

**LOJİSTİK YÖNETİM SİSTEMLERİNDE STOKASTİK TALEPLİ
ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ**

SELÇUK KÜRŞAT İŞLEYEN

**DOKTORA TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

KASIM 2008

ANKARA

Selçuk Kürşat İŞLEYEN tarafından hazırlanan LOJİSTİK YÖNETİM SİSTEMLERİNDE STOKASTİK TALEPLİ ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ adlı bu tezin Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

.....

Tez Danışmanı, Endüstri Müh. Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

(Ünvanı, Adı ve Soyadı)**

.....

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

.....

Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üni.

(Ünvanı, Adı ve Soyadı)

.....

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

(Ünvanı, Adı ve Soyadı)

.....

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

(Ünvanı, Adı ve Soyadı)

.....

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

Tarih:/...../.....

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Doktora derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nermin ERTAN

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Selçuk Kürşat İŞLEYEN

LOJİSTİK YÖNETİM SİSTEMLERİNDE STOKASTİK TALEPLİ ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ

(Doktora Tezi)

Selçuk Kürşat İŞLEYEN

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Kasım 2008

ÖZET

Bu çalışmada müşteri taleplerinin normal dağıldığı, Stokastik Talepli Araç Rotalama Problemi (STARP) ele alınmıştır. Verilen bir başlangıç turunun beklenen uzunluğunu hesaplayan yeni bir fonksiyon önerilmiştir. Önerilen fonksiyonun doğruluğunu test etmek amacıyla, rassal olarak üretilen test problemleri üzerinde Monte-Carlo simülasyonu, kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan servis politikası tam teslimatlı servis politikası olarak adlandırılır ve müşteri taleplerinin bir kerede tam olarak karşılanmasını gerektirir. Önerilen fonksiyonun sezgisel metotlarda kullanılabilirliğini ve hızlandırılmasını sağlamak amacıyla fonksiyon yeniden tasarlanmış ve alternatif bir beklenen tur hesaplama fonksiyonu geliştirilmiştir. Ayrıca çalışmada STARP için koruyucu stok politikasının denenmesine karar verilmiş, ve bunun için üç sezgisel prosedür geliştirilmiştir. Son olarak STARP’da özel bir durum tanımlanmıştır. Özel durumda stokastik taleplerin her birinin aynı ortalama ve standart sapmaya sahip olduğu ve normal dağıldığı varsayılmıştır. Özel durumun matematiksel modeli oluşturulmuş ve büyük boyutlu test problemlerinin çözümü için sezgisel bir algoritma önerilmiştir.

Bilim Kodu : 906.1.141
Anahtar Kelimeler : Araç rotalama, Stokastik, Başlangıç turu, Lojistik
Sayfa Adedi : 97
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

**VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH STOCHASTIC DEMANDS IN
LOGISTICS MANAGEMENT SYSTEMS
(Ph. D. Thesis)**

Selçuk Kürşat İŞLEYEN

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

November 2008

ABSTRACT

In this paper, the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands (VRPSD) is considered where customer demands are normally distributed. A new function is proposed for computing the expected length of a given “a priori” tour. Monte Carlo simulation is used to demonstrate the accuracy of the function on randomly generated test problems. Service policy used in the study is called as full delivery service policy and it requires that the customer demands are totally satisfied at one time. The function is re-designed for utility of the proposed function in heuristic methods and for accelerating the computation time and an alternative expected tour computation function is developed. On the other hand, in the study it is decided to try the preventive restocking policy for VRPSD and for this purpose three heuristic procedures are developed. Finally a special case is defined for VRPSD. In the special case, the demands of each customer are assumed to be normally distributed, and the mean and standard deviation of the stochastic demands are assumed to be same for each customer. We design a mathematical model for special case and propose a heuristic algorithm to solve large scale test problems.

Science Code : 906.1.141

Key Words : Vehicle routing, Stochastic, A priori tour, Logistics

Page Number : 97

Adviser : Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

TEŞEKKÜR

Doktora çalışmam boyunca bana her zaman destek olan, yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, değerli hocam Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ'a , tez izleme komitesinde yer alan tecrübelerinden ve fikirlerinden faydalandığım değerli hocalarım Prof. Dr. İhsan SABUNCUOĞLU ve Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK'a ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan aileme ve eşim Eda İŞLEYEN'e teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
1. GİRİŞ	1
2. STOKASTİK TALEPLİ ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ VE İLGİLİ LİTERATÜR TABANI.	5
3. ÖNERİLEN FONKSİYON	14
3.1. Fonksiyonun Doğruluğunun Gösterimi	26
3.1.1. Test problemlerinin üretimi	31
3.1.2. Çıktı analizi	32
3.2. Fonksiyonun Yeniden Geliştirilerek Hızlandırılması	34
3.2.1. Geliştirilen fonksiyon	35
3.2.2. Nümerik gösterim	40
4. KORUYUCU STOKLAMA POLİTİKASI	43
4.1. İlk Gelişim	45
4.2. Maksimum Gelişim	48
4.3. Şans Kısıtına Bağlı Gelişim	51

Sayfa

5. STOKASTİK ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİNİN ÖZEL DURUMU	58
5.1. STARP Özel Durum için Doğrusal Model	62
5.2. Tekrarlı Yerel Arama	65
5.2.1. TYA algoritmasının genel yapısı.....	66
5.2.2. Yerel arama.....	67
5.2.3. Perturbasyon	68
5.3. Hesaplama Sonuçları.....	70
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	74
KAYNAKLAR	77
EKLER.....	81
EK-1 Test problemlerinin verileri.....	82
EK-2 STARP özel durum için doğrusal olmayan atama modeli	89
EK-3 Özel durum ve genel durumun karşılaştırılması.....	91
ÖZGEÇMİŞ	97

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Dört müşteri STARP' ın verileri.....	20
Çizelge 3.2. Düğümler arasındaki uzaklıklar	20
Çizelge 3.3. Sekiz Müşterili Örnek Problemin Verileri	27
Çizelge 3.4. Müşteriler Arasındaki Mesafeler	27
Çizelge 3.5. Taleplerin karşılanma olasılığı.....	28
Çizelge 3.6. Toplam olasılık havuzu.....	28
Çizelge 3.7. Monte Carlo Denemeleri.....	29
Çizelge 3.8. Olasılıklı Fonksiyon ve Monte Carlo Tekniği'nin 24 farklı başlangıç turu için karşılaştırılması, Q=150.....	30
Çizelge 3.9. Çok boyutlu problemler için Olasılıklı Fonksiyon ve Monte Carlo Tekniği'nin karşılaştırılması	32
Çizelge 3.10. Beşinci müşteri için rota kırılmaları ve olasılıkları.....	37
Çizelge 3.11. İlk beş müşteri için rota kırılmaları ve olasılıkları.....	39
Çizelge 3.12. 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar	41
Çizelge 3.13. 0-3-2-1-4-7-5-8-6-0 başlangıç turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar	41
Çizelge 4.1. İlk Gelişim Sezgiseli kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları	47
Çizelge 4.2. Maksimum Gelişim Sezgiseli kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları.....	50
Çizelge 4.3. Dinamik programlama döngüsü boyunca elde edilen turlar ve uzunlukları	53
Çizelge 4.4. $\alpha = 0.95$ için minimum uzunluğa sahip rotalar	53

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.5. Beklenen tur uzunlukları ve α değerleri.....	54
Çizelge 4.6. Şans Kısıtına Bağlı Gelişim kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları.....	55
Çizelge 4.7. Koruyucu stok politikası altında kullanılan sezgisellerin karşılaştırılması	56
Çizelge 5.1. 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 turu için taleplerin karşılanma olasılığı.....	60
Çizelge 5.2. 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar	61
Çizelge 5.3. 0-2-4-1-7-5-6-3-8-0 turu için taleplerin karşılanma olasılığı.....	61
Çizelge 5.4. 0-2-4-1-7-5-6-3-8-0 turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar	62
Çizelge 5.5. Tets problemlerinin LINGO programı ile çözüm zamanları	65
Çizelge 5.6. Küçük boyutlu test problemleri için matematiksel model ve TYA algoritması sonuçları	70
Çizelge 5.7. Farklı araç kapasiteleri altında TYA algoritması ile bulunan en iyi sonuçlar	72

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. ARP örnek çözüm	1
Şekil 2.1. STARP temel özellikleri	12
Şekil 3.1. Tam teslimatlı servis politikası	16
Şekil 3.2. Deterministik tur uzunluğu	21
Şekil 3.3. Başlangıç rotası üzerinde meydana gelebilecek tekli kırılmalar.....	24
Şekil 3.4. Başlangıç rotası üzerinde meydana gelebilecek ikili kırılmalar	25
Şekil 3.5. Başlangıç rotası üzerinde meydana gelebilecek üçlü kırılmalar.....	26
Şekil 3.6. İkinci müşteri için rota kırılması.....	36
Şekil 3.7. Üçüncü müşteri için rota kırılmaları	37
Şekil 3.8. Dördüncü müşteri için rota kırılmaları	38
Şekil 4.1. İlk Gelişim Sezgiseli	46
Şekil 5.1. TYA'nın genel yapısı.....	66
Şekil 5.2. 2p- Opt hareketleri	68
Şekil 5.3. Perturbasyon işlemi.....	69
Şekil 5.4. Çift Köprü hareketi	69

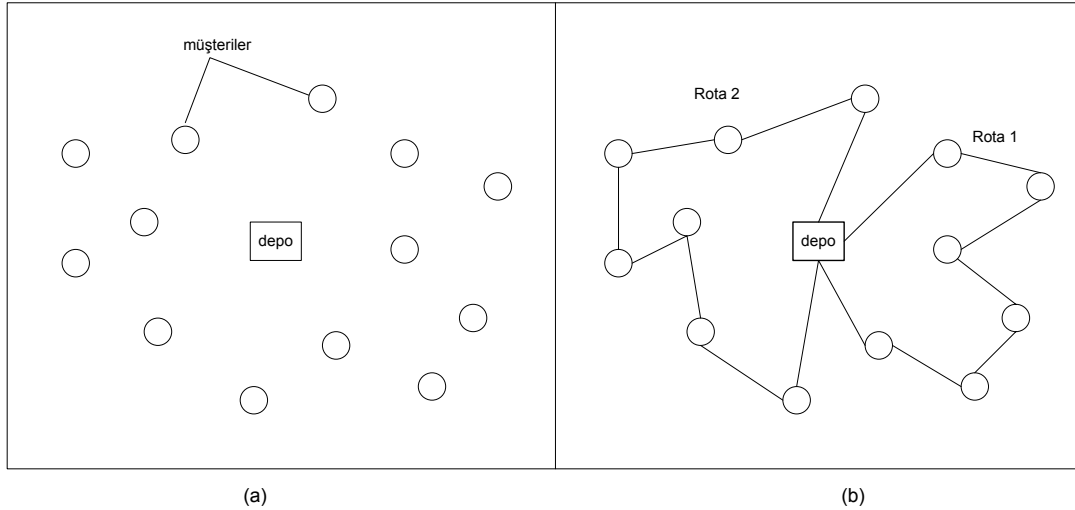
SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
ξ	Stokastik talepler
Q	Araç kapasitesi
$P_{i,j}$	i düğümünden j düğümüne (i ve j dahil) kadar olan müşterilerin talepleri toplamının araç kapasitesi Q 'dan küçük olma olasılığı
s	başlangıç turu
$E(s)$	Başlangıç turunun beklenen değeri
Kısaltmalar	Açıklama
ARP	Araç Rotalama Problemi
SARP	Stokastik Araç Rotalama Problemi
SMGSP	Stokastik Müşterili Gezgin Satıcı Problemi
SZGSP	Stokastik Seyahat Zamanlı Gezgin Satıcı Problemi
STARP	Stokastik Talepli Araç Rotalama Problemi
SMARP	Stokastik Müşterili Araç Rotalama Problemi
SMTARP	Stokastik Müşterili ve Talepli Araç Rotalama Problemi
TYA	Tekrarlı Yerel Arama
İG	İlk Gelişim
MG	Maksimum Gelişim
AP	Atama Problemi
GSP	Gezgin Satıcı Problemi

1. GİRİŞ

Tek bir depodan, coğrafi olarak dağılmış müşteriler kümesine, en uygun sipariş dağıtım rotalarını tasarlama işi genelde Araç Rotalama Problemi (ARP) olarak ele alınabilir. ARP’de her rota, depodan başlar ve tüm müşterilerin sadece bir kez ziyaret edilmesi ve depoya dönülmesiyle son bulur. Belirli bir rota üzerinde bulunan müşterilerin toplam talebi (her bir rotanın talebi) araç kapasitesini aşamaz. Şekil 1.1’de iki araçlı ARP’nin uygun bir çözümü verilmiştir. Her aracın tek bir rotayı kullandığı ve araç kapasitesinin rota üzerindeki müşterilerin talepleri toplamından büyük olduğu kabul edilir.



Şekil 1.1. ARP örnek çözüm a) Müşteriler kümesi b) Uygun rotalar

ARP’ nin çözümü için birçok algoritma ve matematiksel model geliştirilmiştir. Laporte [1], Golden ve Assad [2], Toth ve Wigo [3], Fisher [4], Laporte ve Osman [5] çalışmaları incelenebilir. Stokastik Araç Rotalama Problemi (SARP) deterministik araç rotalama probleminin bazı elemanları rassal olduğunda ortaya çıkar ve gerçek hayat problemlerine daha yakındır. Rassal elemanlar ziyaret edilecek müşteri kümesi, müşteri talepleri veya müşteriler arasındaki seyahat zamanları olabilir. Gendreau vd [6] çalışmalarında SARP’ı sınıflandırmışlar ve çözüm tekniklerini ve mevcut literatürü özetlemişlerdir. [6]’da SARP türleri:

Stokastik Müşterili Gezgin Satıcı Problemi (SMGSP), Stokastik Seyahat Zamanlı Gezgin Satıcı Problemi (SZGSP), Stokastik Talepli Araç Rotalama Problemi (STARP), Stokastik Müşterili Araç Rotalama Problemi (SMARP) ve Stokastik Müşterili ve Talepli Araç Rotalama Problemi (SMTARP) olarak belirlenmiştir.

Bu çalışmada Stokastik Talepli Araç Rotalama Problemi (STARP) ele alınmıştır. Problemden rassallığı oluşturan müşteri taleplerinin normal dağıldığı kabul edilmiştir. STARP’da sonlu kapasiteye sahip bir araç depodan tam yüklenmiş olarak hareket eder ve gerçek talepleri ancak müşteriye ulaşıldığında elde edilen, müşteri kümesine hizmet verir. Taleplerdeki belirsizlik, tüm müşteri talepleri tam olarak karşılanmadan, bazı noktalarda araç kapasitesinin aşılmasına yol açabilir. Bunun neticesinde rota kırılmaları oluşabilir. Rota kırılması durumunda, müşterilerin talep bilgisine ve dağıtım firmasının politikalarına bağlı olarak yardımcı (recourse) eylemler geliştirilir. Yardımcı eylemler bütün müşterilerin taleplerinin tam olarak karşılanmasını sağlarken beraberinde ekstra maliyet getirirler. Yardımcı eylem kullanılan STARP’da bütün müşteri talepleri tam olarak karşılanabilirken, kat edilen seyahat uzunluğu rassal değişken olur. STARP’daki amaç beklenen seyahat uzunluğunu minimize ederek bütün müşterilerin talebini karşılayabilmektir.

STARP’nin pratikte birçok uygulaması vardır. Evsel yakıt dağıtımı [7], banka şubelerinden nakit para toplanması [8] ve atık suların arıtılması esnasında oluşan çamurun atılması gibi [9] çalışmalar STARP probleminin ilk uygulamaları arasında gösterilebilir. Yang [10] çalışmada STARP’ ın pratikte kullanım alanlarına değinmiştir. Çalışmada yer alan örneklerden bazıları: büfelere dağıtılan içecek miktarı, otomatik çay kahve bisküvi makinelerindeki stok miktarı, araştırma laboratuvarlarına verilen sıvı gaz miktarları ve çöp toplama işlemi sırasında her bir duraktaki çöp miktarı belirsiz olduğundan ve ancak müşteriye ulaşıldığında gerçek miktar öğrenilebileceği için STARP örneği olarak verilmiştir. Ayrıca benzer olarak büyük terör saldırıları veya doğal felaketlerden sonra mağdurların ihtiyaç duyacağı ilaç ve sağlık ekipmanı sayısı da belirsiz olduğundan STARP’ a örnek olarak verilebilir.

STARP ile ilgili birçok çalışmada, gerçek talepler bilinmeden önce araç rotaları planlanır. Planlanan rota aynı zamanda başlangıç turu veya öncelik turu olarak da adlandırılır. Başlangıç turu hangi müşteriye hangi sırada hizmet verileceğini belirtir. Ancak taleplerdeki belirsizlik yüzünden bazı noktalarda araç kapasitesinin aşılmasından dolayı rotada planlandığı gibi gidilemez. Bu durum rota kırılması olarak adlandırılır. Rota kırılması durumunda bütün müşteri taleplerinin tam olarak karşılanmasını sağlayan ancak beraberinde ekstra maliyet getiren yardımcı eylemler geliştirilir. Bu tez çalışmasında Laporte vd.[11] ve Gendreau vd. [12] 'nin çalışmalarında da yer alan ve basit yardımcı eylem olarak adlandırılan, araç kapasitesi müşteri taleplerine ulaştığında ya da aşıldığında aracın depoya geri dönüp yükünü tamamlaması ve kırılmanın gerçekleştiği müşteriye geri dönerek turuna devam etmesi yaklaşımı kullanılmıştır.

Tez çalışmasının amacı STARP' da taleplerin normal dağıldığı varsayımı altında ve rotanın birden fazla kırılması durumunda basit yardımcı eylem kullanılarak başlangıç turunun beklenen maliyetini etkin olarak hesaplamaktır.

Çalışmanın devamı şu şekilde organize edilmiştir. İkinci bölümde STARP'nin formal gösterimi ve ilgili literatür çalışmalarına yer verilecektir.

Üçüncü bölümde verilen başlangıç turunun beklenen maliyetini etkin olarak hesaplayan fonksiyon önerilecek ve fonksiyon sonuçlarının doğruluğu gösterilmeye çalışılacaktır. Ayrıca önerilen beklenen tur hesaplama fonksiyonunun sezgisel metotlarda kullanılabilirliğini sağlamak için fonksiyon yeniden tasarlanacak ve alternatif bir beklenen tur hesaplama fonksiyonu geliştirilecektir.

Dördüncü Bölümde, basit yardımcı eylem yerine koruyucu stoklama politikasının kullanılmasının sonuçlar üzerine etkisi incelenecek ve koruyucu stoklama politikası için üç farklı sezgisel prosedür önerilecektir.

Beşinci bölümde STARP için özel bir durum tanımlanacak ve bu özel durum matematiksel olarak modellenecektir. Özel duruma sahip büyük boyutlu problemlerin çözümü için ise sezgisel bir yöntem önerilecektir.

Son bölüm olan altıncı bölümde çalışmanın sonuçları ve gelecek çalışmalar için öneriler sunulacaktır.

2. STOKASTİK TALEPLİ ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ VE İLGİLİ LİTERATÜR TABANI

STARP problemi $G = (V, A, D)$ grafi üzerinde tanımlanır. Burada $V = \{0, 1, \dots, n\}$ düğümler (müşteriler) kümesini gösterir. 0 düğümü depoyu temsil ederken, $A = \{(i, j) : i \neq j, i, j \in V\}$ düğümleri birleştiren arkların kümesini ve $D = \{d_{ij} : i \neq j, i, j \in V\}$ düğümler arasındaki seyahat zamanlarını veya uzaklıkları gösterir. Bu çalışmada maliyet matrisi D' nin simetrik olduğu ve üçgensel eşitsizliği sağladığı kabul edilmiştir ($d(i, j) \leq d(i, k) + d(k, j)$). Q kapasitesine sahip bir araç müşterilerin taleplerine bağlı olarak sadece teslimat veya eş olarak sadece ürün toplama gerçekleştirirken toplam beklenen seyahat mesafesi de minimize edilir. STARP probleminde aşağıdaki kabuller yapılmaktadır.

- Müşteri talepleri ξ_i , bilinen olasılık dağılımlarından gelen rassal değişkenlerdir. $\xi_i, i = 1, \dots, n$
- Her bir müşterinin gerçek talebi ancak araç müşteriye ulaştıktan sonra elde edilmektedir.
- Müşteri talepleri ξ_i araç kapasitesi Q ' yu geçemez ($\xi_i \leq Q$) ve talepler kesikli veya sürekli olasılık dağılımlarından gelebilir.

STARP için uygun bir çözüm depodan başlayan ve depoda sonlanan tur için müşterilerin permutasyonudur $s = (s(0), s(1), \dots, s(n), s(0))$. Araç müşterilere başlangıç (öncelik) turundaki sıraya göre hizmet verir ve müşterinin gerçek talebine göre bir sonraki düğüme gitmeye ya da depoya geri dönmeye karar verir. Problemdeki amaç minimum beklenen maliyete sahip başlangıç rotasını oluşturmaktır. Beklenen maliyet başlangıç rotasının beklenen uzunluğu ve rota kırılması durumunda uygulanan yardımcı eylemlerin beklenen maliyetini içerir.

STARP, yapılan çalışmaların büyük bir kısmında iki aşamalı problem olarak ele alınmıştır. Birinci aşamada toplam beklenen maliyeti minimize etmek için araç rotası (başlangıç turu) oluşturulur. Araç planlanan rotada seyahat ederken müşteri talepleri elde edilir. Eğer bazı noktalarda kapasite aşılmasından dolayı rota kırılması meydana gelirse yardımcı eylemler uygulanır. İkinci aşama, araç turunu tamamladıktan sonra başlar ve aracın depo ve müşteriler arasındaki gerçek ziyaret sırasının bilinmesiyle sonuçlanır.

Toplam beklenen maliyeti etkileyen en önemli unsur rota kırılması durumunda uygulanacak olan yardımcı eylemlerdir.

Literatürde kullanılan yardımcı eylemler;

Stewart ve Golden [13] kapasite aşılması durumunda iki farklı yardımcı eylem uygulamışlardır. Bunlardan birincisinde k rotasında oluşan her kırılmada sabit ceza katsayısı λ_k uygulanmış, ikincisinde ise, k rotasında araç kapasitesi Q 'yu aşan her birim talep için ceza katsayısı λ_k uygulanmıştır. Her iki durumda da toplam maliyet rotaların deterministik maliyetleri artı ceza katsayılarının oluşturduğu maliyetlerdir.

Dror ve Trudeau [14] rota kırılmasının meydana geldiği düğüm ve sonraki düğümler için müşterilere bireysel olarak hizmet verilmesi gerektiğini varsaymışlardır. Ancak bu kabul oldukça fazla maliyete yol açmakta ve gerçek durumu yansıtmamaktadır.

Dror vd. [15] tanımladığı bir diğer yardımcı eylem ise araç talebi karşılayamadığı her durumda depoya geri dönecek ve planlanan rotada hizmet verilmemiş bir sonraki müşteriden başlayarak turuna devam edecektir.

Teodorovic ve Pavkovic [16], [15] nolu çalışmadaki yardımcı eylem yaklaşımını hesaplama etkinliği açısından basitleştirerek her rotada en fazla bir kırılma olabileceğini varsaymışlardır.

Ak ve Erera [17] çift araçlı yardımcı eylem ismini verdikleri bir stratejiyi rota kırılması durumunda uygulamışlardır. Çift araçlı yardımcı eylem, basit yardımcı eylemin bir uzantısıdır. Başlangıç turundaki müşterilerin talebini karşılamak için iki araç görevlendirilir. Eğer araçlardan birinin servis işlemi süresince kapasitesi aşılsa diğer araç ilk aracın karşılayamadığı müşterilerin taleplerini kendi turunu tamamladıktan sonra karşılamak için görevlendirilir.

Yukarıdaki çalışmaların hepsinde tanımlanan yardımcı eylemler rota kırılması meydana geldikten sonra uygulanmaktadır. Ancak araç bir müşterinin talebini karşıladıktan sonra, takip eden müşteriye gitmek yerine, daha sonraki müşterilerde meydana gelebilecek rota kırılma risklerini azaltmak amacıyla depoya geri dönüp, yükünü tamamlar ve hizmet vereceği müşteriye giderek turuna devam edebilir. Yapılan bu eylem “koruyucu stoklama” politikası ya da pro-aktif yardımcı eylem olarak adlandırılır.

Pro-aktif yardımcı eyleme ilk olarak Bertsimas vd. [18] çalışmalarında yer vermişlerdir. Araştırmacılar tek araçlı STARP’ de başlangıç turunun beklenen maliyetini iyileştirebilmek için depoya dönüşleri içeren rotanın oluşturulmasında, dinamik programlama kullanmışlardır.

Yang [10] ve Yang vd. [19] ‘de çalışmalarında tek ve çok araçlı STARP için pro-aktif (koruyucu stoklama politikası) yardımcı eylem kullanarak rotaları oluşturmuşlardır.

Secomandi [20,21] ise yukarıdaki koruyucu stoklama politikası ve yardımcı eylemlerden farklı olarak, müşteri taleplerinin kesin olarak öğrenilmesinden veya her rota kırılmasından sonra başlangıç rotasının planlanan şekilde değil yeniden optimize edilmesi yaklaşımını çalışmıştır. Bu yaklaşım koruyucu stoklama stratejisinden daha küçük beklenen değere sahip sonuçlar bulabilirken, hesaplama olarak daha fazla işlem zamanı gerektirir.

STARP'nin modellenmesi kısmını incelersek;

Stokastik araç rotalama problemi modellenirken genelde iki yöntem kullanılır bunlar: Şans Kısıtlı Stokastik Programlama (Chance Constraint Stochastic Programming, CCP) ve Yardımcı Eylemli Stokastik Programlamadır (Stochastic Programming with Recourse, SPR). Şans kısıtlı stokastik programlama ilk olarak Charnes ve Cooper [22-24] tarafından ortaya konulmuştur ve deterministik kısıt kümelerinin, şans kısıtlı kümelerle yer değiştirmesini içerir. STARP için [13]'de yer alan şans kısıtlı modeli aşağıdaki gibidir.

$$\text{Min} \quad \sum_k \sum_{i,j} c_{ij} x_{ijk} , \quad (2.1)$$

$$\text{s.t.} \quad \Pr \left[\sum_{i,j} d_i x_{ijk} \leq Q \right] \geq 1 - \alpha, \quad k = 1, \dots, m, \quad (2.2)$$

$$x = [x_{ijk}] \in S_m. \quad (2.3)$$

Modeldeki müşteri talepleri d_i 'ler rassal değişkendir. α ise rota kınılması için müsaade edilen maksimum olasılıktır.

Şans Kısıtlı Stokastik Programlama modelinin amacı, bir rotadaki müşterilerin talepleri toplamının araç kapasitesi Q 'yu aşmasının, belirlenen sınırlar veya olasılık seviyesi (α) altında kalacak şekilde ($P_r \leq \alpha$) minimum rota uzunluğunu elde etmektir.

Stewart ve Golden [13], Laporte vd. [25], Baykoc ve İşleyen [26] çeşitli kabul ve özel durumlar altında şans kısıtlı araç rotalama probleminin deterministik ARP'ye dönüşeceğini göstermişlerdir. [26]'da ARP'nin deterministik durumu için literatürde var olan tam sayılı programlama modeli (Steward ve Golden[13], Tong vd[27]), temel alınmış ve şans kısıtlı programlama tekniği şeklinde yeniden modellenmiştir.

Şans kısıtlı modellemede meydana gelebilecek maliyetlerin modele tam olarak yansıtılamamasının bir sonucu olarak literatürde yardımcı eylemli stokastik programlama çalışmaları yaygındır. Yardımcı eylemli stokastik programlama da planlanan rotanın beklenen uzunluğu ile yardımcı eylemlerin oluşturacağı beklenen maliyetler birlikte dikkate alınır.

Steward ve Golden[13] çalışmalarında STARP' ı çözerken iki modelleme yöntemini (şans kısıtlı programlama ve yardımcı eylemli stokastik programlama) karşılaştırmışlar ve aynı problem için iki yöntemin birbirinden farklı sonuçlar üreteceğini göstermişlerdir.

Bastian ve Rinnooy Kan [28] yapmış oldukları teorik çalışmada STARP' ın mevcut formulasyonlarını incelemişler ve Steward ve Golden [13]'den daha gerçekçi modeller sunmuşlardır. Araştırmacılar belirli kabuller altında bu modellerin, zaman bağımlı gezgin satıcı problemi gibi modellenebileceğini göstermişlerdir.

Dror vd. [15] STARP' ı iki aşamalı stokastik programlamak yerine çok aşamalı stokastik programlama problemi olarak düşünmüş ve problemin Markov Karar Prosesleri şeklinde modellenebileceğini göstermişler ancak çözüm yapmamışlardır.

STARP' de kullanılan yardımcı eylemler ve modelleme tekniklerinden sonra çözüm metotlarını incelersek:

Tillman'nın [29] gerçekleştirmiş olduğu çalışma, STARP için önerilen ilk sezgisel algoritmadır. Çalışmada taleplerin poisson dağıldığı çok depolu küçük bir problem incelenmiştir. Tillman'nın önermiş olduğu algoritma Clarke ve Wright [30]'ın önerdikleri kazanım algoritması tabanlıdır.

Steward ve Golden [13] çalışmalarında STARP için çeşitli talep dağılımlarını değerlendirmişler ve iki sezgisel yöntemi test etmişlerdir. Bunlardan birincisi, Clarke ve Wright algoritması tabanlı olup diğer algoritma Lagrangean gevşetmesi tabanlıdır.

Dror ve Tredeau [14] rota kırılmasının meydana geldiği düğüm ve sonraki düğümler için müşterilere bireysel olarak hizmet verilmesi gerektiğini varsaydıkları yardımcı eylemli STARP için Clarke ve Wright algoritması tabanlı bir sezgisel önermişlerdir. Araştırmacılar ayrıca tasarlanan turun ters çevrilmesiyle oluşacak yeni turun, beklenen maliyet üzerine etkisini çalışmışlardır.

Teodorovic ve Pavkovic [16] çok araçlı STARP probleminin çözümü için bir tavlama benzetimi algoritması önermişlerdir. Problemden her rotada en fazla bir kırılmaya müsaade edilmiştir.

Gendreau, Laporte ve Seguin [12] stokastik müşteri ve talebe sahip olan ARP için tam sonuç veren stokastik tam sayılı programlama metodu (tam sayılı L-shaped metodu) sunmuşlardır. Aynı metod sadece stokastik talebe sahip ARP'lere de uygulanmıştır. Stokastik müşteri ve talebe sahip problemlerde 46 düğüme, sadece stokastik talebe sahip problemlerde ise 2 araç 70 düğüme kadar optimal sonuca ulaşmışlardır. [31] nolu çalışmada araştırmacılar aynı problem için TABUSTOCH diye adlandırdıkları ve L-shaped metodu ile çözülemeyecek kadar büyük problemler için, tabu arama algoritması geliştirmişlerdir.

Yang vd. [19] tek ve çok araçlı STARP'ı ele almışlardır. Her bir aracın gerçekleştireceği beklenen seyahat uzunluğunun belirli bir değerden büyük olamayacağını probleme yansıtmışlardır. Araştırmacılar iki sezgisel algoritmayı test etmişlerdir. Bunlar önce rotalama sonra kümeleme ve önce kümeleme sonra rotalama algoritmalarıdır. Bu algoritmalar her birine farklı araçlarla hizmet verilen müşteri kümelerini oluşturmada ve her küme için en iyi rotayı bulmada kullanılmıştır. Her iki algoritmada 15 müşteriye kadar olan küçük çaplı problemlerde etkili sonuçlar üretmiştir.

Bertsimas [32] deterministik durumlar için Haimovitch ve Rinnooy Kan [33] tarafından sunulan sezgiselleri stokastik çatısı altında döngü sezgiseline adapte ederek STARP için önermiştir. Bertsimas vd. [18] aynı sezgiseli dinamik

programlama uygulayarak geliştirmiş, öncelik turunda koruyucu stoklama stratejisine benzer olarak, depoya geri dönüş eklemişlerdir.

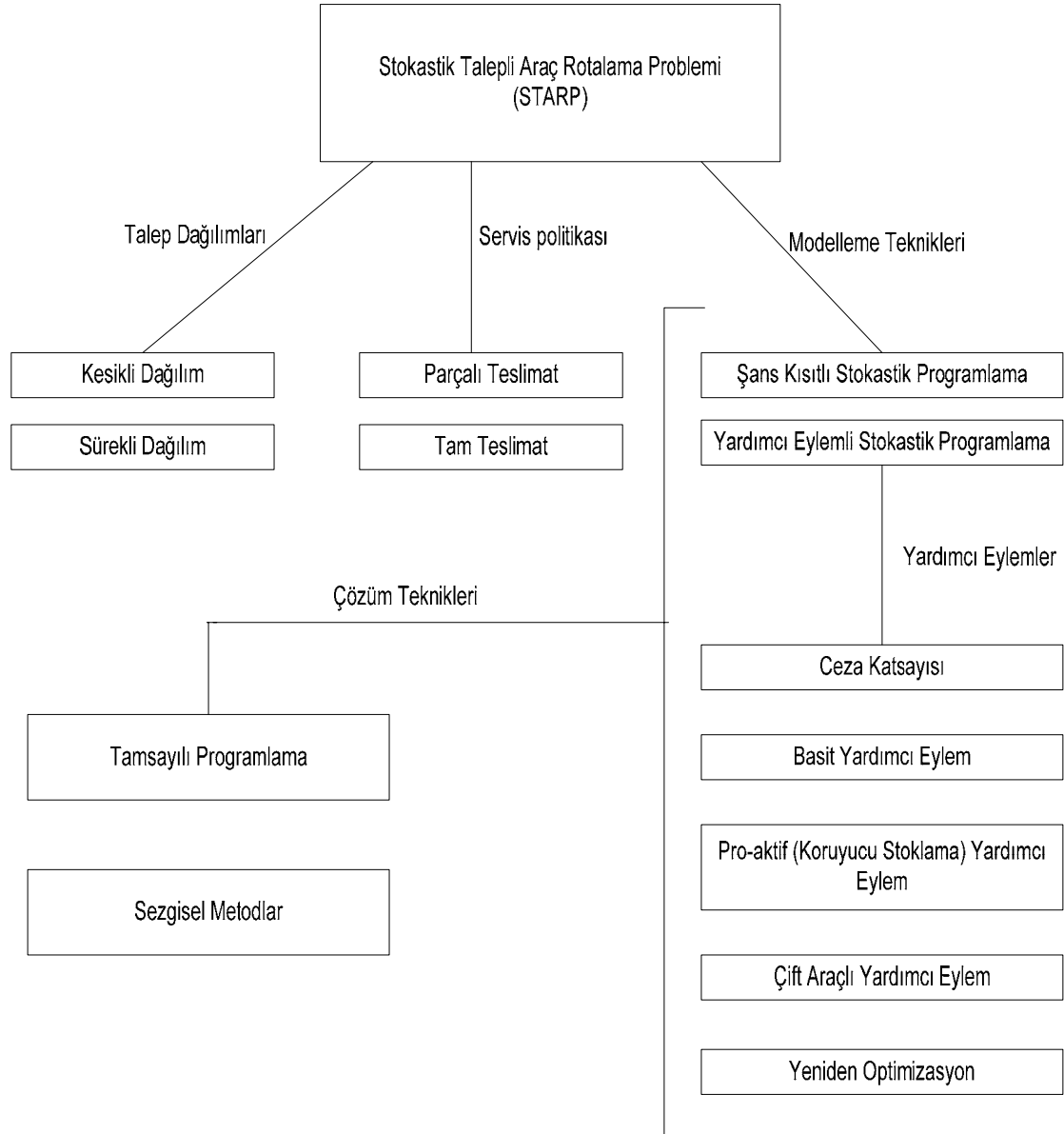
Tan, Cheong ve Goh [34] çalışmalarında taleplerin kesikli dağılımdan geldiği STARP' ı çok amaçlı genetik algoritma ile çözmüşlerdir. Amaç olarak minimum seyahat uzunluğu, sürücü ücretleri ve araç sayısını, zaman ve araç kapasitesini göz önüne alarak belirlemişlerdir. Araştırmacılar çözümlerin uygunluğuunu belirlemede rota simülasyon metodunu kullanmışlardır.

Teng vd. [35] STARP'ın çözümünde Tavlama Benzetimi, Tabu Arama ve Eşik Kabul meta-sezgisellerini aynı komşuluk yapısını kullanarak mukayese etmişlerdir. Hesaplama sonuçlarına göre, çalışmada bütün test problemlerinde Tabu Arama algoritması daha iyi sonuçlar üretmiştir.

Bianchi vd. [36] kesikli talebe sahip tek araçlı STARP için meta-sezgisellerin performanslarını analiz etmişlerdir. Performansları değeriendirilen meta-sezgiseller; Tekrarlı Yerel Arama (TYA), Tabu Arama, Tavlama Benzetim, Karınca Kolonisi Optimizasyonu ve Evrimsel Algoritma ' dır. Amaç fonksiyonu hesaplamasında işlem kolaylığı açısından gezgin satıcı problemi yaklaşımı ve Or-opt işlemleri kullanılmıştır.

Novoa ve Storer [37] tek araçlı STARP'de yaklaşık dinamik programlama algoritmalarını, yeniden optimizasyon yaklaşımı altında incelemişlerdir.

Şekil 2.1’de, yapılan literatür araştırmasının sonunda STARP’ ın temel özelliklerinin şematik olarak gösterimi yer almaktadır.



Şekil 2.1. STARP temel özellikleri

Bu çalışmada ele alınan STARP ‘nin *temel özellikleri*:

- Müşteri talepleri sürekli rassal değişkendir ve normal olarak dağılmıştır.
- Servis Politikası tam teslimatlı servis politikasıdır
- Modelleme tekniği olarak yardımcı eylemli stokastik programlama kullanılmıştır.
- Kullanılan yardımcı eylem basit yardımcı eylemdir.

Bir sonraki bölümde ele aldığımız problemin bütün bu özellikleri detaylı olarak anlatılacak ve başlangıç turunun beklenen uzunluğunu etkin olarak hesaplayan bir model önerilecektir.

3. ÖNERİLEN FONKSİYON

Bu bölümde taleplerin normal dağıldığı, tam teslimatlı servis politikasına sahip ve rota kırılması durumunda basit yardımcı eylem kullanılan STARP için, verilen bir başlangıç turunun beklenen uzunluğunu etkin olarak hesaplayan bir fonksiyon önerilecektir. Önce taleplerin kesikli dağılımdan geldiği durumda, literatürde mevcut olan [19,35,36] fonksiyonu inceleyelim.

Rassal taleplerin kesikli dağılımdan geldiği ve basit yardımcı eylemin kullanıldığı varsayımı altında, STARP problemi için beklenen seyahat uzunluğu şu şekilde hesaplanır.

$$\begin{aligned} \xi_i, & \quad i = 1, \dots, n \text{ (stokastik talepler)} \\ p_{ik} = P(\xi_i = k) & \quad k = 0, 1, 2, \dots, K \leq Q \text{ (} i \text{ müşterisinin talebinin } k \text{ birim olması ihtimali)} \\ s = (0, l, \dots, n, 0) & \quad \text{öncelik (başlangıç) turunu gösterebilir.} \end{aligned}$$

Verilen başlangıç turu üzerinde j müşterisine hizmet verildikten sonra araçta kalan yük miktarının q olduğu kabul edilirse ve $f_j(q)$ j düğümünden sonraki müşteriler için toplam beklenen maliyeti gösterirse, $f_0(Q)$ başlangıç turunun beklenen maliyeti olur. Eğer L_j j müşterisine hizmet verildikten sonra araçta kalabilecek mümkün tüm yük miktarlarının kümesi olursa, $f_j(q) \quad q \in L_j$

$$\begin{aligned} f_j(q) = & \\ d_{j,j+1} + \sum_{k:k \leq q} f_{j+1}(q-k)p_{j+1,k} + \sum_{k:k > q} (2d_{j+1,0} + f_{j+1}(q+Q-k))p_{j+1,k} & \quad (3.1) \end{aligned}$$

Son düğümde (n) , $f_n(q) = d_{n,0} \quad q \in L_n$ q yük miktarından bağımsızdır. Şöyle ki son düğümde araçta kalan yük miktarı ne olursa olsun depoya dönüş olacaktır.

Yukarıdaki fonksiyon (Eş. 3.1) taleplerin kesikli olasılık dağılımlarından geldiği varsayım için geçerlidir. Ancak taleplerin sürekli dağılımlardan geldiği durumlar için bu hesaplama fonksiyonu geçerli değildir.

Önerilecek fonksiyona geçmeden önce ele aldığımız STARP' nin özelliklerini tekrar hatırlatırsak:

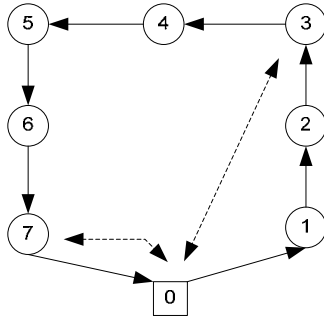
- Müşteri talepleri (ξ_i , $i = 1, \dots, n$) sürekli rassal değişkendir ve normal olarak dağılmıştır. $\xi_i = N(\mu_i : \sigma_i)$

Literatürdeki çalışmaların büyük bir kısmında kesikli dağılım kullanılırken bu çalışmada gerçek hayat problemlerinde karşılaşılabilecek olan (evsel yakıt dağıtımı, çöp toplama işlemleri vb. gibi) sürekli değerlere sahip taleplerin de olabileceği ve normal dağılımın toplanabilirlik özelliği de dikkate alınarak taleplerin normal dağıldığı varsayılmıştır.

- Servis Politikası tam teslimatlı servis politikasıdır

Tam teslimatlı servis politikası müşteri taleplerinin bir kerede tam olarak karşılanmasını gerektirir. Müşteri talepleri birden fazla araç arasında veya bir aracın aynı müşteriyi birden fazla ziyareti ile karşılanamaz. Tam teslimatlı servis politikasını kullanabilmek için müşteri talepleri ξ_i araç kapasitesi Q ' yu geçemez ($\xi_i \leq Q$) kabulünün yapılması gerekir. Tam teslimatlı servis politikasını bir örnek üzerinde gösterirsek:

7 müşterili 1 depolu bir problem için verilen başlangıç turu 0-1-2-3-4-5-6-7-0 olsun. Araç kapasitesinin $Q = 20$ birim ve problemin herhangi bir anında müşteri taleplerinin $\xi_1 = 10$, $\xi_2 = 8$, $\xi_3 = 6$, $\xi_4 = 7$, $\xi_5 = 3$, $\xi_6 = 4$, ve $\xi_7 = 5$ birim olarak gerçekleştiği kabul edilirse, tam teslimatlı servis politikasında ortaya çıkacak olan rotalar Şekil 3.1'de görülmektedir.



Şekil 3.1. Tam teslimatlı servis politikası

Başlangıç turunda birinci ve ikinci müşteriye hizmet verildikten sonra araç içinde kalan yük miktarı iki birimdir. Araç iki birimlik yük ile üçüncü müşteriye gider ve talebinin altı birim olduğunu öğrenir. Bu aşamada araç içinde kalan miktar yetersiz olduğundan araç üçüncü müşteriye hiç hizmet vermeden depoya geri döner yükünü tamamlar ve üçüncü müşteriye giderek turuna devam eder. Benzer şekilde yedinci müşteride de araç kapasitesi aşıldığından araç depoya geri dönmek zorunda kalmıştır. Böylelikle verilen başlangıç turunun uzunluğu üçüncü ve yedinci düğümde meydana gelen rota kırılmasından dolayı bu müşterilerin depoya gidiş dönüş uzaklıkları kadar artmıştır.

- Kullanılan yardımcı eylem basit yardımcı eylemdir.

Basit yardımcı eylem de, araç kapasitesi müşteri taleplerine ulaştığında ya da aşıldığında, araç depoya geri dönüp yükünü tamamlar ve kırılmanın gerçekleştiği müşteriye geri dönerek turuna devam eder [11,12,25]. Bu çalışmada basit yardımcı eylem araç kapasitesi sadece aşıldığında uygulanmaktadır. Talepler normal dağıldığı için araç kapasitesinin müşteri taleplerine kesin olarak eşit olduğu durum söz konusu değildir.

- Tek rota üzerinde meydana gelebilecek çoklu kırılmalar dikkate alınmıştır.

Dror ve Trudeau [14] ve Teodorovic ve Pavkovic [16]' da tek rotada en fazla bir kırılmaya müsaade edilirken bu çalışmada tek rota üzerinde meydana gelebilecek

çoklu kırılmalar incelenecektir. Şekil 3.1’de tek bir rota üzerinde iki yerde (3. ve 7. müşteriler) rota kırılmasının olduğu görülmektedir.

Ele alınan STARP’ın özelliklerini detaylı olarak açıkladıktan sonra, verilen bir başlangıç turunun beklenen maliyetini veren fonksiyon (İsleyen ve Baykoc [38]) aşağıda verilmektedir.

Notasyonlar

n	düğüm (müşteri) sayısı $(1, 2, \dots, n)$
N	$N = n \cup \{0\}$, 0 düğümü depoyu temsil eder
$d_{i,j}$	rota sırasındaki i düğümü ile j düğümü arasındaki mesafe
ξ_i	ξ_i , $i = 1, \dots, n$ (stokastik talepler) taleplerin sürekli normal dağılımdan geldikleri kabul edilmektedir. Ve iki parametre ile temsil edilmektedir $\xi_i = N(\mu_i, \sigma_i)$
Q	araç kapasitesi
k	karşılaşılabilecek rota kırılma sayısı sayısı $k = 1, 2, \dots, n-1$,
u	$u = 0, \dots, k$, ve tamsayı
$p_{i,j}$	i düğümünden j düğümüne (i ve j dahil) kadar olan müşterilerin talepleri toplamının araç kapasitesi Q ’dan küçük olma olasılığı (kırılmama olasılıkları).

Bir başlangıç (öncelik) turu verildiğinde $s_i = (s(0), s_1(r), \dots, s_n(r), s(0))$

T başlangıç turunun uzunluğu

$$T = \sum_{i=1}^{n-1} d_{s_i(r), s_{i+1}(r)} + d_{s(0), s_1(r)} + d_{s_n(r), s(0)} \quad (3.2)$$

$E(s)$ başlangıç (öncelik) turunun beklenen değeri

$E(s^1)$ başlangıç turundaki müşterilerin taleplerini tam olarak karşılanmasıyla elde edilecek beklenen tur uzunluğu (hiç kırılma olmaması durumu)

$E(s^2)$ rota kırılmalarından kaynaklanan beklenen uzunluklar

$$E(s) = E(s^1) + E(s^2)$$

$$E(s^1) = p_{1,n} * T$$

$$E(s^2) =$$

$$\sum_{i_1=2}^{(n+1)-k} \sum_{i_2=i_1+1}^{(n+2)-k} \dots \sum_{i_k=i_{k-1}+1}^{(n+k)-k} (T + 2d_{0i_1} + 2d_{0i_2} + \dots + 2d_{0i_k}) \prod_{u=0}^k [(p_{i_u, i_{u+1}-1}) - (p_{i_u, i_{u+1}})] \quad (3.3)$$

Burada;

$$i_0 = 1$$

$$i_{k+1} - 1 = n$$

$$(p_{i_k, i_{k+1}}) = 0$$

$$p_{i,i} = 1 \quad i=1, \dots, n \text{ kabulleri yapılmıştır.}$$

Fonksiyonda yer alan $p_{i,j} - p_{i,j+1}$ i düğümünden j düğümüne kadar olan (i ve j dahil) müşterilerin talebinin karşılanması ve $j+1$ 'inci müşterinin talebinin karşılanamaması olasılığıdır.

Olasılıklar hesaplanırken normal dağılımın toplanabilirlik özelliği kullanılmaktadır. Şöyle ki, n müşterili bir STARP' da müşteri talepleri:

$$\xi_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1), \xi_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2), \dots, \xi_n \sim N(\mu_n, \sigma_n) \text{ 'olsun.}$$

$$\xi_1 + \xi_2 \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$$

Kırılmama olasılıkları hesaplanırken normal dağılımın toplanabilirlik özelliği ve standart normal dağılımdan faydalanılmaktadır.

$$p_{12} = P[(Q - (\xi_1 + \xi_2)) \geq 0]$$

$$p_{13} = P[(Q - (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)) \geq 0]$$

...

...

...

$$p_{n-1,n} = P[(Q - (\xi_{n-1} + \xi_n)) \geq 0]$$

Genelleştirecek olursak;

$$p_{i,j} = P\left[(Q - \sum_{l=i}^j \xi_l) \geq 0\right] \quad (3.4)$$

$$\sum_{l=i}^j \xi_l = X \text{ ise}$$

$$X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$$

$$P(X \leq Q) = P\left(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X} < \frac{Q - \mu_X}{\sigma_X}\right)$$

$$P(X \leq Q) = P\left(Z < \frac{Q - \mu_X}{\sigma_X}\right) \quad (3.5)$$

Eş. 3.5 den kırılmama olasılıkları hesaplanır.

Beklenen tur hesaplama fonksiyonun küçük bir örnek üzerinde (tek depo ve dört müşterili) açıklanması:

Dört müşterili STARP

Çizelge 3.1' de 4 müşteri ve deponun yerleşim bilgileri ve ortalama talepleri verilmiştir. Standart sapmalar müşteri taleplerinin %20'si olarak belirlenmiştir.

Çizelge 3.1. Dört müşterili STARP' ın verileri

Müşteri No	x_coord	y_coord	ortalama talep μ_i	Standart sapma σ_i
0 (depo)	1	1	0	0
1	73	30	35	7
2	33	15	32	6,4
3	57	78	23	4,6
4	1	77	22	4,4

Talepler $\xi_i = N \sim (\mu_i, \sigma_i)$ ve talep ortalamalarının toplamı $\sum \mu_i = 112$ birimdir.

Uzaklıklar Matrisi (D) : düğümler arasındaki uzaklıklar en yakın tamsayıya yuvarlanmıştır ve Çizelge 3.2 'de sunulmuştur.

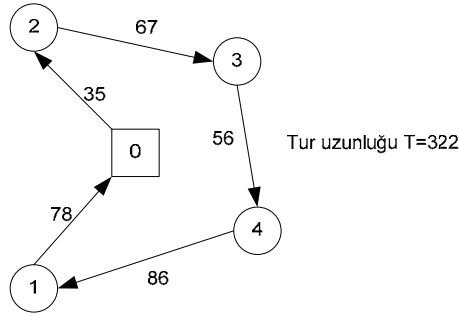
Çizelge 3.2. Düğümler arasındaki uzaklıklar.

	1	2	3	4
0	78	35	95	76
1		43	51	86
2			67	70
3				56

Verilen başlangıç turunun $s = (0 - 2 - 3 - 4 - 1 - 0)$ kabul edersek;

Başlangıç turu üzerinde meydana gelebilecek bütün olayların beklenen değerleri toplanarak başlangıç turunun beklenen değeri bulunur.

Araç kapasitesini sınırsız aldığımızda herhangi bir düğümden kırılma meydana gelmeyeceğinden, yani depoya geri dönüşler olmayacağından beklenen tur uzunluğu deterministik tur uzunluğuna eşit olacaktır (Şekil 3.2). $T = 322$



Şekil 3.2. Deterministik tur uzunluğu

Araç kapasitesi $Q = 56$ alarak çözüm üretirsek;

Hizmet verilmesi gereken ilk düğümdeki müşteri (2 nolu) ile ikinci düğümdeki müşterinin (3 nolu) talepleri toplamı

$$\xi_1 + \xi_2 = N \sim (32 : 6,4) + N \sim (23 : 4,6)$$

$$\xi_1 + \xi_2 = N \sim (55 : 7,8)$$

$$p_{12} = P\left(Z < \frac{Q - \mu_X}{\sigma_X}\right)$$

$$p_{12} = P\left(Z < \frac{56 - 55,7}{7,88}\right)$$

$$p_{12} = 0,55048$$

Burada aracın 1. düğümdeki müşteri ile 2. düğümdeki müşterinin talebini karşılayıp bir sonraki düğüme gitme olasılığı bulunmuştur (p_{12})

Aynı şekilde :

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = N \sim (77 : 9,027)$$

$$p_{13} = 0,00999$$

Tüm olasılıklar ise

$$\begin{aligned}
 p_{12} &= 0,55048 & p_{23} &= 0,95801 & p_{34} &= 0,45186 \\
 p_{13} &= 0,00999 & p_{24} &= 0,00559 & & \\
 p_{14} &= 4,73165E - 07 & & & &
 \end{aligned}$$

Beklenen tur uzunluğu $E(s)$ hesaplanırken

Rotanın hiç kırılmadan tamamlanması durumunda beklenen maliyet $E(s^1)$

$$E(s^1) = p_{14} * T$$

$$E(s^1) = 1,52E - 04$$

Başlangıç rotasının sadece tek düğümde kırılma ihtimalinden oluşabilecek uzunlukları ($k=1$)

$$\sum_{i_1=2}^{(n+1)-k} \sum_{i_2=i_1+1}^{(n+2)-k} \dots \sum_{i_k=i_{k-1}+1}^{(n+k)-k} (T + 2d_{0i_1} + 2d_{0i_2} + \dots + 2d_{0i_k}) \prod_{u=0}^k [(p_{i_u, i_{u+1}-1}) - (p_{i_u, i_{u+1}})]$$

$$i_0 = 1$$

$$i_{k+1} - 1 = n \quad (i_2 - 1 = 4)$$

$$(p_{i_k, i_{k+1}}) = 0$$

$p_{i,i} = 1 \ i=1, \dots, n$ kabulleri yapılmıştır.

$k = 1$ için

$$\sum_{i_1=2}^4 (T + 2d_{0i_1}) \prod_{u=0}^1 (p_{i_u, i_{u+1}-1}) - (p_{i_u, i_{u+1}})$$

2.düğümde kırılma olması durumu (3 nolu müşteride, $i_1 = 2$)

Rotada sadece 2. düğümde kırılma meydana gelirse aracın fazladan kat edeceği yol $2d_{02}$ 'dir. Burada $2d_{02}$ 2.düğümünden yani 3 nolu müşteriden depoya gidiş ve tekrar 3 nolu müşteriye dönüş anlamına gelmektedir.

Araç 1. düğümdeki müşterinin talebini karşıladıktan sonra 2. düğüme gidecek, 1.müşterinin talebini karşılayıp bir ve ikinci müşterinin talebini birlikte karşılayamama olasılığı ile depoya geri dönecek, tekrar ikinci müşteriye gidip talebini karşılayacak ve hiç rota kırılması meydana gelmeden turunu tamamlayacaktır. 2. düğümde kırılma olması durumunda turun beklenen değeri

$$= [(p_{i_0, i_1-1}) - (p_{i_0, i_1})] * [(p_{i_1, i_2-1}) - (p_{i_1, i_2})] * [T + 2d_{02}]$$

$$= (p_{11} - p_{12}) * p_{24} * [T + 2d_{02}] = 1,288$$

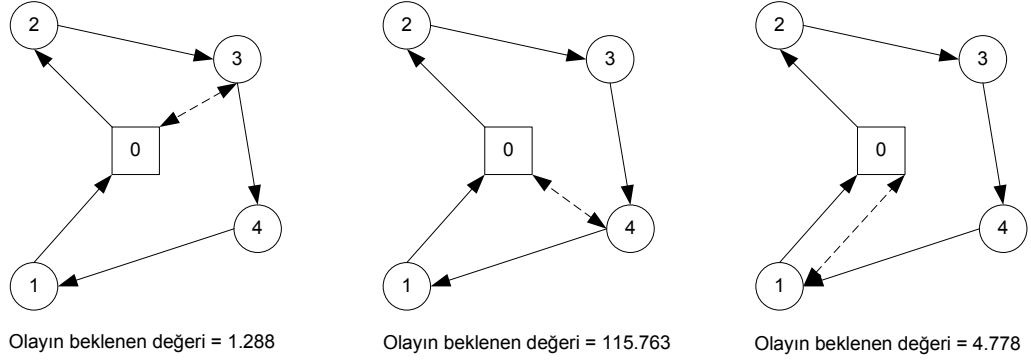
3.düğümde kırılma olması durumu (4 nolu müşteride, $i_1 = 3$)

$$= (p_{12} - p_{13}) * p_{34} * [T + 2d_{03}] = 115,763$$

4.düğümde kırılma olması durumu (1 nolu müşteride, $i_1 = 4$)

$$= (p_{13} - p_{14}) * p_{44} * [T + 2d_{04}] = 4,778$$

Şekil 3.3 'de $s = (0 - 2 - 3 - 4 - 1 - 0)$ başlangıç turunda meydana gelebilecek tekli kırılmalar ve uzunlukları görülmektedir.



Şekil 3.3. Başlangıç rotası üzerinde meydana gelebilecek tekli kırılmalar

Başlangıç rotasının tekli kırılmalar ile beklenen uzunluğu = 121,829 olarak hesaplanmıştır.

İki düğümde kırılma (ikili kırılmalar) ihtimalinden oluşabilecek uzunluklar ($k=2$)

İkili kırılmalar hesaplanırken gerekli formül;

$$\sum_{i_1=2}^3 \sum_{i_2=3}^4 (T + 2d_{0i_1} + 2d_{0i_2}) \prod_{u=0}^2 (p_{i_u, i_{u+1}-1}) - (p_{i_u, i_{u+1}})$$

şeklindedir.

2.düğümde ve 3. düğümde kırılma olması durumu (3 ve 4 nolu müşteride, $i_1 = 2$, $i_2 = 3$)

$$=(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23}) * p_{34} * [T + 2d_{02} + 2d_{03}] = 5,663$$

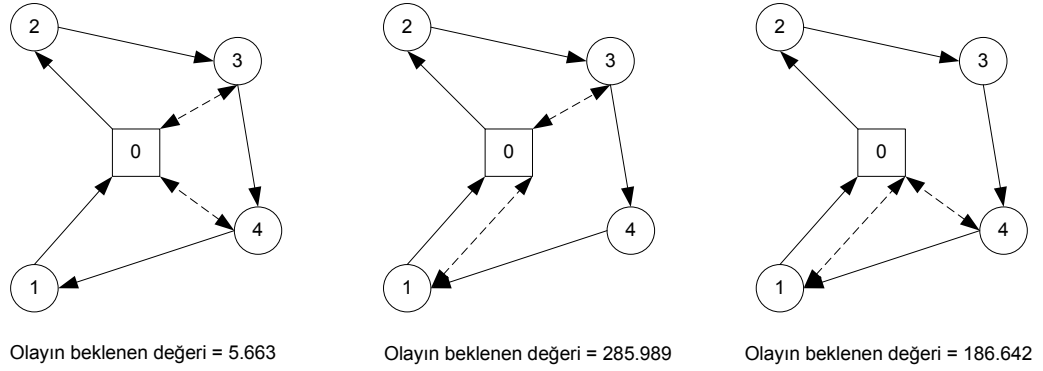
2.düğümde ve 4. düğümde kırılma olması durumu (3 ve 1 nolu müşteride, $i_1 = 2$, $i_2 = 4$)

$$=(p_{11} - p_{12}) * (p_{23} - p_{24}) * p_{44} * [T + 2d_{02} + 2d_{04}] = 285,989$$

3.düğümde ve 4. düğümde kırılma olması durumu (4 ve 1 nolu müşteride, $i_1 = 3$, $i_2 = 4$)

$$(p_{12} - p_{13}) * (p_{33} - p_{34}) * p_{44} * [T + 2d_{03} + 2d_{04}] = 186,642$$

Şekil 3.4 'de $s = (0-2-3-4-1-0)$ başlangıç turunda meydana gelebilecek ikili kırılmalar ve uzunlukları görülmektedir.



Şekil 3.4 Başlangıç rotası üzerinde meydana gelebilecek ikili kırılmalar

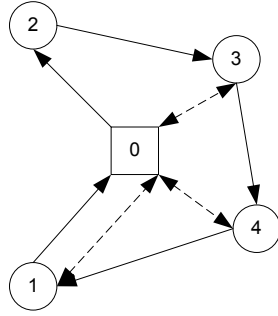
ikili kırılmaların oluşturacağı belenen tur uzunluğu 478,294 birim olacaktır.

4 müşteri için son durum olan üçlü kırılmaya baktığımızda

2'inci 3'üncü ve 4. düğümde kırılma olması durumu (3,4 ve 1 nolu müşteride $i_1 = 2$, $i_2 = 3$, $i_3 = 4$)

$$(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23}) * (p_{33} - p_{34}) * p_{44} * [T + 2d_{02} + 2d_{03} + 2d_{04}] = 8,483$$

Şekil 3.5 'de $s = (0-2-3-4-1-0)$ başlangıç turunda meydana gelebilecek üçlü kırılma ve beklenen uzunluğu görülmektedir.



Olayın beklenen değeri = 8.483

Şekil 3.5. Başlangıç rotası üzerinde meydana gelebilecek üçlü kırılmalar

Bütün olası durumlar incelendikten sonra $s = (0 - 2 - 3 - 4 - 1 - 0)$ başlangıç turunun beklenen maliyeti 608,606 birim olarak tespit edilmiştir.

3.1. Fonksiyonun Doğruluğunun Gösterimi

Bianchi vd. [36] çalışmalarında belirttikleri gibi SARP'ların ortak bir özelliği de bünyelerinde en azından bir deterministik problem içermesidir. Eğer rassalığı teşkil eden parametrelerin varyansları sıfır kabul edilirse problem deterministik araç rotalama problemine dönüşür. Deterministik ARP'lerin NP-zor problemler olduğu bilindiği için STARP' da NP-zor bir problemdir. Stokastik ARP'lerin zorluğunu arttırıcı önemli noktalardan biri, amaç fonksiyonlarının hesaplanabilirliğinin deterministik ARP'lerde olduğundan kat kat fazla işlem gerektirmesidir.

Bir önceki bölümde taleplerin normal dağıldığı STARP için verilen bir başlangıç turunun beklenen maliyetini hesaplayan fonksiyon önermiştik. Bu bölümde ise önerdiğimiz fonksiyonun doğruluğunu ispatlamaya çalışacağız. Beklenen tur hesaplama fonksiyonunun doğruluğunu test edebilmek için probleme Monte Carlo simülasyon tekniği uygulanacaktır. Bir başlangıç turunun beklenen maliyetini hesaplayabilmek için Monte Carlo simülasyonu için deneme sayısı 50000 olarak seçilmiştir.

Bu çalışmada rassallığı, temsil eden müşteri taleplerinin normal dağıldığı kabul edilmiştir. Monte Carlo tekniği kullanırken normal dağılımın değişim aralığından, belirlenen deneme sayısı kadar veri üretilir. Böylece talepler deterministik hale getirilir. Belirli hale gelen taleplerle, deterministik metodlar kullanılarak verilen bir başlangıç turunun maliyeti hesaplanır. Bütün denemeler bittiğinde bulunan sonuçların ortalaması alınarak başlangıç turunun beklenen maliyeti tahmin edilir.

Aşağıda sekiz müşterili örnek bir problem için Monte Carlo tekniği ve önerilen fonksiyonun sonuçlarının karşılaştırılması gösterilmiştir. Çizelge 3.3'de sekiz müşterili örnek problemin verileri Çizelge 3.4'de müşteriler arasındaki mesafeler görülebilir. Standart sapmalar müşteri taleplerinin %20'si olarak belirlenmiş ve müşteriler arasındaki mesafeler en yakın tam sayıya yuvarlanmıştır.

Çizelge 3.3. Sekiz Müşterili Örnek Problemin Verileri

8 musterili	x coord	y coord	ortalama talep	stdv
0	1	1	0	0
1	67	80	50	10
2	72	20	46	9,2
3	49	56	20	4
4	83	97	31	6,2
5	82	30	43	8,6
6	73	58	28	5,6
7	4	5	43	8,6
8	70	51	39	7,8

toplam talep
300

arac kap
150

Çizelge 3.4. Müşteriler Arasındaki Mesafeler

	1	2	3	4	5	6	7	8
0	103	73	73	126	86	92	5	85
1	-	60	30	23	52	23	98	29
2		-	43	78	14	38	70	31
3			-	53	42	24	68	22
4				-	67	40	121	48
5					-	29	82	24
6						-	87	8
7							-	80

Öncelikle önerdiğimiz beklenen tur hesaplama fonksiyonunu başlangıç turu 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 için uygulayalım. Araç kapasitesini 150 birim olarak aldığımızda, başlangıç turu için taleplerin karşılanma olasılığı Çizelge 3.5’ de görülmektedir.

Çizelge 3.5. Taleplerin karşılanma olasılığı

p12 = 0,9999	p23 = 1	p34 = 1	p45 = 0,9999	p56 = 0,9999	p67 = 0,9999	p78 = 0,9999
p13 = 0,9918	p24 = 0,9999	p35 = 0,9999	p46 = 0,9999	p57 = 0,9964	p68 = 0,9990	
p14 = 0,5769	p25 = 0,7534	p36 = 0,9866	p47 = 0,6326	p58 = 0,4232		
p15 = 0,0119	p26 = 0,1248	p37 = 0,1633	p48 = 0,0208			
p16 = 0,0001	p27 = 0,0003	p38 = 0,0008				
p17 = 2,8678E-08	p28 = 1,45E-07					
p18 = 3,6350E-12						

Başlangıç rotasını evrensel küme (U) kabul edersek $P(U) = 1$ olması gerektiğinden rota üzerinde meydana gelebilecek bütün kırılma olasılıklarının ve hiç kırılma olmaması olasılığının toplamının 1 olması gerekmektedir.

0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turu için bu olasılıklar Çizelge 3.6 ‘dadır.

Çizelge 3.6. Toplam olasılık havuzu

2	3	4	5	6	7	8	Toplam
4,98E-12	6,74E-06	0,0086	0,2391	0,0118	0,0001	2,87E-08	2,60E-01
	2-3	2-4	2-5	2-6	2-7	2-8	
	0	2,57E-12	3,69E-06	2,22E-05	4,40E-06	1,11E-08	3,03E-05
		3-4	3-5	3-6	3-7	3-8	
		0	1,33E-09	0,0001	0,0067	0,0013	0,0081
			4-5	4-6	4-7	4-8	
			6,66E-14	1,29E-05	0,1524	0,2538	0,4063
				5-6	5-7	5-8	
				3,95E-15	0,0020	0,3239	0,3259
					6-7	6-8	
					8,23E-17	1,13E-05	1,13E-05
						7-8	
						2,93E-13	2,93E-13
						Kırılmama	3,64E-12
							1,00E+00

Çizelge 3.6'daki olasılıkların dilsel olarak ifadesi şöyledir. Örnek olarak altıncı düğümdeki olasılık değeri $(p_{15} - p_{16}) * p_{68} = 0,0118$, rota üzerindeki ilk beş müşterinin taleplerinin karşılanmasından sonra araç kapasitesinin yetersizliğinden (rota kırılması) dolayı altıncı müşterinin talebi karşılanamamaktadır. Bu durumda araç depoya geri dönüp yükünü tamamlar ve altıncı müşteriye geri dönerek hizmet verir. Araç geri kalan müşterilere de rota kırılması meydana gelmeden hizmet verir ve turunu tamamlar. Bu durumda aracın kat ettiği toplam mesafe, $T + 2d_{06}$ 'dır. Benzer şekilde rota üzerindeki beşinci müşteride ve ardından sekizinci müşteride araç kapasitesinin aşılmasından dolayı rota kırılması olasılığı $(p_{14} - p_{15}) * (p_{57} - p_{58}) * p_{88} = 0,324$, ve bu durumda aracın kat edeceği toplam mesafe ise $T + 2d_{05} + 2d_{08}$ olacaktır.

Rota kırılmalarından kaynaklanan beklenen seyahat uzunlukları toplandığında, 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turunun beklenen uzunluğu 912,175 birim olarak bulunur. Aynı başlangıç turunun uzunluğunu Monte Carlo tekniği ile tahmin etmeye çalışalım. Çizelge 3.7'de yapılan 10 deneme için gerçekleşen müşteri talepleri ve buna bağlı tur uzunlukları görülmektedir.

Çizelge 3.7. Monte Carlo Denemeleri

Müşteri Talepleri									
	1 N(50:10)	2 N(46:9,2)	3 N(20:4)	4 N(31:6,2)	5 N(43:8,6)	6 N(28:5,6)	7 N(43:8,6)	8 N(39:7,8)	Tur uzunluğu
D1	52,21	49,9	26,44	37,47	42,07	27,08	35,48	45,25	1029
D2	48,79	49,37	16,67	34,85	33,03	23,14	30,4	33,7	779
D3	54,37	49,63	19,17	20,43	47,84	35,47	53,32	41,61	949
D4	63,68	40,39	23,44	22,94	34,48	24,32	40,78	40,31	1029
D5	29,7	55,21	19,6	29,42	45,48	21,22	47,5	40,1	949
D6	39,23	40,33	16,43	37,47	43,47	27,08	41,51	24,56	779
D7	70,69	51,84	25,1	21,56	32,03	24,9	37,76	42,04	1029
D8	50,28	31,9	21,94	11,86	45,74	19,8	36,73	29,56	779
D9	61	42,69	17,79	26,36	41,26	26,82	36,91	42,9	779
D10	41,1	36,66	20,49	28,29	48,69	27,12	46,83	32,04	949

Yapılan on denemenin sonunda üç farklı tur uzunluğu bulunmuştur. Deneme 1, 4 ve 7 'de dördüncü ve sekizinci müşterilerde rota kırılması meydana gelmiş ve tur uzunluğu $T + 2d_{04} + 2d_{08} = 1029$ birim olmuştur. Çizelge 3.6'da bu olaya karşılık gelen olasılık değeri %25,4'dür. Deneme 2, 6, 8 ve 9'da bulunan tur uzunluğu 779 sadece beşinci müşteride rota kırılması meydana geldiğini göstermektedir. Bu olayın olasılık değeri Çizelge 3.6'da %23,4 birim olarak görülmektedir. Son olarak deneme 3, 5, ve 10 da oluşan 949 birimlik tur uzunluğu beşinci ve sekizinci müşteride rota kırılması oluştuğunu gösterirken Çizelge 3.6'da bu olayın olasılığı %32 olarak belirtilmiştir. Yapılan on denemenin sonunda bulunan tur uzunluklarının ortalaması 905 birim ve standart sapması 113,255 birimdir. Önerilen olasılıklı fonksiyondan beklenen tur uzunluğu ise 912,175 birim olarak belirlenmiştir.

Monte Carlo tekniğinde deneme sayısı 50000 olarak belirlenip aynı örnek tekrar çözümlerse 50000 denemenin sonunda 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turu için bulunan sonuçların ortalaması 909,261 birim olarak bulunmaktadır. Çizelge 3.8'de, 8 müşterili örnek problem için Monte Carlo simulasyon sonuçları ve olasılıklı fonksiyon sonuçlarından araç kapasitesi $Q=150$ durumunda 24 tanesinin karşılaştırılması verilmiştir.

Çizelge 3.8. Olasılıklı Fonksiyon ve Monte Carlo Tekniği'nin 24 farklı başlangıç turu için karşılaştırılması, $Q=150$

Başlangıç Rotası	Olasılıklı Fonksiyon Sonucu	Monte Carlo (50000)	Sapma(%)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 0	912,175	909,261	0,319
0 1 2 3 5 4 6 7 8 0	889,623	884,945	0,526
0 1 2 4 3 5 6 7 8 0	891,613	892,008	0,044
0 1 2 4 5 3 6 7 8 0	915,555	916,037	0,053
0 1 2 5 3 4 6 7 8 0	828,042	826,485	0,188
0 1 2 5 4 3 6 7 8 0	884,597	883,923	0,076
0 1 3 2 4 5 6 7 8 0	907,513	904,943	0,283
0 1 3 2 5 4 6 7 8 0	832,011	827,793	0,507
0 1 3 4 2 5 6 7 8 0	798,026	792,162	0,735
0 1 3 4 5 2 6 7 8 0	800,942	797,324	0,452
0 1 3 5 2 4 6 7 8 0	815,785	809,292	0,796
0 1 3 5 4 2 6 7 8 0	895,754	892,831	0,326

Çizelge 3.8. (Devam) Olasılıklı Fonksiyon ve Monte Carlo Tekniği'nin 24 farklı başlangıç turu için karşılaştırılması, Q=150

Başlangıç Rotası	Olasılıklı Fonksiyon Sonucu	Monte Carlo (50000)	Sapma(%)
0 1 4 2 3 5 6 7 8 0	838,601	841,993	0,404
0 1 4 2 5 3 6 7 8 0	819,565	822,318	0,336
0 1 4 3 2 5 6 7 8 0	756,02	750,444	0,738
0 1 4 3 5 2 6 7 8 0	768,936	764,377	0,593
0 1 4 5 2 3 6 7 8 0	786,762	787,54	0,099
0 1 4 5 3 2 6 7 8 0	827,524	828,741	0,147
0 1 5 2 3 4 6 7 8 0	813,726	813,471	0,031
0 1 5 2 4 3 6 7 8 0	880,281	880,031	0,028
0 1 5 3 2 4 6 7 8 0	866,506	860,272	0,719
0 1 5 3 4 2 6 7 8 0	903,501	900,721	0,308
0 1 5 4 2 3 6 7 8 0	882,268	880,915	0,153
0 1 5 4 3 2 6 7 8 0	870,048	869,074	0,112

Çizelge 3.8'de görüleceği üzere sonuçlar arasındaki sapma %1'in altında çıkmıştır. Bir sonraki alt bölümde modeli daha büyük boyutlu problemlerde test etmek amacıyla n=15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 boyutlu problemler üretilecek ve çeşitli araç kapasiteleri için denemeler yapılacak elde edilen çıktılar analiz edilerek önerilen fonksiyonun doğruluğu gösterilecektir.

3.1.1. Test problemlerinin üretimi

STARP problemi için literatürde genel olarak kullanılan test problemleri mevcut olmadığından problemler rassal olarak üretilmiştir. Problemler üretilirken düğümler kümesinin koordinatları $[0,99] \times [0,99]$ genişliğinde karesel bir alan içerisine düşecek şekilde Düzgün Dağılım kullanılarak üretilmiştir. Ortalama talepler $[20,50]$ birim arasında yine düzgün dağılımdan türetilmiş deponun koordinatları $(x,y)=(1,1)$ olarak sabitlenmiştir. Standart sapmalar müşteri taleplerinin %20'si olarak belirlenmiş ve farklı araç kapasitesi durumları için çözümler incelenmiştir.

Test Problemleri $[15-50]$ boyut arasında ve artırım oranı 5 olarak üretilmiştir. Ek 1' de üretilen test problemleri sunulmuştur.

3.1.2. Çıktı analizi

Çıktı analizinin gerçekleştirilmesindeki amaç, Monte-Carlo simülasyonundan elde edilen tur uzunluklarını tahmin etmektir. Tur uzunluklarının tahminindeki hatayı ölçebilmek için göreceli hassasiyet kullanılmıştır. n tekrarlar sayısına bağlı olarak μ için bir güven aralığının oluşturulacağını kabul edelim. Tekrarlar sayısı artarken yığın ortalaması ve yığın varyansının tahminlerinin değişmeyeceği kabulü altında Law ve Kelton [39], γ göreceli hata için gerekli tekrarlar sayısı

$$n_r^*(\gamma) = \min \left\{ i \geq n : t_{i-1, 1-\alpha/2} \frac{\sqrt{S^2(n)/i}}{\bar{x}(n)} \leq \gamma \right\} \quad (3.6)$$

$$i \geq S^2(n) \left[\frac{Z_{1-\alpha/2}}{\gamma \bar{x}(n)} \right]^2 \quad (3.7)$$

Çalışmamızda bütün test problemleri için başlangıç deneme sayısı 100 olarak alınmış $\alpha = 0,05$ ve göreceli hata $\gamma = 0,01$ kabul edilmiştir. Sadece tek bir rota üzerinde ($R = 0, 1, 2, \dots, n, 0$) bulunan sonuçlar Çizelge 3.9'dadır.

Çizelge 3.9. Çok boyutlu problemler için Olasılıklı Fonksiyon ve Monte Carlo Tekniği'nin karşılaştırılması.

				Monte Carlo Sonucu	
n	Q	i	OFS	Nokta Tahmini	Aralık Tahmini
15	$\sum \mu_i / 1$	253	977,6007072	971,0592885	[961,499 : 980,619]
	$\sum \mu_i / 2$	161	1207,772706	1213,204969	[1200,463 : 1225,947]
	$\sum \mu_i / 3$	158	1374,423646	1370,240506	[1356,059 : 1384,422]
	$\sum \mu_i / 4$	307	1547,73164	1556,319218	[1540,754 : 1571,885]
20	$\sum \mu_i / 1$	122	1276,586084	1273,688525	[1261,948 : 1285,430]
	$\sum \mu_i / 2$	243	1488,789958	1487,407407	[1472,473 : 1502,342]
	$\sum \mu_i / 3$	100	1654,164206	1650,52	[1634,027 : 1667,013]
	$\sum \mu_i / 4$	170	1909,342979	1925,529412	[1905,165 : 1945,894]

Çizelge 3.9. (Devam) Çok boyutlu problemler için Olasılıklı Fonksiyon ve Monte Carlo Tekniği'nin karşılaştırılması.

				Monte Carlo Sonucu	
n	Q	i	OFS	Nokta Tahmini	Aralık Tahmini
25	$\sum \mu_i / 1$	159	1536.960	1545,264	[1529,966 : 1560,562]
	$\sum \mu_i / 2$	111	1738.672	1750,315	[1733,960 : 1766,671]
	$\sum \mu_i / 3$	100	1955.659	1966,820	[1950,372 : 1983,268]
	$\sum \mu_i / 4$	100	2050.808	2041,360	[2020,334 : 2062,386]
30	$\sum \mu_i / 1$	100	1659.147	1658,360	[1643,842 : 1672,878]
	$\sum \mu_i / 2$	100	1881.636	1886,020	[1869,355 : 1902,685]
	$\sum \mu_i / 3$	100	2013.759	2025,280	[2006,837 : 2043,723]
	$\sum \mu_i / 4$	152	2222.859	2222,855	[2202,867 : 2242,844]
35	$\sum \mu_i / 1$	100	1893.431	1893,200	[1880,775 : 1905,625]
	$\sum \mu_i / 2$	100	2052.006	2065,180	[2044,506 : 2085,854]
	$\sum \mu_i / 3$	127	2226.126	2218,504	[2201,001 : 2236,007]
	$\sum \mu_i / 4$	113	2340.792	2332,602	[2309,652 : 2355,552]
40	$\sum \mu_i / 1$	100	2211.579	2212,820	[2196,575 : 2229,065]
	$\sum \mu_i / 2$	100	2343.860	2340,220	[2321,169 : 2359,271]
	$\sum \mu_i / 3$	100	2487.313	2493,060	[2471,597 : 2514,523]
	$\sum \mu_i / 4$	100	2665.500	2667,800	[2644,550 : 2691,050]
45	$\sum \mu_i / 1$	100	2453.956	2454,120	[2435,903 : 2472,337]
	$\sum \mu_i / 2$	100	2608.641	2616,980	[2598,999 : 2634,961]
	$\sum \mu_i / 3$	100	2748.600	2753,900	[2732,724 : 2775,076]
	$\sum \mu_i / 4$	100	2928.053	2929,340	[2906,019 : 2952,661]
50	$\sum \mu_i / 1$	100	2778.150	2775,780	[2754,574 : 2796,986]
	$\sum \mu_i / 2$	100	2913.822	2914,980	[2894,912 : 2935,048]
	$\sum \mu_i / 3$	100	3102.990	3099,180	[3076,759 : 3121,601]
	$\sum \mu_i / 4$	100	3244.957	3249,240	[3227,066 : 3271,414]

Çizelge 3.9'da yer alan kısaltmaların açılımı şöyledir.

OFS Olasılıklı Fonksiyon Sonucu

n	Müşteri Sayısı
Q	Araç Kapasitesi
i	Gerekli Toplam Deneme Sayısı

Çizelge 3.9'dan görülebileceği üzere olasılıklı fonksiyon sonuçları, Monte-Carlo sonuçları ile belirlenen güven aralığının içerisinde yer almaktadır. Bu durum bize modelimizin doğruluğunu göstermede yardımcı olmaktadır.

Bu bölümde STARP' da belirsizliği oluşturan rassal taleplerin normal dağılımdan geldiği varsayımı altında, rota kırılmalarında oluşabilecek maliyetleri tam olarak yansıtabilmek için beklenen tur hesaplama fonksiyonu önerilmiştir. Önerilen fonksiyon Monte-Carlo simulasyon tekniği kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve doğruluğu ispatlanmaya çalışılmıştır. STARP için literatürde yaygın olarak kullanılan test problemleri mevcut olmadığı için test problemleri üretilmiştir. Bu çalışmada test problemlerinin optimum çözümüyle ilgilenilmemiştir. Problemler sadece fonksiyon sonuçlarının doğruluğunu ispatlamak amacıyla kullanılmıştır.

3.2. Fonksiyonun Yeniden Geliştirilerek Hızlandırılması

Bir önceki bölümde önerilen olasılıklı fonksiyonun, STARP' da beklenen tur uzunluğunu doğru bir şekilde hesapladığını göstermiştik (Eş. 3.8).

$$\sum_{i_1=2}^{(n+1)-k} \sum_{i_2=i_1+1}^{(n+2)-k} \dots \sum_{i_k=i_{k-1}+1}^{(n+k)-k} (T + 2d_{0i_1} + 2d_{0i_2} + \dots + 2d_{0i_k}) \prod_{u=0}^k [(p_{i_u, i_{u+1}-1}) - (p_{i_u, i_{u+1}})] \quad (3.8)$$

Olasılıklı fonksiyonda, verilen bir başlangıç turunda meydana gelebilecek kırılma sayısının (k) girdi parametresi olarak belirtilmesi gereklidir. Ele alınan test problemlerinde ise belli bir kırılma sayısının üzerine çıkılamamıştır ($k \leq 4$). Bu Bölümde modelin sezgisel metotlarda kullanılabilirliğini sağlamak ve kırılma

sayısını serbest bırakmak için model yeniden tasarlanacak ve alternatif bir beklenen tur hesaplama fonksiyonu geliştirilecektir.

3.2.1. Geliştirilen fonksiyon

Olasılıklı fonksiyonda verilen bir başlangıç turu üzerinde meydana gelebilecek bütün rota kırılmaları ayrı ayrı dikkate alınıyordu. Örneğin 5 boyutlu bir problemde verilen bir başlangıç turunun 0-1-2-3-4-5-0 olduğunu varsayalım.

Rota üzerinde oluşabilecek tekli kırılma noktaları:

2 3 4 5

İkili kırılma noktaları:

2-3 2-4 2-5 3-4 3-5 4-5

3'lü kırılma noktaları:

2-3-4 2-3-5 2-4-5 3-4-5

Ve son olarak 4'lü kırılma noktası:

2-3-4-5

Olasılıklı fonksiyonla elde edilen, bu kırılma noktalarının tamamının meydana getireceği beklenen değerlerin toplamı başlangıç turunun beklenen maliyetini oluşturur.

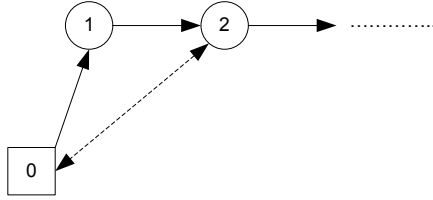
Hızlandırılmış fonksiyonda, verilen bir başlangıç turunda, herhangi bir servis sırasında olan müşteriye ulaşıncaya kadar, olabilecek rota kırılmaları dikkate alınır. Şöyle ki;

Hızlandırılmış fonksiyonda da olasılıklı fonksiyonda olduğu gibi, verilen herhangi bir başlangıç turu için 0-1-2-3-4-.....n-0 (n müşteri sayısı) $p_{i,j}$ değerleri hesaplanır. $p_{i,j}$ 'ler, i düğümünden j düğümüne (i ve j dahil) kadar olan müşterilerin talepleri toplamının araç kapasitesi Q 'dan küçük olma olasılıklarıdır. Bu olasılıkların nasıl hesaplanacağı tez çalışmasının önceki kısmında detaylı olarak verilmiştir.

Herhangi bir başlangıç turunda, servis sırasındaki müşteriler için rota kırılma olasılıkları incelenirse;

Depodan sonraki ilk müşteride kırılma olasılığı yoktur (bir müşterinin talebi araç kapasitesini aşamaz). Diğer bir ifadeyle kırılmama olasılığı bir (1)'dir.

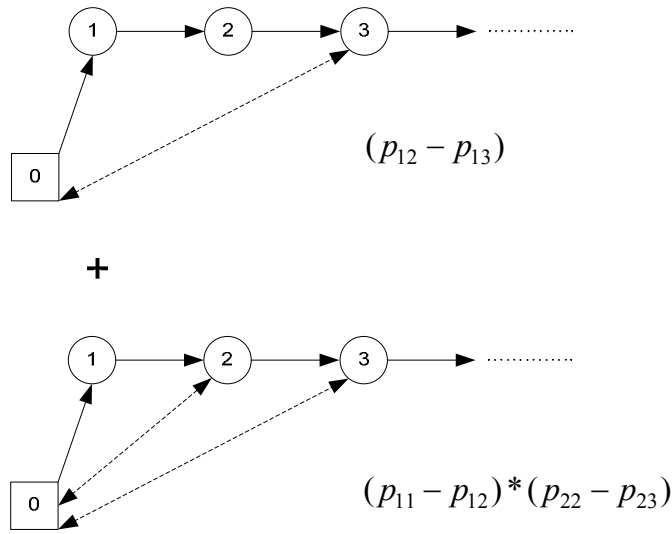
İkinci servis sırasındaki müşteri için tek olasılık birinci müşterinin talebi karşılandıktan sonra kendi talebinin karşılanamamasıdır Şekil 3.6'da ikinci servis sırasındaki müşteriye kadar oluşabilecek rota kırılması görülebilir. Şekil 3.6'da rota kırılması kesikli çizgi ile ifade edilmektedir.



Şekil 3.6. İkinci müşteri için rota kırılması

İkinci müşteri için oluşabilecek rota kırılması olasılığı $(p_{11} - p_{12})$ 'dir.

Üçüncü servis sırasındaki müşteri için olasılıklar: $(p_{12} - p_{13})$ birinci ve ikinci müşterinin taleplerinin karşılanması ve üçüncü müşteriyi karşılayamama durumu + $(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23})$ biri karşılayıp ikiyi ve üçü karşılayamama durumları. Şekil 3.7'de üçüncü servis sırasındaki müşteriye kadar oluşabilecek rota kırılmaları görülebilir.



Şekil 3.7. Üçüncü müşteri için rota kırılmaları

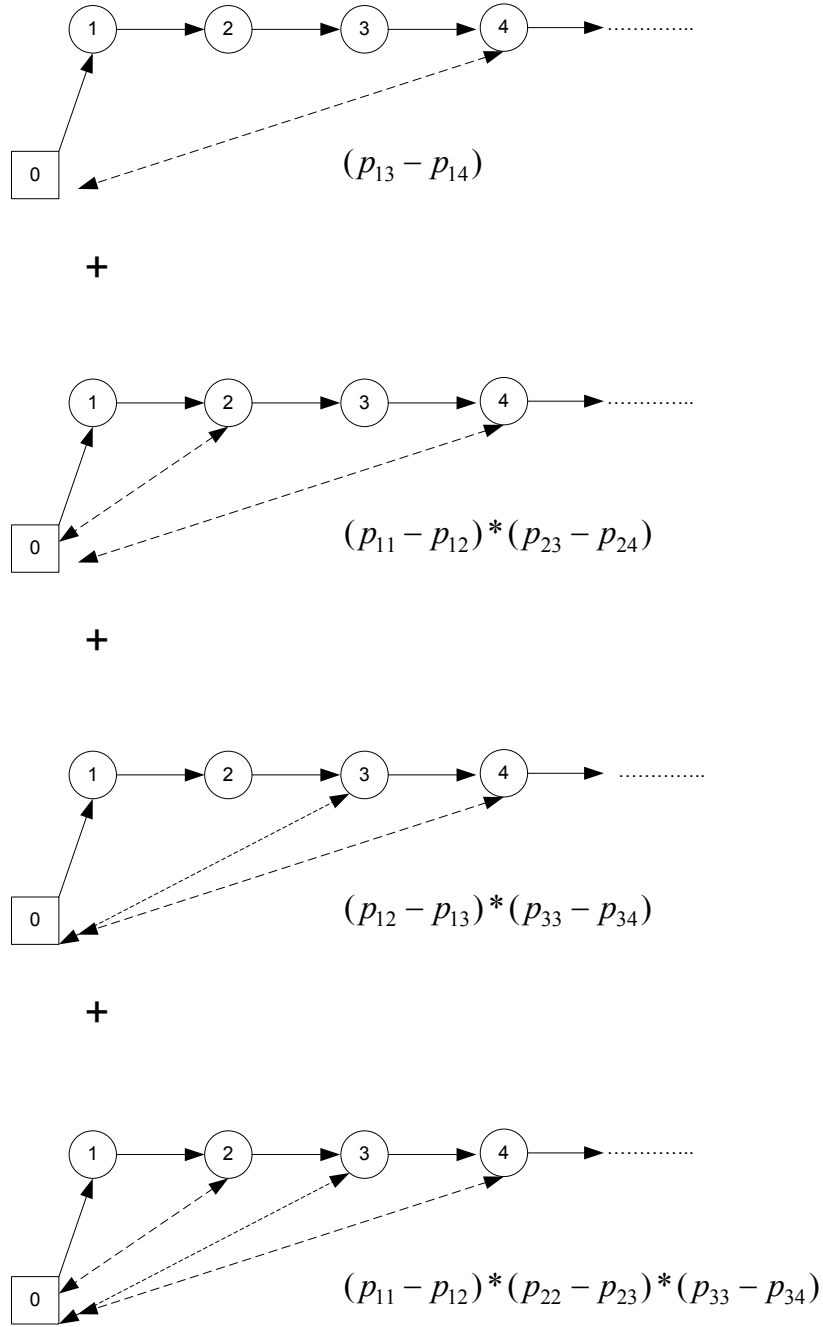
Dördüncü servis sırasındaki müşteri için rota kırılmaları ve olasılıkları Şekil 3.8 de beşinci müşteri için rota kırılmaları ve olasılıkları Çizelge 3.10’de verilmiştir.

Çizelge 3.10. Beşinci müşteri için rota kırılmaları ve olasılıkları

1	√	2	√	3	√	4	√	5	X	$p_{14} - p_{15}$
1	√	2	X	3	√	4	√	5	X	$(p_{11} - p_{12}) * (p_{24} - p_{25})$
1	√	2	√	3	X	4	√	5	X	$(p_{12} - p_{13}) * (p_{34} - p_{35})$
1	√	2	√	3	√	4	X	5	X	$(p_{13} - p_{14}) * (p_{44} - p_{45})$
1	√	2	X	3	X	4	√	5	X	$(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23}) * (p_{34} - p_{35})$
1	√	2	X	3	√	4	X	5	X	$(p_{11} - p_{12}) * (p_{23} - p_{24}) * (p_{44} - p_{45})$
1	√	2	√	3	X	4	X	5	X	$(p_{12} - p_{13}) * (p_{33} - p_{34}) * (p_{44} - p_{45})$
1	√	2	X	3	X	4	X	5	X	$(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23}) * (p_{33} - p_{34}) * (p_{44} - p_{45})$

√: talebin karşılandığı durum

X: talebin karşılanamadığı durum



Şekil 3.8. Dördüncü müşteri için rota kırılmaları.

İlk beş müşteri için rota kırılmaları ve olasılıkları Çizelge 3.11’de verilmiştir.

Çizelge 3.11. İlk beş müşteri için rota kırılmaları ve olasılıkları

Müşteri No:	Kırılma Olasılığı	Olasılıklar Toplamı (C_i)
1.müşteri	-----	$C_1 = 1$ (sınır durumu)
2.müşteri	$p_{11} - p_{12}$	$C_2 = (p_{11} - p_{12}) * C_1$
3.müşteri	$p_{12} - p_{13} +$ $(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23})$	$C_3 = (p_{12} - p_{13}) * C_1$ $+ (p_{22} - p_{23}) * C_2$
4.müşteri	$p_{13} - p_{14} +$ $(p_{11} - p_{12}) * (p_{23} - p_{24}) +$ $(p_{12} - p_{13}) * (p_{33} - p_{34}) +$ $(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23}) * (p_{33} - p_{34})$	$C_4 = (p_{13} - p_{14}) * C_1$ $+ (p_{23} - p_{24}) * C_2$ $+ (p_{33} - p_{34}) * C_3$
5.müşteri	$p_{14} - p_{15} +$ $(p_{11} - p_{12}) * (p_{24} - p_{25}) +$ $(p_{12} - p_{13}) * (p_{34} - p_{35}) +$ $(p_{13} - p_{14}) * (p_{44} - p_{45}) +$ $(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23}) * (p_{34} - p_{35}) +$ $(p_{11} - p_{12}) * (p_{23} - p_{24}) * (p_{44} - p_{45}) +$ $(p_{12} - p_{13}) * (p_{33} - p_{34}) * (p_{44} - p_{45}) +$ $(p_{11} - p_{12}) * (p_{22} - p_{23}) * (p_{33} - p_{34}) * (p_{44} - p_{45})$	$C_5 = (p_{14} - p_{15}) * C_1$ $+ (p_{24} - p_{25}) * C_2$ $+ (p_{34} - p_{35}) * C_3$ $+ (p_{44} - p_{45}) * C_4$

Çizelge 3.11'deki C_i 'ler i 'inci servis sırasındaki müşterinin kırılma olasılıkları toplamıdır.

Fonksiyonda yer alan diğer notasyonlar:

T_i : i 'inci sıradaki müşterinin kırılmалardan kaynaklanan beklenen uzunluğu.

$p_{i,j}$ i düğümünden j düğümüne (i ve j dahil) kadar olan müşterilerin taleplerinin karşılanarak aracın $j+1$ 'inci düğümüne gitme olasılığı. (kırılmama olasılıkları)

$d_{0,i}$ i müşterisinin depoya olan uzaklığı

$$C_1 = 1$$

$$C_i = \sum_{j=1}^{i-1} (p_{j,i-1} - p_{j,i}) * C_j \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (3.9)$$

$$T_i = C_i * 2 * d_{0,i} \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (3.10)$$

Kırılmalarından kaynaklanan toplam maliyet $\sum_{i=2}^n T_i$

Depodan sonraki ilk müşteride kırılma olasılığı olmamasına rağmen hesaplama yapabilmek için $C_1 = 1$ sınır durumu olarak kabul edilmektedir ve sonrasında rota kırılmalarından kaynaklanan maliyetler iteratif olarak bulunmaktadır.

3.2.2. Nümerik gösterim

Bölüm 3.1’de verilen örnek problemi (problemin verileri Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4’de taleplerin karşılanma olasılıkları $p_{i,j}$ ’ler Çizelge 3.5’de verilmiştir) yeniden ele alınırsa;

Başlangıç turunun 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 uzunluğu 607 birimdir. Araç kapasitesi $Q = 150$ alındığında servis sırasındaki müşterilerin rota kırılma olasılıkları toplamı

$$C_1 = 1$$

$$C_2 = p_{11} - p_{12} = 1E - 4$$

$$C_3 = (p_{12} - p_{13}) * C_1 + (p_{22} - p_{23}) * C_2 = 0,00815$$

$$C_4 = (p_{13} - p_{14}) * C_1 + (p_{23} - p_{24}) * C_2 + (p_{33} - p_{34}) * C_3 = 0,414889$$

$$C_5 = 0,565, \quad C_6 = 0,0119, \quad C_7 = 0,1613, \quad C_8 = 0,579 \text{ olarak hesaplanır.}$$

Çizelge 3.12’ de 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalarından kaynaklanan uzunluklar görülebilir.

Çizelge 3.12. 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar

Servis Sırası	1	2	3	4	5	6	7	8
Başlangıç turu	1	2	3	4	5	6	7	8
C_i	1	1E-04	0,00815	0,41488	0,565	0,0119	0,1613	0,579
d_{0i}		73	73	126	86	92	5	85
T_i		0,0146	1,1899	104,5497	97,18	2,19	1,613	98,43

$$\sum T_i = 305,175$$

Turun beklenen uzunluğu = $305.175 + 607 = 912,175$ 'dir.

Çizelge 3.13'de başlangıç turu 0-3-2-1-4-7-5-8-6-0 olarak değiştirildiğinde oluşan rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar görülebilir. 0-3-2-1-4-7-5-8-6-0 turunun uzunluğu 526 birimdir.

Çizelge 3.13. 0-3-2-1-4-7-5-8-6-0 başlangıç turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar

Servis Sırası	1	2	3	4	5	6	7	8
Başlangıç turu	3	2	1	4	7	5	8	6
C_i	1	0	0,0082	0,4149	0,5654	0,0218	0,2908	0,4397
d_{0i}		73	103	126	5	86	85	92
T_i			1,6892	104,5548	5,654	3,7496	49,436	80,9048

$$\sum T_i = 245,9884$$

Turun beklenen uzunluğu = $245.9884 + 526 = 771,9884$ birimdir.

Olasılıklı fonksiyonda n boyutlu bir stokastik talepli araç rotalama probleminde her hangi bir başlangıç turunun beklenen uzunluğu hesaplanırken 2^n adet işlem yapılması gerekirken, yeni hesaplama fonksiyonunda bu sayı n^2 'ye düşürülmüştür.

Diğer bir ifade ile olasılıklı modelde işlem sayısı, problem boyutu arttıkça üstel olarak artarken, hızlandırılmış modelde işlem sayısı polinomial olarak artar. Ayrıca hızlandırılmış fonksiyon, olasılıklı fonksiyonda hesaplama sayısını direkt olarak ilgilendiren muhtemel kırılma sayısından bağımsız hale getirilmiştir. Fonksiyonun hızlandırılması daha fazla işlem zamanı (hesaplama sayısı) gerektiren ancak tur uzunluğunu azaltan koruyucu stoklama politikasının analiz edilmesine yardımcı olmuştur. Bir sonraki bölümde koruyucu stoklama politikasına değinilecektir.

4. KORUYUCU STOKLAMA POLİTİKASI

Üçüncü bölümde önerilen hesaplama fonksiyonlarında uygulanan yardımcı eylem, Laporte vd. [11] ve Gendreau vd. [12] ‘nin çalışmalarında da kullandıkları ve basit yardımcı eylem olarak adlandırılan aracın kapasitesi her aşıldığında depoya geri dönüp yükünü tamamlaması ve tekrar hizmet vermesi gereken müşteriye geri dönerek turuna devam etmesiydi. Ancak araç bir müşterinin talebini karşıladıktan sonra, takip eden müşteriye gitmek yerine, daha sonraki müşterilerde meydana gelebilecek rota kırılma risklerini azaltmak amacıyla depoya geri dönüp yükünü tamamlayabilir ve hizmet vereceği müşteriye giderek turuna devam edebilir. Yapılan bu eylem “koruyucu stoklama” politikası ya da pro-aktif yardımcı eylem olarak adlandırılır.

Literatürde stokastik talepli araç rotalama problemi için koruyucu stoklama politikası (pro-aktif yardımcı eylem) uygulanan çalışma sayısı oldukça azdır. Pro-aktif yardımcı eyleme ilk olarak Bertsimas vd. [18] çalışmalarında yer vermişlerdir. Araştırmacılar tek araçlı STARP’ de başlangıç turunun beklenen maliyetini iyileştirebilmek için depoya dönüşleri içeren rotanın oluşturulmasında dinamik programlama kullanmışlardır. Yang [10] ve Yang vd. [19] ‘de çalışmalarında tek ve çok araçlı STARP için pro-aktif (koruyucu stoklama politikası) yardımcı eylem kullanarak rotaları oluşturmuşlardır. Teng vd. [35] ve Bianchi vd. [36] koruyucu stoklama politikası kullanılan STARP’da meta-sezgisellerin performanslarını analiz etmişlerdir. Bu çalışmaların tümünde rassallığı temsil eden müşteri taleplerinin bilinen olasılık dağılımlarından gelen kesikli rassal değişken oldukları kabulü vardır.

Talepler kesikli rassal değişken olduğunda ve koruyucu stoklama politikası kullanılarak aracın kat ettiği beklenen tur uzunluğu şöyle bulunur;

$s=(0, 1, \dots, n, 0)$ başlangıç turunda j müşterisine hizmet verildikten sonra araçta kalan yük miktarının q olduğu kabul edilirse ve $f_j(q)$ j düğümünden sonraki müşteriler için toplam beklenen maliyeti gösterirse, $f_0(Q)$ başlangıç turunun beklenen maliyeti

olur. Eğer L_j j müşterisine hizmet verildikten sonra araçta kalabilecek mümkün tüm yük miktarlarının kümesi olursa, $f_j(q)$ $q \in L_j$ aşağıdaki dinamik programlama döngüsünü sağlar.

$$f_j(q) = \text{Minimum}\{f_j^p(q), f_j^r(q)\} \quad (4.1)$$

$$f_j^p(q) = d_{j,j+1} + \sum_{k:k \leq q} f_{j+1}(q-k)p_{j+1,k} + \sum_{k:k > q} (2d_{j+1,0} + f_{j+1}(q+Q-k))p_{j+1,k} \quad (4.2)$$

$$f_j^r(q) = d_{j,0} + d_{0,j+1} + \sum_{k=1}^K f_{j+1}(Q-k)p_{j+1,k} \quad (4.3)$$

Son düğümde (n), $f_n(q) = d_{n,0}$ $q \in L_n$ q yük miktarından bağımsızdır. Şöyle ki son düğümde araçta kalan yük miktarı ne olursa olsun depoya dönüş olacaktır. $f_j^p(q)$, j müşterisinden doğrudan bir sonraki müşteriye gitmenin maliyetini gösterirken, $f_j^r(q)$ koruyucu stoklama politikası seçildiği durumdaki beklenen maliyeti gösterir. Ayrıca j müşterisine hizmet verildikten sonra, araçta kalan miktara göre bir sonraki müşteriye veya depoya geri dönmeyi belirleyecek eşik değeri $q^*(j)$ mevcuttur.

$$q^*(j) = \max\{q : f_j(q) = f_j^r(q)\} \quad (4.4)$$

Araç j müşterisine hizmet verdikten sonra içinde kalan miktar $q^*(j)$ 'den büyükse bir sonraki müşteriye, küçükse depoya dönmeyi tercih edecektir.

İncelediğimiz kadarıyla literatürde, müşteri taleplerinin bilinen olasılık dağılımlarından gelen, sürekli rassal değişken olduğu STARP için, koruyucu stoklama politikasının olduğu çalışmaya rastlanmamıştır.

Çalışmanın bu bölümünde rassal müşteri taleplerinin normal dağıldığı varsayımı altında, koruyucu stoklama politikası için 3 farklı sezgisel önerilecektir. Sezgisel metotlar “İlk Gelişim”, “Maksimum Gelişim” ve “Şans Kısıtına Bağlı Gelişim” olarak adlandırılmıştır.

4.1. İlk Gelişim

İlk Gelişim (İG) sezgiselinde, aracın bir müşteriye hizmet verdikten sonra depoya dönmesi halinde maliyette bir iyileşme sağlanıyorsa depoya dönmesi ve bir sonraki müşteriye depodan gitmesi sağlanmaktadır. Sezgisel prosedürün adımları aşağıdadır.

Belirli bir başlangıç turu verildiğinde $s = (0-1-2-.....-n-0)$

Adım 1: Hiçbir koruyucu stok politikası uygulamadan başlangıç turunun beklenen uzunluğunu hızlandırılmış fonksiyon yardımıyla hesapla.

$E(T_{1,n}) = 0-1-2-.....-n-0$ turunun beklenen uzunluğudur.

Adım 2: Başlangıç turu üzerindeki ilk müşteriye hizmet verdikten sonra depoya dönülürse iyileşme sağlanıp sağlanılmayacağını kontrol et.

$$E(T_{1,1}) + E(T_{2,n}) \leq E(T_{1,n})$$

$E(T_{1,1})$ $0-1-0$ turunun beklenen uzunluğudur.

$E(T_{2,n})$ $0-2-3-....-n-0$ turunun beklenen uzunluğudur.

Eğer iyileşme varsa depoya dön ve bir sonraki müşteriden son müşteriye kadar olan turun beklenen maliyetini hesapla aksi halde bir sonraki müşteri için aynı işlemi tekrarla.

Durum 1 iyileşme yoksa: bir sonraki müşteriye hizmet verdikten sonra depoya dönülürse iyileşme sağlanıp sağlanılmayacağını kontrol et.

$$E(T_{1,2}) + E(T_{3,n}) \leq E(T_{1,n})$$

$E(T_{1,2})$ $0-1-2-0$ turunun beklenen uzunluğudur.

$E(T_{3,n})$ $0-3-4-....-n-0$ turunun beklenen uzunluğudur.

Durum 2 iyileşme varsa: karşılaştırma yapılacak beklenen tur uzunluğu artık $E(T_{2,n})$

$$E(T_{2,2}) + E(T_{3,n}) \leq E(T_{2,n})$$

$E(T_{2,2})$ 0-2-0 turunun beklenen uzunluğudur.

$E(T_{3,n})$ 0-3-4-....-n-0 turunun beklenen uzunluğudur.

Adım 3 Başlangıç turu üzerinde son müşteriye geldiğinde dur.

Şekil 4.1’de İlk Gelişim sezgiselinin prosedürü yer almaktadır.

```

k = 1;
IM = E(Tk,n)
for ( i=k, .....,n-1)
{
    if ( E(Tk,i) + E(Ti+1,n) ≤ IM )
    {
        k = i+1;
        IM = E(Tk,n)
    }
}
}end for

```

Şekil 4.1. İlk Gelişim Sezgiseli

8 boyutlu örneğimize (problemin verileri Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4’de taleplerin karşılanma olasılıkları $p_{i,j}$ ’ler Çizelge 3.5’de verilmiştir) araç kapasitesini $Q = 150$ olarak kabul edip İlk Gelişim sezgiselini uygulayacak olursak;

0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turunun beklenen uzunluğu koruyucu stok politikası uygulanmadan 912,175 birimdir.

İlk gelişim sezgiseli sonucunda bulunan rotalar ise

0-1-0

0-2-0

0-3-4-5-6-0

0-7-8-0 ve toplam uzunluğu 838,460 birimdir.

İlk gelişim sezgiseli gösteriyor ki, başlangıç turunda ilk müşteriden, sonrasında ikinci müşteriden ve son olarak altıncı müşteriden aracın depoya geri dönüp yükünü tamamlaması ilk maliyete göre 73,715 birim daha karlıdır. Çizelge 4.1’de üretilen test problemleri için (problem verileri Ek 1’de verilmiştir) koruyucu stoklama politikası kullanılmadan ve ilk gelişim sezgiseli kullanılarak bulunan sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Çizelge 4.1’de her problem boyutu için sadece tek bir başlangıç rotası üzerinde ($R = 0, 1, 2, \dots, n, 0$) bulunan sonuçlar yer almaktadır.

Çizelge 4.1. İlk Gelişim Sezgiseli kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları

N	Q	Başlangıç rotasının beklenen uzunluğu	İG sezgiseli ile bulunan beklenen uzunluk	Gelişim Oranı (%)
15	$\sum \mu_i / 1$	977,600	951,000	2,72
	$\sum \mu_i / 2$	1207,772	1070,702	11,35
	$\sum \mu_i / 3$	1374,424	1153,166	16,10
	$\sum \mu_i / 4$	1545,470	1237,017	20,08
20	$\sum \mu_i / 1$	1276,586	1270,000	0,52
	$\sum \mu_i / 2$	1488,789	1372,109	7,84
	$\sum \mu_i / 3$	1654,164	1542,166	6,77
	$\sum \mu_i / 4$	1909,342	1658,961	13,11
25	$\sum \mu_i / 1$	1536,959	1487,000	3,25
	$\sum \mu_i / 2$	1738,672	1655,133	4,80
	$\sum \mu_i / 3$	1955,658	1805,301	7,69
	$\sum \mu_i / 4$	2050,807	1896,344	7,53
30	$\sum \mu_i / 1$	1659,146	1603,000	3,38
	$\sum \mu_i / 2$	1881,635	1675,593	10,95
	$\sum \mu_i / 3$	2013,758	1969,221	2,21
	$\sum \mu_i / 4$	2222,859	2035,260	8,44

Çizelge 4.1. (Devam) İlk Gelişim Sezgiseli kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları

N	Q	Başlangıç rotasının beklenen uzunluğu	İG sezgiseli ile bulunan beklenen uzunluk	Gelişim Oranı (%)
35	$\sum \mu_i / 1$	1893,431	1879,000	0,76
	$\sum \mu_i / 2$	2052,006	1932,665	5,82
	$\sum \mu_i / 3$	2226,125	2125,163	4,54
	$\sum \mu_i / 4$	2340,792	2209,475	5,61
40	$\sum \mu_i / 1$	2211,578	2210,000	0,07
	$\sum \mu_i / 2$	2343,859	2277,815	2,82
	$\sum \mu_i / 3$	2487,313	2395,508	3,69
	$\sum \mu_i / 4$	2665,500	2542,652	4,61
45	$\sum \mu_i / 1$	2453,955	2412,000	1,71
	$\sum \mu_i / 2$	2608,641	2560,480	1,85
	$\sum \mu_i / 3$	2748,600	2596,420	5,54
	$\sum \mu_i / 4$	2928,052	2786,169	4,85
50	$\sum \mu_i / 1$	2778,149	2711,000	2,42
	$\sum \mu_i / 2$	2913,821	2838,085	2,60
	$\sum \mu_i / 3$	3102,990	2982,679	3,88
	$\sum \mu_i / 4$	3244,957	3062,362	5,63

4.2. Maksimum Gelişim

Maksimum Gelişimde (MG) ilk gelişimden farklı olarak aracın başlangıç turunda her müşteriden depoya gidişleri hesaplanır. Eğer iyileşme ya da iyileşmeler varsa bunlardan maksimumu alınarak ilk ayrıştırma gerçekleşir. Daha sonra oluşan alt turlarda yine aynı şekilde iyileştirmelerden maksimum olan seçilerek ayrıştırma (alt tur oluşumu) devam eder. Bütün alt turlarda hiçbir iyileşme meydana gelmeyene kadar prosedür devam eder. Sezgisel prosedürün adımları aşağıdadır.

Belirli bir başlangıç turu verildiğinde 0-1-2-.....-n-0

Adım 1: Hiçbir koruyucu stok politikası uygulamadan başlangıç turunun beklenen maliyetini hızlandırılmış fonksiyon yardımıyla hesapla.

$E(T_{1,n}) = 0-1-2-.....-n-0$ turunun beklenen maliyetidir.

Adım 2: Başlangıç turu üzerindeki herbir müşteriye hizmet verildikten (son müşteri hariç) sonra depoya dönülürse iyileşme sağlanıp sağlanılmayacağını kontrol et.

$$E(T_{1,i}) + E(T_{i+1,n}) \leq E(T_{1,n}) \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

Eğer iyileşme veya iyileşmeler varsa bunlardan maksimumunu seçerek turu alt turlara ayır.

Adım 3: Her bir alt tur için Adım 2'yi tekrarla

Adım 4: Hiç bir alt tur için iyileşme yoksa dur.

8 boyutlu örneğimize (problemin verileri Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4'de taleplerin karşılanma olasılıkları $p_{i,j}$ 'ler Çizelge 3.5'de verilmiştir) araç kapasitesi $Q=150$ kabul edilip Maksimum Gelişim sezgiseli uygulanacak olursa;

0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turunun beklenen uzunluğunun koruyucu stok politikası uygulanmadan 912,175 birim olduğunu biliyoruz.

Maksimum gelişim sezgiseli sonucunda bulunan rotalar ise

0-1-2-0

0-2-3-4-5-6-0

0-7-8-0 ve toplam uzunluğu 722,465 birimdir.

Maksimum Gelişim sezgiseli işletilirken 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turundaki maksimum iyileşme 0-1-2-0 ve 0-3-4-5-6-7-8-0 rotalarında, ikinci müşteriden depoya geri dönmek olarak bulunmuştur. Daha sonra 0-1-2-0 turu için hiçbir iyileşme bulunmamış, 0-3-4-5-6-7-8-0 turu için ise maksimum gelişme altıncı müşteriden depoya gitmek olarak 0-3-4-5-6-0 ve 0-7-8-0 ortaya çıkmıştır. Oluşan iki alt turun her ikisinde de iyileşme gerçekleşmemiş ve sezgisel sonlanmıştır. Böylece Maksimum gelişim sezgiseli başlangıç turunda beklenen maliyette 189,71

birim iyileşme sağlamıştır. Çizelge 4.2’de üretilen test problemleri için (problem verileri Ek 1’de verilmiştir) koruyucu stoklama politikası kullanılmadan ve Maksimum gelişim sezgiseli kullanılarak bulunan sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Çizelge 4.2’de her problem boyutu için sadece tek bir başlangıç rotası üzerinde ($R=0, 1, 2, \dots, n, 0$) bulunan sonuçlar yer almaktadır.

Çizelge 4.2. Maksimum Gelişim Sezgiseli kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları

N	Q	Başlangıç rotasının beklenen uzunluğu	MG sezgiseli ile bulunan beklenen uzunluk	Gelişim Oranı (%)
15	$\sum \mu_i / 1$	977,600	951,000	2,72
	$\sum \mu_i / 2$	1207,772	1036,389	14,19
	$\sum \mu_i / 3$	1374,424	1152,677	16,13
	$\sum \mu_i / 4$	1545,470	1237,018	20,08
20	$\sum \mu_i / 1$	1276,586	1270,000	0,52
	$\sum \mu_i / 2$	1488,790	1330,000	10,67
	$\sum \mu_i / 3$	1654,164	1542,166	6,77
	$\sum \mu_i / 4$	1909,342	1657,011	13,22
25	$\sum \mu_i / 1$	1536,959	1477,000	3,90
	$\sum \mu_i / 2$	1738,672	1525,000	12,29
	$\sum \mu_i / 3$	1955,658	1631,871	16,56
	$\sum \mu_i / 4$	2050,807	1762,721	14,05
30	$\sum \mu_i / 1$	1659,146	1603,000	3,38
	$\sum \mu_i / 2$	1881,635	1715,727	8,82
	$\sum \mu_i / 3$	2013,758	1726,737	14,25
	$\sum \mu_i / 4$	2222,859	1833,534	17,51
35	$\sum \mu_i / 1$	1893,431	1870,000	1,24
	$\sum \mu_i / 2$	2052,006	1956,550	4,65
	$\sum \mu_i / 3$	2226,125	2071,163	6,96
	$\sum \mu_i / 4$	2340,792	2132,147	8,91
40	$\sum \mu_i / 1$	2211,578	2154,000	2,60
	$\sum \mu_i / 2$	2343,859	2187,549	6,67
	$\sum \mu_i / 3$	2487,313	2310,712	7,10
	$\sum \mu_i / 4$	2665,500	2397,511	10,05

Çizelge 4.2. (Devam) Maksimum Gelişim Sezgiseli kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları

N	Q	Başlangıç rotasının beklenen uzunluğu	MG sezgiseli ile bulunan beklenen uzunluk	Gelişim Oranı (%)
45	$\sum \mu_i / 1$	2453,955	2399,000	2,24
	$\sum \mu_i / 2$	2608,641	2464,000	5,54
	$\sum \mu_i / 3$	2748,600	2539,573	7,60
	$\sum \mu_i / 4$	2928,052	2639,705	9,85
50	$\sum \mu_i / 1$	2778,149	2711,000	2,42
	$\sum \mu_i / 2$	2913,821	2786,063	4,38
	$\sum \mu_i / 3$	3102,990	2863,338	7,72
	$\sum \mu_i / 4$	3244,957	2976,871	8,26

4.3. Şans Kısıtına Bağlı Gelişim

Şans kısıtı yaklaşımında, amaç her hangi bir rotadaki müşterilerin talepleri toplamının araç kapasitesi Q 'yu aşmasının, belirlenen sınırlar veya olasılık seviyesi (α) altında kalacak şekilde ($Pr \leq \alpha$) minimum rota uzunluğunu elde etmektir (Stewart ve Golden [13] ve Laporte vd. [25]). Şans kısıtlı programlama, seyahat uzunluğunu minimize ederken, rota kırılma olasılığını kontrol altında tutar. Ancak bu yaklaşımda rota kırılmalarının oluşturacağı maliyetler göz ardı edilmektedir.

Bu çalışmada başlangıç rotası belirli şans kısıtı altında optimal olarak bölünüp alt turlar oluşturulmuş daha sonra oluşan alt turların başlangıçta göz ardı edilen rota kırılma maliyetleri dikkate alınarak, rotaların beklenen uzunluğu hesaplanmıştır. Böylece başlangıç turunda iyileşme sağlanmıştır. Bir çeşit koruyucu stoklama davranışı elde edilmiştir.

Başlangıç turunun belirli şans kısıtı altında optimal olarak ayrıştırılması

$0-1-2-\dots-j-j+1-\dots-n$ belirli bir başlangıç rotası olsun. j müşterisinin talebi karşılandıktan sonra, araçta kalan miktarla bir sonraki müşterinin talebini karşılamının olasılığı P olsun. $f_j(P)$ ise j müşterisinden sonraki müşteriye gitmenin maliyetini gösterebilir. Eğer S_j araç j müşterisine hizmet verdikten sonra oluşacak

bütün mümkün olasılıkları gösterirse, $f_j(P)$, $P \in S_j$ dinamik programlama döngüsünü sağlar.

$$f_j(P) = \text{Min}\{f_j^s(P), f_j^d(P)\} \quad (4.5)$$

$$f_j^s(P) = d_{j,j+1} + \begin{cases} f_{j+1}(P') & P \geq \alpha \\ 2d_{j+1,0} + f_{j+1}(P') & P < \alpha \end{cases} \quad (4.6)$$

$$f_j^d(P) = d_{j,0} + d_{0,j} + f_{j+1}(P') \quad (4.7)$$

$f_n(P) = d_{n,0}$ son müşteriye hizmet verdikten sonra araçta kalan miktar ne olursa olsun araç depoya geri dönecektir.

Eş. 4.6'deki f_j^s aracın direkt bir sonraki müşteriye gitmesini maliyetini gösterirken, Eş. 4.7 'deki f_j^d aracın önce depoya gidip yükünü tamamlaması ve bir sonraki müşteriye gitmenin maliyetini gösterir. α ise önceden belirlenen şans kısıtı değeridir.

Sekiz boyutlu örneğimize (problemin verileri Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4'de taleplerin karşılanma olasılıkları $p_{i,j}$ 'ler Çizelge 3.5'de verilmiştir) araç kapasitesi $Q=150$ kabul edilip Şans Kısıtına Bağlı Gelişim uygulanacak olursa;

0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turu için araç kapasitesi $Q=150$ birim alınıp, hiçbir koruyucu stoklama politikası uygulanmaz ise rota uzunluğunun beklenen uzunluğunun 912,175 birim olacağını göstermiştik. Aynı başlangıç turu için şans kısıt değerimizi (α) 0,95 alırsak ve dinamik programlama döngüsünü uygularsak oluşacak turlar ve uzunlukları Çizelge 4.3 'deki gibi gerçekleşir.

Çizelge 4.3. Dinamik programlama döngüsü boyunca elde edilen turlar ve uzunlukları

Müşteri sırası	Uzunluk	Bir sonraki müşterinin talebinin karşılanma olasılığı $f_j(P)$	Oluşan tur
2	279	1	10
	163	0,992	11
3	309	1	110
	322	0,999	101
	206	0,576	111
4	405	0,999	1110
	362	0,999	1101
	375	0,753	1011
5	574	0,999	11010
	472	0,999	11101
	429	0,986	11011
6	607	0,999	110110
	603	0,996	110101
	501	0,633	111011
	458	0,163	110111
7	555	0,999	1101110
	694	0,999	1101101
	690	0,420	1101011
8	720	-	110111011
	859	-	110110111
	865	-	110101101

Son müşteriye ulaşıldıktan sonra oluşan en kısa tur uzunluğu bize belirli bir şans kısıtı altında minimum uzunluğa sahip rotalar kümesini vermektedir ki bu da 720 birim olarak hesaplanmıştır. Çizelge 4.4’ de 720 birim uzunluğa sahip rotanın oluşumu verilmiştir.

Çizelge 4.4. $\alpha = 0,95$ için minimum uzunluğa sahip rotalar

0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	1	1	1	0	1	1
Rota			Rota uzunluğu			Rotanın Beklenen Uzunluğu		
0-1-2-0			236			236,0052		
0-3-4-5-6-0			314			316,4603		
0-7-8-0			170			170		
			Toplam = 720			Toplam =722,465		

Çizelge 4.4'den görüleceği üzere $\alpha = 0,95$ olarak alınıp başlangıç turu önce şans kısıtı değerine göre optimal olarak alt turlara ayrıştırılıp ve daha sonra rotaların beklenen uzunluğu ayrı ayrı hesaplandığında 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turunun beklenen uzunluğu 912,175 birimden 722,465 birime düşürülmüştür.

Şans kısıtı yaklaşımı ile başlangıç turunun beklenen uzunluğu bulunurken karşımıza “hangi şans kısıtı değeri ile bulunan tur minimum beklenen tur uzunluğudur?” sorusu çıkacaktır. Bu problemi ortadan kaldırmak için $\alpha = [0 : 0,95]$ aralığında 0,05 arttırmı ile bulunan sonuçlar karşılaştırılabilir. Bazen küçük α değeri için daha iyi sonuçlar bulunabilmektedir. Çizelge 4.5’de örnek problem için α değerleri ve karşılık gelen beklenen tur uzunlukları görülmektedir.

Çizelge 4.5. Beklenen tur uzunlukları ve α değerleri

α değeri	Turun beklenen uzunluğu	Oluşan tur
0	912,175	0-1-2-3-4-5-6-7-8-0
[0,05: 0,15]	730,699	0-1-2-0 0-3-4-5-6-7-0 0-8-0
[0,2: 0,95]	722,465	0-1-2-0 0-3-4-5-6-0 0-7-8-0

8 boyutlu örnek problem için en kısa beklenen tur uzunluğu $\alpha = [0,2: 0,95]$ arasında çıkmaktadır. Şans kısıtı yaklaşımının en büyük avantajı diğer 2 sezgisel yöntemle göre işlem zamanı olarak çok daha hızlı olmasıdır.

Çizelge 4.6’da üretilen test problemleri için (problem verileri Ek 1’de verilmiştir) koruyucu stoklama politikası kullanılmadan ve Şans kısıtına bağlı gelişim kullanılarak bulunan sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Çizelge 4.6’da her problem boyutu için sadece tek bir başlangıç rotası üzerinde ($R = 0, 1, 2, \dots, n, 0$) bulunan sonuçlar yer almaktadır.

Çizelge 4.6. Şans Kısıtına Bağlı Gelişim kullanılarak elde edilen tur uzunlukları ve gelişim oranları

N	Q	Başlangıç rotasının beklenen uzunluğu	Şans kısıtı yaklaşımı ile bulunan minimum beklenen uzunluk	Gelişim Oranı (%)
15	$\sum \mu_i / 1$	977,600	951,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	2,72
	$\sum \mu_i / 2$	1207,772	1029,848 ($\alpha = [0,9: 0,95]$)	14,73
	$\sum \mu_i / 3$	1374,424	1152,677 ($\alpha = [0,1: 0,70]$)	14,07
	$\sum \mu_i / 4$	1545,470	1237,017 ($\alpha = [0,6: 0,85]$)	20,08
20	$\sum \mu_i / 1$	1276,586	1270,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	0,52
	$\sum \mu_i / 2$	1488,789	1330,000 ($\alpha = [0,1: 0,95]$)	10,67
	$\sum \mu_i / 3$	1654,164	1535,175 ($\alpha = [0,85: 0,95]$)	7,19
	$\sum \mu_i / 4$	1909,342	1639,573 ($\alpha = 0,55$)	14,13
25	$\sum \mu_i / 1$	1536,959	1477,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	3,90
	$\sum \mu_i / 2$	1738,672	1525,000 ($\alpha = [0,2: 0,95]$)	12,29
	$\sum \mu_i / 3$	1955,658	1614,969 ($\alpha = [0,2: 0,75]$)	17,42
	$\sum \mu_i / 4$	2050,807	1762,721 ($\alpha = 0,65$)	14,05
30	$\sum \mu_i / 1$	1659,146	1603,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	3,38
	$\sum \mu_i / 2$	1881,635	1675,593 ($\alpha = [0,1: 0,95]$)	10,95
	$\sum \mu_i / 3$	2013,758	1726,737 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	14,25
	$\sum \mu_i / 4$	2222,859	1833,534 ($\alpha = [0,55: 0,75]$)	17,51
35	$\sum \mu_i / 1$	1893,431	1870,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	1,24
	$\sum \mu_i / 2$	2052,006	1932,664 ($\alpha = [0,20: 0,80]$)	5,82
	$\sum \mu_i / 3$	2226,125	2004,490 ($\alpha = [0,30: 0,95]$)	9,96
	$\sum \mu_i / 4$	2340,792	2098,339 ($\alpha = [0,70: 0,90]$)	10,36
40	$\sum \mu_i / 1$	2211,578	2154,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	2,60
	$\sum \mu_i / 2$	2343,859	2187,549 ($\alpha = [0,15: 0,85]$)	6,67
	$\sum \mu_i / 3$	2487,313	2298,958 ($\alpha = [0,70: 0,95]$)	7,57
	$\sum \mu_i / 4$	2665,500	2351,376 ($\alpha = [0,75: 0,80]$)	11,78
45	$\sum \mu_i / 1$	2453,955	2399,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	2,24
	$\sum \mu_i / 2$	2608,641	2454,008 ($\alpha = [0,75: 0,95]$)	5,93
	$\sum \mu_i / 3$	2748,600	2507,244 ($\alpha = [0,7: 0,9]$)	8,78
	$\sum \mu_i / 4$	2928,052	2564,045 ($\alpha = [0,9: 0,95]$)	12,43
50	$\sum \mu_i / 1$	2778,149	2711,000 ($\alpha = [0,55: 0,95]$)	2,42
	$\sum \mu_i / 2$	2913,821	2779,000 ($\alpha = [0,4: 0,95]$)	4,63
	$\sum \mu_i / 3$	3102,990	2856,749 ($\alpha = 0,9$)	7,94
	$\sum \mu_i / 4$	3244,957	2943,506 ($\alpha = [0,75: 0,95]$)	9,29

Çizelge 4.7’de ise koruyucu stoklama politikası için önerilen 3 farklı sezgiselin başlangıç turunun beklenen uzunluğunda meydana getirdikleri gelişimin yüzde olarak karşılaştırılması görülmektedir.

Çizelge 4.7. Koruyucu stok politikası altında kullanılan sezgisellerin karşılaştırılması

N	Q	Başlangıç rotasının beklenen uzunluğu	İG sezgiseli ile elde edilen gelişim (%)	MG sezgiseli ile elde edilen gelişim(%)	Şans kısıtı yaklaşımı ile elde edilen gelişim (%)
15	$\sum \mu_i / 1$	977,600	2,72	2,72	2,72
	$\sum \mu_i / 2$	1207,772	11,35	14,19	14,73
	$\sum \mu_i / 3$	1374,424	16,10	16,13	16,13
	$\sum \mu_i / 4$	1545,470	20,08	20,08	20,08
20	$\sum \mu_i / 1$	1276,586	0,52	0,52	0,52
	$\sum \mu_i / 2$	1488,789	7,84	10,67	10,67
	$\sum \mu_i / 3$	1654,164	6,77	6,77	7,19
	$\sum \mu_i / 4$	1909,342	13,11	13,22	14,13
25	$\sum \mu_i / 1$	1536,959	3,25	3,9	3,9
	$\sum \mu_i / 2$	1738,672	4,80	12,29	12,29
	$\sum \mu_i / 3$	1955,658	7,69	16,56	17,42
	$\sum \mu_i / 4$	2050,807	7,53	14,05	14,05
30	$\sum \mu_i / 1$	1659,146	3,38	3,38	3,38
	$\sum \mu_i / 2$	1881,635	10,95	8,82	10,95
	$\sum \mu_i / 3$	2013,758	2,21	14,25	14,25
	$\sum \mu_i / 4$	2222,859	8,44	17,51	17,51
35	$\sum \mu_i / 1$	1893,431	0,76	1,24	1,24
	$\sum \mu_i / 2$	2052,006	5,82	4,65	5,82
	$\sum \mu_i / 3$	2226,125	4,54	6,96	9,96
	$\sum \mu_i / 4$	2340,792	5,61	8,91	10,36
40	$\sum \mu_i / 1$	2211,578	0,07	2,60	2,60
	$\sum \mu_i / 2$	2343,859	2,82	6,67	6,67
	$\sum \mu_i / 3$	2487,313	3,69	7,1	7,57
	$\sum \mu_i / 4$	2665,500	4,61	10,05	11,78
45	$\sum \mu_i / 1$	2453,955	1,71	2,24	2,24
	$\sum \mu_i / 2$	2608,641	1,85	5,54	5,93
	$\sum \mu_i / 3$	2748,600	5,54	7,6	8,78
	$\sum \mu_i / 4$	2928,052	4,85	9,85	12,43
50	$\sum \mu_i / 1$	2778,149	2,42	2,42	2,42
	$\sum \mu_i / 2$	2913,821	2,60	4,38	4,63
	$\sum \mu_i / 3$	3102,990	3,88	7,72	7,94
	$\sum \mu_i / 4$	3244,957	5,63	8,26	9,29

Dikkat edilirse, koruyucu stoklama yaklaşımları arasından, test problemlerinin hepsinde en düşük sonuçlar Şans Kısıtına Bağlı Gelişim ile elde edilmiştir. Maksimum Gelişim sezgiseli, ilk gelişim sezgiseline göre daha düşük sonuçlar vermekte ancak daha fazla işlem zamanı gerektirmektedir. Sadece iki test

problemünde 30 ve 35 boyutlu problemlerin araç kapasitesi toplam ortalama talebin yarısı alındığında İG sezgiseli başlangıç turunun uzunluğunu MG sezgiselinden daha fazla düşürmüştür.

Çalışmanın bu kısmında, müşteri taleplerinin sürekli rassal değişken olduğu STARP için koruyucu stoklama politikasının kullanımı üç farklı sezgisel metodla gerçekleştirilmiştir. Üç sezgisel metodun verilen başlangıç turunda meydana getirdiği gelişmeler, test problemleri üzerinde gösterilmiş ve karşılaştırmalar yapılmıştır.

Bir sonraki bölümde STARP için özel bir durum tanımlanacak ve bu özel durumda problem analiz edilecektir.

5. STOKASTİK ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİNİN ÖZEL DURUMU

Ele alınan stokastik talepli araç rotalama probleminde rassallağı oluşturan müşteri taleplerinin normal dağıldığı kabul edilmiştir. Bilindiği gibi normal dağılım iki parametre ile gösterilir μ ve σ ($N(\mu, \sigma)$). Çalışmanın bu bölümüne kadar olan kısmında müşteri taleplerinin normal dağıldığı ancak ortalama ve standart sapmalarının diğer müşterilerinkinden farklı olduğu kabul edilmiştir. Bu bölümde özel durum olarak adlandırdığımız, stokastik taleplerin her birinin aynı ortalama ve standart sapmaya sahip normal dağılımdan gelmesi durumu $\xi_i = N(\mu, \sigma) \forall_i$ incelenecektir.

Özel durumda, başlangıç turu ne olursa olsun hizmet sırasındaki kırılma olasılıkları hep aynıdır. Başka bir ifade ile kırılma olasılıkları başlangıç turundan bağımsızdır.

Şöyle ki; 3 müşterili bir araç rotalama problemini ele alalım, müşteriler i, j, k ve talepleri aynı ortalama ve standart sapmaya sahip normal dağılımdan oluşsun $\xi_i = N(\mu, \sigma)$, $\xi_j = N(\mu, \sigma)$, $\xi_k = N(\mu, \sigma)$. 2 farklı başlangıç turu, “Tur 1 (0-i-j-k-0)”, ve “Tur 2 (0-j-k-i-0)” için:

Hizmet Sırası	r	r+1	r+2
Tur 1 (0-i-j-k-0)	i	j	k
Tur 2 (0-j-k-i-0)	j	k	i

ξ_r = r’inci hizmet sırasındaki müşterinin talebini gösterebilir.

Tur 1 için oluşabilecek kırılmama olasılıkları incelenecek olursa

$$p_{i,j} = P\left[Q - \sum_{l=i}^j \xi_l \geq 0\right] \quad (5.1)$$

$$p_{r,r+1} = P\left[Q - \sum_{l=r}^{r+1} \xi_l \geq 0\right] \quad (5.2)$$

$$\xi_r + \xi_{r+1} = N \sim (\mu + \mu, \sqrt{\sigma^2 + \sigma^2}) = N \sim (2\mu, \sqrt{2}\sigma) \quad (5.3)$$

$$p_{r,r+1} = P[(Q - [N \sim (2\mu, \sqrt{2}\sigma)]) \geq 0] \quad (T1) \quad (5.4)$$

$$p_{r,r+2} = P[(Q - [N \sim (3\mu, \sqrt{3}\sigma)]) \geq 0] \quad (T1) \quad (5.5)$$

$$p_{r+1,r+2} = P[(Q - [N \sim (2\mu, \sqrt{2}\sigma)]) \geq 0] \quad (T1) \quad (5.6)$$

olarak bulunur. Benzer şekilde Tur 2 için kırılmama olasılıkları

$$p_{r,r+1} = P[(Q - [N \sim (2\mu, \sqrt{2}\sigma)]) \geq 0] \quad (T2) \quad (5.7)$$

$$p_{r,r+2} = P[(Q - [N \sim (3\mu, \sqrt{3}\sigma)]) \geq 0] \quad (T2) \quad (5.8)$$

$$p_{r+1,r+2} = P[(Q - [N \sim (2\mu, \sqrt{2}\sigma)]) \geq 0] \quad (T2) \quad (5.9)$$

Sonuç olarak

$$T1(p_{r,r+1}) = T2(p_{r,r+1}) \quad (5.10)$$

$$T1(p_{r,r+2}) = T2(p_{r,r+2}) \quad (5.11)$$

$$T1(p_{r+1,r+2}) = T2(p_{r+1,r+2}) \quad (5.12)$$

göstermektedir ki kırılmama olasılıkları başlangıç turundan bağımsızdır.

8 boyutlu örnek problem (problemin verileri Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4'de verilmiştir) özel duruma müşteri talepleri $\xi_i = N \sim (10,2)$ ve araç kapasitesi $Q = 40$ kabul edilip uyarlanırsa,

Başlangıç turu 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 alındığında oluşan taleplerin karşılanma olasılığı Çizelge 5.1'de görülmektedir.

Çizelge 5.1. 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 turu için taleplerin karşılanma olasılığı

p12=1	p23 = 1	p34 = 1	p45 = 1	p56 = 1	p67 = 1	p78 = 1
p13 = 0,9980	p24 = 0,9980	p35 = 0,9980	p46 = 0,9980	p57 = 0,9980	p68 = 0,9980	
p14 = 0,5	p25 = 0,5	p36 = 0,5	p47 = 0,5	p58 = 0,5		
p15 = 0,01267	p26 = 0,01267	p37 = 0,01267	p48 = 0,01267			
p16 = 2,228E-05	p27 = 2,228E-05	p38 = 2,228E-05				
p17 = 7,162E-09	p28 = 7,162E-09					
p18 = 7,6873E-13						

Taleplerin karşılanma olasılıkları $p_{i,j}$ 'ler hesaplandıktan sonra, başlangıç turu üzerindeki i 'inci servis sırasındaki müşterinin kırılma olasılıkları toplamı C_i 'ler hesaplanır. C_i 'lere bağlı olarak i 'inci servis sıradaki müşterinin kırılmalarından kaynaklanan beklenen uzunluğu T_i bulunur. Başlangıç turunun uzunluğu (L) ve kırılmalarından kaynaklanan beklenen uzunluklar toplanarak beklenen maliyet elde edilir.

$$C_1 = 1$$

$$C_i = \sum_{j=1}^{i-1} (p_{j,i-1} - p_{j,i}) * C_j \quad i = 2,3,\dots,n \quad (5.13)$$

$$T_i = C_i * 2 * d_{0,i} \quad i = 2,3,\dots,n \quad (5.14)$$

$$\text{Kırılmalarından kaynaklanan toplam maliyet} \sum_{i=2}^n T_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n-1} d_{i,i+1} + d_{0,1} + d_{n,0} \quad (5.15)$$

$$\text{Başlangıç turunun beklenen uzunluğu} L + \sum_{i=2}^n T_i \quad (5.16)$$

$d_{i,j}$ rota sırasındaki i düğümü ile j düğümü arasındaki mesafeyi gösterir.

Çizelge 5.2 'de 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 başlangıç turu için C_i ve T_i değerleri yer almaktadır.

0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 turunun uzunluğu $L = 607$ birimdir.

Çizelge 5.2. 0-1-2-3-4-5-6-7-8-0 turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar

Servis Sırası	1	2	3	4	5	6	7	8
Başlangıç turu	1	2	3	4	5	6	7	8
C_i	1	0	0,002	0,498	0,487	0,015	0,25	0,485
d_{0i}		73	73	126	86	92	5	85
T_i		0	0,292	125,496	83,764	2,76	2,5	82,45

$$\sum T_i = 297,262$$

Turun beklenen uzunluğu $= 297.262 + 607 = 904,262$ 'dir.

STARP'ın özel durumunu daha iyi kavrayabilmek için 8 boyutlu problemde araç kapasitesi aynı kalmak koşulu ile başlangıç turumuzu 0-2-4-1-7-5-6-3-8-0 olarak alırsak oluşan taleplerin karşılanma olasılığı Çizelge 5.3'deki gibi olur.

Çizelge 5.3. 0-2-4-1-7-5-6-3-8-0 turu için taleplerin karşılanma olasılığı

p12=1	p23=1	p34=1	p45=1	p56=1	p67=1	p78=1
p13=0,9980	p24=0,9980	p35=0,9980	p46=0,9980	p57=0,9980	p68=0,9980	
p14=0,5	p25=0,5	p36=0,5	p47=0,5	p58=0,5		
p15=0,01267	p26=0,01267	p37=0,01267	p48=0,01267			
p16=2,228E-05	p27=2,228E-05	p38=2,228E-05				
p17=7,162E-09	p28=7,162E-09					
p18=7,6873E-13						

Dikkat edilirse Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.3'deki değerler eşittir. Değerlerin aynı olması, özel durumda, başlangıç turu ne olursa olsun hizmet sırasındaki kırılma olasılıklarının (C_i) hep aynı kalacağını gösterir.

Çizelge 5.4 'de 0-2-4-1-7-5-6-3-8-0 başlangıç turu için C_i ve T_i değerleri yer almaktadır. 0-2-4-1-7-5-6-3-8-0 turunun uzunluğu $L = 514$ birimdir.

Çizelge 5.4. 0-2-4-1-7-5-6-3-8-0 turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar

Servis Sırası	1	2	3	4	5	6	7	8
Başlangıç turu	2	4	1	7	5	6	3	8
C_i	1	0	0,002	0,498	0,487	0,015	0,25	0,485
d_{0i}		126	103	5	86	92	73	85
T_i		0	0,412	4,98	83,764	2,76	36,5	82,45

$$\sum T_i = 210,866$$

Turun beklenen uzunluğu = $210.866 + 514 = 724,866$ 'dır.

Çizelge 5.2 ve Çizelge 5.4'den de görüldüğü gibi STARP'ın özel durumunda, hizmet sırasındaki kırılma olasılıkları (C_i 'ler) başlangıç turundan bağımsız olduğu için problem Atama Problemi (AP) olarak düşünülebilir. Şöyle ki: hizmet sırasındaki kırılma olasılıkları (C_i) maliyet katsayısı olarak kabul edilirse, STARP belirli maliyetleri olan hizmet sıralarına müşteri atanması problemi olarak modellenebilir. STARP'ın özel durumu için doğrusal olmayan 0-1 tamsayılı matematiksel modeli Ek 2'de verilmektedir.

STARP'ın özel durumu için önerilen modelin (Ek 2) doğrusal olmaması, beraberinde yerel minimuma takılma problemini de getirmektedir. Modeli doğrusallaştırırken Gezgin Satıcı Problemi (GSP) modeli temel alınmış ve rota üzerinde her bir müşterinin hizmet sırasını da dikkate alabilmek için Atama Problemi (AP) ile bütünleştirilmiş ve yeni bir doğrusal model oluşturulmuştur.

5.1. STARP Özel Durum için Doğrusal Model

Notasyonlar

- i ($i=1,2,\dots,n$) müşteriler, 0 depo
 r ($r=1,2,\dots,n$) servis sırası

C_r r'ninci servis sırasında rotanın kırılma olasılığı

$d_{i,j}$ i müşterisi ile j müşterisi arasındaki uzaklığı

$$Z_{i,j} = \begin{cases} 1, i \text{ müşterisi } j' \text{ ninci servis sırasında atanmışsa} \\ 0, \text{ aksi halde} \end{cases}$$

$$X_{i,j} = \begin{cases} 1, i \text{ müşterisi'nden } j \text{ müşterisi'ne direk gidiş varsa} \\ 0, \text{ aksi halde} \end{cases}$$

$$MIN \quad A + 2 * B \quad (5.18)$$

s.t.

$$A = \sum_{i=0}^n \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n d_{i,j} * X_{i,j} \quad (5.19)$$

$$B = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_j * d_{0,i} * Z_{i,j} \quad (5.20)$$

$$\sum_{i=0}^n X_{i,j} = 1 \quad \forall_j, j \neq i \quad (5.21)$$

$$\sum_{j=0}^n X_{i,j} = 1 \quad \forall_i, i \neq j \quad (5.22)$$

$$\sum_{i=1}^n Z_{i,j} = 1 \quad \forall_j, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.23)$$

$$\sum_{j=1}^n Z_{i,j} = 1 \quad \forall_i, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5.24)$$

$$X_{0,j} \leq Z_{j,1} \quad \forall_j, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.25)$$

$$X_{j,0} \leq Z_{j,n} \quad \forall_j, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.26)$$

$$X_{0,j} + Z_{j,1} \leq 2 \quad \forall_j, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.27)$$

$$X_{j,0} + Z_{j,n} \leq 2 \quad \forall_j, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.28)$$

$$(X_{i,j} + Z_{i,k} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k+1}}^n Z_{j,l}) \leq 2 \quad \begin{array}{l} \forall_i, (i=1,2,\dots,n) \\ \forall_j, (j=1,2,\dots,n), j \neq i \\ \forall_k, (k=1,2,\dots,n-1) \end{array} \quad (5.29)$$

$$U(i) - U(j) + n * X_{i,j} \leq n - 1 \quad \begin{array}{l} \forall_i, (i=1,2,\dots,n) \\ \forall_j, (j=1,2,\dots,n) \end{array} \quad (5.30)$$

Tüm $X_{i,j}$ ve $Z_{i,j} = 0$ veya 1 ve tüm $U(i) \geq 0$ ve tamsayıdır.

Modelin amaç fonksiyonunda yer alan A , GSP turu maliyetini, $2*B$ ise j. ninci servis sırasına atanan müşterinin rota kırılmasından kaynaklanan depoya gidiş ve dönüş maliyetini gösterir. Eş. 5.21 ve Eş. 5.22 nolu kısıt kümeleri klasik GSP probleminde, Eş. 5.23 ve Eş. 5.24 nolu kısıt kümeleri ise klasik atama probleminde mevcut olan kısıtlardır. Eş. 5.25- Eş. 5.29 nolu kısıtlar 2 problemin bütünleşik olarak çözülmesini sağlarken, Eş. 5.30 numaralı kısıt gezgin satıcı probleminde yer alan alt tur eleme kısıtıdır.

Tek depolu 8 müşterili örneğimiz için doğrusal model LINGO programı ile kodlanmıştır ve bulunan sonuç 0–3–1–4–6–8–5–2–7–0 başlangıç turudur.

Önerilen doğrusal modelin LINGO programı ile kaç boyutlu problemlere kadar optimum çözüm yapabileceğini görebilmek amacıyla, Christofides ve Eilon [40]'un çalışmalarında yer alan 50 boyutlu problem çeşitli boyutlara ayrıştırılarak çözülmüştür. Örneğin çözümü gerçekleştirilen 10 boyutlu problemde (eil10) 50 boyutlu orijinal problemdeki ilk 10 müşterinin koordinatları alınmış ve ilk müşterinin yerleşimi depo olarak kabul edilmiştir. Benzer şekilde 15 boyutlu test problemi için (eil15) ilk müşteri depo kabul edilmiş diğer 14 müşterinin koordinatları test problemini oluşturmuştur. Bütün test problemlerinde müşteri taleplerinin normal dağıldığı $\xi_i = N \sim (\mu, \sigma)$ ve $\frac{\sigma}{\mu} = 0,2$ olduğu varsayılmış ve araç kapasitesi bir müşterinin ortalama talebinin iki buçuk katı $Q = 2, \mu$ olarak alınmıştır. Çizelge 5.5'de test problemlerinin LINGO programı ile çözüm zamanları verilmiştir. Bütün

test problemleri Intel Pentium Dual CPU, 1,8 Ghz ve 2,00 GB ram bulunan bilgisayarda koşturulmuştur.

Çizelge 5.5. Tets problemlerinin LINGO programı ile çözümler zamanları

Problem Adı	Problem Boyutu	Çözüm Zamanı (saniye)
Eil9	9	1 sn
Eil10	10	1 sn
Eil11	11	5 sn
Eil12	12	9 sn
Eil13	13	62 sn
Eil14	14	300 sn
Eil15	15	727 sn
Eil16	16	1025 sn
Eil17	17	7111 sn
Eil18	18	7951 sn
Eil19	19	27621 sn
Eil20	20	74421 sn
Eil25	25	48 saatte sonlandırıldı

Çizelge 5.5 ‘de problem boyutu arttıkça çözümler zamanının üstel olarak arttığı görölmektedir. Bu nedenle doğrusal modelin LINGO programında koşturulması ile ancak küçük boyutlu problemlerin optimum sonuçları elde edilmektedir. Büyük boyutlu problemlerde model çözümleri yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle büyük boyutlu problemlerin çözümlerinde, sezgisel veya meta-sezgisellerin kullanımı hızlı ve etkin sonuçlar üretebilir. Bir sonraki alt bölümde STARP’ın özel durumunda karşılaşılabilecek büyük boyutlu problemlerin çözümleri için Tekrarlı Yerel Arama (TYA) algoritması sunulacaktır.

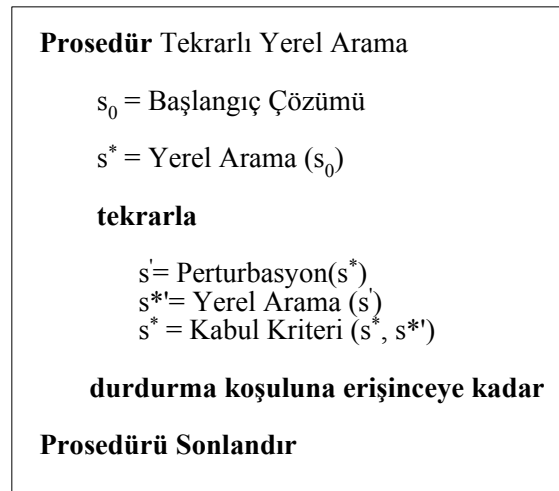
5.2. Tekrarlı Yerel Arama

NP-zor problemler için geliştirilen meta-sezgiseller arasında yer alan TYA sadece etkin çözümler üreten bir algoritma değil aynı zamanda pratikte kolay uygulanabilir bir rassal arama metodudur. Martin vd. [41]’nin GSP için gerçekleştirmiş oldukları

çalışma ilk TYA çalışması olarak referans edilebilir. Lourenço vd. [42] çalışmalarında TYA algoritmasının yapısı ve işleyişi hakkında bilgiler bulunmaktadır. Tekrarlı yerel arama metodunun başarılı olduğu alan sadece GSP problemleri ile sınırlı değildir. Birçok çizelgeleme probleminde de başarılı sonuçlar alınmış çalışmalar mevcuttur. Tek makineli ağırlıklandırılmış gecikme problemi için [43], akış tipi çizelgeleme problemi için [44,45], atölye tipi çizelgeleme problemleri için [46], karesel atama problemi için [47] nolu kaynaklar incelenebilir. Ayrıca diğer uygulama çalışmaları [48]'de mevcuttur.

5.2.1. TYA algoritmasının genel yapısı

TYA algoritması daha önceden de bahsedildiği gibi NP-zor problemler için geliştirilmiş rassal arama metodudur. TYA algoritmasını etkin hale getiren en önemli özelliği yerel optimuma takılan bir çözümün iyi özelliklerini saklayarak arama uzayının başka noktalarına atlayabilmesidir. Bu atlama Perturbasyon (Perturbation) diye tabir edilen süreç ile gerçekleştirilir. TYA algoritmasını uygularken dört bileşen göz önüne alınmalıdır. Bunlar: Başlangıç Çözümü, Yerel Arama, Perturbasyon ve Kabul Kriteri olarak sayılabilir. Şekil 5.1'de TYA'nın genel çalışma prensibi görülebilir.



Şekil 5.1. TYA'nın genel yapısı

Başlangıç çözümü (s_0) tamamen rassal olarak oluşturulabileceği gibi kısmen iyi bir çözümünden de başlanabilir. Ancak bu çalışmada başlangıç çözümünün önce iyileştirilmesine gerek duyulmamış, her deneme için başlangıç çözümü rassal olarak oluşturulmuştur.

5.2.2. Yerel arama

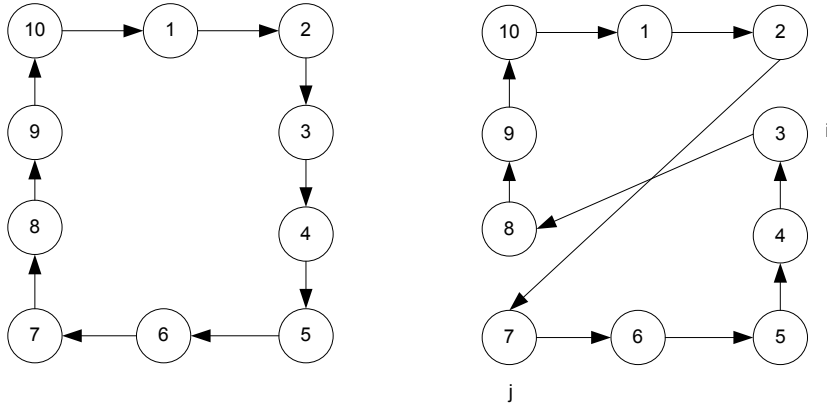
Yerel Arama veya komşuluk arama algoritmaları TYA'nın performansının oldukça duyarlı olduğu kısımdır. Bu çalışmada TYA'nın çözüm etkinliğini arttırmak için 2 farklı yerel arama algoritması kullanılmıştır. Bunlar:

İki Düğüm Değişimi

Tur üzerinde seçilen 2 düğümün yerlerinin değiştirilmesiyle oluşacak iyileştirmeler aranmaktadır [49]. Örneğin $s = 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10$ başlangıç turunda seçilen 2 düğümün $i = 3$ ve $j = 7$ olduğunu varsayarsak oluşacak yeni tur $s' = 1-2-7-4-5-6-3-8-9-10$ olacaktır. $\Delta T_{i,j} = T(s') - T(s)$ elde edilen yeni turun uzunluğu ile başlangıç turunun uzunluğu arasındaki değişimi ifade eder. $\Delta T_{i,j} \leq 0$ ise iyileşme gerçekleşmiştir. Algoritma sonunda en fazla iyileşmenin sağlandığı düğümler yer değiştirilerek yeniden arama işlemi tekrarlanır. Hiçbir iyileşme meydana gelmeyene kadar süreç devam eder.

2p- Opt

2p- Opt algoritmasında verilen bir başlangıç turu (s) için 2 nokta seçilip (i, j), bu iki nokta arasındaki düğümlerin ters çevrilmesiyle oluşacak yeni turda (s') iyileştirme olup olmadığına bakılır [50]. Şekil 5.2'de 2p- Opt algoritmasının işleyişi görülmektedir.

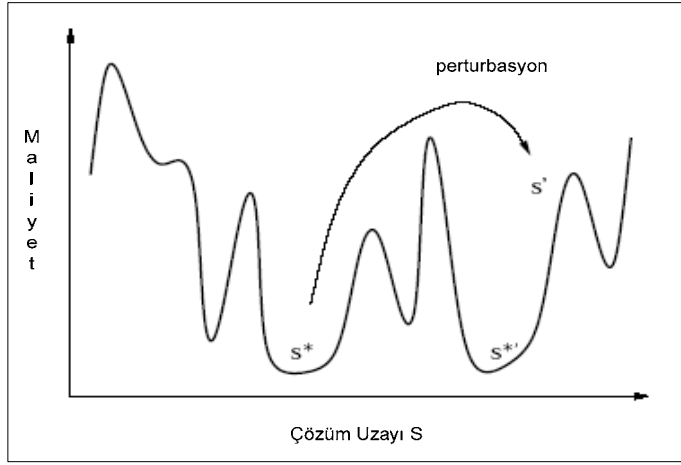


Şekil 5.2. 2p- Opt hareketleri

Şekil 5.2’de $s = 1, 2, \dots, i, i+1, \dots, j, j+1, \dots, n$ (solda) başlangıç turudur. $s' = 1, 2, \dots, i-1, j, j-1, \dots, i, j+1, \dots, n$ (sağda) yeni tur $(i, i+1, \dots, j)$ bölümünün ters çevrilmesiyle oluşmuştur ($n=10, i=3, j=7$).

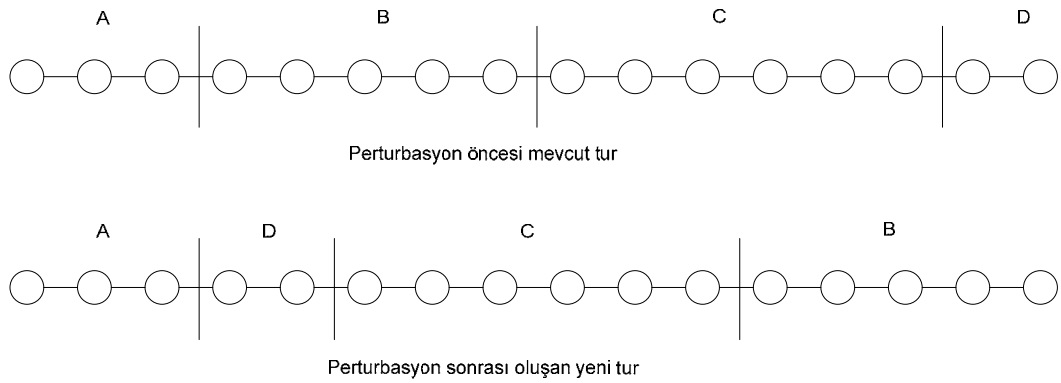
5.2.3. Perturbasyon

Buradaki amaç perturbasyon uygulayarak mevcut çözümü yerel minimumdan kurtarmaktır. Şekil 5.3’de [42], yerel minimum s^* perturbasyona uğratılarak daha kötü bir sonuç olan s' elde edilmektedir. s' ne yerel arama algoritmaları uygulanarak yeni yerel minimum s^* elde edilmektedir. Perturbasyonun çözüm üzerindeki etkisi ne kadar kuvvetli olduğuna bağlıdır. Eğer perturbasyon çok küçük olursa aynı yerel optimuma ulaşmak olasıdır. Eğer perturbasyon çok fazla olursa TYA algoritması rassal başlangıç tipi algoritmalar gibi davranış gösterecektir.



Şekil 5.3. Perturbasyon işlemi

Bu çalışmada STARP'ın özel durumunun TYA ile çözümünde, çift köprü (double bridge) hareketi olarak adlandırılan ve GSP için etkin olan bir perturbasyon mekanizması seçilmiştir [42]. Çift köprü hareketinde mevcut tur rassal 3 noktadan kesilerek oluşturulan alt turlar yeniden farklı biçimde birleştirilir. Şekil 5.4'de perturbasyon mekanizması olarak seçilen çift köprü hareketi görülmektedir.



Şekil 5.4. Çift Köprü hareketi

Perturbasyona uğrayan tur (s^*) yerel arama sezgisellerine tabii tutularak yeni tur ($s^{*'}$) bulunur. Eğer perturbasyona uğrayan turun uzunluğu $T(s^*)$ perturbasyon sonrası yerel aramaya tabii tutulan turun uzunluğundan $T(s^{*'})$ küçükse perturbasyon işlemi s^* üzerinden tekrarlanır, aksi halde $T(s^{*'}) < T(s^*)$ ise yeni turumuz $s^{*'}$

mevcut çözüm olarak kabul edilir ve durdurma koşuluna erişinceye kadar algoritmanın adımları tekrar edilir.

Bu çalışmada durdurma koşulu olarak maksimum iterasyon sayısı belirlenmiş ve algoritma tüm test problemleri için aynı iterasyon sayısı ile sınırlandırılmıştır. İterasyon sayısı perturbasyona uğrayan çözüm sayısı olarak düşünülmüş ve maksimum iterasyon sayısı 1000 olarak belirlenmiştir. Bir sonraki bölümde test problemleri ve sonuçları yer almaktadır.

5.3. Hesaplama Sonuçları

TYA algoritmasının performansını belirlemek için öncelikle [40]'da yer alan 50 boyutluk problemten oluşturulan küçük boyutlu test problemleri için, TYA C# kullanılarak kodlanmış ve LINGO kodları ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.6 'dan da görüldüğü gibi, TYA algoritması küçük boyutlu problemler için çok kısa zamanda LINGO ile elde edilen sonuçları elde edebilmektedir.

Çizelge 5.6. Küçük boyutlu test problemleri için matematiksel model ve TYA algoritması sonuçları

Problem Adı	Araç Kapasitesi	Matematiksel model sonucu	TYA sonucu	TYA Hesaplama Zamanı 1000 iterasyon (sn)
Eil9	Q=2,5 μ	259,896	259,896	0,59
	Q=5 μ	190,126	190,126	
	Q=10 μ	145	145	
Eil10	Q=2,5 μ	301,328	301,33	0,62
	Q=5 μ	214,934	214,934	
	Q=10 μ	160,152	160,152	
Eil11	Q=2,5 μ	320,32	320,322	0,69
	Q=5 μ	235,022	235,022	
	Q=10 μ	180,056	180,056	
Eil12	Q=2,5 μ	349,236	349,236	0,73
	Q=5 μ	239,788	239,788	
	Q=10 μ	197,492	197,492	

Çizelge 5.6. (Devam) Küçük boyutlu test problemleri için matematiksel model ve TYA algoritması sonuçları

Problem Adı	Araç Kapasitesi	Matematiksel model sonucu	TYA sonucu	TYA Hesaplama Zamanı 1000 iterasyon (sn)
Eil13	Q=2,5μ	408,990	408,994	0,77
	Q=5μ	272,364	272,364	
	Q=10μ	216,000	216,000	
Eil14	Q=2,5μ	447,536	447,536	0,82
	Q=5μ	282,344	282,344	
	Q=10μ	227,988	227,988	
Eil15	Q=2,5μ	493,852	493,852	0,88
	Q=5μ	310,268	310,268	
	Q=10μ	248,048	248,048	
Eil16	Q=2,5μ	516,768	516,768	0,94
	Q=5μ	331,812	331,812	
	Q=10μ	255,660	255,660	
Eil17	Q=2,5μ	551,722	551,722	1,02
	Q=5μ	350,912	350,912	
	Q=10μ	259,408	259,408	
Eil18	Q=2,5μ	577,908	577,908	1,09
	Q=5μ	365,130	365,130	
Eil119	Q=2,5μ	633,856	633,856	1,19
	Q=5μ	396,706	396,706	
Eil20	Q=2,5μ	664,300	664,300	1,32

TYA Algoritmasının büyük boyutlu problemlerin çözümünde kullanmak için, literatürdeki Berlin52, Eil51, Eil76, Eil101, A280, KroA100, KroC100, Pr76, Lin105 gezgin satıcı problemleri, müşteri taleplerinin normal dağıldığı varsayılarak,

$(\xi_i = N(\mu : \sigma) \forall_i \quad \frac{\sigma}{\mu} = 0,2)$ stokastik talepli araç rotalama probleminin özel

durumuna dönüştürülmüştür. Bütün test problemlerinde ilk müşteri depo olarak kabul edilmiştir. TYA algoritması Microsoft Visual C# diliyle kodlanmış ve çeşitli araç kapasiteleri için (Q=2,5μ, 5μ, 10μ, 20μ) sonuçlar elde edilmiştir. Her problem seti için algoritma 5 defa çalıştırılmış ve bu 5 denemenin sonunda bulunan en iyi sonuçlar Çizelge 5.7’de verilmiştir. Test problemlerine online olarak TSP-Library’den - [51] erişilebilir.

Çizelge 5.7. Farklı araç kapasiteleri altında TYA algoritması ile bulunan en iyi sonuçlar

Problem Adı	Müşteri Sayısı	Araç Kapasitesi			
		Q=2,5μ	Q=5μ	Q=10μ	Q=20μ
Eil51	51	1669,3	962,35	632,01	490,512
Berlin52	52	27700,498	16385,908	10865,498	8557,894
Eil76	76	2812,25	1550,808	943,856	650,714
Pr76	76	785557,476	408383,298	238931,054	158792,47
KroA100	100	152966,996	80303,686	47105,406	30644,136
KroC100	100	171777,932	88675,256	50903,832	32812,934
Eil101	101	3385,564	1861,12	1143,17	815,756
Lin105	105	178862,26	88474,332	48050,174	28946,026
A280	280	49040,85	23590,382	12443,506	7156,779

Çizelge 5.7'deki sonuçlar araştırmacılar için karşılaştırma olarak kullanılabilir. Daha iyi algoritmalar ve çözüm teknikleri geliştirilerek sonuçlar üzerinde iyileştirmeler sağlanabilir.

Çalışmanın bu bölümünde STARP'da taleplerin her birinin aynı ortalama ve standart sapmaya sahip normal dağılımdan gelmesi durumu $\xi_i = N(\mu, \sigma) \forall_i$ özel bir durum olarak tanımlanmış ve incelenmiştir. Özel durumda kırılma olasılıklarının başlangıç turundan bağımsız olduğu gözlenmiş ve problem Atama Problemi olarak düşünülüp doğrusal olmayan 0-1 tamsayılı matematiksel modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan modelin doğrusal olmaması beraberinde yerel minimuma takılma problemini de getirmektedir. Modeli doğrusallaştırırken Atama Problemi (AP) ile Gezgin Satıcı Problemi (GSP) bütünleştirilmiş ve yeni bir doğrusal model oluşturulmuştur. Her iki matematiksel model LINGO programında kodlanmış ve örnek bir problem üzerinde test edilmiştir. Doğrusal modelle küçük boyutlu problemler ($n = [9, 20]$) çeşitli araç kapasiteleri için optimum olarak çözülmüştür. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için ise TYA algoritması önerilmiştir.

Ayrıca Ek 3’de özel durum ve rassal müşteri taleplerinin normal dağıldığı ancak parametrelerinin farklı olduğu genel durum karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda özel durum haricindeki problemlerin zorluk derecesi oldukça fazla çıkmıştır. Özel durum için önerilen matematiksel modellerin genel durum veya ara durumlar için geçerli olmadığı da görülmüştür.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Araç rotalama problemleri (ARP) depolardan müşterilere, talep edilen ürünlerin araç filoları vasıtasıyla taşınması olarak düşünülebilir. ARP'ler çözülürken tüm müşterilere hizmet veren en iyi rota kümeleri, operasyonel kısıtlar (araç kapasitesi, zaman kısıtları, sürücülerin maksimum çalışma zamanları gibi) dikkate alınarak bulunur. Günümüzde ARP'ler tedarik zinciri ve dağıtım sistemlerinin anahtar konusudur. Bu nedenle dinamik, stokastik ve daha fazla kısıta sahip rotalama modellerine ilgi hızla artmaktadır. Böylece ARP'ler karmaşık yapıya sahip amaç fonksiyonlarıyla ifade edilmektedir.

Stokastik bilgiye odaklanan modeller literatürde Stokastik Araç Rotalama Problemleri (SARP) olarak bilinmektedirler. SARP'larda problemin elemanları -ziyaret edilecek müşteri kümesi, müşteri talepleri veya seyahat zamanları- bilinen bir olasılık dağılımından gelen rassal değişkenler olarak modellenirler.

Yapılan çalışmada stokastik talepli araç rotalama problemi (STARP) ele alınmıştır. STARP' da sonlu kapasiteye sahip bir araç depodan tam yüklenmiş olarak hareket eder ve gerçek talepleri ancak müşteriye ulaşıldığında elde edilen, müşteri kümesine hizmet verir. Taleplerdeki belirsizlik yüzünden tüm müşterilerin talepleri tam olarak karşılanamadan, bazı noktalarda araç kapasitesinin aşılmasından dolayı rota kırımları oluşabilir. Bu gibi durumlarda müşterilerin talep bilgisine ve dağıtım firmasının politikalarına bağlı olarak yardımcı (recourse) eylemler geliştirilir.

STARP için literatürdeki çalışmaların büyük bir kısmında müşteri taleplerinin kesikli dağılımlardan geldiği kabul edilmiş ve bu kabul altında, problemin çözümü için matematiksel modeller ve çeşitli sezgisel metotlar geliştirilmiştir. Kesikli dağılım kullanılarak gerçekleştirilen matematiksel model ve metotlar, müşteri taleplerinin sürekli normal dağılımdan geldiği STARP için geçerli değildir. Bu çalışmada ise STARP' da müşteri taleplerinin normal dağıldığı kabul edilmiş ve bu kabul altında verilen başlangıç turunun beklenen maliyetini etkin olarak hesaplayan yeni bir

fonksiyon (olasılıklı fonksiyon) önerilmiştir. Önerilen fonksiyonun doğruluğu Monte Carlo tekniği kullanılarak gösterilmiştir.

Önerilen olasılıklı fonksiyonla, başlangıç turunun uzunluğunu etkin olarak hesaplanmış, ancak gerekli işlem sayısı fazla olduğundan belirli bir kırılma sayısının üzerine çıkılamamıştır ($k \leq 4$). Bu sebeple fonksiyonun sezgisel metotlarda kullanılabilirliğini sağlamak ve kırılma sayısını serbest bırakmak için olasılıklı fonksiyon yeniden tasarlanmış ve alternatif bir beklenen tur hesaplama fonksiyonu geliştirilmiştir. Olasılıklı fonksiyonda n boyutlu bir stokastik talepli araç rotalama probleminde her hangi bir başlangıç turunun beklenen uzunluğu hesaplanırken 2^n adet işlem yapılması gerekirken, yeni fonksiyonda bu sayı n^2 'ye düşürülmüştür. Diğer bir ifade ile olasılıklı fonksiyonda işlem sayısı, problem boyutu arttıkça üstel olarak artarken, hızlandırılmış fonksiyonda işlem sayısı polinomial olarak artar. Ayrıca hızlandırılmış fonksiyon, olasılıklı fonksiyonda hesaplama sayısını direk olarak ilgilendiren muhtemel kırılma sayısından bağımsız hale getirilmiştir.

Fonksiyonun hızlandırılmasına ek olarak çalışmanın dördüncü bölümünde başlangıç turunun beklenen uzunluğunu azaltmak amacıyla, -literatürde, müşteri taleplerinin normal dağıldığı varsayımı için mevcut olmayan- koruyucu stok politikasının denenmesine karar verilmiş, ve bunun için 3 sezgisel prosedür geliştirilmiştir. Bu sezgiseller “İlk Gelişim”, “Maksimum Gelişim” ve “Şans Kısıtına Bağlı Gelişim” olarak adlandırılmış ve çeşitli problemler üzerinde test edilmiştir. En iyi sonuçların “Şans Kısıtına Bağlı Gelişim” ile elde edildiği gözlenmiştir.

Çalışmanın son kısmında özel durum olarak tanımladığımız stokastik taleplerin her birinin aynı ortalama ve standart sapmaya sahip normal dağılımdan gelmesi durumu incelenmiştir. Özel durumda kırılma olasılıklarının başlangıç turundan bağımsız olduğu gözlenmiş ve problem önce Atama Problemi olarak düşünülüp doğrusal olmayan 0-1 tamsayılı matematiksel modeli oluşturulmuştur. Doğrusal olmayan matematiksel modelin yerel minimuma takılabileceği göz önüne alınarak model doğrusallaştırılmıştır. Doğrusallaştırma işlemi Atama Problemi (AP) ile Gezgini

Satıcı Problemi'nin (GSP) bütünleştirilmesiyle gerçekleştirilmiştir. Matematiksel modeller LINGO paket programı ile modellenmiş ve TSP-Library'den alınan eil50 probleminin ayrıştırılması ile elde edilen küçük boyutlu problemler için koşturulmuştur. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için ise TYA algoritması önerilmiştir. TYA algoritması C# kullanılarak kodlanmış ve küçük boyutlu problemlerde, LINGO sonuçları ve TYA algoritma sonuçları karşılaştırılarak algoritmanın etkinliği gösterilmiştir. Büyük boyutlu problemler literatürde iyi bilinen bazı gezgin satıcı problemlerinin (TSP-Library), stokastik talepli araç rotalama probleminin özel durumuna dönüştürülmesiyle elde edilmiştir.

Bu çalışmada STARP' ın özel durumu dışında üretilen test problemlerinin optimal sonuçlarıyla ilgilenilmemiştir. Problemler sadece beklenen tur hesaplama fonksiyonlarının doğruluğunu ispatlamak amacıyla kullanılmıştır. İleriki çalışmalarda üretilen test problemleri için çeşitli meta sezgiseller ve arama algoritmaları kullanarak iyi sonuçlar bulunabilir. Çalışmada kullanılan basit yardımcı eylem ve koruyucu stoklama politikasının yanı sıra diğer yardımcı eylemlerde ileriki çalışmalarda yer alabilir. Ayrıca bu tez çalışmasında müşteri taleplerinin tek bir ürüne yönelik olduğu varsayılmış ve buna göre beklenen tur hesaplama fonksiyonları geliştirilmiştir. İleride literatürde az çalışılmış bir konu olan, çok ürünlü stokastik talepli araç rotalama problemi üzerine çalışılması ve önerilen fonksiyonların bu problem tipine de uyarlanması düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

1. Laporte, G., "The Vehicle Routing Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms", *European Journal of Operational Research*, 59, 345–358 (1992).
2. Golden, B. L., Assad, A. A., (eds.), "Vehicle Routing: Methods and Studies", *North-Holland*, Amsterdam, 31-55 (1988).
3. Toth, P., Wigo, D., "Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem", *Discrete Applied Mathematics*, 123 : 487-512 (2002).
4. Fisher, M., L., "Optimal solution of vehicle routing problems using minimum K-trees", *Operations Research*, 42 (4): 626-642 (1994).
5. Laporte, G., Osman, I. H., "Routing problems: a bibliography", *Annals of Operations Research*, 61: 227–262 (1995).
6. Gendreau, M., Laporte, G., Seguin, R., "Stochastic Vehicle Routing", *European Journal Of Operational Research*, 88 (1): 3-12 (1996).
7. Dror, M., Ball, M. O., Golden, B. L., "Computational Comparison of Algorithms for Inventory Routing Problem", *Annals of Operations Research*, 4 (1): 3–23 (1985).
8. Lambert, V., Laporte, G., Louveaux, F. V., "Designing Collection Routes through Bank Branches", *Computers and Operations Research*, 20 (7): 783–791 (1993).
9. Larson, R. C., "Transportation of Sludge to the 106-Mile Site: An Inventory Routing Algorithm for Fleet sizing and Logistic System Design", *Transportation Science*, 22 (3): 186–198 (1988).
10. Yang, W. H., "Stochastic Vehicle Routing with Optimal Restocking", *PhD thesis, Case Western Reserve University*, Cleveland, OH, U.S.A. 16-18 (1996).
11. Laporte, G., Louveaux, F., Hamme L. V., "An integer L-shaped algorithm for the capacitated vehicle routing problem with stochastic demands", *Operationas Research*, 50: 415-423 (2002).
12. Gendreau, M., Laporte, G., S'eguın, R., "An exact algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands and customers", *Transportation Science*, 29 (2): 143–155 (1995).
13. Stewart, W., R., Golden, B., L., "Stochastic vehicle routing : A comprehensive approach", *European Journal Of Operational Research*, 14: 371-385 (1983).

14. Dror, M., Trudeau, P., "Stochastic vehicle routing with modified savings algorithm", *European Journal of Operational Research*, 23: 228-235 (1986).
15. Dror, M., Laporte, G., Trudeau, P., "Vehicle routing with stochastic demands; Properties and solution frameworks", *Transportation Science*, 23 (3): 166-176 (1989).
16. Teodorovi'c, D., Pavkovi'c, G., "A simulated annealing technique approach to the vehicle routing problem in the case of stochastic demand", *Transportation Planning and Technology*, 16: 261-273 (1992).
17. Ak, A., Erera, A. L., "A Paired-Vehicle Recourse Strategy for the Vehicle-Routing Problem with Stochastic Demands", *Transportation Science*, 41: 222 – 237 (2007).
18. Bertsimas, D. J., Chervi, P., Peterson, M., "Computational approaches to stochastic vehicle routing problems." *Transportation Science*, 29 (4): 342-352 (1995).
19. Yang, W., Mathur, K., Ballou, R. H., "Stochastic vehicle routing problem with restocking", *Transportation Science*, 34 (1): 99-112 (2000).
20. Secomandi, N., "Comparing neuro-dynamic programming algorithms for the vehicle routing problem with stochastic demands", *Computers and Operations Research*, 27 (5): 1171-1200 (2000).
21. Secomandi, N., "A rollout policy for the vehicle routing problem with stochastic demands", *Operations Research*, 49 (5): 796-802 (2001).
22. Charnes, A., Cooper, W. W., "Chance-constrained programming", *Management Science*, 6: 73-79 (1959).
23. Charnes, A., Cooper, W. W., "Chance constraints and normal deviates", *The American Statistical Association Journal*, 57: 134-148 (1962).
24. Charnes, A., Cooper, W. W., "Deterministic equivalents for optimizing and satisficing under chance constraints", *Operations Research*, 11: 18-39 (1963).
25. Laporte, G., Louveaux, F., Mercure, H., "Models and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems", *European Journal Of Operational Research*, 39 : 71-78 (1989).
26. Baykoç, Ö. F., İşleyen, S. K., "Stokastik Talepli Araç Rotalama Problemi için Şans Kısıtı Yaklaşımı", *Teknoloji*, 10 (1): 31-39 (2007).

27. Tong, Z., Ning, L., Debao, S., “Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows with Uncertain Vehicle Number”, **Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation**, Hangzhou, P.R. China, 2846-2849 (2004).
28. Bastian, C., Kan, R., “The stochastic vehicle routing problem revisited”, *European Journal Of Operational Research*, 56: 407-412 (1992).
29. Tilman, F., “The multiple terminal delivery problem with probabilistic demands”, *Transportation Science*, 3: 192-204 (1969).
30. Clarke, G., Wright, J. W., “Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points”, *Operations Research*, 12: 568-581 (1964).
31. Gendreau, M., Laporte, G., S’eguín, R., “A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with stochastic demands and customers”, *Operations Research*, 44 (3): 469-477 (1996).
32. Bertsimas, D. J., “A vehicle routing problem with stochastic demand”, *Operations Research*, 40 (3) :574–585 (1992).
33. Haimovitch, M., Rinnooy Kan, A., “Bounds and heuristics for capacitated routing problems”, *Mathematics of Operations Research*, 10: 527–542 (1985).
34. Tan, K. C., Cheong, C. Y., Goh, C. K., “Solving multiobjective vehicle routing problem with stochastic demand via evolutionary computation”, *European Journal of Operational Research*, 17: 813-839 (2007).
35. Teng, S., Ong, H. L., Huang, H.C., “A comparative study of metaheuristics for vehicle routing problem with stochastic demands”, *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 20: 103-119 (2003).
36. Bianchi, L., Birattari, M., Manfrin, M., Mastrolilli, M., Paquete, L., Rossi-Doria, O., Schiavinotto, T., “Hybrid Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand.”, *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 5: 91-110 (2006).
37. Novoa, C., Storer, R., “An approximate dynamic programming approach for the vehicle routing problem with stochastic demands”, *European Journal of Operational Research*, basımda (2008).
38. Isleyen, S. K., Baykoc, O. F., “An efficiently novel model for vehicle routing problems with stochastic demands,” *Asia Pacific Journal of Operational Research*, basımda (2008).
39. Law, A. M., Kelton W. D., “Simulation Modeling and Analysis”, *McGraw-Hill Book Company*, Singapore, 532-538 (2000).

40. Christofides, N., Eilon S., “An algorithm for the Vehicle Dispatching Problem”, ***Operational Research Quarterly***, 20 (3): 309-318 (1969).
41. Martin, O., Otto, S. W., Felten, E. W., “Large-step Markov chains for the TSP incorporating local search heuristics”, ***Operations Research Letters***, 11: 219–224 (1992).
42. Lourenço, H. R., Martin, O. C., Stützle, T., “A beginner’s introduction to iterated local search”, ***In:Proceedings of 4th Metaheuristics International Conference***, 1-6 (2001).
43. Congram, R. K., Potts, C. N., Van de Velde, S. L., “An Iterated Dynasearch Algorithm for the Single-Machine Total Weighted Tardiness Scheduling Problem”, ***Inform Journal On Computing***, 14 (1): 52-67 (2002).
44. Stützle, T., “Applying iterated local search to the permutation flow shop problem.” **Technical Report AIDA-98-04**, FG Intellektik, TU Darmstadt, 23 (1998).
45. Yang, Y., Kreipl, S., Pinedo, M., “Heuristics for minimizing total weighted tardiness in flexible flow shops”, ***Journal of Scheduling***, 3 (2): 89-108 (2000).
46. Balas, E., Vazacopoulos, A., “Guided Local Search with Shifting Bottleneck for Job Shop Scheduling”, ***Management Science***, 44 (2): 262-275 (1998).
47. Stützle, T., “Iterated local search for the quadratic assignment problem”, ***European Journal of Operational Research***, 174 (3): 1519-1539 (2006).
48. Lourenço, HR., Martin, O. C., Stützle, T., “Handbooks of Metaheuristics”, Editor : Fred Glover, ***Kluwer Academic Publishers***, 321-353 (2002).
49. Ascheuer, N., Fischetti, M., Grötschel, M., “ Solving the Asymmetric Travelling salesman problem with time windows by branch-and-cut”, ***Mathematical programming***, 90 (3): ,475-506 (2001).
50. Bianchi, L., Knowles, J., Bowler, N., “Local search for the probabilistic traveling salesman problem: Correction to the 2-p-opt and 1-shift algorithms”, ***European Journal Of Operational Research***, 162 : 206-2192 (2005).
51. Internet: TSP-Library, “Symmetric traveling salesman problem” <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/> (2008).

EKLER

EK-1 Test problemlerinin verileri

Çizelge 1.1. Onbeş Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y_kordinatı	Talep
0	1	1	0
1	67	51	32
2	72	99	31
3	49	85	50
4	83	1	30
5	82	38	36
6	73	77	39
7	4	28	22
8	70	74	41
9	80	64	45
10	20	38	30
11	56	49	26
12	97	49	32
13	30	34	37
14	58	92	42
15	5	62	29

Çizelge 1.2. Yirmi Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y_kordinatı	Talep
0	1	1	0
1	67	77	26
2	72	28	32
3	49	74	37
4	83	64	42
5	82	38	29
6	73	49	41
7	4	49	45
8	70	34	28
9	80	92	45
10	20	62	48
11	56	40	26
12	97	36	32
13	30	97	39
14	58	33	38
15	5	52	22
16	51	63	21
17	99	10	32
18	85	69	39
19	1	81	23
20	38	33	28

EK-1 (Devam) Test problemlerinin verileri

Çizelge 1.3. Yirmibeş Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y_kordinatı	Talep
0	1	1	0
1	67	49	26
2	72	49	32
3	49	34	39
4	83	92	38
5	82	62	22
6	73	40	21
7	4	36	32
8	70	97	39
9	80	33	23
10	20	52	28
11	56	63	24
12	97	10	22
13	30	69	26
14	58	81	36
15	5	33	34
16	51	21	22
17	99	41	22
18	85	55	45
19	1	73	27
20	38	29	30
21	77	71	20
22	28	81	24
23	74	28	47
24	64	82	22
25	38	92	37

EK-1 (Devam) Test problemlerinin verileri

Çizelge 1.4. Otuz Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y_kordinatı	Talep
0	1	1	0
1	67	40	24
2	72	36	22
3	49	97	26
4	83	33	36
5	82	52	34
6	73	63	22
7	4	10	22
8	70	69	45
9	80	81	27
10	20	33	30
11	56	21	20
12	97	41	24
13	30	55	47
14	58	73	22
15	5	29	37
16	51	71	23
17	99	81	25
18	85	28	41
19	1	82	48
20	38	92	31
21	77	22	36
22	28	41	29
23	74	64	21
24	64	58	26
25	38	10	36
26	49	5	49
27	49	41	39
28	34	62	31
29	92	10	44
30	62	29	39

EK-1 (Devam) Test problemlerinin verileri

Çizelge 1.5. Otuzbeş Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y_kordinatı	Talep
0	1	1	0
1	67	63	20
2	72	10	24
3	49	69	47
4	83	81	22
5	82	33	37
6	73	21	23
7	4	41	25
8	70	55	41
9	80	73	48
10	20	29	31
11	56	71	36
12	97	81	29
13	30	28	21
14	58	82	26
15	5	92	36
16	51	22	49
17	99	41	39
18	85	64	31
19	1	58	44
20	38	10	39
21	77	5	45
22	28	41	30
23	74	62	27
24	64	10	49
25	38	29	50
26	49	15	49
27	49	8	34
28	34	22	24
29	92	54	28
30	62	48	44
31	40	9	37
32	36	8	21
33	97	81	31
34	33	24	39
35	52	34	26

EK-1 (Devam) Test problemlerinin verileri

Çizelge 1.6. Kırk Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y_kordinatı	Talep
0	1	1	0
1	67	21	36
2	72	41	29
3	49	55	21
4	83	73	26
5	82	29	36
6	73	71	49
7	4	81	39
8	70	28	31
9	80	82	44
10	20	92	39
11	56	22	45
12	97	41	30
13	30	64	27
14	58	58	49
15	5	10	50
16	51	5	49
17	99	41	34
18	85	62	24
19	1	10	28
20	38	29	44
21	77	15	37
22	28	8	21
23	74	22	31
24	64	54	39
25	38	48	26
26	49	9	50
27	49	8	48
28	34	81	41
29	92	24	49
30	62	34	47
31	40	1	45
32	36	14	26
33	97	89	33
34	33	7	28
35	52	55	42
36	63	10	32
37	10	17	46
38	69	70	25
39	81	92	22
40	33	38	35

EK-1 (Devam) Test problemlerinin verileri

Çizelge 1.7. Kırkbeş Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y-kordinatı	Talep	Müşteri No	x-kordinatı	y-kordinatı	Talep
0	1	1	0	26	49	1	32
1	67	71	45	27	49	14	46
2	72	81	30	28	34	89	25
3	49	28	27	29	92	7	22
4	83	82	49	30	62	55	35
5	82	92	50	31	40	10	32
6	73	22	49	32	36	17	29
7	4	41	34	33	97	70	39
8	70	64	24	34	33	92	28
9	80	58	28	35	52	38	50
10	20	10	44	36	63	54	50
11	56	5	37	37	10	31	41
12	97	41	21	38	69	5	25
13	30	62	31	39	81	20	39
14	58	10	39	40	33	52	44
15	5	29	26	41	21	94	26
16	51	15	50	42	41	64	41
17	99	8	48	43	55	39	29
18	85	22	41	44	73	80	39
19	1	54	49	45	29	63	24
20	38	48	47				
21	77	9	45				
22	28	8	26				
23	74	81	33				
24	64	24	28				
25	38	34	42				

EK-1 (Devam) Test problemlerinin verileri

Çizelge 1.8. Elli Müşterili Test Probleminin Verileri

Müşteri No	x-kordinatı	y-kordinatı	Talep	Müşteri No	x-kordinatı	y-kordinatı	Talep
0	1	1	0	26	49	10	50
1	67	22	37	27	49	17	41
2	72	41	21	28	34	70	25
3	49	64	31	29	92	92	39
4	83	58	39	30	62	38	44
5	82	10	26	31	40	54	26
6	73	5	50	32	36	31	41
7	4	41	48	33	97	5	29
8	70	62	41	34	33	20	39
9	80	10	49	35	52	52	24
10	20	29	47	36	63	94	38
11	56	15	45	37	10	64	29
12	97	8	26	38	69	39	22
13	30	22	33	39	81	80	42
14	58	54	28	40	33	63	46
15	5	48	42	41	21	83	49
16	51	9	32	42	41	34	48
17	99	8	46	43	55	26	20
18	85	81	25	44	73	95	43
19	1	24	22	45	29	96	29
20	38	34	35	46	71	96	48
21	77	1	32	47	81	47	21
22	28	14	29	48	28	15	42
23	74	89	39	49	82	27	47
24	64	7	28	50	92	80	41
25	38	55	50				

EK-2 STARP özel durum için doğrusal olmayan atama modeli

Notasyonlar

- i ($i=1,2,\dots,n$) müşteriler, 0 depo
 r ($r=1,2,\dots,n$) servis sırası
 C_r r 'ninci servis sırasında rotanın kırılma olasılığı
 $d_{i,j}$ i müşterisi ile j müşterisi arasındaki uzaklığı
 $X_{i,r} = \begin{cases} 1, & i \text{ müşterisi } r\text{'ninci servis sırasına atanmışsa} \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$

$$MIN \quad 2 * A + B + C \quad (2.1)$$

s.t.

$$A = \sum_{r=1}^n C_r * \sum_{i=1}^n d_{0,i} * X_{i,r} \quad (2.2)$$

$$B = \sum_{i=1}^n d_{0,i} * X_{i,1} + \sum_{i=1}^n d_{0,i} * X_{i,n} \quad (2.3)$$

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n d_{i,j} * \sum_{r=1}^{n-1} X_{i,r} * X_{j,r+1} \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{i,r} = 1 \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (2.5)$$

$$\sum_{r=1}^n X_{i,r} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.6)$$

Amaç fonksiyonunda yer alan $2*A$ r 'ninci servis sırasındaki müşterinin rota kırılmasından kaynaklanan depoya gidiş ve dönüş maliyetini, B ilk servis sırasına atanan ve son servis sırasına atanan müşterilerin depoya olan uzaklıklarını, C ise ard arda servis sıralarına atanan müşterilerin aralarındaki uzaklığı gösterir.

EK-2 (Devam) STARP özel durum için doğrusal olmayan atama modeli

Eş. 2.5'deki kısıt kümesi bir servis sırasına birden fazla müşteri atanmamasını sağlarken, Eş. 2.6'deki kısıt kümesi bir müşterinin birden fazla servis sırasına atanmasını engeller.

Tek depolu 8 müşterili örneğimiz için model LINGO programı ile kodlanmıştır ve bulunan sonuç (0-3-1-4-6-8-5-2-7-0) Çizelge 2.1'dedir.

Çizelge 2.1. 0-3-1-4-6-8-5-2-7-0 turu için rota kırılma olasılıkları ve kırılmalardan kaynaklanan uzunluklar

Servis Sırası	1	2	3	4	5	6	7	8
Başlangıç turu	3	1	4	6	8	5	2	7
C_i	1	0	0,002	0,498	0,487	0,015	0,25	0,485
d_{0i}		103	126	92	85	86	73	5
T_i		0	0,412	4,98	83,764	2,76	36,5	82,45

0-3-1-4-6-8-5-2-7-0 turunun uzunluğu 287 birimdir

$$\sum T_i = 218,856$$

Toplam beklenen maliyet 505,856

Ek-3 Özel durum ve genel durumun karşılaştırılması

Özel durumda, stokastik taleplerin her birinin aynı ortalama ve standart sapmaya sahip normal dağılımdan geldiği kabul edilmiştir $\xi_i = N(\mu, \sigma) \forall_i$. Özel durumda, başlangıç turu ne olursa olsun hizmet sırasındaki kırılma olasılıkları hep aynıdır. Bir başka deyişle kırılma olasılıkları başlangıç turundan bağımsızdır.

Stokastik talepli araç rotalama problemi için uygun bir çözüm her durumda (özel-genel) depodan başlayan ve depoda sonlanan tur için müşterilerin permutasyonudur $s=(s(0), s(1), \dots, s(n), s(0))$. Bunun anlamı n boyutlu bir STARP için $n!$ kadar çözüm vardır demektir. Amaç $n!$ çözüm arasından minimum uzunluğa sahip olan turu bulmaktır. STARP’ da taleplerdeki belirsizlik yüzünden tüm müşterilerin talepleri tam olarak karşılanamadan, bazı noktalarda araç kapasitesinin aşılmasından dolayı rota kırılmaları oluşabilir. Bu çalışmada verilen bir başlangıç turu için bu rota kırılmaları olasılıkları ifade edilmektedir.

Genel durum olarak adlandırılan normal dağılan taleplerin her birinin parametrelerinin birbirinden farklı olması durumunda, her başlangıç turunda kırılma olasılıkları birbirinden farklıdır başka bir ifade ile n boyutlu bir STARP için $n!$ kadar olasılık tablosu vardır. Örnek olarak 4 müşteri ve 1 depodan oluşan problem Çizelge 3.1’de ele alınmıştır.

Çizelge 3.1. Dört müşterili STARP’ ın verileri

Müşteri No	x_coord	y_coord	ortalama talep μ_i	Standart sapma σ_i
0 (depo)	1	1	0	0
1	73	30	35	7
2	33	15	30	6
3	57	78	25	5
4	1	77	20	4

Çizelge 3.2’de Tüm başlangıç turları ($4!=24$), bu turlarda oluşabilecek rota kırılma olasılıkları ve beklenen tur uzunlukları görülebilir ($Q = 56$).

Ek-3 (Devam) Özel durum ve genel durumun karşılaştırılması

Çizelge 3.2. Dört müşteri STARP için genel durumda tüm mümkün rotalar ve kırılma olasılıkları

Başlangıç Turu	Rota kırılma olasılıkları				Beklenen tur uzunluğu
1 2 3 4	0	0,836	0,539	0,472	552,674
1 2 4 3	0	0,836	0,332	0,67	578,284
1 3 2 4	0	0,679	0,625	0,491	589,392
1 3 4 2	0	0,679	0,344	0,715	521,348
1 4 2 3	0	0,451	0,639	0,642	631,262
1 4 3 2	0	0,451	0,563	0,683	545,332
2 1 3 4	0	0,836	0,732	0,296	575,488
2 1 4 3	0	0,836	0,539	0,48	618,544
2 3 1 4	0	0,449	0,855	0,527	613,794
2 3 4 1	0	0,449	0,555	0,692	599,622
2 4 1 3	0	0,203	0,887	0,715	642,078
2 4 3 1	0	0,203	0,791	0,745	587,366
3 1 2 4	0	0,679	0,888	0,291	547,316
3 1 4 2	0	0,679	0,621	0,503	572,526
3 2 1 4	0	0,449	0,925	0,49	617,21
3 2 4 1	0	0,449	0,627	0,655	624,914
3 4 1 2	0	0,043	0,971	0,841	531,882
3 4 2 1	0	0,043	0,951	0,844	546,77
4 1 2 3	0	0,451	0,924	0,491	595,326
4 1 3 2	0	0,451	0,85	0,532	584,096
4 2 1 3	0	0,203	0,965	0,69	630,85
4 2 3 1	0	0,203	0,873	0,72	634,4
4 3 1 2	0	0,043	0,981	0,839	480,936
4 3 2 1	0	0,043	0,961	0,842	526,792

Çizelge 3.2’den de görüleceği üzere genel durum da her bir başlangıç turu için kırılma olasılıkları birbirinden farklıdır.

Özel durum olarak adlandırılan, stokastik taleplerin her birinin aynı ortalama ve standart sapmaya sahip normal dağılımdan geldiği durumda ise $\xi_i = N(\mu : \sigma) \forall_i$ başlangıç turu ne olursa olsun hizmet sırasındaki kırılma olasılıkları hep aynıdır. Başka bir ifade ile kırılma olasılıkları başlangıç turundan bağımsızdır. Dört boyutlu STARP problemini müşteri taleplerinin tamamının ortalaması 30 ve standart sapması 6 birim olan normal dağılımdan geldiği $\xi_i = N(30 : 6)$ kabul edilerek özel duruma

Ek-3 (Devam) Özel durum ve genel durumun karşılaştırılması

uyarlanırsa, oluşabilecek rota kırılma olasılığı ve beklenen tur uzunlukları çizelge 3.3’de görülebilir.

Çizelge 3.3. Dört müşteri STARP için özel durumda tüm mümkün rotalar ve kırılma olasılıkları (Q=56)

Başlangıç Turu	Rota kırılma olasılıkları				Beklenen tur uzunluğu
1 2 3 4	0	0,681	0,782	0,75	630,25
1 2 4 3					651,034
1 3 2 4					640,13
1 3 4 2					590,754
1 4 2 3					696,752
1 4 3 2					626,592
2 1 3 4					629,816
2 1 4 3					682,6
2 3 1 4					680,382
2 3 4 1					687,254
2 4 1 3					705,004
2 4 3 1					659,092
3 1 2 4					609,976
3 1 4 2					614,6
3 2 1 4					650,662
3 2 4 1					679,534
3 4 1 2					593,004
3 4 2 1					617,252
4 1 2 3					670,476
4 1 3 2					622,316
4 2 1 3					647,162
4 2 3 1					655,25
4 3 1 2					564,882
4 3 2 1					621,13

Çizelge 3.3’den de görüleceği üzere özel durum da her bir başlangıç turu için tek bir kırılma olasılığı mevcuttur. Böylece özel durum matematiksel olarak modellenebilmektedir (Bölüm 5).

Genel durum ile özel durum arasında bir geçiş yapabilmek veya genel durumla özel durum arasında kalan bir STARP’ın durumun zorluk derecesini görebilmek amacıyla

Ek-3 (Devam) Özel durum ve genel durumun karşılaştırılması

4 boyutlu örneğimizde ilk üç müşterinin taleplerinin $\xi_i = N(30,6)$ ($i=1,2,3$) ve son müşterinin (4. müşteri) talebinin $\xi_4 = N(20,4)$ olduğu varsayalım. Bu durum müşteri taleplerinden biri diğerlerinden farklı olduğu için özel durum değildir, ancak 1 müşteri dışında diğer müşterilerin talepleri aynı olduğu için genel durum da değildir. Böyle bir özel duruma yakın ara durumda oluşabilecek rota kırılma olasılıkları ve beklenen tur uzunlukları Çizelge 3.4’de görülebilir.

Çizelge 3.4. Dört müşteri STARP için ara durumda tüm mümkün rotalar ve kırılma olasılıkları (Q=56)

Başlangıç Turu	Rota kırılma olasılıkları				Beklenen tur uzunluğu
1 2 3 4	0	0,681	0,782	0,372	572,794
1 3 2 4					582,674
2 1 3 4					572,36
2 3 1 4					622,926
3 1 2 4					552,52
3 2 1 4					593,206
1 2 4 3	0	0,681	0,451	0,636	579,062
1 3 4 2					532,462
2 1 4 3					610,628
2 3 4 1					619,158
3 2 4 1					611,438
3 1 4 2					556,308
1 4 2 3	0	0,203	0,833	0,734	624,626
1 4 3 2					562,506
2 4 1 3					637,264
2 4 3 1					593,63
3 4 1 2					527,184
3 4 2 1					545,67
4 1 2 3	0	0,203	0,93	0,703	597,338
4 1 3 2					572,578
4 2 1 3					627,86
4 2 3 1					642,578
4 3 1 2					493,86
4 3 2 1					533,338

Çizelge 5.4’de 24 başlangıç turu için 4 farklı rota kırılma olasılığı meydana gelmiştir. Bu noktadan hareketle n boyutlu bir STARP için (n-1) adet müşterinin talebi aynı ve 1 müşterinin talebi farklı olursa oluşabilecek rota kırılma olasılıkları

Ek-3 (Devam) Özel durum ve genel durumun karşılaştırılması

$\frac{n!}{(n-1)!} = n$ tanedir. Son olarak 4 boyutlu STARP örneğinde 1. ve 2. müşterinin taleplerinin $\xi_i = N(30:6)$ ve 3. 4. müşterilerin taleplerinin $\xi_4 = N(20:4)$ olduğu varsayılın. Çizelge 3.5’de bu durumda oluşabilecek rota kırılma olasılıkları ve beklenen tur uzunlukları görülebilir.

Çizelge 3.5. Dört müşteri STARP için ara durumda tüm mümkün rotalar ve kırılma olasılıkları (Q=56)

Başlangıç Turu	Rota kırılma olasılıkları				Beklenen tur uzunluğu
1 2 3 4	0	0,681	0,451	0,519	532,248
1 3 2 4					556,832
1 2 4 3					531,814
1 3 4 2					588,398
2 1 3 4	0	0,203	0,833	0,327	488,584
3 1 2 4					547,296
3 2 4 1					559,934
2 1 4 3					533,222
2 3 1 4	0	0,203	0,753	0,391	470,396
3 2 1 4					523,296
2 3 4 1					536,022
3 1 4 2					524,922
1 4 2 3	0	0,203	0,93	0,257	470,832
2 4 1 3					565,354
4 1 2 3					512,598
4 2 1 3					543,12
1 4 3 2	0	0,203	0,794	0,366	514,976
2 4 3 1					587,994
4 1 3 2					523,148
4 2 3 1					564,166
3 4 1 2	0	0,002	0,953	0,696	512,692
3 4 2 1					517,59
4 3 1 2					458,768
4 3 2 1					495,666

Çizelge 3.5’de 24 başlangıç turu için 6 farklı rota kırılma olasılığı mevcuttur. Genelleştirecek olursak: n boyutlu stokastik araç rotalama probleminde müşteri taleplerine göre m tane grup oluşsun ($i = 1, 2, \dots, m$).

Ek-3 (Devam) Özel durum ve genel durumun karşılaştırılması

Her gruptaki müşteri taleplerinin aynı ortalama ve standart sapmaya sahip normal dağılımdan geldiği kabul edilsin $\xi_i = N(\mu_i, \sigma_i)$. g_i ($i = 1, 2, \dots, m$) i grubundaki müşteri sayısını gösterirse oluşacak rota kırılma olasılığı sayısı

$$= \frac{n!}{g_1! * g_2! * g_3! * \dots * g_m!}$$

'dir. Örneğin 20 boyutlu bir STARP problemi 5 gruptan oluşsun ($m=5$), ve gruplardaki müşteri sayıları $g_1 = 5, g_2 = 4, g_3 = 7, g_4 = 3, g_5 = 1$, olursa böyle bir durumda oluşacak rota kırılma

$$\text{olasılığı sayısı } \frac{20!}{5! * 4! * 7! * 3! * 1!} = 27\,935\,107\,200 \text{ olur.}$$

Özel durumda rota kırılma olasılığı sayısı, grup adedi bir ve grubun eleman sayısı n olacağı için $\frac{n!}{n!} = 1$ 'dir. Grup sayısı arttıkça gruptaki eleman sayısı düşeceğinden rota

kırılma olasılığı sayısı artar. Özel durumda 1'den başlayan bu değer genel durumda

$$n! \text{ 'e ulaşır } \left(\frac{n!}{1! * 1! * \dots * 1! (n \text{ tane})} = n! \right).$$

Bu sebeple özel durum haricindeki problemlerin zorluk derecesi oldukça fazladır. Özel durum için önerilen matematiksel modeller genel durum veya ara durumlar için geçerli değildir.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : İŞLEYEN, Selçuk Kürşat
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 15.01.1979 Bolu
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (312) 231 74 00/2803
 Faks : 0 (312) 230 84 34
 e-mail : isleyens@gazi.edu.tr

Eğitim

<i>Derece</i>	<i>Eğitim Birimi</i>	<i>Mezuniyet tarihi</i>
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi/Endüstri Müh.	2004
Lisans	Gazi Üniversitesi/Endüstri Müh.	2002
Lise	İzzet Baysal Anadolu Lisesi	1996

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2001-2002	Atatürk Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2002-2008	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce