumunu lisans düzeyinde öğrendikleri ve ön bilgilerine ekleme yaparak cevaplar verdikleri gözlenmiştir. Ayrıca katılımcıların sıfır noktasında türevin olmadığı ön bilgisini kullanarak lisans düzeyinde cevaplarında sıfır noktasında sağdan ve soldan limitin varlığını araştırarak cevaplar verdikleri gözlenmiştir. Katılımcılar hali hazırda var olan sıfır noktasında türev olmaması bilgisine lisans düzeyinde matematiksel açıklamalar eklemişlerdir. Bu cevaplar ışığında katılımcılar için ön bilginin pozitif yönde etki ettiği gözlenmiştir. Simon (1999)' a göre öğrenciler birden fazla ön bilgiye sahiptirler ve öğrenciler ön bilgilerinin farkına vardıklarında bunları kullanmaya başlarlar. Katılımcı cevaplarında sadece sıfır noktasında türevle ilgilenildiği için değerlendirmelerin ona uygun olarak yapıldığından bahsedilmiştir. Fakat bazı katılımcıların tam net bir şekilde açıklayamamasalar da diğer noktalarda türevin varlığını ispatlamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Katılımcılardan birinin açıklama yaparken sıfır noktasının dışındaki noktalarda grafik için "Doğrusal olarak sonsuza gider grafik ve sivri uç yoktur." kavramlarıyla ifade ettiği görülmüştür. Burada katılımcının süreklilik ön bilgisiyle ve ortaöğretim türev kavramına ilişkin ön bilgisini birleştirerek açıklama yaptığı görülmüştür. Piaget' in belirttiği gibi katılımcı zihnindeki şemalarından uygun olanı seçip açıklama yapmıştır. Bu katılımcı içinde ön bilgilerin pozitif yönde etki ettiği söylenebilir.

1.sınıflardaki katılımcıların soruyu yanıtsız bırakan öğrencilerin lisans düzeyinde de soruyu yanıtsız bıraktığı gözlenmiştir. Ausubel' in belirttiği üzere yanlış ve eksik öğrenilmiş bilgiler üzerine yeni anlamlı bilgiler kurulamaz. Bu katılımcılar içinde bu durumun yaşandığı gözlenmiştir. Katılımcılar eksik ön öğrenmelerinin üzerine yeni bilgileri ekleyememişler ve hem ortaöğretim hem de lisans düzeyinde soruyu yanıtsız bırakmışlardır. 2.sınıflardaki bazı katılımcılar içinde benzer durum gözlenmiştir. Bu katılımcıların yanlış öğrenmelerinin üzerine yeni doğru öğrenmeler gerçekleştiremedikleri gözlenmiştir. Bu katılımcılar için yanlış ve eksik ön bilgiler yeni öğrenmeleri negatif yönde etkilemiştir. Bu duruma örnek olarak Bloom' un tam öğrenme modeli verilebilir. Çünkü Bloom tam öğrenme modelinde ön bilişsel davranışlar gerçekleştikten sonra yeni üniteye geçilmesi gerektiğini belirtmektedir.

Ortaöğretim düzeyinde soruya doğru yanıt vermesine rağmen lisans düzeyinde soruya yanlış yanıt vermiş katılımcılarda bulunmaktadır. Ayrıntılı olarak cevapları incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde fonksiyonun sıfır noktasın limitin olmadığı için türevinin de olamayacağını belirtmiştir. Lisans düzeyinde de aynı durumdan bahsedilmiş sıfır noktasında sürekli olduğunu ifade etmiş, fakat süreklilik için limit kavramının ön koşul olduğunu gözden kaçırmıştır. Bu katılımcı için ön bilgilerin ne negatif yönde ne de pozitif yönde etki ettiği söylenebilir. Bu katılımcının kafasının karışmış olabileceği düşünülmüştür. Ayrıca, 1.sınıflarda da bir katılımcının ortaöğretim düzeyinde kısmen doğru cevap vermesine rağmen lisans düzeyinde soruyu yanıtsız bıraktığı gözlenmiştir. Aynı durumun 2.sınıflarda iki katılımcıda da yaşandığı gözlenmiştir. Bu durum ise ortaöğretimde kavramın ezberlenmiş olup içselleştirilememiş ön bilginin lisans düzeyine aktarılamamış olabileceğini düşündürmüştür.

Daha sonra türev fonksiyonu verilen bir fonksiyonun kendisini bulabilme ve bu duruma ön bilgilerin etkisini araştırmak amacıyla katılımcılara türev fonksiyonu $\frac{-1}{x^2}$ olan ve kuralı $f(x)$ olan fonksiyon ile ilgili soru yöneltilmiştir. Verilen cevaplar doğrultusunda katılımcıların hiç birinin bulduğu ifadenin fonksiyon olduğunu göstermedikleri gözlenmiştir. Fakat katılımcıların büyük çoğunluğunun türev fonksiyonu verilen ifadeyi bulabildikleri gözlenmiştir. Daha ayrıntılı olarak cevaplar incelendiğinde 2.sınıfların hem ortaöğretim hem de lisans eğitimlerinin ilk yıllarında öğrenmiş oldukları integral kavramıyla hem ortaöğretim hem lisans düzeyinde soruya yanıt verdikleri gözlenmiştir. 1.sınıfların da ortaöğretim düzeyinde integral kavramıyla sorunun yanıtını buldukları görülmüştür. Ayrıca, 1.sınıfların uygulamanın yapıldığı süre içerisinde lisans eğitimlerinde integral kavramını henüz görmemelerine rağmen ortaöğretim bilgileri ile bulmuş oldukları cevabı lisans düzeyinde öğrendikleri bilgiler ile birleştirerek soruya doğru yanıt verdikleri gözlenmiştir. Burada katılımcılar için ön bilginin pozitif yönde etkisi olduğu söylenebilir.

Ortaöğretim düzeyinde soruya yanlış yanıt veren katılımcılardan büyük çoğunluğunun lisans düzeyinde de soruya yanlış yanıt verdikleri görülmüştür. Katılımcıların ortaöğretim düzeyinde integral alma kurallarına dair yanlış bilgilere sahip oldukları ve bu bilgileri lisans düzeyinde de devam ettirdikleri gözlenmiştir. Simon (1999) 'un belirttiği gibi bu katılımcılar içinde ön bilgi değişime direnç göstermiş olabilir. Burada ön bilgi katılımcılar için negatif yönde etki göstermiştir.

Bazı katılımcılar ortaöğretim düzeyinde yanlış cevap vermelerine rağmen lisans düzeyinde bu yanlışlıklarını düzelttikleri gözlenmiştir. Yani yanlış ön bilgileri yeni öğrenmelere engel oluşturmamıştır. Fakat herhangi bir olumlu etkisi de olduğu söylenemez bu nedenle bu katılımcılar için ön bilgi ne pozitif ne negatif yönde etki etmiştir denilebilir. Bu katılımcılar ortaöğretim düzeyinde integral alma kuralında hata yapmışlardır lisans düzeyinde ise bu hatalarını düzeltmişlerdir ancak lisans düzeyinde farklı bir yanılgıya düşmüşlerdir. Bu ise türev fonksiyonu verilen fonksiyon ifadesinin tek olduğu yanılgısıdır. Bu yanılgıya düşen katılımcının 2.sınıflardan bir katılımcı olması ayrıca dikkat çekici olmuştur.

Son olarak da katılımcılara verilen fonksiyonun türev fonksiyonunu bulabilmelerini ve buna ilişkin ön bilgilerini sorgulamak amacıyla " $f : Z \rightarrow IR, x \rightarrow x^x$ " ifadesinin varsa türevini bulunuz şeklinde soru yöneltilmiştir. Aslında fonksiyonun türevini alabilmek için tanım kümesinin IR^+ şeklinde olması durumunu iki katılımcı dışındaki tüm katılımcıların göz ardı ettiği gözlenmiştir. Değerlendirmeler yapılırken bu durum dikkate alınmıştır. Bu sorunun cevabına ilişkin yanlış cevap sayısının diğer sorulara oranla daha fazla olduğu gözlenmiştir. Bu durum katılımcıların türev tanımını sorulara uygulamada zorluk yaşamış olabileceklerini düşündürmüştür. Ortaöğretim düzeyinde soruya doğru yanıt veren katılımcıların lisans düzeyinde de benzer cevaplar verdikleri ve ayrıca, ekstra cevap olarak türevin matematiksel tanımından yararlanarak soruyu çözmeye çalışanlar olduğu gözlenmiştir. Bu katılımcılar için ön bilginin pozitif yönde bir etki etkisi olduğu söylenebilir.

Ortaöğretim düzeyinde soruya yanlış yanıt veren katılımcıların benzer hatalarını lisans düzeyinde de devam ettikleri gözlenmiştir. Katılımcıların benzer hataları tekrarlaması yanlış ön bilgilerin yeni doğru bilgileri engelleyici yönde etki etmiş olabileceğini düşündürmüştür. Bu katılımcılar için ön bilgiler negatif yönde etki etmiştir.

Katılımcılardan biri ise ortaöğretim düzeyinde soruyu yanlış cevapladığı halde lisans düzeyinde soruya türevin limit tanımıyla cevap bulmaya çalışmıştır. Fakat lisans düzeyindeki cevabında karmaşalar yaşadığı ve bu karmaşaların onu yanlış yönlendirdiği görülmüştür. Bu katılımcı içinde ön bilginin ne negatif ne de pozitif yönde etki ettiğini söylenebilir.

Öneriler

- Katılımcıların türevin geometrik yorumunda "bir fonksiyonun bir noktadaki türevi, fonksiyonun o noktadaki teğetinin eğimine eşittir" ifadesinde teğetin eğimi ifadesine dikkat etmedikleri gözlenmiştir. Hem ortaöğretim hem lisans düzeyinde bu konu kavramlar daha fazla vurgulanabilir.
- Katılımcıların büyük çoğunluğunun ortaöğretim düzeyinde kazanmış oldukları ön bilgilerini doğru veya yanlış bir şekilde bile olsa lisans öğrenimlerinde kullandıkları görülmüştür. Bu nedenle ortaöğretim düzeyinde kavramların açıklamaları yapılırken bu durum göz önüne alınabilir.
- Lisans öğrenimlerinde kavramlar üzerine açıklamalar yapılmadan önce öğrencilerin ön bilgilerini ölçmek amacıyla ön bilgi testleri yapılarak yanlış ön bilgilere yönelik önlemler alınabilir.
- Hem ortaöğretim hem lisans düzeyinde fonksiyon, limit, süreklilik gibi türev kavramına ön koşul olan konular öğretilirken türev kavramı için ön koşul oluşturdıkları belirtilerek, dikkat çekerek daha kalıcı öğrenmeler sağlanabilir.
- Farklı matematiksel konular üzerinde benzer bir çalışma yapılabilir.
- Farklı katılımcılar üzerinde, farklı yöntemler ile çalışma tekrarlanabilir.

KAYNAKLAR

- Abbott, J., & Ryan, T. (1999). Constructing Knowledge, Reconstructing Schooling. *Educational Leadership*, 66-69.
- Açıkyıldız, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramını anlamaları ve yaptıkları hatalar*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Akkaya, E. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin teknolojik pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Aksoy, Y. (2007). *Türev kavramının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinin etkisi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Altun, H. (2016). *İlköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin türev konusundaki akademik başarıları ile öğrenme stilleri arasındaki ilişkilerin incelenmesi*. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Argün, Z. & Uyar, A. (2015). *Tek değişkenli analiz*. Ankara : Gazi.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramlarının Künyesi*. Ankara : Gazi.
- Arıkan, A. ve Halıcıoğlu, S. (2013). *Soyut Matematik*. Ankara: Palme.
- Atar Koçkar, B. (2010). *Drama temelli öğrenme ortamında altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel stil ve önceki bilgilerinin çokgenler konusunda bilgi kazanımına katkısı*. Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Atılgan, D. (2009). Bilgi Yönetimi Kavramı ve Gelişimi. *Türk Kütüphaneciliği* 23(1), 201-212.
- Balcı, M. (2008). *Genel matematik* (5.baskı). Ankara : Balcı.
- Balcı, M. (2010). *Çözümlü analiz problemleri* (3.baskı). Ankara : Balcı.
- Bostan, A. H. (2018). *Sınıf öğretmenlerinin yapılandırmacı yaklaşımın niteliklerine ve uygulamalarına ilişkin görüşleri (Konya ili örneği)*. Yüksek Lisans Tezi, Amasya Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Amasya.
- Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (16.baskı). Ankara : Pegem.
- Creswell, J. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (M. Bütün & S.B.Demir, Çev.). Ankara: Siyasal.
- Çakıcı, D. , Alver, B. & Ada, Ş. (2006). Anlamli öğrenmenin öğretimde uygulanması. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13.
- Çakıcı, D. (2010). Fen eğitiminde yapılandırmacı yaklaşım ve öğrencilerin kavram yanlışları. *Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(1), 89-115.
- Çekmez, E. (2013). *Dinamik matematik yazılımı kullanımının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarına etkisi*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Dochy, F.J.R.C, Alexander, A.P. (1995). Mapping Prior Knowledge: A Framework for Discussion among Researchers. *European Journal of Psychology of Education*, 3, 225-242.
- Dochy, F.J.R.C, Rijdt, C. & Dyck, W. (2002). Cognitive prerequisites and learning. How far have we progressed since Bloom? Implications for educational practice and teaching. *The Institute for Learning and Teaching in Higher Education and SAGE Publications*, 3(3), 265-284.
- Dochy, F.J.R.C., Segers, M.S.R. and Moerkerke, G. (1996). The importance of prior knowledge and assessment for increasing efficiency of the learning processes, especially in ‘problem-based’ powerful learning environments. *European Journal of Agricultural Education and Extension*, 3(3), 141-166.

- Doğan, A., Sulak, H. & Cihangir, A. (2002). *İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğrencilerinin Özel Fonksiyonlarda Limit, Türev ve Türev Uygulamaları Konularındaki Yeterlilikleri Üzerine Bir Araştırma*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulmuş bildiri, 975-982, Ankara.
- Dönmez, A. (2005). *Dünya matematik tarihi ansiklopedisi: Matematiğin öyküsü ve serüveni, IX. cilt İngiliz matematikçiler*. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm.
- Duran, M. (2018). *Lise matematik öğretmenlerinin türev ve uygulamalarına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Duru, A. (2006). *Bir Fonksiyon Ve Onun Türevi Arasındaki İlişkiyi Anlamada Karşılaşılan Zorluklar*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Düzen, E. (2012). *10. sınıf öğrencilerinin kimyasal türler arası etkileşim ünitesi ile ilgili akademik başarı ve kimya dersine ilişkin tutumlarına geleneksel ve takımla öğrenme yönteminin etkisinin belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Erdoğan, G. (2017). *Lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları*. Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Erdoğan, B. (2003). *Ağ temelli öğretimde denetim odağı ve ön bilgi düzeyinin öğrencilerin kontrol tercihlerine etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ergene, B. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin teknolojik pedagojik alan bilgilerinin çoklu temsiller bileşeninde incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Eskici, M. (2013). *İlköğretim öğretmenlerinin yapılandırmacı yaklaşıma ilişkin öz yeterlik algıları ile tutumları*. Doktora Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Gurlitt, J., & Renkl, A. (2010). Prior knowledge activation: how different concept mapping tasks lead to substantial differences in cognitive processes, learning outcomes, and perceived self-efficacy. *Instructional Science*, 38, 417-433.

- Gürses, A., Bayrak, R., Yalçın, M., Açıkyıldız, M. & Doğar, Ç. (2005). Öğretmenlik Uygulamalarında Mikro Öğretim Yönteminin Etkililiğinin İncelenmesi. *Education Journal*, 13(1).
- Hailikari, T., MSc, Katajavuori, N., PhD & Lindblom-Ylänne, S., PhD (2008). The Relevance of Prior Knowledge in Learning and Instructional Design. *American Journal of Pharmaceutical Education*, 72(5), 113.
- Hailikari, T. (2009). Assessing University Students' Prior Knowledge. Implications for Theory and Practice. *University Of Helsinki Department Of Education Research Report*, 227, 17 Kasım 2009.
- Hoz, R., Bowman, D., & Kozminsky, E. (2001). The differential effects of prior knowledge on learning: A study of two consecutive courses in earth sciences. *Kluwer Academic Publishers*, 29, 187–211.
- Jonassen, D. H. & Grabowski, B. L. (1993). *Handbook of individual differences: Learning and instruction*. London. https://books.google.com.tr/books?id=pJV4v3Syb0C&printsec=frontcover&hl=tr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false sayfasından erişilmiştir.
- Kara, Y. & Özgün-Koca, S. A. (2004). Buluş yoluyla öğrenme ve anlamlı öğrenme yaklaşımlarının matematik derslerinde uygulanması: "İki teriminin toplamının karesi" konusu üzerine iki ders planı. *İlköğretim Online E-Dergi*, 3(1), 2-10. dergipark.ulakbim.gov.tr/ilkonline/article/download/5000038392/5000037248 sayfasından erişilmiştir.
- Karip, E. (2009). *Eğitim bilimine giriş* (2.baskı). Ankara : Pegem.
- Kaya, Z. (2012). *Öğrenme ve öğretme kuramlar, yaklaşımlar, modeller* (1.baskı). Ankara : Pegem.
- Kayacı, M. (2019). *Piaget'in bilişsel gelişim kuramı: gelişim dönemleri ve temel kavramlar*. <https://psikolojiagi.com/piagetin-bilissel-gelisim-kurami-gelisim-donemleri-ve-temel-kavramlar/> sayfasından erişilmiştir.
- Köseoğlu, F. & Kavak, N. (2001). Fen Öğretiminde Yapılandırıcı Yaklaşım. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(1), 139-148.

- Lipson, M. Y. (1982). Learning new information from text: The role of prior knowledge and reading ability. *Journal of Reading Behavior*. 14, 243 – 261.
- MEB. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Meb.
- MEB. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Meb.
- Metin, Y. (2018). *Doküman inceleme*. https://www.academia.edu/11019563/Haz%C4%B1rlayan_Yeliz_Metin_DOK%C3%9CMAN_%C4%B0NCELEMES%C4%B0_sayfasından_erişilmiştir.
- Okumuş, S. (2017). “İyi bir eğitim ortamı için yedi ilke”nin işbirlikli öğrenme ve modellerle birlikte uygulanmasının fen bilimleri dersinin anlaşılmasına etkisi. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Öner, D. (2010). Öğretmenin Bilgisi Özel bir Bilgi midir? Öğretmek için Gereken Bilgiye Kuramsal bir Bakış. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 27(2), 23-32.
- Özdem, Ş. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin fonksiyon kavramını öğrenmeleri sürecindeki etkisinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Özgen, K. (2012). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kapsamında, öğrencilerin öğrenme stillerine uygun öğrenme etkinlikleri geliştirilmesi: fonksiyon ve türev kavramı örnekleme*. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Özhan, Z. (t.y). *Nitel araştırmada örneklem*. https://www.academia.edu/5155811/N%C4%B0TEL_ARA%C5%9ETIRMADA_%C3%96RNEKLEM sayfasından erişilmiştir.
- Özmen, H. (2005). Kimya öğretiminde yanlış kavramalar: bir literatür araştırması. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 23-45.
- Özturan Sağırlı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

- Park, J. (2012). Students' understanding of the derivative: literature review of english and korean publications. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 15(2), 331-348.
- Park, J. (2015). Is the derivative a function? If so, how do we teach it? *Educational Studies in Mathematic*.
- Pınarbaşı, T. (2002). *Çözünürlükle ilgili kavramların anlaşılmasında kavramsal değişim yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi*. Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Seyfettin, A. (1986). *Analize Giriş* (5.Baskı). Ankara: Başarı.
- Skelly, K. M. & Hall, D. (1993). The development and validation of a categorization of sources of misconceptions in chemistry. Paper presented at the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in science and Mathematics, Ithaca, NY.
- Simons, P. R. J. (1999). Transfer of learning: Paradoxes for learners. *International Journal of Educational Research*, 31, 577–589.
- Subaşı, M. & Okumuş, K. (2017). Bir Araştırma Yöntemi Olarak Durum Çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426
- Şimşek, H. & Yıldırım, A. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9.baskı). Ankara : Seçkin.
- Şimşek, Ö. (2010). *Web destekli matematik öğretiminde kullanılan video derslerin öğrenenlerin türev başarılarına etkisi ve öğrenenlerin video derslere ilişkin görüşleri*. Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Thomas, G. (2009). *Thomas Calculus*. (R. Korkmaz, Çev.). İstanbul: Beta
- Topses, G. (2009). *Gelişim ve öğrenme psikolojisi* (3.baskı). Ankara : Nobel.
- Turan, S. B. (2016). *Matematik öğretmen adaylarının limit, süreklilik ve türev ile ilgili kavramsal yapıları*. Yüksek Lisans Tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

- Türk Dil Kurumu (2019), Erişim tarihi: 22.07.2019, Büyük Türkçe Sözlük, www.tdk.org.tr
- Ubuz, B. (2001). First year engineering students' learning of point of tangency, numerical calculation of gradients, and the approximate value of a function at a point through computers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 20(1), 113-137.
- Yanık, H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies in Mathematics*, 78(2), 231-260.
- Vural, M. C. (2003). *Fen eğitiminde 8. sınıf öğrencilerinin fen problemleri çözme başarılarına matematik ön bilgilerinin, mantıksal düşünme yeteneklerinin ve kavram haritası metodunun etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (7. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Seçkin.
- Yıldırım, A. (1999). *Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi*. Eğitim ve Bilim: 23(112).
- Yıldırım, İ. (2017). *Tam öğrenme modeli*. <http://matematikegitimiakademisi.com/2017/11/15/tam-ogrenme/sayfasından> erişilmiştir.
- Yıldız, N. (2006). *Matematik eğitiminde türev öğrenimi ve öğretimi ile ilgili sorulmuş bazı etkin sorular ve cevapları hakkında öğrencilerin ve öğretim elemanlarının görüşleri üzerine bir fenomenografik çalışma*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yüksel, İ. (2012). Activating students' Prior Knowledge: The Core Strategies. *World Applied Sciences Journal*, 20 (8), 1197-1201.
- Wang, Z. & Adesope O. (2016). Does Learners' Prior Knowledge Moderate the Detrimental Effects of Seductive Details in Reading from Text? A 2 by 3 Study. *International Journal of Instruction*, 37.

EK 1- GÖRÜŞME SORULARI

Matematik ortaöğretim lisans programının 1.sınıf ve 2.sınıflarında öğrenim gören öğretmen adaylarına yöneltilen sorular aşağıda verilmiştir.

(Aşağıda size yöneltilen soruları öncelikle ortaöğretimde öğrenmiş olduğunuz bilgilerinizle daha sonra lisans eğitiminde öğrenmiş olduğunuz bilgilerinizle cevaplayınız.)

1. Sizce doğrunun eğimi nedir ? Matematiksel bir tanımını yapabilir misiniz ?
2. Sizce eğim kavramı ile bir fonksiyonun türevi arasında bir ilişki var mıdır ? (varsa) açıklayınız.
3. Sizce limit ne demektir? Matematiksel bir tanımını yapabilir misiniz ?
4. Sizce limit kavramı ile bir fonksiyonun türevi arasında bir ilişki var mıdır ? (varsa) açıklayınız.
5. $f: R \rightarrow R^+$
 $x \rightarrow f(x) = |x|$ fonksiyonunun türevlenemediği nokta ya da noktalar varsa bulunuz. Bu noktalarda neden türevlenemediğini açıklayınız.
6. Türev ile fonksiyon arasında bir ilişki var mıdır? Sizce türev bir fonksiyon mudur ?
7. $f: Z \rightarrow R$
 $x \rightarrow x^x$ ifadesinin türevini (varsa) bulunuz.
8. Türev fonksiyonu $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ olarak verilen ve kuralı $f(x)$ olan fonksiyonlardan (varsa) ikisini yazınız.



GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR...