



**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANI
BAĞLAMINDA MATEMATİKSEL YETERLİKLERİNİN
İNCELENMESİ**

Servet Merve Kırnay Dönmez

**DOKTORA TEZİ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

AĞUSTOS, 2021

TELİF HAKKI VE TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren (.....) ay sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı: Servet Merve

Soyadı: KIRNAP DÖNMEZ

Bölümü: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

İmza:

Teslim Tarihi:

TEZİN

Türkçe Adı : 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanı Bağlamında Matematiksel Yeterliklerinin İncelenmesi

İngilizce Adı : Examination Of Mathematical Proficiencies Of 7th Grade Students In The Context Of Algebra Content Area

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Yazar Adı Soyadı: Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ

İmza:

JÜRİ ONAY SAYFASI

Servet Merve Kırnap Dönmez tarafından hazırlanan “7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanı Bağlamında Matematiksel Yeterliklerinin İncelenmesi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Yüksel DEDE

(Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi)

Başkan: Doç. Dr. Yasemin SAĞLAM KAYA

(Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi)

Üye: Prof. Dr. Mine IŞIKSAL BOSTAN

(Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Orta Doğu Teknik Üniversitesi)

Üye: Prof. Dr. Nejla YÜRÜK

(Fen Bilgisi Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi)

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Hasan ES

(Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi)

Tez Savunma Tarihi: 29/07/2021

Bu tezin İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı’nda Doktora tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Yücel GELİŞLİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEŞEKKÜR

Akademik yönüyle ve öğrencilerine yaklaşımıyla kendisini örnek aldığım, bu süreçte çok büyük desteğini gördüğüm kıymetli hocam Prof. Dr. Yüksel DEDE'ye teşekkür ederim.

Tez çalışmamın şekillenme ve yürütülme sürecine çok önemli katkılar sunan Prof. Dr. Mine IŞIKSAL BOSTAN ve Prof. Dr. Nejla YÜRÜK'e teşekkür ederim.

Manevi desteği için Prof. Dr. Ahmet HASKÖSE'ye teşekkür ederim.

Her zaman desteklerini hissettiğim KIRNAP ve DÖNMEZ ailelerine teşekkür ederim.

Canım kızım ve eşime yanımda oldukları için teşekkür ederim.

Ayrıca verdiği destek için Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na teşekkür ederim.

Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ

Ağustos, 2021/Kayseri

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANI BAĞLAMINDA MATEMATİKSEL YETERLİKLERİNİN İNCELENMESİ

(Doktora Tezi)

Servet Merve Kırnay Dönmez

GAZİ ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Ağustos, 2021

ÖZ

Bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin cebir öğrenme alanı bağlamında matematiksel yeterliklerini incelemektir. Bu bağlamda araştırmada, nitel araştırma türlerinden çoklu durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışmanın durumları farklı verimli eğilim ve matematik başarı düzeylerine sahip öğrenciler, analiz birimi ise matematiksel yeterlik boyutlarıdır. Araştırma, İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan ve ulaşılabilir örnekleme ile belirlenen bir ortaokulun yedinci sınıf şubelerinden birinde yürütülmüştür. Bu şubede yer alan öğrencilerin verimli eğilim (yüksek, orta, düşük) ve matematik başarı düzeyleri (yüksek, orta, düşük) tespit edilmiş, düzeylerin çaprazlanması sonucu öğrencilerin 6 kategoride toplandığı belirlenmiştir. Bu kategoriler göz önüne alınarak maksimum çeşitliliği sağlayacak 7 öğrenci katılımcı olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin matematik başarı düzeyleri, Chelsea Cebir Tanı Testi'nden aldıkları puan ile 6. sınıf matematik yıl sonu notları kullanılarak belirlenmiştir. Öğrencilerin verimli eğilim düzeylerini belirlemek için ise araştırmacı tarafından “Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği” geliştirilmiştir. 36 maddelik Likert tipi bu ölçek, özyeterlik, keyif alma, endişe ve kullanışlılık olmak üzere dört faktörden oluşmuş ve Cronbach Alpha değeri 0.919 olarak hesaplanmıştır. Ölçeğin açıkladığı toplam varyans ise %48.509' dur. Araştırmanın verileri, öğrencilerin matematik defterleri, ödevleri ve matematik yazılı kağıtları gibi dokümanlar ile ses kayıt cihazı ile kayıt edilen yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve sınıf içi gözlemler aracılığıyla 2018-2019 eğitim öğretim yılı I. yarıyılında

toplanmıştır. Araştırmacının alan notlarıyla da birlikte değerlendirilen tüm bu veriler, nitel yöntemler kullanılarak analiz edilmiş ve öğrencilerin matematiksel yeterlikleri bütüncül bir yaklaşımla ele alınmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin değerlendirilmesinde, Kilpatrick, Swafford ve Findell (2001)'in önerdiği matematiksel yeterlikler çerçevesi temel alınmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel yeterlikleri; işlemsel akıcılık, kavramsal anlama, stratejik yetkinlik, mantıksal düşünme ve verimli eğilim boyutları açısından incelenmiştir. Araştırma sonuçları, matematik başarısı ve verimli eğilim düzeylerine göre katılımcıların belirli yeterlik yönelimleri olsa bile konu alanlarına ve bireysel farklılıklarına göre matematiksel yeterliklerinin farklılaştığını ortaya koymuştur. Örneğin, Eşitlik ve Denklem Çözme konusunda tüm öğrencilerin çeşitli matematiksel yeterlik boyutlarında başarı gösterdiği, Denklem Kurma Problemleri konusunda ise verimli eğilimi ve başarısı yüksek olan öğrencinin akranlarına göre daha yüksek başarı gösterdiği tespit edilmiştir. Başarı düzeyi orta ve yüksek düzeylerde olan katılımcıların, buldukları sonuçların doğruluğunu kontrol etme noktasında genellikle yeterli düzeyde mantıksal düşünme becerisine sahip oldukları tespit edilmiştir. Çoğu katılımcının, Cebirsel İfadeler konusuna yönelik başlangıçta sahip oldukları verimli eğilim düzeylerini süreç sonunda da devam ettirdikleri belirlenmiştir. Düşük verimli eğilim düzeyine sahip öğrencilerin soruları çözmek için uğraşmak ve çaba harcamaktan kaçındıkları görülmüştür. Diğer matematiksel yeterlik boyutlarıyla kıyaslandığında öğrencilerin, işlemsel akıcılık boyutunda daha yeterli oldukları ifade edilebilir. Cebirsel yöntemler kullanma noktasında ise stratejik yetkinliklerinin düşük olduğu söylenebilir. Katılımcıların stratejik yetkinlik noktasında yaşadıkları sorunların kavramsal anlamadaki eksikliklerinden kaynaklandığı ifade edilebilir. Bu sonuçlara ek olarak, 5 matematiksel yeterlik boyutunun birbirini etkilediği, matematiksel yeterlik boyutlarından birindeki olumlu/olumsuz gelişimin diğer boyutlardaki gelişimi de olumlu/olumsuz etkileyebildiği söylenebilir. Ayrıca araştırma sonunda, araştırma bulgularına dayalı olarak bazı önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Yeterlik, başarı, matematik başarısı, matematiksel yeterlik, işlemsel akıcılık, kavramsal anlama, stratejik yetkinlik, mantıksal düşünme, verimli eğilim, cebir öğrenme alanı.

Sayfa Adeti: 245

Danışman: Prof. Dr. Yüksel DEDE

**EXAMINATION OF MATHEMATICAL PROFICIENCIES OF 7TH
GRADE STUDENTS IN THE CONTEXT OF ALGEBRA CONTENT
AREA**

(Ph.D. Thesis)

Servet Merve Kırnay Dönmez

**GAZI UNIVERSITY GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL
SCIENCES**

Ağustos, 2021

ABSTRACT

The purpose of this study is to examine the mathematical proficiency of secondary school students in the context of algebra content area. To this end, multiple case study design, which is one of the qualitative research designs, was employed. Students in different levels of productive disposition and mathematics achievement were used as the cases of the study and mathematical proficiency strands were used as the analysis unit of the study. The research was carried out in one of the Grade 7 classes, which was determined by accessible sampling, of a middle school in the Central Anatolia Region. The productive disposition (high, medium, low) and mathematics achievement levels (high, medium, low) of the students were determined, and crossing the achievement levels and productive disposition of students resulted in 6 categories. Considering these categories, 7 students who would provide maximum diversity were determined as participants. Chelsea Diagnostic Algebra Test and the students' 6th grade mathematics scores used to decide on the achievement levels of the students. In order to determine the productive disposition levels of the participants, "Productive Disposition Scale Toward Algebraic Expressions" was developed by the researcher. Lastly, Cronbach Alpha value of 36 Likert scale items, consisting of four factors which are "self-efficacy, enjoyment, anxiety and usefulness", was calculated as 0.919. Total variance explained by four factors is 48.509. The data of the research were collected through observations, audio-recorded interviews and documents, such as

student's notebook, written exams papers and homework, in fall-semester of 2018-2019 academic year. With the researcher's field notes, all data were analysed using qualitative methods and the mathematical proficiencies of the students were evaluated in a holistic perspective. The framework created by Kilpatrick, Swafford and Findell (2001) was used as a base for the evaluation of mathematical proficiency of students. In this context, students' mathematical proficiencies examined in terms of procedural fluency, conceptual understanding, strategic competence, adaptive reasoning and productive disposition. The results showed that although the participants have certain proficiency strands according to their achievement and productive disposition levels, their mathematical proficiency strands and levels differ according to subject areas and individual differences. Although all students have succeeded in various proficiency strands in the content of equality and solving equation, in the content of problem solving by equation it was seen that the participants with a high productive disposition and achievement level were more successful than the others. It was revealed that the high-achieving and average-achieving participants mostly showed sufficient adaptive reasoning to check the accuracy of their results. It was seen that the majority of the participants maintain productive dispositions that they have towards learning algebraic expressions at first. Result also indicated that, students with low-productive disposition avoid trying and making efforts to solve the questions. Compared to other mathematical proficiency strands, it can be concluded that students are more proficient in procedural fluency. It can be said that the strategic competence of participants in using algebraic methods is low. It can be deduced that the problems experienced by the participants at the point of strategic competence stemmed from their lack of conceptual understanding. In addition, based on research results showed that the 5 mathematical proficiency strands can positively/negatively affect each other. That is, a positive/negative development in one of the mathematical proficiency strands may support the development of other strands or that a deficiency in one of them may negatively affect other strands. At the end of the research, some suggestions were made based on the research findings.

Keywords: Proficiency, achievement, mathematics achievement, mathematical proficiency, procedural fluency, conceptual understanding, strategic competence, adaptive reasoning, productive disposition, algebra content area.

Page Number : 245

Supervisor : Prof. Dr. Yüksel DEDE

İÇİNDEKİLER

TELİF HAKKI VE TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU	i
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI.....	ii
JÜRİ ONAY SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
ÖZ	v
ABSTRACT	vii
İÇİNDEKİLER.....	ix
TABLOLAR LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	xx
BÖLÜM I	1
GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. İlgili Literatür.....	5
1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	10
1.4. Araştırma Problemi ve Alt Problemler.....	12
1.5. Varsayımlar	12
1.6. Sınırlılıklar.....	13
1.7. Tanımlar	13
BÖLÜM II.....	16
KURAMSAL ÇERÇEVE	16
2.1. Yeterlik ve Matematiksel Yeterlik	16
2.1.2. Kilpatrick vd. (2001)'in Matematiksel Yeterlikler Çerçevesi	19
2.1.2.1. İşlemsel Akıcılık	20
2.1.2.2. Kavramsal Anlama	23

2.1.2.3. Stratejik Yetkinlik	24
2.1.2.4. Mantıksal Düşünme	26
2.1.2.5. Verimli Eğilim	28
2.1.2.6. Matematiksel Yeterliklerin Birbirleriyle İlişkileri.....	30
2.2. Cebir Öğrenme Alanı	32
2.2.1. Matematik Öğretim Programları, Cebir Öğrenme Alanı ve Kazanımları	33
2.2.2. Cebir Öğrenme Alanında Öğrencilerden Beklenen Yeterlikler	35
2.3. Matematiksel Yeterliği Etkileyen Faktörler	37
BÖLÜM III.	40
YÖNTEM.....	40
3.1. Araştırma Deseni	40
3.2. Veri Toplama Araçları	41
3.2.1. Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği [VEÖ]	42
3.2.1.1. Ölçek Geliştirme Süreci.....	42
3.2.1.2. Madde Havuzunun Oluşturulması	42
3.2.1.3. Pilot Uygulama	46
3.2.1.4. Açımlayıcı Faktör Analizine Ait Bulgular	46
3.2.1.5. Faktörlerin Adlandırılması	51
3.2.1.6. Doğrulayıcı Faktör Analizine Ait Bulgular	53
3.2.1.7. Ölçeğin Geçerliliği ve Güvenirliği	55
3.2.2. Chelsea Cebir Tanı Testi	59
3.2.3. Gözlem Formu	60
3.2.4. Mülakat Formu	61
3.2.5. Dokümanlar	62
3.3. Katılımcılar.....	63
3.3.1. Araştırmanın Yürütüldüğü Okul ve Özellikleri	64
3.3.2. Ela Öğretmen ve Mesleki Deneyimi	64
3.3.3. Araştırmanın Yürütüleceği Sınıf ve Özellikleri	67
3.3.4. Çalışmanın Katılımcılarının Belirlenmesi	69
3.4. Araştırmanın Yürütülmesi ve Verilerin Toplanması	72

3.5. Araştırmacının Rolü	75
3.5.1. Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeğinin Geliştirilmesinde Araştırmacının Rolü	76
3.5.2. Araştırmanın Yürütülme Sürecinde Araştırmacının Rolü	76
3.6. Verilerin Analizi.....	77
3.7. Nitel Veriler için Geçerlik – Güvenirlik.....	82
BÖLÜM IV	84
BULGULAR	84
4.1. İbrahim’in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular	84
4.1.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular	84
4.1.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular	88
4.2. Derya’nın Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular	95
4.2.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular	95
4.2.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular	103
4.3. Berna’nın Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular	110
4.3.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular	110
4.3.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular	117
4.4. Ömer’in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular	124
4.4.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular	124
4.4.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular	132
4.5. Mehmet’in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular	137
4.5.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular	137
4.5.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular	142
4.6. Emre’nin Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular	146
4.6.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular	146
4.6.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular	152

4.7. Nehir'in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular	157
4.7.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular	157
4.7.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular	165
BÖLÜM V	170
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	170
5.1. Farklı Verimli Eğilim ve Matematik Başarı Düzeylerine Göre Matematiksel Yeterlikler	170
5.2. Öneriler	181
5.2.1. Araştırmacılara Öneriler	181
5.2.2. Öğretmenlere Öneriler	183
KAYNAKLAR.....	185
EKLER	199
EK 1. Görüşme Formu	200
EK 2. Veli Onay Formu I	201
EK 3. Veli Onay Formu II.....	202
EK 4. Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği.....	203
EK 5. Chelsea Cebir Tanı Testi	205
EK 6. Matematiksel Yeterlikler Gözlem Formu	208
EK 7. Eşitlik ve Denklem Çözme Mülakat Formu	209
EK 8. Denklem Kurma Problemleri Mülakat Formu	213
EK 9. İzin Yazıları	218

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. <i>İlgili Araştırmalar</i>	6
Tablo 2. <i>İki Farklı Strateji Kullanılarak Çözölen Denklem Örnekleri</i>	22
Tablo 3. <i>Verimli Eğilim Yeterliğı Boyutları ve Göstergeleri</i>	30
Tablo 4. <i>Görüşmelere Katılan Öğrencilerinin Cinsiyet, Matematik Notu, Okul Türü Bilgileri</i>	43
Tablo 5. <i>Öğrenci Cevaplarından Yazılan Madde Örnekleri</i>	44
Tablo 6. <i>KMO ve Barlett Küresellik testi</i>	46
Tablo 7. <i>Açıklanan Toplam Varyans</i>	47
Tablo 8. <i>36 Maddelik Ölçek İçin Açıklanan Toplam Varyans</i>	49
Tablo 9. <i>Döndürölmüş Bileşenler Matrisiyle Elde Edilen Faktör Yükleri</i>	50
Tablo 10.. <i>Ölçek Faktörleri ve İçerdikleri Maddeler</i>	52
Tablo 11. <i>Denenen Farklı Modifikasyonlar Sonucu Oluşan Modellerin Uyum Değerleri</i> .53	
Tablo 12. <i>Faktörler Bazında Yapılan Analizler</i>	56
Tablo 13. <i>Madde Bazında Yapılan Analizler</i>	57
Tablo 14. <i>Alt %27 ve Üst %27 Grupların Madde Ortalama Puanlarından Elde Edilen Sonuçlar</i>	58
Tablo 15. <i>Mülakatlar ve İçerdikleri Kazanımlar</i>	61
Tablo 16. <i>Çalışmanın Yürütöldüğü Sınıftaki Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımı</i>	67
Tablo 17. <i>Çalışmanın Yürütöldüğü Sınıftaki Öğrenci Velilerinin Demografik Özellikleri</i> .68	

Tablo 18. <i>Başarı ve Verimli Eğilim Puanı Aritmetik Ortalama - Standart Sapma Değerleri</i>	69
Tablo 19. <i>Öğrencilerin Başarı-Verimli Eğilim Puanları ve Düzeyleri</i>	70
Tablo 20. <i>Verimli Eğilim ve Başarı Düzeylerine Göre Öğrenci Sayıları</i>	71
Tablo 21. <i>Katılımcıların Kod Adları ve Yer Aldıkları Kategoriler</i>	72
Tablo 22. <i>Sınıf Gözleminin Yapıldığı Konular ve Süreleri</i>	73
Tablo 23. <i>Analiz Çerçevesi</i>	78
Tablo 24. <i>Analiz Örnekleri</i>	80
Tablo 25. <i>İbrahim'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	85
Tablo 26. <i>İbrahim'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	89
Tablo 27. <i>Derya'nın Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	96
Tablo 28. <i>Derya'nın Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	104
Tablo 29. <i>Berna'nın Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	111
Tablo 30. <i>Berna'nın Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	117
Tablo 31. <i>Ömer'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	125
Tablo 32. <i>Ömer'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	133
Tablo 33. <i>Mehmet'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	137
Tablo 34. <i>Mehmet'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	142

Tablo 35. <i>Emre'nin Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	146
Tablo 36. <i>Emre'nin Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	152
Tablo 37. <i>Nehir'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	158
Tablo 38. <i>Nehir'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler</i>	165
Tablo 39. <i>Katılımcıların Görüşmeler Sırasında Gösterdiği Yeterlikler ve Düzeyleri</i>	171

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Matematiksel yeterliğin unsurları	19
Şekil 2. Denklem çözümünün mantıksal süreçlerinin terazi modeli ile açıklanması adına örnek bir durum.....	28
Şekil 3. Ön pilot çalışma sırasında 3 numaralı öğrencinin önerisi	45
Şekil 4. Ön pilot çalışma sırasında 12 numaralı öğrencinin önerisi	45
Şekil 5. Scree Pilot diyagramı	48
Şekil 6. Doğrulayıcı faktör analizi sonucu elde edilen Path diyagramı	54
Şekil 7. Ela Öğretmenin ders anlatımından örnek görüntü-1	66
Şekil 8. Ela Öğretmenin ders anlatımından örnek görüntü-2	66
Şekil 9. Ela Öğretmenin ders anlatımından örnek görüntü-3	67
Şekil 10. Kameraların ve katılımcıların sınıf içerisindeki düzeni	74
Şekil 11. İbrahim'in oluşturduğu terazi modeli.....	86
Şekil 12. İbrahim'in 3. soru için oluşturduğu çözüm	87
Şekil 13. İbrahim'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar	88
Şekil 14. İbrahim'in 2. soru için oluşturduğu çözüm	90
Şekil 15. İbrahim'in 5. soru için oluşturduğu çözüm	91
Şekil 16. İbrahim'in 6. soru için oluşturduğu çözüm	92
Şekil 17. İbrahim'in 8. soru için oluşturduğu çözüm	93
Şekil 18. İbrahim'in denklem kurma problemi çözme esnasındaki görüntüsü	94
Şekil 19. İbrahim'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt.....	95

Şekil 20. İbrahim'in matematik defterinden bir kesit.....	95
Şekil 21. Derya'nın oluşturduğu terazî modeli	96
Şekil 22. Derya'nın 2. soru için oluşturduğu çözümler.....	97
Şekil 23. Derya'nın 4. soru için oluşturduğu çözümler.....	98
Şekil 24. Derya'nın 5. soru için oluşturduğu çözümler.....	100
Şekil 25. Derya'nın sınıfta denklem çözme esnasındaki görüntüsü.....	101
Şekil 26. Derya'nın yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar	102
Şekil 27. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 5. soru ve Derya'nın bu soru için oluşturduğu yanıtlar	103
Şekil 28. Derya'nın 1. soru için oluşturduğu çözüm	104
Şekil 29. Derya'nın 3. soru için oluşturduğu çözüm	105
Şekil 30. Derya'nın 5. soru için oluşturduğu çözüm	106
Şekil 31. Derya'nın 7. soru için oluşturduğu çözüm	108
Şekil 32. Derya'nın yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt.....	109
Şekil 33. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 11., 12. ve 13. sorular ve Derya'nın bu sorular için oluşturduğu yanıtlar	110
Şekil 34. Berna'nın 3. soru için oluşturduğu çözüm	112
Şekil 35. Berna'nın 5. soru için oluşturduğu çözüm	113
Şekil 36. Berna'nın 7. soru için oluşturduğu çözüm	114
Şekil 37. Berna'nın 8. soru için oluşturduğu çözüm	114
Şekil 38. Berna'nın sınıfta denklem çözme esnasındaki görüntüsü	116
Şekil 39. Berna'nın yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar.....	116
Şekil 40. Berna'nın matematik defterinden bir kesit.....	116
Şekil 41. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 5. soru ve Berna'nın bu soru için oluşturduğu yanıtlar	117
Şekil 42. Berna'nın 2. soru için oluşturduğu çözüm	118
Şekil 43. Berna'nın 3. soru için oluşturduğu çözüm	119

Şekil 44. Berna'nın 4. soru için oluşturduğu çözüm	120
Şekil 45. Berna'nın 8. soru için oluşturduğu çözüm	122
Şekil 46. Berna'nın yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt.....	123
Şekil 47. Berna'nın matematik defterinden bir kesit.....	124
Şekil 48. Ömer'in oluşturduğu terazi modeli	126
Şekil 49. Ömer'in 3. soru için oluşturduğu çözüm.....	127
Şekil 50. Ömer'in 6. soruda alternatif cevaplar oluştururken yaptığı denemeler.....	128
Şekil 51. Ömer'in 8. soru için oluşturduğu çözüm.....	129
Şekil 52. Ömer'in sınıfta denklem çözme esnasındaki görüntüsü	130
Şekil 53. Ömer'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar	131
Şekil 54. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 5. soru ve Ömer'in bu soru için oluşturduğu yanıtlar	132
Şekil 55. Ömer'in 1. soru için oluşturduğu denklem	133
Şekil 56. Ömer'in 2. soru için oluşturduğu denklem	134
Şekil 57. Ömer'in 3. soru için oluşturduğu denklem	134
Şekil 58. Ömer'in 4. soru için oluşturduğu çözüm.....	135
Şekil 59. Ömer'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt	136
Şekil 60. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 1. ve 6. soru ve Ömer'in bu sorular için oluşturduğu yanıtlar	137
Şekil 61. Mehmet'in 2. sorunun çözümü için yaptığı işlemler	139
Şekil 62. Mehmet'in 3. soru için oluşturduğu çözüm	140
Şekil 63. Mehmet'in 4. soru için oluşturduğu çözüm	140
Şekil 64. Mehmet'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar.....	141
Şekil 65. Mehmet'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt	145
Şekil 66. Mehmet'in matematik defterinden bir kesit.....	146
Şekil 67. Emre'nin 2. soru için oluşturduğu çözüm	147
Şekil 68. Emre'nin 3. soru için oluşturduğu çözüm	148

<i>Şekil 69.</i> Emre'nin 4. soru için oluşturduğu çözüm	149
<i>Şekil 70.</i> Emre'nin 5. soru için oluşturduğu çözüm	150
<i>Şekil 71.</i> Emre'nin yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar	151
<i>Şekil 72.</i> Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 3. soru ve Emre'nin bu soru için oluşturduğu yanıt	152
<i>Şekil 73.</i> Emre'nin 1. soru için oluşturduğu çözümler	153
<i>Şekil 74.</i> Emre'nin 4. soru için oluşturduğu çözüm	154
<i>Şekil 75.</i> Emre'nin 6. soru için oluşturduğu denklem	155
<i>Şekil 76.</i> Emre'nin 7. soru için oluşturduğu denklem	156
<i>Şekil 77.</i> Emre'nin yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt	157
<i>Şekil 78.</i> Emre'nin matematik defterinden bir kesit	157
<i>Şekil 79.</i> Nehir'in 1. soru için oluşturduğu çözüm	159
<i>Şekil 80.</i> Nehir'in 2. soru için oluşturduğu çözüm	160
<i>Şekil 81.</i> Nehir'in 3. soru için oluşturduğu çözüm	160
<i>Şekil 82.</i> Nehir'in 5. soru için oluşturduğu çözüm	161
<i>Şekil 83.</i> Nehir'in 7. soru için oluşturduğu çözüm	162
<i>Şekil 84.</i> Nehir'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar	164
<i>Şekil 85.</i> Nehir'in matematik defterinden bir kesit	164
<i>Şekil 86.</i> Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 4. soru ve Nehir'in bu soru için oluşturduğu yanıt	165
<i>Şekil 87.</i> Nehir'in 1. soru için oluşturduğu çözüm	166
<i>Şekil 88.</i> Nehir'in 2. soru için oluşturduğu çözüm	167
<i>Şekil 89.</i> Nehir'in 3. soru için oluşturduğu çözüm	168
<i>Şekil 90.</i> Nehir'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt	169
<i>Şekil 91.</i> Nehir'in matematik defterinden bir kesit	169

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

LGS	Liselere Geçiş Sistemi
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OECD	Organisation for Economic Co-Operation and Development
OKS	Ortaöğretim Kurumları Sınavı
PISA	Programme for International Student Assessment
RAND	Research and Development Corporation
TEOG	Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş
TIMMS	The Trends in International Mathematics and Science Study
VEÖ	Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği
bkz.	bakınız
akt.	aktaran
A	Araştırmacı
Ö	Öğretmen
İ	İbrahim (Katılımcı)
D	Derya (Katılımcı)
B	Berna (Katılımcı)
Ö	Ömer (Katılımcı)
M	Mehmet (Katılımcı)
E	Emre (Katılımcı)
N	Nehir (Katılımcı)

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, amacına ve önemine, problemine ve alt problemlerine, varsayımlarına, sınırlılıklarına ve tanımlarına yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Eğitim “*bireyin davranışında kendi yaşantısı yoluyla ve kasıtlı olarak istendik değişme meydana getirme süreci*” (Ertürk, 1975, s. 12) olarak tanımlanmaktadır. Tanım içerisinde yer alan “istendik” ifadesi öğrencilerin belirli hedefler doğrultusunda ve önceden belirlenen birtakım davranışları kazandırma amacıyla yetiştirilmesi durumunu ifade etmektedir. Eğitim tanımından hareketle matematik eğitiminin de istendik davranış geliştirme süreci içerdiği söylenebilir. Matematik eğitimindeki istendik davranışlar, bir başka ifadeyle matematik öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilere kazandırılması hedeflenen davranışlar, tarih boyunca değişkenlik göstermektedir. Latterell (2013) bu durumu “matematik savaşları” olarak ifade etmektedir ve savaşın bir tarafında aritmetiksel bilginin ve belirli prosedürlerin ön plana çıktığı geleneksel müfredatın, diğer tarafında ise rutin olmayan problemleri çözme, kanıtlama, sunma, vb. becerilerin öne çıktığı müfredatın olduğunu belirtmektedir. Dönemler boyunca matematik müfredatlarının odak noktası bu iki taraf arasında sürekli değişmekte ve dolayısıyla öğrencilerden beklenen yeterlikler de farklılık göstermektedir (Latterel, 2013). Türkiye’deki matematik müfredatları incelendiğinde de benzer durum görülmektedir. 2005 yılından önce uygulanan matematik müfredatlarında, matematiksel kavramların tanımlarını ezberlemeleri, işlem bilgi ve becerilerinin gelişmiş olması, problemleri çözmek için önceden öğrendikleri sabit çözüm

süreçlerini bilmeleri ve uygulamaları öğrencilerden beklenen temel matematiksel beceriler olmuştur. Öğrenci merkezli yaklaşımların Türkiye’deki müfredatları etkilemeye başlamasıyla birlikte öğrencilerden artık sadece işlemsel beceriye ve ezberlenmiş algoritmaların, kuralların, formüllerin bilgisine sahip olmaları değil kavramları anlamlandırmaları, işlemsel bilgileri ile kavramlar arasında ilişki kurmaları, sahip oldukları matematiksel bilgilerini günlük yaşama, farklı disiplinlere ve matematiğin farklı konularına uyarlamaları, akıl yürütmeleri, rutin problemler dışındaki durumlar için farklı çözüm yöntemleri geliştirmeleri, modelleme süreçlerini etkin olarak yürütebilmeleri, matematiksel temsilleri ve dili uygun şekilde kullanabilmeleri gibi çeşitli becerileri kazanmaları da beklenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005a, 2005b). Aslında bu beceriler sadece Türkiye’de değil uluslararası düzeyde de öğrencilerden matematik alanında beklenen becerilerdir. Örneğin Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA]) sınavlarında da öğrencilerden beklenen üst düzey yeterlikler, matematiksel durumları ifade etmede farklı temsiller kullanabilmeleri, bu durumları günlük hayatla ilişkilendirebilmeleri, problem durumlarına uygun farklı strateji geliştirebilmeleri/seçebilmeleri ve uygulayabilmeleri, genelleme yapabilmeleridir (MEB, 2011). Benzer şekilde Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (The Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS]) sınavları da matematik alanında bilme ve uygulama becerilerinin yanında akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik sorular içermektedir (Mullis & Martin, 2017). Bahsedilen bu çeşitli matematiksel becerileri ölçmeye yönelik sorular içeren TIMSS ve PISA gibi uluslararası sınavların sonuçları incelendiğinde, Türkiye’deki öğrencilerin matematik başarılarının düşük düzeyde kalması öğrencilerin sahip olmaları gereken matematiksel yeterlikler noktasında bazı eksiklikler olduğunu göstermektedir. Örneğin, PISA 2015 sonuçlarına bakıldığında matematik okuryazarlığı alanında sınava katılan 72 ülke içerisinde Türkiye’nin 50. sırada olduğu görülmektedir (Taş, Arıcı, Ozarkan & Özgürlük, 2016). Ayrıca Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (Organisation for Economic Co-Operation and Development [OECD]) ülkeleri ile kıyaslandığında ortalamalar arasındaki fark dikkat çekicidir. OECD ülkelerinin ortalaması 461 iken Türkiye ortalaması 420’dir (Taş vd., 2016). Benzer şekilde PISA 2018 sonuçlarında da sınava katılan 79 ülke içerisinde Türkiye 42. sırada yer almıştır (MEB, 2019). Ayrıca matematik okuryazarlığı alanında öğrencilerin rutin işlemleri yapması olarak belirlenen 1. yeterlik düzeyinin üzerindeki öğrenci sayısı yönünden OECD ülkelerinin ortalamasının altında kalmıştır (MEB, 2019). TIMSS 2019 sınavında 8. sınıf düzeyinde ülkelerin matematik başarılarına bakıldığında ise Türkiye’nin 39 ülke içerisinde

20. sırada yer aldığı, öğrencilerin sadece %12'sinin ileri matematik yeterliğine eriştiği görülmektedir (MEB, 2020). Bütün bu verilerden diğer ülkelere kıyasla ülkemiz öğrencilerinin matematikte oldukça düşük performans gösterdikleri anlaşılmaktadır. Bu sınavlar öğrencileri matematikte yeterli ve başarılı kabul etmek için sadece işlemsel bilginin yetmediğini ve problem çözme, yorumlama, modelleme gibi farklı bilgi ve becerilerin de öğrencilere kazandırılması gerektiğini göstermektedir. Matematikte öğrencilere kazandırılması gereken matematiksel bilgi, beceri ve yeterliklerin farklı şekillerde kategorize edildiği görülmektedir (Hiebert & Lefevre, 1986; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; NCTM, 2000; Skemp, 1976). Örneğin, Hiebert ve Lefevre (1986) işlemsel bilgi ve kavramsal bilgi olmak üzere iki matematiksel bilgi türünden bahsetmektedir. Matematiksel işlemlere yönelik bilgi işlemsel bilgi olarak, matematiksel kavramların ve özelliklerinin bilgisi ise kavramsal bilgi olarak ifade edilmektedir (Hiebert & Lefevre, 1986). Skemp (1976) ise işlemsel bilgi ve kavramsal bilgiye benzer şekilde matematiksel bilginin iki boyuttan oluştuğunu belirtmiştir. Bunlar, matematiksel kuralların ve işlemlerin bilgisi olarak açıklanan enstrümantal bilgi ile kavramlar ve ilişkilerin bilgisi olarak açıklanan ilişkisel bilgidir. Amerikan Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) bu bilgi türlerini daha da detaylandırarak problem çözme, akıl yürütme ve ispatlama, ilişkilendirme, temsil ve iletişim olacak şekilde 5 temel matematiksel beceri belirlemiştir. Kilpatrick vd. (2001) ise başarılı bir şekilde matematik öğrenmeyi matematiksel yeterlik olarak tanımlamakta ve duyuşsal kazanımları da içerecek şekilde matematiksel yeterliği kavramsal anlama, işlemsel akıcılık, stratejik yetkinlik, mantıksal düşünme ve verimli eğilim olarak -4 bilişsel ve 1 duyuşsal yeterlik içerecek şekilde- 5 boyutta açıklamaktadır:

İşlemsel akıcılık: İşlemlerin uygun şekilde, ne zaman ve nasıl yapılacağının bilgisidir. Öğrencilerin problemleri doğru çözebilmeleri için temel dört işlem becerilerini kazanmış olmaları gerekmektedir. Ayrıca dört işlemi yaparken farklı stratejileri de kullanabilmeleri gerekmektedir. Gerektiğinde zihinden işlem yapabilmeleri, gerektiğinde kağıt kalem veya teknolojiyi kullanabilmeleri gerekmektedir. Öğrencinin hangi işlemde hangi stratejiyi kullanacağını bilmesi de işlemsel akıcılığın bir parçasıdır.

Kavramsal anlama: Matematiksel düşüncelerin, yapıların, kuralların, kavramların birbiriyle ilişkili ve işlevsel bir şekilde öğrenilmesini içermektedir. Yeni öğrenilen bilgilerin eski bilgilerle ilişkilendirilmesini sağlayan ve daha kalıcı bilgiler oluşturan

yeterlik boyutudur. Kavramsal anlama gerçekleştirmiş bir öğrenci matematiksel düşüncelerini farklı temsillerle ifade edebilmekte ve farklı durumlara uygulayabilmektedir.

Stratejik yetkinlik: Matematiksel problemleri anlamayı, onları matematiksel şekilde ifade etmeyi ve çözmeyi içermektedir. Öğrenciler birçok çözüm stratejisine hâkim olmalı ve onları ne zaman kullanacağını bilmelidir. Öğrencilerin problemi anlaması, daha sonra onu sayısal, cebirsel ya da farklı bir formda ifade etmesi ve sonrasında çözüm için uygun stratejiyi seçerek onu uygulaması beklenmektedir.

Mantıksal düşünme: Kavramlar ve olaylar arasındaki ilişkiler üzerine düşünebilmeyi içermektedir. Elde edilen sonuçları açıklayabilme yeterliğidir. Öğrencilerin sonuçları açıklarken formel açıklamaları, ispatları, örüntüleri, analogileri, metaforları da sürece dahil edebilmelerini gerektirmektedir.

Verimli eğilim: Matematiksel yeterliklerinin duyuşsal boyutudur. Matematiği faydalı ve değerli görmek, matematik öğrenmek için çaba sarf etmekten hoşlanmak, kendini matematik öğrenme ve matematik yapma süreçlerinde etkili bir birey olarak görmek bu yeterliğe sahip olan öğrencilerin özellikleridir.

Kilpatrick vd. (2001)'in matematiksel yeterlikler çerçevesi incelendiğinde, diğer sınıflandırmalarla benzer yönlerinin olduğu görülmektedir. Örneğin, matematiksel bilgi türleri olan işlemsel bilgi ve kavramsal bilgi (Hiebert & Lefevre, 1986) matematiksel yeterliklerle kıyaslandığında işlemsel akıcılığın işlemsel bilgiye karşılık geldiği, kavramsal anlama ve mantıksal düşünme yeterliklerinin ise kavramsal bilgi boyutunda değerlendirilebileceği, stratejik yetkinlik becerisinin ise hem kavramsal bilgi de işlemsel bilgi içerdiği söylenebilir. Benzer şekilde NCTM (2000) standartlarıyla matematiksel yeterlikler kıyaslandığında ise stratejik yetkinliğin ve işlemsel akıcılığın, problem çözmeye; iletişim, ilişkilendirme ve temsil standartlarının ise daha çok farklı gösterim, sembol kullanımı, ilişkilendirmeler yapma gibi özellikler içerdiğinden kavramsal anlamaya, mantıksal düşünmenin ise genel olarak akıl yürütme ve ispata denk geldiği söylenebilir. Diğer kuramsal çerçevelerle kıyaslandığında Kilpatrick vd. (2001)'in oluşturduğu kuramsal çerçevenin en önemli farkının duyuşsal özellikleri temsil eden verimli eğilim yeterliğini de içermesi olduğu söylenebilir. Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel yeterliklerini belirleme süreçlerinde sadece bilişsel boyuta bakılmaması ve duyuşsal boyutun da ölçme süreçlerine eklenerek öğrencilerin bütün boyutlar açısından değerlendirilmesi gerekmektedir (bkz. Kilpatrick vd., 2001). Kilpatrick vd. (2001, s. 136-

141), öğrencilerin matematiksel yeterliklerini ölçmeye yönelik bir örneği, sayılar konusu üzerinden şu şekilde vermiştir:

Kavramsal anlama: Sayı sistemlerinin özellikleri sorularak ölçülebilir.

İşlemsel akıcılık: İki ya da üç basamaklı sayıların toplanması ya da çıkarılması sorularak ölçülebilir.

Stratejik yetkinlik: Dört işlem becerileri gerektiren sözel problemler sorularak ölçülebilir.

Mantıksal düşünme: Sayılar ve onların özellikleri hakkında akıl yürütmeleri veya yaptıkları bir çözümü gerekçeleriyle açıklamaları istenerek ölçülebilir.

Verimli eğilim: Matematiğe karşı tutum, inanç, matematiği faydalı görme gibi birçok açıdan değerlendirilerek ölçülebilir.

Bu bağlamda şimdiki çalışmada, öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin belirlenmesi amacıyla Kilpatrick vd. (2001)'nin önerdiği bu teorik çerçeve temel alınmış ve cebir öğrenme alanına uyarlanmıştır. Literatür incelendiğinde eldeki çalışmaya benzer şekilde Kilpatrick vd. (2001)'in matematiksel yeterlikler çerçevesinin temel alındığı farklı araştırmaların da bulunduğu görülmektedir.

1.2. İlgili Literatür

Kilpatrick vd. (2001)'in matematiksel yeterlikler çerçevesini temel alan çalışmalar, Tablo 1'de özetlenmiştir.

Tablo 1
İlgili Araştırmalar

Yazarlar	Yıl	Yapıldığı yer	Araştırmanın amacı	Katılımcılar /Örneklem	Veri Toplama	Sonuçlar
Yaşar-Er, F.	2007	Türkiye	Orta Öğretim Kurumları Sınavı (OKS) matematik sorularının matematiksel yeterlikler açısından değerlendirilmesi amaçlanmıştır.	—	Doküman	Öğrencilerin işlemsel akıcılığı ölçen sorularda, mantıksal düşünmeyi ölçen sorulara göre daha başarılı olduğu belirlenmiş ancak diğer yeterlik boyutlarındaki başarı durumunun yıllara göre farklılık gösterdiği, kavramsal anlama, işlemsel akıcılık, mantıksal düşünme yeterliklerini düşük ya da yüksek yüzde ile ölçen sorulardaki başarılarının her sene için değiştiği belirlenmiştir. İncelenen matematik sınavlarının büyük bir kısmının kavramsal anlama ve işlemsel akıcılığı ölçen sorular içerdiği tespit edilmiştir. Araştırma kapsamında verimli eğilim boyutu çalışma dışı bırakılmıştır.
Figgins, L.S.	2010	Amerika	Öğretmenlerin matematiksel yeterlikleri derslerine nasıl entegre ettiklerinin ve her bir matematiksel yeterlik boyutunu nasıl uyguladıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır.	Öğretmenler	Ders gözlemleri, mülakatlar ve günlükler	Öğretmenler matematiksel yeterlikleri kullanarak derslerini planlamışlar ve sonrasında kendilerini değerlendirmişlerdir. Araştırma sonucunda her bir öğretmenin kendini değerlendirme ve plan hazırlama sürecinde farklı yaklaşım sergilediği ve araştırma sürecinin öğretmenlerin farkındalıklarını artırarak mesleki gelişimlerine katkı sağladığı tespit edilmiştir.
Samuelsson, J.	2010	İsveç	Geleneksel ve problem çözme temelli öğretimin, öğrencilerin matematiksel yeterliklerine etkisini belirlemek amaçlanmıştır.	Öğrenciler	Ölçek	İşlemsel akıcılık yönünden gruplar arasında anlamlı farklılık olmadığı, verimli eğilim boyutunda geleneksel öğretim yapılan grup lehine anlamlı farklılık olduğu, diğer üç yeterlik boyutunda ise problem çözme temelli öğretim yapılan grup lehine anlamlı farklılık olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca iki grup içerisindeki öğrencilerin matematiksel yeterlik boyutları cinsiyet değişkeni açısından incelenmiş ve anlamlı farklılık olmadığı belirlenmiştir.
Freund, D.P.N.	2011	Amerika	Öğretmenlerin ders yapılarının, sınıf normlarının incelenmesi ve bunlara bağlı olarak öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişiminin belirlenmesi amaçlanmıştır.	Öğretmenler-Öğrenciler	Ders kayıtları, öğrencilerin grup çalışmaları esnasındaki ses kayıtları	Sınıf içerisindeki ders uygulamalarının ve öğrencilere tanınan öğrenme imkânlarının öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirdiği, ayrıca matematiksel yeterlikler arasında ilişki olduğu ve herhangi bir yeterliğin gelişmesinin diğer yeterlikleri de etkilediği belirlenmiştir. Araştırma kapsamında verimli eğilim ile ilgili herhangi bir bulguya rastlanmadığından çalışma dışı bırakılmıştır.
Khairani, A.Z. & Nordin, M.S.	2011	Malezya	Öğrencilerin işlemsel akıcılık, kavramsal anlama ve stratejik yetkinliklerinin incelenmesi amaçlanmıştır.	Öğrenciler	Ölçek	Çalışmada öğrencilerin en yüksek başarıyı gösterdiği alanın kavramsal anlama olduğu belirlenmiştir. Ayrıca matematiksel yeterliğin, her bir yeterlik boyutu için önemli bir belirleyici olduğu tespit edilmiştir. Standart testlerle ölçülemeyeceği belirtilerek mantıksal düşünme ve verimli eğilim boyutları çalışma dışı bırakılmıştır.

Tablo 1 (devam)
İlgili Araştırmalar

Yazarlar	Yıl	Yapıldığı yer	Araştırmanın amacı	Katılımcılar /Örneklem	Veri Toplama	Sonuçlar
Siegfried, J.M.	2012	Amerika	Katılımcıların verimli eğilimlerini incelemek ve verimli eğilime ait göstergeleri belirlemek amaçlanmıştır.	Öğretmenler- öğretmen adayları	Mülakatlar, yazılı formlar	Güçlü verimli eğilime sahip öğretmenlerin, matematiği bulmaca çözmek, puzzle ile uğraşmak gibi zevkli bir aktivite olarak görmek, problem çözme sırasında yaşanan zorlukların ve hayal kırıklıklarının motivasyonlarını artırdığı ifade etmek ve matematik öğretme sürecinde kendilerine güven duymak gibi çeşitli göstergelere sahip oldukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarında ise güçlü verimli eğilime ait bu göstergelere çok fazla rastlanılmadığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenler inceleme sırasında mesleki deneyimlerine göre üç gruba ayrılmış fakat bu üç grup arasında verimli eğilim yönünden herhangi bir farklılık bulunamamıştır.
Meng, C. & Ie, W.	2016	Malezya	Öğrencilerin kare, dikdörtgen ve üçgenin çevre formüllerine ilişkin yeterliklerini belirlemek adına ölçek geliştirmek amaçlanmıştır.	Öğrenciler	Ölçek	Araştırma sonucunda matematiksel yeterliğin bütün boyutlarını ölçmeye yönelik bir ölçek geliştirilmiştir. 5 boyut arasında öğrencilerin en yüksek yeterliği işlemsel akıcılık boyutunda, en düşük yeterliği ise mantıksal düşünme boyutunda gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin çevre formüllerine dair kavramsal anlamalarının zayıf olduğu tespit edilmiştir.
Meng, C., Yew, W., Lian, L. & Ie, W.	2016	Malezya	Öğrencilerin kare, dikdörtgen ve üçgenin alan formüllerine ilişkin yeterliklerini belirlemek adına ölçek geliştirmek amaçlanmıştır.	Öğrenciler	Ölçek	Araştırma sonucunda matematiksel yeterliğin bütün boyutlarını ölçmeye yönelik bir ölçek geliştirilmiştir. Yeterli olmayan öğrenci sayısının en fazla olduğu boyutun mantıksal düşünme olduğu belirlenmiştir. İşlemsel akıcılık, kavramsal anlama ve stratejik yetkinlik boyutlarında ise yeterli olan öğrenci sayısının yüksek olduğu belirlenmiştir.
Awofala, A.O.A.	2017	Nijerya	Başarılı okullarda öğrenim gören öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin, cinsiyet ve matematik performansı değişkenleri açısından incelenmesi amaçlanmıştır.	Öğrenciler	Ölçekler	Öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin yüksek olduğu ve matematik performansları ile her bir matematiksel yeterlik boyutu arasında anlamlı pozitif bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Matematiksel yeterlik boyutları ile cinsiyet arasında ise istatistiksel olarak anlamlı farklılık bulunamamıştır.
Awofala A.O., Lawalb, R.F. , Arighabuc, A.A. & Fatadec, A.O.	2020	Nijerya	Verimli eğilim ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemek amaçlanmıştır.	Öğrenciler	Ölçekler	Öğrencilerin verimli eğilimleri tespit etmek için duygular, inançlar, amaçlar, kimlik, matematiksel bütünlük, motivasyon, risk alma, özyeterlik boyutlarını kapsayan bir ölçek geliştirilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin yüksek verimli eğilim gösterdiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin matematik başarıları ile verimli eğilimleri ve alt boyutları arasında anlamlı pozitif ilişki olduğu belirlenmiştir.

Tablo 1 (devam)
İlgili Araştırmalar

Yazarlar	Yıl	Yapıldığı yer	Araştırmanın amacı	Katılımcılar /Örneklem	Veri Toplama	Sonuçlar
Hlaing, T.Z., Thein N.N.	2020	Myanmar	Öğrencilerin sayılar konu alanındaki matematiksel yeterliklerini belirlemek amaçlanmıştır.	Öğrenciler	Ölçekler	Öğrencilerin sayılar konu alanındaki matematiksel yeterlikleri tespit edilmiş ve bütün yeterlik boyutları arasında anlamlı ilişki olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin çoğunun orta düzeyde matematiksel yeterlik gösterdiği belirlenmiştir. Bilişsel yeterlik boyutları içerisinde, öğrencilerin en yüksek işlemsel akıcılık yeterliğine, en düşük ise stratejik yetkinliğe sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin çoğunun verimli eğilimin yüksek olduğu belirlenmiştir.
Kırnap-Dönmez, S.M., Dede, Y.	2020	Türkiye	2016-2017 Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) ve 2017-2018 Liselere Geçiş Sistemi (LGS) matematik sorularının matematiksel yeterlikler açısından incelenmesi amaçlanmıştır.	—	Doküman	TEOG matematik sorularının en fazla işlemsel akıcılık yeterliğini, en az ise mantıksal düşünme yeterliğini ölçen sorulardan oluştuğu belirlenmiştir. LGS matematik sorularının ise en fazla mantıksal düşünme yeterliğini, en az ise işlemsel akıcılığı ölçen sorulardan oluştuğu belirlenmiştir. Araştırma kapsamında verimli eğilim boyutu çalışma dışı bırakılmıştır.

Tablo 1’de yer alan çalışmalar incelendiğinde matematiksel yeterlikler ile ilgili yapılan çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Yapılan nitel çalışmaların katılımcılarının çoğunlukla öğretmenler-öğretmen adayları olduğu, öğrencilerin matematiksel gelişimlerini belirlemeye yönelik çalışmalarda ise genel olarak nicel yöntemlerin kullanıldığı görülmektedir. Bu noktada Freund (2011)’ın çalışması diğerlerinden ayrılmaktadır. Freund (2011) nitel yöntemler kullanmış, öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişimlerini - sınıf normlarına bağlı olarak- küçük grup çalışmalarındaki ve genel sınıf ortamındaki ifadelerinden yola çıkarak belirlemeye çalışmıştır. Freund (2011)’ın çalışmasının bir sınırlılığı olarak ise herhangi bir bulguya rastlanılmadığından verimli eğilim boyutunun çalışma dışı bırakılması gösterilebilir. Benzer şekilde bazı çalışmalarda da matematiksel yeterliklerin duyuşsal boyutu olan verimli eğilimin kapsam dışı bırakıldığı görülmektedir (bkz. Tablo 1). Siegfried (2012) verimli eğilimin diğer yeterlik türleri gibi yazılı metinler (öğrenci cevapları, vb.) üzerinden incelenemediği için matematiksel yeterliklerin görülemeyen, gizli boyutu olduğunu belirtmiş ve çalışmasında bu boyutu inceleyerek verimli eğilimi belirlemeye yönelik çeşitli göstergeler ortaya koymuştur. Siegfried (2012)’ın söylemlerine paralel şekilde doküman analizi kullanılan çalışmalarda verimli eğilim boyutunun araştırma dışı bırakıldığı görülmektedir (bkz. Tablo 1).

Öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin nicel yöntemler kullanılarak incelendiği çalışmalarda genel olarak Kilpatrick vd. (2001)’in matematiksel yeterlikler çerçevesinin çeşitli konu alanlarına uyarlanarak ölçekler geliştirildiği ve öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin belirlenmeye çalışıldığı ve/veya matematiksel yeterliğin başarı, cinsiyet gibi çeşitli değişkenler açısından incelendiği görülmektedir. Bu çalışmalardan bazılarında (Awofala, 2017; Awofala vd, 2020; Hlaing & Thein, 2020; Ie & Meng, 2016; Meng vd., 2016; Samuelsson, 2010) verimli eğilimin de araştırma sürecine dahil edildiği görülmektedir.

Özetle öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin detaylı şekilde analiz edildiği nitel çalışmaların azlığı ve matematiksel yeterliğin boyutlarından verimli eğilimin çeşitli çalışmalarda kapsam dışı bırakılması matematiksel yeterlik ile ilgili literatürdeki boşluklar olarak ifade edilebilir. Eldeki araştırmada literatürdeki bu boşlukları doldurmaya yönelik olarak öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin bütün boyutları kapsayacak şekilde detaylı incelenmesi amaçlanmıştır.

1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda, 7. sınıf öğrencileri ile çalışılmış ve Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018a) 7. sınıf cebir öğrenme alanındaki kazanımlar dikkate alınmıştır. Zira cebir hem matematiğin aritmetikten soyut kısma geçiş aşaması olması hem de matematiğin diğer birçok farklı konusuyla ilişkisi olması nedeniyle önemli bir öğrenme alanıdır. Üstelik cebir, ileri düzey matematiğe bir geçiş kapısı (bkz. Kaput, 1999) ve matematiğin tamamı üzerinde etkili olan ve matematiğin günlük hayatla ilişkilendirmesini sağlayan temel bir alan olarak görülmektedir (Van de Walle, Karp & Williams, 2021). Ayrıca cebir, hem öğrencilerde soyut düşünme ve akıl yürütmeyi geliştirmesi için önemli bir araç olması hem de öğrencilerin karmaşık yapılar üzerinde çalışarak onların içerisindeki ilişkileri fark etmelerini ve dolayısıyla özgüvenlerini arttırmalarını sağlaması nedeniyle öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal gelişimlerine de önemli katkılar sağlamaktadır (Stacey & MacGregor, 1997). Ek olarak, cebir öğrenme alanındaki konuların farklı temsil biçimlerini içinde barındırması, cebirsel ifadelerle toplama, çıkarma, vb. işlemsel becerileri içermesi, problem çözme uygulamalarının yoğunlukla yer alması, mantıksal düşünme süreçlerine olanak sağlamasının yanında matematiğin diğer konularıyla olan ilişkisi cebiri, matematik ve öğretiminde oldukça önemli bir yere ve konuma yerleştirmektedir. Üstelik cebirin bu özellikleri yukarıda bahsedilen matematiksel yeterlik boyutlarının incelenmesine ve belirlenmesine de güzel ve sağlıklı bir zemin hazırlamaktadır. Bu bağlamda şimdiki çalışma, 7. sınıf cebir öğrenme alanı bağlamında öğrencilerin matematiksel yeterliklerini ortaya çıkarmayı hedeflemektedir. İlgili literatürde öğrencilerin zihinsel becerilerinin oluşmadan yani daha gelişim aşamasında incelenmesinin yerinde olduğu (bkz. Vygotsky, 1978) belirtilmektedir. Bu bağlamda şimdiki araştırma, çalışmanın yürütüleceği 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kazanımlardan ilk kez öğrenecekleri “Eşitlik ve Denklem” konu alanındaki kazanımlarla gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmanın, cebir öğrenme alanı bağlamında öğrencilerin matematiksel yeterliklerini ortaya koyması ve farklı matematiksel konu ve kavramlara yönelik yapılacak ileri çalışmalar için de iyi bir zemin oluşturabileceği düşünülmektedir. Ayrıca ilgili literatür incelendiğinde, özellikle öğrencilerin matematiksel yeterliklerini inceleyen sınırlı sayıda çalışma olduğu, Türkiye’de yapılan çalışmaların ise doküman analizi kullanılarak yürütülen ve sınav sorularını inceleyen çalışmalar olduğu görülmektedir (bkz. Tablo 1). Bu bağlamda bu çalışmanın ilgili literatürdeki bu boşluğu belli ölçüde de olsa doldurmaya

namzet olduğu düşünölmektedir. Ayrıca bu çalışma kapsamında katılımcı olarak farklı başarı ve verimli eğilim düzeyine sahip öğrenciler belirlenerek matematiksel yeterlikleri incelenmiştir. Bilişsel ve duyuşsal açıdan farklı özelliklere sahip öğrencilerin matematiksel yeterliklerini inceleyen bir çalışmaya literatürde rastlanılamadığından çalışmanın literatüre fayda sağlayabileceğı düşünölmektedir.

Diğer taraftan bu çalışma, matematiksel yeterliklerin duyuşsal alana hitap eden boyutu olan verimli eğilim alanını incelemesi açısından da önem taşımaktadır. Verimli eğilim alanı ile ilgili literatürde çok fazla çalışma yapılmadığı, matematiksel yeterlikle ilgili yapılan çalışmalarda ise genellikle bu yeterliğin kapsam dışı bırakıldığı görölmektedir (bkz. Tablo 1). Halbuki öğrencilerin bilişsel becerilerinin yanında duyuşsal eğilimlerinin de belirlenmesi ve geliştirilmesi beklenmektedir (MEB, 2018a, 2018b; NCTM, 2000). Bloom (1979) öğrenme sürecindeki bireysel farklılıkların dörtte birinin duyuşsal faktörler ile açıklandığını belirtmektedir. Buradan da duyuşsal boyutun öğrenme sürecinde çok önemli bir yerinin olduğı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda bu çalışmada, öğrencilerin verimli eğilim yeterlikleri de detaylı bir şekilde incelenmiş ve öğrencilerin verimli eğilimlerini ölçmeye yönelik bir ölçek geliştirilmiştir. Bu nedenle bu çalışmanın -özellikle araştırma bağlamında geliştirilen ölçek bağlamında- ilgili literatüre önemli bir katkı sağlayabileceğı ve bu noktadaki önemli bir boşluğu doldurabileceğı düşünölmektedir.

Ayrıca matematik eğitiminin temel amaçlarından birisi öğrencilerin matematiksel becerilerinin artırılmasıdır. Günümüzde öğrencilere uygulanan Liselere Geçiş Sistemi (LGS) gibi ulusal ve PISA, TIMMS gibi büyük ölçekli uluslararası sınavlara bakıldığında, matematik açısından sadece işlem becerilerinin ve temel bilgileri ezberlemenin yeterli olmadığı, okuduğunu anlama, yorumlama, analiz etme ve elindeki veriler üzerinde çalışarak yeni bilgiler üretme, model, tablo, grafik gibi farklı temsilleri anlayabilme, problem çözme sürecinde gerektiğinde bu temsilleri veya kendi geliştirecekleri çözüm yollarını kullanma gibi özellikler gerektirdiğı görölmektedir (Kırnap-Dönmez & Dede, 2020; MEB, 2011). Bu sınavlarda öğrencilerin başarıya ulaşabilmesi için öğrenme ortamlarının bütün matematiksel yeterlikleri kapsayacak şekilde düzenlenmesi, ayrıca öğrencilerin matematiksel gelişimlerinin bütün matematiksel yeterlikleri kapsayacak şekilde takip edilmesi ve incelenmesi gerekmektedir (Kırnap-Dönmez & Dede, 2020). Bu kapsamda bu çalışmanın, ilgili literatüre ulusal ve uluslararası merkezi sınavlardaki soruların ölçmeye çalıştığı matematiksel yeterliklerin önemine ve yerine yönelik bir farkındalık oluşturmaları bakımından da önemli bir katkı sağlayabileceğı düşünölmektedir.

1.4. Araştırma Problemi ve Alt Problemler

Bu çalışmada “*Yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik matematiksel yeterlikleri nasıldır?*” sorusuna cevap aranmıştır. Bu bağlamda çalışmanın alt problemleri şu şekildedir:

1. Yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik verimli eğilimlerini ölçmeye yönelik geçerli ve güvenilir bir ölçek nasıl geliştirilir?
2. Farklı verimli eğilim düzeyindeki (yüksek, orta ve düşük) ve farklı matematik başarı düzeyindeki (yüksek, orta ve düşük) öğrencilerin matematiksel yeterlikleri nasıldır?
 - 2.1. Başarı düzeyi yüksek, verimli eğilim düzeyi yüksek olan öğrencilerin matematiksel yeterlikleri nasıldır?
 - 2.2. Başarı düzeyi orta, verimli eğilim düzeyi yüksek olan öğrencilerin matematiksel yeterlikleri nasıldır?
 - 2.3. Başarı düzeyi orta, verimli eğilimi düzeyi orta olan öğrencilerin matematiksel yeterlikleri nasıldır?
 - 2.4. Başarı düzeyi orta, verimli eğilim düzeyi düşük olan öğrencilerin matematiksel yeterlikleri nasıldır?
 - 2.5. Başarı düzeyi düşük, verimli eğilimi düzeyi orta olan öğrencilerin matematiksel yeterlikleri nasıldır?
 - 2.6. Başarı düzeyi düşük, verimli eğilim düzeyi düşük olan öğrencilerin matematiksel yeterlikleri nasıldır?

1.5. Varsayımlar

1. Araştırma sırasında (görüşme soruları açısından) katılımcıların birbirlerini etkileyecek herhangi bir etkileşimde bulunmadıkları varsayılmıştır.
2. Gözlemler sırasında öğrencilerin sınıfta bulunan araştırmacı ve/veya kameralardan etkilenmeden doğal halleriyle ders sürecini tamamladıkları varsayılmıştır.
3. 7. Sınıf Cebir Öğrenme Alanının, Eşitlik ve Denklemler konusundaki kazanımların içeriği ve özellikleri nedeniyle öğrencilerin matematiksel yeterliklerini belirlemeye uygun olduğu varsayılmıştır.

4. Çalışmanın katılımcıları olan 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel yeterlik boyutlarını kazanabilecek ve bunları gösterebilecek bilişsel ve duyuşsal özellikte oldukları varsayılmıştır.
5. Katılımcıların matematik derslerini yürüten öğretmenin, ortaokul matematik öğretim programında yer alan cebir öğrenme alanı 7. sınıf kazanımlarına uygun olarak derslerini işlediği varsayılmıştır.

1.6. Sınırlılıklar

Bu çalışma veri toplama süreci açısından 2018-2019 eğitim öğretim yılı, araştırmanın yürütüldüğü yer açısından İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir ilde yer alan bir ortaokul ve ilgili okulda bulunan gözlemlerin yapıldığı bir 7. sınıf şubesi, katılımcılar açısından matematiksel yeterliklerini incelemek için seçilen ve aynı sınıfta öğrenim gören 7 öğrenci, konu açısından cebir öğrenme alanında yer alan eşitlik ve denklem konu alanı, veri toplama araçları açısından yarı-yapılandırılmış görüşme, gözlem ve dokümanlar ile sınırlıdır. Araştırma aynı sınıftan seçilen öğrenciler üzerinden yürütüldüğünden yalnızca bir matematik öğretmenin uyguladığı öğretim süreçleri ile sınırlıdır.

Araştırmanın yürütüldüğü sınıfta yer alan öğrencilerin verimli eğilim (yüksek, orta, düşük) ve başarı (yüksek, orta, düşük) düzeylerinin çaprazlanması sonucu 9 farklı kategori çıkması beklenirken, bazı kategorilerde hiç öğrenci bulunmadığı ve öğrencilerin 6 kategoride toplandığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışma ortaya çıkan 6 kategori türündeki öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin incelenmesi ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Yeterlik: Çalışmada benimsenen yeterlik kavramı, “1. Bir işi yapma gücünü sağlayan özel bilgi, ehliyet. 2. Görevini yerine getirme gücü, kifayet” (Türk Dil Kurumu [TDK], 1998, s. 2442) olarak tanımlanmaktadır.

Matematiksel yeterlik: Kilpatrick vd. (2001) tarafından başarılı bir şekilde matematiği öğrenme olarak tanımlanmaktadır. Bu bağlamda bu çalışmada bu tanım benimsenmiş ve matematiksel yeterlik en genel anlamda aktarılan matematiksel kavramları öğrenme, bu matematiksel kavramlarla çok yönlü işlem yapma gücünü sağlayacak özel bilgilere sahip

olma olarak ifade edilmiştir. Kilpatrick vd. (2001)'in sunduğu matematiksel yeterlikler çerçevesinde yer alan 5 boyut ise şu şekilde tanımlanmaktadır:

İşlemsel akıcılık: “Prosedürler hakkında bilgi, bunların ne zaman ve nasıl uygun şekilde kullanılacağına dair bilgi ve bunları esnek, doğru ve verimli bir şekilde gerçekleştirme” (Kilpatrick vd., 2001, s. 121).

Kavramsal anlama: “Matematiksel fikirleri bütünleşik ve işlevsel bir şekilde kavrama” (Kilpatrick vd., 2001, s. 118), matematiksel durumları farklı temsillerle ifade etme (Kilpatrick vd., 2001).

Stratejik yetkinlik: Problem durumları için uygun yolları belirleme ve çözme (Kilpatrick vd., 2001).

Mantıksal düşünme: “Kavramlar ve durumlar arasındaki ilişkiler hakkında mantıklı düşünme” (Kilpatrick vd., 2001, s. 129).

Verimli eğilim: “Matematiği anlamlı görme, onu yararlı ve değerli olarak algılama, matematik öğrenirken çabanın işe yaradığına inanma ve bireyin kendisini matematiğin etkili bir öğrencisi ve uygulayıcısı olarak görme” (Kilpatrick vd., 2001, s. 131).

Bu çalışmada da Kilpatrick vd. (2001)'in oluşturduğu bu tanımlar benimsenmiştir. Araştırma kapsamında geliştirilen verimli eğilim ölçeğinde de Kilpatrick vd. (2001)'in verimli eğilim tanımı temel alınmış ve ölçek bu tanıma göre geliştirilmiştir. Katılımcıların belirlenmesi sürecinde bu ölçekten almış oldukları verimli eğilim puanları ve başarı durumları dikkate alınmıştır.

Başarı: “1. Toplumsal düzeyde tanımlanmış bir görevin veya amacın gerçekleştirilmesi. 2. İstenen amaca ulaşma, erişme, istenileni elde etme. 3. Eğitimde program hedefleri ile tutarlı davranışlar bütünü. 4. Özel bir beceri alanında belirlenen yeterlilik düzeyi, erişimi.” (TDK, 2015) olarak tanımlanmaktadır. Eldeki çalışmada da başarının “Özel bir beceri alanında belirlenen yeterlilik düzeyi” (TDK, 2015) tanımı benimsenmiş ve öğrencilerin başarı düzeylerini belirleme noktasında başarı puanı, Chelsea Cebir Tanı Testi'nden aldıkları puan ve yıl sonu matematik notlarının ortalamasından elde edilen puan olarak tanımlanmıştır.

Çalışma kapsamında katılımcılar verimli eğilim ölçeğinden aldıkları puan ve başarılarına göre “yüksek-orta-düşük” olacak şekilde üç gruba ayrılmışlardır. Verimli eğilim

ölçeğinden alınan puanların ortalamasından (+1) standart sapma üzerinde puan alan öğrencilerin düzeyi *yüksek verimli eğilim*, (-1) standart sapma altında puan alanların düzeyi *düşük verimli eğilim*, (+1) ile (-1) standart sapma değeri arasında puan alan öğrencilerin düzeyi *orta verimli eğilim* olarak tanımlanmıştır. Benzer şekilde başarı puanlarının ortalamasından (+1) standart sapma üzerinde puan alan öğrencilerin düzeyi *yüksek başarı*, (-1) standart sapma altında puan alanların düzeyi *düşük başarı*, (+1) ile (-1) standart sapma değeri arasında puan alan öğrencilerin düzeyi *orta başarı* olarak tanımlanmıştır.

BÖLÜM II.

KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde yeterlik ve matematiksel yeterlik, matematiksel yeterlik boyutları, cebir öğrenme alanı ve matematiksel yeterliği etkileyen faktörler ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

2.1. Yeterlik ve Matematiksel Yeterlik

Yeterlik daha önce de belirtildiği üzere, “1. Bir işi yapma gücünü sağlayan özel bilgi, ehliyet. 2. Görevini yerine getirme gücü, kifayet” (TDK, 1998, s. 2442) olarak tanımlanmaktadır. Von Glasersfeld (1987) bir konuda yeterli olmak için doğru şeyi yapmanın yetmediğini, kişinin ne yaptığını ve yaptığı şeyin neden doğru olduğunu bilmesi gerektiğini belirtmektedir. Benzer şekilde öğrencilerin matematikte yeterli olmaları için sadece temel bilgi ve kuralları bilmelerinin ötesinde çeşitli becerilere sahip olmaları gerekmektedir. Araştırma ve Geliştirme Kurumu Matematik Çalışma Paneli (Research and Development Corporation [RAND] Mathematics Study Panel, 2003) matematikte yeterli olmanın en temel unsurunun “problem çözme, ispat yapma, matematiksel temsiller, matematiksel dilin ve tanımların doğru kullanımı, genelleme yapma, akıl yürütme, örüntüleri keşfetme gibi becerilerden oluşan matematiksel uygulamalar” olduğunu belirtmektedir. Buna göre, öğrencilerin matematik dersinde yeterli olarak tanımlanabilmesi için temel matematiksel kavramları bilmelerinin yanı sıra matematiksel uygulamalarla karşılaşmaları ve matematiksel bilgilerini bu uygulama süreçlerinde etkili bir şekilde kullanabilmeleri gerekmektedir ve bu becerilerinin öğrencilere kazandırılması matematik öğretimin amaçlarını oluşturmaktadır. Altun (2010), matematik öğretiminin amacının

bireye günlük yaşamın gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmak, problem çözme becerisi edindirmek olduğunu belirtmektedir. Olkun ve Toluk (2003) ise bu amaca duyuşsal boyutu da katarak matematiği bilmenin yanında bu bilgi ve becerilerini uygulayabilen, problem çözebilen ve bunlardan keyif alan bireyler yetiştirmeyi matematik eğitimin amacı olarak ifade etmektedir. Özetle matematik eğitiminin amacı matematiksel kavramlar, matematiksel bilgileri uygulama, problem çözme, matematikten keyif alma gibi çeşitli bilgi ve becerileri öğrencilere kazandırarak matematiksel yeterliklere sahip bireyler yetiştirme olarak ifade edilebilir.

Matematiksel yeterlikle ilgili literatürde çeşitli tanımların olduğu görülmektedir. Örneğin European Commission (2006), matematiksel yeterliğin bütün bireylerin kişisel gelişimleri adına sahip olmaları gereken temel yeterliklerden biri olduğunu belirtmekte ve matematiksel yeterliği, günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin çözümlerinde matematiksel düşünce süreçlerini kullanma, bunları matematiksel temsillerle ifade edebilme becerisi ve isteği olarak tanımlamaktadır. European Commission (2006)'ın tanımında matematiksel bilgilerin günlük yaşama transferi vurgusunun öne çıktığı görülmektedir. Awofala (2017) ise günlük yaşam vurgusundan ziyade matematikte uzman ve yetkin olma noktasında matematiksel yeterliği tanımlamış, matematiksel yeterliğin, bir kişinin matematiği anladığının ve yapabildiğinin bir göstergesi olduğunu belirtmiş ve matematiksel yeterliği yetenekli olmak, matematik yapma süreçlerinde uzmanlık, bilgi, inanç, yetkinlik sergilemek ve yüksek verimli eğilime sahip iyi bir problem çözücü olmak şeklinde tanımlamıştır. Niss ve Højgaard (2019) ise bütün durumları kapsayacak şekilde bir tanım yapmış ve matematiksel yeterliği çeşitli durumları çözebilmek için karşılaşılabilecek her türlü matematiksel zorluğa karşı uygun şekilde hareket etmeye hazır olmak şeklinde ifade etmiştir. Kilpatrick vd. (2001) ise matematiği başarılı bir şekilde öğrenmeyi matematiksel yeterlik olarak ifade etmiş ve öğrenmeyi ön plana çıkarmıştır. Özetle matematiksel yeterlik, matematiğin anlamlı öğrenimi ve öğretimi için gerekli olan tüm özellikleri kapsayan bir kavram olarak ifade edilebilir (Kırnap-Dönmez & Dede, 2020).

Literatür incelendiğinde öğrencilerin sahip olmaları gereken temel matematiksel yeterliklerin farklı şekillerde sınıflandırıldığı görülmektedir. Örneğin, Hiebert ve Lefevre (1986) öğrencilerin matematiği anlamalarını kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi olarak iki düzeyde incelemektedir. Kavramsal bilgi, matematikteki kavramların ve bu kavramların özelliklerinin bilgisidir. İşlemsel bilgi ise sayısal prosedürlere hâkim olmayı gerektiren

bilgi türüdür. Bir öğrencinin matematikte başarılı sayılabilmesi için hem kavram bilgisine hem de işlemsel bilgiye sahip olması gerekmektedir. Skemp (1976) enstrümental bilgi ve ilişkisel bilgi olarak iki farklı tür matematiksel bilgidir bahsetmektedir. Enstrümental bilgi işlemsel bilgiye benzer şekilde işlemlerin, kuralların bilgisidir. İlişkisel ise kavramlara ve kavramlar arası ilişkilerde uzman olmayı gerektirmektedir (Skemp, 1976). NCTM (2000) de problem çözme, akıl yürütme ve ispatlama, ilişkilendirme, temsil, iletişim olmak üzere matematiksel süreç becerileri olarak adlandırılan beş temel beceri belirlemiştir. Bu becerilerden problem çözme öğrencilerin çözüm metodunu bilmedikleri görevler üzerine çalışması, akıl yürütme ve ispat öğrencilerin durumları genellemeleri ve gerekçelendirmeleri, iletişim öğrencilerin düşüncelerini matematiksel dil kullanarak ifade etmesi, ilişkilendirme matematiğin kendi içindeki ve farklı alanlarla bağlantılarını fark etmesi, temsil ise öğrencilerin düşüncelerini organize etmek ve açıklamak için farklı temsilleri kullanması olarak açıklanabilir (NCTM, 2000).

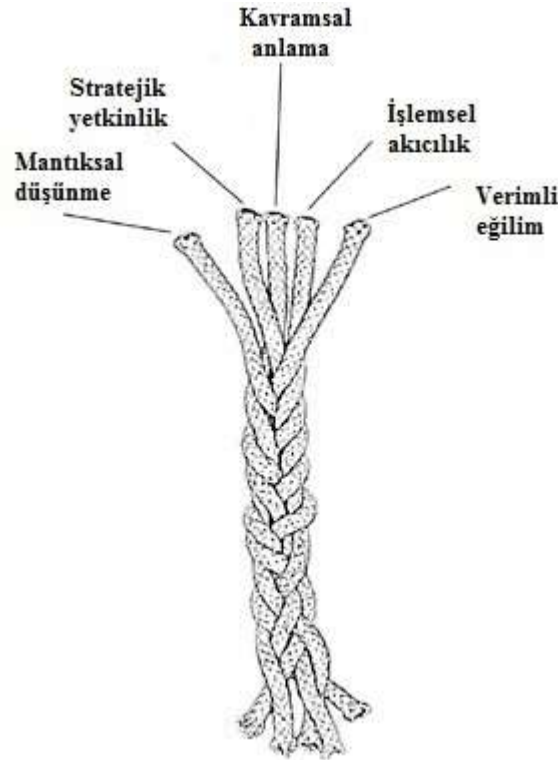
Common Core State Standards Initiative (t.y.), Matematik için Ortak Temel Eyalet Standartları (The Common Core State Standards for Mathematics [CCSSM]) olarak öğrencilerin matematikte sahip olması gereken 8 temel standart belirlemiştir. Bunlar; problemleri anlamlandırma ve çözmek için ısrarcı olma, soyut ve nicel muhakemeler yapabilme, argümanlar oluşturabilme ve başkalarının düşüncelerini eleştirebilme, modelleme yapabilme, stratejik olarak uygun araçları kullanabilme, açık ve net ifadeler kullanma, yapıları arama ve kullanma, tekrar eden durumları belirleme ve açıklamadır.

Öğrencilerin kazanması gereken matematiksel yeterlikler incelendiğinde genellikle bilişsel boyutların ön plana çıktığı görülmektedir. Ancak Türkiye’deki ortaokul matematik öğretim programında geliştirilmesi gereken beceriler problem çözme, matematiksel süreç becerileri (iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme), duyuşsal beceriler, psikomotor beceriler ve bilgi ve iletişim teknolojileri olarak sıralanmıştır (MEB, 2013). Türkiye’deki öğrencilerin kazanması beklenen davranışlar incelendiğinde duyuşsal kazanımlara da yer verildiği görülmektedir. Kilpatrick vd. (2001) de bu duruma uygun şekilde matematiksel yeterlik boyutlarına duyuşsal kazanımları da ekleyerek bir sınıflandırma yapmış ve matematiksel yeterliklerin işlemsel akıcılık, kavramsal anlama, stratejik yetkinlik, mantıksal düşünme ve verimli eğilim olduğunu belirtmiştir. Kilpatrick vd. (2001)’in teorik çerçevesi ve matematiksel yeterlik boyutlarının açıklamaları aşağıdaki bölümde verilmiştir.

2.1.2. Kilpatrick vd. (2001)'in Matematiksel Yeterlikler Çerçevesi

Kilpatrick vd. (2001) matematikte başarılı olmak için sahip olunması gereken yeterliklerin işlemsel akıcılık, kavramsal anlama, stratejik yetkinlik, mantıksal düşünme ve verimli eğilim şeklinde beş boyuttan oluştuğunu belirtmiştir. Bu beş temel öge beceri, yetenek, anlama gibi matematiksel yeterlik ihtiva eden durumlar adına genel bir yapı sunmaktadır (Figgins, 2010). Öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirmek için bu beş unsurun tümüne odaklanmak gereklidir (Freund, 2011).

Kilpatrick vd. (2001) bu beş temel ögenin birbirinden bağımsız olmadığını, birbirlerine halat gibi bağlı olduğunu ve birinin gelişimin diğerlerini etkilediğini ifade etmektedir (bkz. Şekil 1). Örneğin, işlemsel akıcılığı geliştirici etkinlikler aynı zamanda problem çözme sürecine de katkı sağlayacağından öğrencinin stratejik yetkinliğinin artması beklenebilir. Stratejik yetkinliğin artması öğrencide problemleri çözebildiğine dair olumlu bir algı oluşturabileceğinden verimli eğilim boyutunda da bir artış beklenebilir. Bu nedenle de yeterlik boyutları birbirleriyle ilişki ve etkileşim halindedir.



Şekil 1. Matematiksel yeterliğin unsurları. “Intertwined Strands of Proficiency”, Kilpatrick, J., Jane Swafford, J., & Findell, B., 2001, Adding it up: Helping children learn mathematics, Washington, DC: National Academy, s. 117.

Matematiksel yeterlikler Şekil 1’ de görüldüğü üzere tamamen birbirinden ayrı düşünülmesi de hepsinin temel aldığı noktalar farklıdır ve her bir boyut büyük önem taşımaktadır.

İlgili literatür incelendiğinde bu boyutların farklı beceri sınıflandırmalarıyla karşılaştırmalarının yer aldığı görülmektedir (Khalil & Alnatheer, 2020; Kırnay-Dönmez & Dede, 2020). Örneğin Khalil ve Alnatheer (2020) matematiksel yeterlikler ile 21. yüzyıl becerilerini karşılaştırarak yaratıcı düşünme ile stratejik yetkinlik boyutunu, esneklik ve iletişim-paylaşma ile mantıksal düşünme boyutunu, karar verme ve esneklik ile işlemsel akıcılık boyutunu, yaratıcı düşünme ve iletişim-paylaşma ile kavramsal anlama boyutunu, karar verme ve öz-yönelim ile verimli eğilim boyutunu ilişkilendirmiş; problem çözme, eleştirel ve teknik beceriler gibi 21. yüzyıl becerilerinin ise bütün yeterlik boyutlarını kapsadığını ifade etmişlerdir. Kırnay-Dönmez ve Dede (2020) ise matematiksel yeterliklerle PISA yeterliklerini değerlendirmiş ve matematiksel yeterliklerin düzeyler içerisine yayılmış olduğunu ancak genel olarak işlemsel akıcılığın öğrencilerin rutin işlemleri yapmasının beklendiği 1. düzeye, kavramsal anlama ve stratejik yetkinliğin; öğrencilerin problem çözmesinin, temsilleri kullanmasının beklendiği 2. ve 3. düzeylere; mantıksal düşünme yeterliğinin ise öğrencilerin yaptığı işlemler üzerinde düşünebilmesi ve genelleme yapmasının beklendiği 4., 5. ve 6. düzeylere karşılık gelebileceğini ifade etmişlerdir. Matematiksel yeterliklerle diğer sınıflandırmalarının birbirini karşılayan durumları olsa da Kilpatrick vd. (2001)’in oluşturduğu çerçeve matematiksel anlamının özelliklerini içermesi, matematiksel yeterlik boyutlarını uygulamaya dönük bir şekilde açıklamış olması, öğrencilerin matematik performansını kapsamlı bir şekilde ele alması ve duyuşsal boyutu ihmal etmeyerek verimli eğilim yeterliğini içermesi nedeniyle önem taşımaktadır (Correa, 2017).

Bu kısımda matematiksel yeterlik boyutları incelenecek ve detaylı bir şekilde açıklanmaya çalışılacaktır.

2.1.2.1. İşlemsel Akıcılık

İşlemsel akıcılık, “*prosedürler hakkında bilgi, prosedürlerin ne zaman ve nasıl uygun şekilde kullanılacağına dair bilgi ve bunları esnek, doğru ve verimli bir şekilde*

gerçekleştirme becerisi” (Kilpatrick vd., 2001, s. 121) olarak tanımlanmaktadır. Tanımdan da anlaşılacağı üzere işlemsel bilgiyi ve işlem yapma becerisini temel almaktadır.

İşlemsel akıcılık becerisine sahip bir öğrenciden $(2 + 3)$, $(-5 + 2)$ gibi temel hesaplama işlemlerini yapabilmeleri, işlemlerin durumuna göre zihinden veya kağıt-kalem ya da farklı araçlar kullanarak işlemleri çözebilmeleri, her türlü yöntemi uygulayabilme esnekliğine sahip olabilmeleri ve çözüm yönteminin pratikliğine karar verebilmeleri gibi beceriler beklenmektedir (Kilpatrick vd., 2001).

Kilpatrick vd. (2001)’in işlemsel akıcılık tanımı ve sayılar konusu üzerinden verdiği örnekler göz önüne alındığında cebir öğrenme alanı özelinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme sürecinde öğrencilerden beklenen işlemsel akıcılık becerilerinin şunlar olabileceği söylenebilir:

1. Verilen işlemleri doğru ve akıcı olarak yapma.
2. Denklem çözümünde bilinenleri ve bilinmeyenleri aynı tarafta toplama.
3. Denklem çözümünde eşitlikte taraf değiştirirken işaretleri doğru yazma.
4. Denklem çözümünde bilinen ve bilinmeyenleri eşitliğin farklı taraflarında toplandığında da çözümü doğru gerçekleştirebilecek esnekliğe sahip olma.

Öğrencilerden işlemsel akıcılık becerisi kapsamında temel işlemsel becerileri bilmesinin yanında farklı çözümlere hakim olması ve durumun şartlarına göre en uygun yöntemi uygulaması beklenmektedir. Bu esnekliğe sahip olabilme işlemsel akıcılıkta yeterli olmayı gerektirmektedir. Örneğin Star ve Rittle-Johnson (2008) denklem çözme esnasında sabit veya benzer terimleri birleştirme, dağılma özelliğini kullanma, eşitliğin her iki tarafına aynı değişken ya da sayıyı ekleme/çıkarma, eşitliğin her iki tarafını aynı sabite bölme olacak şekilde dört temel dönüşümün kullanıldığı belirtmişlerdir. Öğrencilerin esneklik becerisi için bütün yöntemleri bilmesi ve en etkilisine karar vermesi beklenmektedir. Tablo 2’de, 3 farklı denklem türüne ait farklı çözüm yöntemleri verilmiştir ve bunlardan tablonun son sütunundaki çözümlerin daha hızlı çözüme ulaştırdığı ve daha az hata payı olduğu için ilkinde göre daha etkili bir çözüm stratejisi olduğu ve bu yöntemi tercih eden öğrencilerin işlemsel esnekliğe sahip olduğu söylenebilir (Star & Rittle-Johnson, 2008).

Tablo 2

İki Farklı Strateji Kullanılarak Çözülen Denklem Örnekleri

<i>Denklem türü</i>	<i>Standart strateji kullanımı içeren çözüm</i>	<i>Daha etkili strateji kullanımı içeren çözüm</i>
$a(x+b)=c$	$3(x+1)=15$ $3x+3=15$ $3x=12$ $x=4$	$3(x+1)=15$ $(x+1)=5$ $x=4$
$a(x+b)+d(x+b)=c$	$3(x+1)+2(x+1)=20$ $3x+3+2x+2=20$ $5x+5=20$ $5x=15$ $x=3$	$3(x+1)+2(x+1)=20$ $5(x+1)=20$ $x+1=4$ $x=3$
$a(x+b)=d(x+b)+c$	$7(x-2)=3(x-2)+16$ $7x-14=3x-6+16$ $7x-14=3x+10$ $4x-14=10$ $4x=24$ $x=6$	$7(x-2)=3(x-2)+16$ $4(x-2)=16$ $x-2=4$ $x=6$

"Example equations solved using different strategies", Star, J. R., & Rittle-Johnson, B., 2008, Flexibility in problem solving: The case of equation solving., Learning and Instruction, 18(6), s. 565-579.

Öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışları ve hataları işlemsel akıcılık yeterliğini etkilemektedir. Örneğin denklem çözme süreçlerinde öğrencilerin değişkenler arası ilişkileri doğru bir şekilde kuramama, " $-2x = 10$ " şeklindeki denklemi negatif katsayıyı yok sayarak " $2x = 10$ " şeklinde algılama, karşı tarafa geçirme kuralını uygularken ters işlem hatası yapma (eşitliğin karşı tarafına geçirirken yanlış işlem uygulama) ya da ters işlemi sınırlı (eşitliğin sadece bir kısmına çarpma/bölme işlemlerinin uygulanması) kullanma, aritmetiksel eksikliklerden dolayı hata yapma, " $4x - 2$ " ifadesini " $2x$ " olarak düşünme (gramer hatası), değişken kavramını anlamlandırmakta zorlanma gibi çeşitli hatalar ve kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmektedir (bkz. Çavuş-Erdem, 2013; Dede & Peker, 2007; Kieran, 1992; Rosnick, 1981; Sleeman, 1984). Perso (1992)'da öğrencilerin cebirle ilgili kavram yanlışlarını harflerin cebirdeki yerini anlama, değişkenleri kullanma ve denklem çözerken cebirsel ifadeleri kullanma olarak 3 kategoride incelemiş ve denklem çözme esnasındaki kavram yanlışlarını ise şu şekilde belirtmiştir:

1. Eşitliğin diğer tarafına sayıyı işaret değiştirmeden geçirme.
2. Sayıları, değişkenleri ve işaretleri birbirinden ayrı düşünememe.
3. Çıkarma işleminin değişme özelliği olduğunu düşünme.
4. Ters işlemin gereksiz olduğunu düşünme.
5. Harflerin soldan sağa eşleştiğini düşünme.
6. Harflerin kelimeler için birer etiket olduğunu düşünme.

Yukarıda belirtilen kavram yanılgıları öğrencilerin denklemleri çözerken işlemsel akıcılığını etkilemektedir. Bu nedenle öğrencilerin işlemsel akıcılık noktasında daha başarılı olmaları adına kavram yanılgılarının ve hatalarının önüne geçilmesi gerekmektedir. Bu noktada Horne ve Lindberg (2001) doğrusal denklemler konusunda öğrencilerin gelişimleri için basitten zora olacak şekilde bir sıralama yapmışlardır. Bu sıralama şu şekildedir: tek aşamalı kutu ya da boşluk içeren aritmetiksel etkinlikler, bir ya da iki aşamalı cebirsel sembol içeren ve sonucu tam sayı olanlar denklemler, iki ya da daha fazla aşamalı ters işlem yapmayı gerektiren ve sonucu tam sayı olan denklemler, iki aşamalı, ters işlem ve denklik yaklaşımının kullanılmasını gerektiren bilinmeyen eşitliğin tek tarafında bulunduğu denklemler, ters işlem ve denklik yaklaşımının kullanılmasını gerektiren bilinmeyen eşitliğin iki tarafında bulunduğu denklemler. Öğrencilerin denklem çözme noktasındaki işlemsel becerilerini artırmak ve somuttan soyuta geçmek adına bu aşamalar kullanılabilir.

2.1.2.2. Kavramsal Anlama

Kavramsal anlama farklı temsiller arasında ilişkileri görebilmeyi ve bir temsilden diğerine geçebilmeyi ifade eder (Kilpatrick vd., 2001). Kavramsal anlama yeterliğine sahip kişiler, bilgilerini uygun durumlarda kullanabilecek şekilde düzenlerler ve ayrık bilgiler yerine önceki bilgilerle ilişkili kavramlara sahiptirler (Siegfried, 2012). Bir durumu ifade etmek için farklı temsilleri kullanabilirler. Örneğin rasyonel sayılarda verilen bir toplama işlemini sayı doğrusu, şekil çizimi, vb. modellemeler yoluyla göstermek ya da ona uygun bir hikâye yazmak kavramsal anlamının işaretlerindendir (Kilpatrick vd., 2001).

Kilpatrick vd. (2001)'in kavramsal anlama tanımı ve sayılar konusu üzerinden kavramsal anlama yeterliğine yönelik verdiği örnekler dikkate alındığında cebir öğrenme alanı

özelinde verilen problemleri ve durumları cebirsel olarak ifade etme, cebirsel olarak verilen ifadeleri sözel olarak ifade etme, eşitlikleri göstermede terazi modellerini kullanma, verilen ifadelere uygun problem kurma, grafik gösterimleri gibi farklı temsil biçimleri kullanma kavramsal anlama gerçekleştirmiş bir öğrenciden beklenmesi gereken yeterlikler olarak düşünülebilir. Buradan hareketle eşitlik ve denklem konu alanında öğrencilerden beklenen kavramsal anlama becerileri olarak şunlar sıralanabilir:

1. Verilen ifadeyi modelle gösterme.
2. Verilen bir modele uygun eşitlik veya denklem yazma.
3. Verilen cebirsel ifadeye uygun problem kurma.
4. Verilen problem durumunu cebirsel olarak ifade etme.

2.1.2.3. Stratejik Yetkinlik

Stratejik yetkinlik verilen problem durumları için farklı çözüm yollarından en uygununu seçme ve çözme becerisidir (Kilpatrick vd., 2001).

Problem, ne yapılacağını bilinmediği durumlarda ne yapılacağını bilmek olarak tanımlanmaktadır. Stratejik yetkinliğe sahip bir öğrenci herhangi bir problemle karşılaştığında farklı çözüm yolları üzerine düşünebilme, verilen problemi aritmetiksel, cebirsel, grafiksel, vb. gösterimlerden faydalanarak ifade edebilme, en uygun çözüm yöntemine karar vererek sonuca ulaşabilme becerisine sahiptir (Kilpatrick vd., 2001). Özetle öğrencilerden beklenen stratejik yetkinlik becerileri olarak şunlar sıralanabilir:

1. Verilen problem için çözüm stratejisi geliştirme.
2. Belirlenen çözüm stratejisi ile doğru sonuca ya da sonuçlara ulaşabilme.
3. Verilen problem durumuna yönelik alternatif çözüm yöntemleri üretebilme.

Kilpatrick vd. (2001) problem çözümü sırasında kullanılabilecek alternatif çözümleri “*Bir bisiklet dükkanında toplamda 36 bisiklet ve üç tekerlekli bisiklet bulunmaktadır. Dükkannda satılan ürünlerin toplam 80 tekerleği olduğuna göre, iki tekerlekli ve üç tekerlekli bisiklet sayısını bulunuz.*” (s. 126) sorunun çözümü üzerinden örneklemiş ve 3 farklı yöntemin kullanılabileceğini belirtmiştir:

- 1.Yöntem: Toplam bisiklet sayısı 2 ile çarpılarak elde edilen sonuç 80’den çıkarılır ve böylelikle 3 tekerlekli bisiklet sayısı bulunabilir.
($36 \times 2 = 72$, $80 - 72 = 8$, $36 - 8 = 28$)

2.Yöntem: Deneme-yanılma yöntemi kullanılabilir. Tahmini bir sayıdan başlanarak doğru tekerlek sayısına ulaşılabilir. Örneğin 25 adet iki tekerlekli bisiklet olsun. Bu durumda 3 tekerlekli bisiklet sayısı 9 olur. Toplam tekerlek sayısı $(25 \times 2) + (11 \times 3) = 83$ olur. 80 sayısından daha yüksek bir sonuç elde edildiğine göre 3 tekerlekli bisiklet sayısı daha düşüktür şeklinde bir çıkarım yapılarak daha küçük sayılarla denemeye devam edilerek sonuca ulaşılabilir.

3.Yöntem: Diğer bir yol ise cebirsel yöntemdir ve denklem oluşturularak çözüme ulaşılabilir. İki tekerlekli bisiklet sayısına x , üç tekerlekli bisiklet sayısına y denirse, " $x + y = 36$ " ve " $2x + 3y = 80$ " denklem sistemleri çözülerek sonuca ulaşılabilir.

Stratejik yetkinlik yeterliğine sahip bir öğrenciden bu farklı yöntemleri bilmesi/geliştirebilmesi ve en uygun yöntemi seçerek sonuca ulaşması beklenmektedir. Öğrenciler aritmetiksel dönemdeki problemlerde bilinen bir nicelikten bilinmeyen nicelikleri bulmaya çalışırken, cebirsel dönemde bilinmeyenden hareketle sembolik ifadeler kullanarak denklem oluşturup çözüme ulaşmaya çalışırlar (Van Dooren, Verschaffel & Onghena, 2003). Dolayısıyla problem çözme sürecindeki cebirsel yöntem, problemdeki temel ilişkileri temsil eden bir denklem formüle etmek ve ardından çözmektir (Stacey & MacGregor, 1999). Cebirsel problem çözme ise nicelikler arasındaki ilişkileri belirlemeyi, bilinen ve bilinmeyenler arasındaki ilişkileri cebirsel ifadeler kullanarak tanımlamayı içermektedir (Puig & Rojano, 2004).

Problem çözme diğer alanlarda olduğu gibi cebir öğretiminde de önemli bir yer taşımaktadır. Erken dönemlerden itibaren cebirsel düşünmeyi geliştirmek ve öğrencilere bu alanda bir bakış açısı kazandırmak amacıyla problem çözme yaklaşımı kullanmak öğrenmeye katkı sağlayacaktır (Booker & Windsor, 2010). Kilpatrick vd. (2001)'in verdiği örnekten yola çıkarak "Koyun ve tavukların bulunduğu bir çiftlikte toplam 17 hayvan bulunmaktadır. Çiftlikte hayvanların toplam ayak sayısı 50 olduğuna göre, koyun sayısını bulunuz." şeklinde cebir öğrenme alanı özelinde bir denklem kurma problemini düşünürsek stratejik yetkinlik gösteren bir öğrencinin öncelikli olarak problemi anlayarak cebirsel olarak ifade etmesinin bekleneceği düşünülebilir. Burada öğrenci kendi bilgi düzeyine göre bir bilinmeyenli ya da iki bilinmeyenli denklemler oluşturabilir. Örneğin koyun sayısına x diyerek " $4x + 2(17 - x) = 50$ " şeklinde bir denklem oluşturabileceği gibi, koyun sayısı y , tavuk sayısı z olacak şekilde " $y + z = 17$ " ve " $4y + 2z = 50$ " şeklinde iki bilinmeyenli denklem sistemleri oluşturabilir. Sonrasında ise oluşturduğu

denklemleri çözerek sonuca ulaşması beklenmektedir. Buradaki örnek denklem kurma problemi konu alanı özelinde verildiğinden sadece cebirsel çözüm yöntemi örneklenmiştir. Ancak stratejik yetkinliğe sahip olan bir öğrencinin farklı yöntemleri bilmesinin yanında farklı yöntemler arasında problem durumuna en uygun çözüm yöntemini seçebilecek esnekliğe sahip olması da önemlidir (Kilpatrick vd., 2001).

Polya (1997) problem çözme aşamalarını problemi anlama, strateji belirleme, belirlenen stratejiyi uygulama ve elde edilen sonucun doğruluğunu kontrol etme olarak açıklamaktadır. Yani problem çözme adımları verilen problemin içerisindeki verilenleri ve istenenleri anlayabilme, bunlara uygun olacak şekilde problemin çözümünde kullanılabilecek alternatif çözüm yöntemlerini düşünme, sonrasında bu yöntemler içerisinde birine karar verme ve çözüm yöntemi uygulama, en son da ise elde edilen sonucun doğruluğunu kontrol ederek problem çözme sürecini tamamlamak olarak ifade edilebilir. Stratejik yetkinlik becerisinin kapsamı incelendiğinde Polya (1997)'nın adımlarından ilk üçüne karşılık geldiği, problemi anlamayı, çözüm yollarını belirlemeyi ve uygulamayı içerdiği söylenebilir. Elde edilen sonucun kontrol edilmesi adımının ise daha çok mantıksal düşünme yeterliği ile ilgili olduğu söylenebilir.

2.1.2.4. Mantıksal Düşünme

Mantıksal düşünme, “*kavramlar ve durumlar arasındaki ilişkiler hakkında mantıklı düşünme*” olarak tanımlanmaktadır (Kilpatrick vd., 2001, s. 129). Mantıksal düşünme yeterliği kapsamında öğrencilerden yaptıkları işlemlerin nedenlerini bilmeleri ve açıklayabilmeleri, kurallar ve işlemler arasında bağlantı kurmaları beklenmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin oluşturdukları çalışmalarda kendilerini haklı çıkarma becerisi de mantıksal düşünmenin bir parçasıdır (Kilpatrick vd., 2001). Dolayısıyla mantıksal düşünme yeterliği matematikteki işlemlerin, olguların, kuralların dayandığı gerekçeleri bilme ve ilgili işlemleri yaparken bu gerekçelerin farkında olma, çözüm süreçlerini bunlara dayandırarak açıklayabilme, işlemlerin sağlamasını yapabilme, çözümlerin doğruluğunu kanıtlayabilme ve kontrol edebilme durumlarını içermektedir. Kilpatrick vd. (2001) mantıksal düşünme yeterliğinin her şeyi bir arada tuttuğunu ve öğrenmeye rehberlik ettiğini belirtmiştir.

Mantıksal düşünme yeterliğine sahip bir öğrenci yapılan işlemlerin, çözümlerin, ifade edilen durumların neden öyle olduğunun, belirlenen işlemlerin hangi nedenlerle

yapıldığının, kuralların ve formüllerin matematiksel dayanaklarının bilincindedir ve bunu ifade edebilir.

Özetle mantıksal düşünme yeterliğinde öğrencilerden beklenen davranışlar şu şekilde sıralanabilir:

1. Yaptığı çözümün doğruluğunu kanıtlar, sağlamasını yapar.
2. Neden-sonuç ilişkisi kurar.
3. Yaptığı işlemin gerekçeleri hakkında bilgi sahibidir.

Kilpatrick vd. (2001)'in mantıksal düşünme tanımı ve sayılar konusu üzerinden verdiği örnekler dikkate alındığında cebir öğrenme alanı özelinde denklem çözüm süreçlerinin eşitliğin korunumu ile açıklanması mantıksal düşünme yeterliğini gösterdiği düşünülebilir. Örneğin, öğrencinin " $x + 2 = 5$ " denkleminin çözümünde;

$$x + 2 = 5$$

$$x = 5 - 2$$

$$x = 3$$

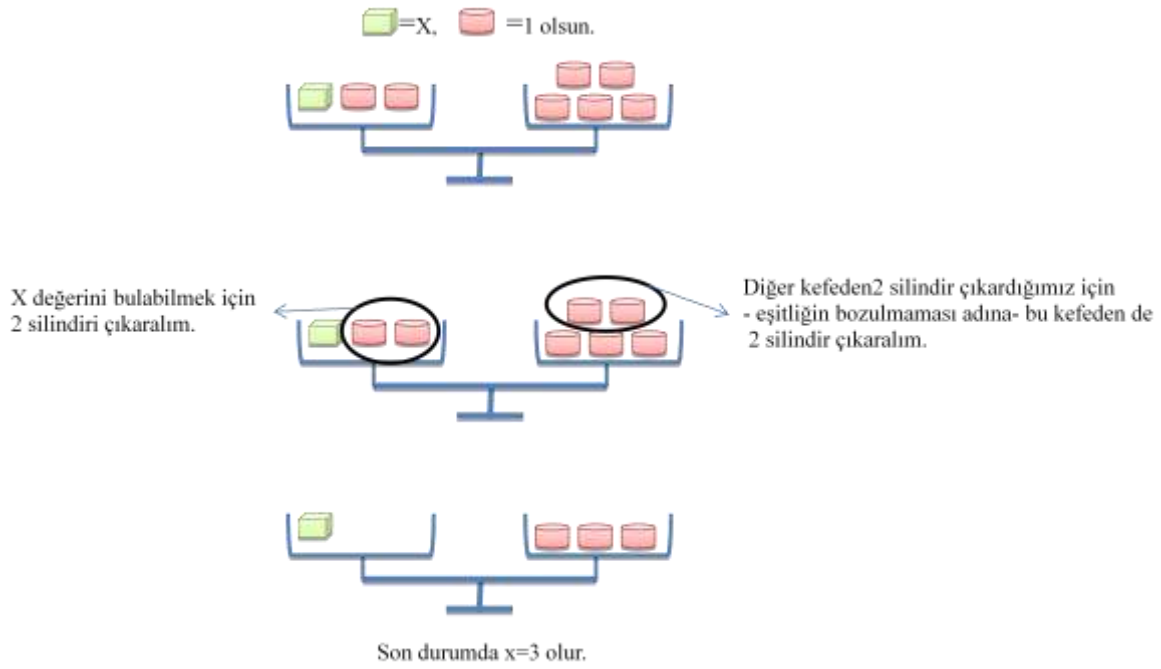
işlemlerini yaptığını düşünelim. Bu işlem süreçlerini açıklaması istendiğinde mantıksal düşünmede yeterli olan bir öğrenci 5'den 2'yi çıkarma gerekçesi olarak eşitliğin her iki tarafına da aynı sayıyı eklemenin ya da çıkarmanın eşitliği değiştirmeyeceğini, bu nedenle her iki taraftan 2'yi çıkardığını yani aslında;

$$x + 2 = 5$$

$$x + 2 - 2 = 5 - 2$$

$$x = 3$$

şeklinde bir işlem yaptığını belirtebilir ya da yaptığı işlemin gerekçesini aşağıdaki gibi açıklayabilir:



Şekil 2. Denklem çözümünün mantıksal süreçlerinin terazi modeli ile açıklanması adına örnek bir durum

Öğrencinin yukarıdaki şekildeki gibi terazi modeli kullanarak ya da denklemin her iki tarafına aynı sayı ekleyip/çıkararak denklem çözümü yaparken kullanılan işlemlerin gerekçelerini açıklayabilmesi mantıksal düşünme yeterliğinin işaretlerinden olduğu düşünülebilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin elde ettikleri sonucun doğruluğunu kontrol etmeleri de mantıksal düşünme yeterliğini göstermektedir. Bu nedenle öğretim süreçlerinde öğrencilerinin sağlama yapmasının desteklenmesi ve öğrencilerin denklem çözümünün altında yatan mantığı anlamasını sağlamaya yardımcı olmak amacıyla eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi uygulama yönteminin kullanılmasına yer verilmesi, terazi modellerinin kullanılması mantıksal düşünme becerisinin gelişimine katkı sağlayabileceği düşünülebilir.

2.1.2.5. Verimli Eğilim

Verimli eğilim “*matematiği anlamlı görme, onu yararlı ve değerli olarak algılama, matematik öğrenirken çabanın işe yaradığına inanma ve bireyin kendisini matematiğin etkili bir öğrencisi ve uygulayıcısı olarak görme*” (Kilpatrick vd., 2001, s. 131) şeklinde tanımlanmaktadır. Bu yeterlik boyutu diğer yeterlikler gibi doğrudan matematik bilgisi ile ilgili değil, insanların matematiğe karşı geliştirdikleri tutum, inanç ve kendilerini

matematik öğrencisi ve uygulayıcısı olarak ne şekilde değerlendirdikleri ile ilişkilidir (Siegfried, 2012). Verimli eğilimi yüksek öğrenciler matematiği kurallar bütünü olarak görmek yerine azim ve çabayla anlaşılabilen birbiriyle ilişkili kavramlardan oluşan bir sistem olarak görürler (Hlaig & Thein, 2020). Zamanı iyi değerlendirme yöntemlerinden birinin matematik çalışmak olduğunu ve iyi bir çalışmayla herkesin başarılı olabileceğine inanırlar (Freund, 2011). Verimli eğilim duygular, inançlar, amaçlar, kimlik, matematiksel bütünlük, motivasyon, risk alma, özyeterlik kavramlarıyla ilişkilidir (Siegfried, 2012). Özetle verimli eğilim yeterliğinde öğrencilerden beklenen davranışlar şu şekilde sıralanabilir:

1. Kendini başarılı görme.
2. Derse aktif katılım gösterme.
3. Konuyu faydalı, işe yarar görme.
4. Konuyu eğlenceli bulma.
5. Konuyu uğraşmaya/çalışmaya değer bulma.

Yukarıdaki tanımlar ve açıklamalar incelendiğinde verimli eğilimin iki boyutu olduğu söylenebilir. Bunlardan birincisi kişinin kendi matematik başarısına yönelik algısı, diğeri ise matematik dersine ilişkin algısıdır. Dolayısıyla bir öğrencinin matematikte verimli eğilim yeterliği göstermesi hem kendine ilişkin özyeterlik algısının yüksek olması hem de matematik dersine yönelik tutumunun yüksek olması olarak değerlendirilebilir ve verimli eğilim matematik özyeterliği ile matematiğe karşı tutumun birleşimi olarak düşünülebilir. Thurstone (1931) tutumu, “psikolojik bir objeye yönelen olumlu veya olumsuz duyguların derecesi” şeklinde, Smith (1968’den akt. Kağıtçıbaşı, 2005) “bir bireye atfedilen ve onun bir psikolojik obje ile ilgili düşünce, duygu ve davranışlarını düzenli bir şekilde oluşturan bir eğilimdir.” şeklinde tanımlamaktadır. Özyeterlik ise bireyin herhangi bir durumu başarılı bir şekilde yapabilme yeteneğine olan inancı olarak tanımlanmaktadır (Bandura, 1977). Hackett ve Betz (1989’dan akt. Işıksal & Aşkar, 2003) matematik özyeterliğini “bireyin belli bir matematiksel görevi veya problemi başarılı bir şekilde yerine getirmedeki kişisel güveninin durumsal veya problem tabanlı değerlendirmesi” şeklinde tanımlamaktadırlar. Pajares (1996)’de benzer şekilde kişinin matematiksel bir görevi veya problemi başarıyla tamamlayabilme becerisine olan güveni olarak tanımlamaktadır.

Siegfried (2012) de verimli eğilim yeterliğinin göstergelerini ve kanıtlarını belirlemiştir (bkz. Tablo 3). Tablo 3 incelendiğinde göstergelerin özyeterlik ve matematiğe yönelik algılardan oluştuğu söylenebilir.

Tablo 3

Verimli Eğilim Yeterliği Boyutları ve Göstergeleri

Verimli Eğilim Boyutları	Göstergeleri
1. Matematiği anlamlandırmak için çaba harcama	a. Görevi anlamlandırmaya çalışma b. Alternatif yaklaşımları değerlendirme. c. Cevabın mantıklı görünüp görünmediğini sorgulama. d. Tutarsızlıklardan rahatsızlık duyma.
2. Matematiği güzel, kullanışlı ve zahmete değer bulma	a. Aktif katılım göstererek görevle ilgilenme. b. Yorumlar yaparak görevle ilgilenme. c. Merak duygusu gösterme.
3. Uygun çabayla kişinin matematiği öğrenebileceğine dair inançlar	a. Görevde ilerleme kaydetmenin mümkün olduğuna inanma. b. Israrlı davranma. c. Hayal kırıklığı yaşamaktan kaçma.
4. Matematiksel zihin alışkanlıkları	a. Matematikle veya bir yaklaşımla (kendisinin ya da bir başkasının yaklaşımı) ilgili sorular sorma. b. Çözümünü değerlendirme. c. Gerekli açıklamaları araştırma ve bulma.
5. Matematiksel bütünlük ve akademik risk alma	a. Görevi ne zaman tamamlayacağına dair bir algıya sahip olma. b. Kendini sorgulamaya istekli olma. c. Taslak fikirler önermeye istekli olma. d. Değerli ve değersiz kafa karışıklıklarının farkında olma.
6. Olumlu hedefler ve motivasyon	a. İlerlemeyi sadece bir cevaba ulaşmak olarak değil, uğraşarak öğrenme olarak tanımlama. b. Akıl yürütme sürecinde keyif alma ve heyecan duyma. c. Görevlerle uzun süre uğraşma veya zor görevlerle tekrar tekrar uğraşma. d. Hayal kırıklığı yaşadığında, bunu matematiksel yeterliğinin bir göstergesi olarak değil, problem çözmenin doğal bir bileşeni olarak yorumlama.
7. Özyeterlik	a. Görevi tamamlarken kendi yeteneklerine ve becerilerine güvendiğini belli etme. b. Bilgisine güvendiğini belli etme.

“Potential Indicators of Strong Productive Dispositions”, Siegfried, J. M., 2012, The hidden strand of mathematical proficiency: Defining and assessing for productive disposition in elementary school teachers’ mathematical content knowledge, Doctoral dissertation, University of California San Diego State University, Los Angeles.

Kilpatrick vd. (2001)’in verimli eğilim tanımından hareketle cebir konusu özelinde cebir konularına karşı ilgi duyma, konunun öneminin farkında olma, öğrenmek için gayret sarf etme, konunun işlendiği derslerde aktif olarak derse katılma, cebir konularındaki kendi başarısını yüksek görme verimli eğilim yeterliğinin var olduğu gösteren belirtiler olarak değerlendirilebilir.

2.1.2.6. Matematiksel Yeterliklerin Birbirleriyle İlişkileri

Kilpatrick vd. (2001) matematiksel yeterlik boyutlarının birbirleriyle ilişkili olduğunu belirtmiştir. Bu nedenle yeterliklerin gelişimi birbirlerini etkilemektedir. Bu kısımda

yeterliklerin gelişimlerinin birbirlerini nasıl etkilediğine dair birtakım örneklere yer verilmiştir. Örneğin işlemsel akıcılık ve kavramsal anlamaya baktığımızda sadece işlemleri tamamlayan öğrencilerin, işlemlerin altında yatan kavramsal düşünceye sahip olmadıklarında hata yapma ihtimalleri artabilir. “62 – 48” gibi bir eldeli çıkarma işleminde öğrenciler çıkarma işleminin anlamını tam olarak bilirlerse doğru yanıtı daha kolay ulaşabilirler (Kilpatrick vd., 2001). Dolayısıyla işlemsel akıcılık becerisi kavramsal anlama becerisi ile birlikte kazandırıldığında daha etkili sonuçlar vereceği ifade edilebilir.

Mantıksal düşünme yeterliğinde herhangi bir çözümün doğruluğu tespit etmek ve onu gerekçelerle açıklamak noktasında kavramsal anlama yeterliği devreye girmektedir (Kilpatrick vd., 2001). Mantıksal düşünme sürecinde sonuçların doğruluğu veya uygulanan matematiksel kuralların dayanaklarını açıklamak adına farklı temsillerin kullanılması kavramsal anlama yeterliği ile mantıksal düşünme yeterliği arasında ilişkiyi göstermektedir. Örneğin sayılar öğrenme alanında “(-3) + (+2)” işlemini ele alalım. Akıcı ve hızlı bir şekilde işlemi tamamlayarak “(-1)” sonucunu elde etmek işlemsel akıcılık becerisini göstermektedir. “(-3) + (+2)” işleminin modellenmesi istendiğinde öğrencilerinin bunu sayma pulları, sayı doğrusu, vb. temsillerle göstermeleri kavramsal anlama yeterliğine işaret eder. “(-3) + (+2) = (-1)” işleminin doğruluğunu ispatlamaları istendiğinde öğrencilerin bunu sayma pulları kullanarak açıklamaları mantıksal düşünme sürecinde kavramsal anlamayı da kullanabileceklerini göstermektedir.

Stratejik yetkinlik, kavramsal anlama ve işlemsel akıcılıkla karşılıklı etkileşimdedir ve birbirlerinin gelişimlerini desteklerler (Kilpatrick vd., 2001). Verilen problemleri çözmek, aritmetiksel işlemleri yapmak işlem becerisinin gelişimine yardımcı olur. Bunun yanında verilen problemleri ifade ederken veya çözüm süreçlerinde çeşitli temsillerin kullanımı, ifadelerin birbiri cinsinden farklı şekillerde gösterimi öğrencilerin kavramsal anlama yeterliğini geliştirmektedir. Örneğin, bir öğrencinin “Uzun kenarı kısa kenarının 2 katından 4 fazla olan bir dikdörtgenin çevresi 54 ise bu dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulunuz.” şeklinde bir problemi çözerken bu problemi cebirsel olarak ifade etmesi kavramsal anlama sürecini, kurduğu denklemi çözme süreci ise işlemsel akıcılık becerisi gerektirmekte, problem üzerinde çalışmak bunların gelişimine katkı sağlamaktadır.

Bilişsel yeterliklerin yanında duyuşsal yeterlik olan verimli eğilim de diğer dört yeterlikle karşılıklı etkileşim halindedir. Verimli eğilimi yüksek bir öğrenciye bir problem durumu verildiğinde onun üzerinde istekle çalışacak, böylelikle sorunun tamamını çözemese bile

önemli ilerleme kaydederek diğer dört yeterlilikten bir ya da birkaçını güçlendirmiş olacaktır (Siegfried, 2012).

Bu örneklerden de görüldüğü üzere, bütün yeterlikler birbirleriyle az ya da çok etkileşim halindedir. Bu etkileşimin örneklerde görüldüğü gibi olumlu olabileceği gibi olumsuz olabileceği de göz ardı edilmemelidir. Bu bağlamda bir yeterliğin gelişimindeki eksiklik, diğer yeterlik boyutlarına da olumsuz yansıyacaktır.

Bu çalışmada matematiksel yeterlikler cebir öğrenme alanı bağlamında inceleneceğinden bir sonraki kısımda bu öğrenme alanına ait bilgiler verilmiştir.

2.2. Cebir Öğrenme Alanı

Cebir, matematik ve diğer disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan matematiksel bir dildir (Sutherland & Rojano, 1993). Aynı zamanda oldukça etkili bir problem çözme yöntemidir (Stacey & MacGregor, 1999). Lacampagne (1995) da cebirin matematiğin dili olduğunu belirtmiş ve öğrenilmesinin diğer matematik konularını anlamayı kolaylaştırıcı bir etkisi olduğunu belirtmiştir. Özetle cebir dil olarak kullanılma, problem çözme aracı olma, akıl yürütme aracı olma, okul dersi olma gibi farklı işlevleri içerisinde barındırmaktadır (Dede & Argün, 2003).

Tarihi çok eski zamanlara dayanan cebirin tarihsel gelişimi genel olarak üç kısımda incelenmektedir. Birinci dönemde cebirsel durumları ifade etmek için kelimeler ve cümleler kullanılmakta iken ikinci dönemde kısaltmalar kullanılmaya başlanıldığı, üçüncü dönemde ise bunların yerini sembollerin aldığı görülmektedir (Katz & Barton, 2007). Sembollerin kullanılmaya başlanmasıyla birlikte matematiğin kendine has dili oluşmaya başlamış ve cebirsel gösterimler günümüzdeki şeklini almıştır. Bu sembolik gösterimler sayıların genel özelliklerini, sayılar üzerindeki işlemleri, fonksiyonları, önermeleri ve dönüşümleri cebirsel şekilde ifade etmek için kullanılmaktadır (Stacey & Macgregor, 2001).

Cebirin temelini örüntü kavramı oluşturmaktadır (Taylor-Cox, 2003). Cebirsel düşünme ilk olarak öğrencilerin örüntülerdeki ilişkileri fark etmesi ve bu ilişkilerden bir genellemeye varmaları ile gelişmeye başlamakta (Stacey & Macgregor, 2001) ve genellemelerin cebirsel olarak ifade edilmesi, problemlerin cebirsel yöntemlerle çözülmesi, fonksiyon kavramı gibi durumlar üzerinde çalışmaları ile gelişimini sürdürmektedir.

Bell (1995) müfredatta yer alan cebir konularını 3 kısımda değerlendirmiş ve bunların genelleştirme, denklem kurma-çözme, fonksiyonlarla-formüllerle çalışma olduğunu belirtmiştir. Kaput (1999) ise cebir denilince ilk olarak cebirsel ifadeler, denklem çözme ve sembolik ifadelerle işlem yapmak için gerekli kuralları öğrenme gelse de cebirin bundan daha fazla anlam taşıdığını belirtmiş ve cebir konularını belirli tanımlar altında toplayarak 5 temel başlıkta incelemiştir:

1. Örüntüleri genelleştirme ve sembolleştirme olarak cebir: Örüntüleri, süreçleri, işlemleri, yapıları matematiksel dille ifade etme.
2. Matematiğin formel yapısı olarak cebir: Formüllerdeki sembolik ifadeleri anlama ve onlarla işlem yapma, formülleri inceleme.
3. İşlemlerden ve ilişkilerden soyutlanmış yapılar olarak cebir: Matris dönüşümleri, geometrik cisimlerin simetrisi, modüler aritmetik gibi soyut cebir konuları.
4. Fonksiyonların, ilişkilerin ve değişimlerin incelenmesi olarak cebir: Bir çokluğun değişimiyle birlikte ona bağlı başka bir çokluğun değişimini inceleme.
5. Olayları, süreçleri anlamlandırma ve modelleme süreci olarak cebir: Olayların, süreçlerin arkasındaki matematiksel yapıları keşfetme ve modelleme.

Özetle cebir, örüntü kavramı ile başlayan ve değişken kullanma, denklem kavramı, denklem çözme, özdeşlikler, eşitsizlikler ve fonksiyon kavramlarını da içine alan, matematiğin geniş bir kısmına yayılmış bir öğrenme alanıdır. Çalışma kapsamında ortaokul öğrencilerinin matematiksel yeterlikleri inceleneceğinden bir sonraki bölümde ortaokul matematik öğretim müfredatında yer alan cebir kazanımlara yer verilmiştir.

2.2.1. Matematik Öğretim Programları, Cebir Öğrenme Alanı ve Kazanımları

Bu bölümde Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2013) ve Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018a)'nda yer alan cebir kazanımlarından bahsedilecektir.

Araştırmanın yürütüldüğü 2018-2019 eğitim öğretim döneminden önce ortaokula başlamış olan öğrenciler iki farklı programa göre eğitim almışlardır. Araştırmanın katılımcıları 5. ve 6. sınıfta Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2013)'na, sonrasında ise Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018a)'na tabi olmuşlardır. Bu nedenle bu bölümde

katılımcı grubunun sorumlu olduğu dolayısıyla araştırma sürecini etkileyen kazanımlara yer verilecektir.

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2013) ve Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018a)'nda cebir öğrenme alanı 6. sınıftan itibaren yer almaya başlamaktadır. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)'nda yer alan 6. sınıf cebir kazanımları şu şekildedir (MEB, 2013, s. 18-19):

“6.2.1. Cebirsel İfadeler

6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.

6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.

6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.

6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.

6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.

6.2.1.6. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.”

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2013), 2017-2018 eğitim öğretim yılında son kez uygulanmıştır. 2018-2019 eğitim öğretim yılından itibaren ise tüm sınıf seviyelerinde yeni müfredat uygulanmaya başlamış ve önceki müfredatta 6. sınıfta verilen “duruma uygun cebirsel ifade-cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazma, cebirsel ifadelerin değerini hesaplama, basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklama” kazanımları 6. sınıfta kalırken, diğer cebir kazanımları 7. sınıfa taşınmıştır. Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018a)'nda yer alan 7. sınıf cebir kazanımları şu şekildedir (MEB, 2018a, s. 66-67):

“7.2.1. Cebirsel İfadeler

7.2.1.1. Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapar.

7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.

7.2.2. Eşitlik ve Denklem

7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.

7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.

7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

7.2.2.4. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.”

Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018a)'nda yer alan cebir kazanımları 6. sınıfta cebirsel ifadeler ile başlamakta, 7. sınıfta cebirsel ifadelerle işlemler, problemlere uygun denklem kurma ve çözme konuları ile devam etmektedir. 8. sınıfa gelindiğinde ise özdeşlik, çarpanlara ayırma, eşitsizlikler, doğrusal denklemler ve grafikleri konularının cebir kazanımlarında yer aldığı

görülmektedir (MEB, 2018a). Türkiye'deki ortaokul matematik müfredatındaki kazanımlara ilave olarak öğrencilerinin lise öğrenimi tamamlayana kadar cebir öğrenme alanında elde etmeleri beklenen matematiksel yeterliklere ise bir sonraki bölümde yer verilmiştir.

2.2.2. Cebir Öğrenme Alanında Öğrencilerden Beklenen Yeterlikler

Cebir öğrenme alanı cebirsel ifadeler, denklemlerin çözümü için kurallar, problem çözümü, örüntülerin genellenmesi, değişken ve fonksiyon kavramları, gibi birçok farklı konudan oluşmaktadır (Bednarz, Kieran & Lee, 1996). Her öğretim kademesi için öğrencilerin kazanması beklenen yeterlikler değişse de genel olarak NCTM (2000) öğrencilerden cebir alanında beklenen yeterliklerin; örüntülerin ilişkilerini anlama, matematiksel yapıları cebirsel sembollerle ifade edebilme ve analiz edebilme, niceliksel ilişkileri anlama ve ifade edebilmede matematiksel modelleri kullanabilme, nicelikler arasındaki değişimi analiz edebilme olduğunu belirtmektedir.

Cebir alanında bir öğrencinin başarılı olarak atfedilebilmesi için sahip olması gereken beceriler ise şu şekilde sıralanmaktadır (RAND Mathematics Study Panel, 2003):

1. Formülleri ve cebirsel ifadeleri anlama, matematiksel durumları cebirsel olarak ifade edebilme ve denklemleri çözebilme.
2. Aritmetiğin temel işlemlerini bilme ve fonksiyonlar gibi matematiksel konuların sembolik gösterimlerini anlayabilme.
3. Fonksiyonların farklı gösterimlerine (şema, liste ve grafiksel) hakim olmayı da içeren fonksiyon bilgisine sahip olma. Bir çokluğun diğerine bağlı olarak değiştiği durumlarda fonksiyonları kullanabilme.
4. Sayısal verileri modellerken değişkenleri tanımlayabilme, bunlar arasındaki ilişkileri fark edebilme ve bu ilişkilerin temsillerinde sembolleri, formülleri ve fonksiyonları kullanabilme.

NCTM (2000) ve RAND Mathematics Study Panel (2003)'in ortaya koyduğu cebir alanında öğrencilerden beklenen yeterlikler incelendiğinde fonksiyon kavramına yönelik beceriler haricindekilerin ortaokul matematik müfredatında yer alan kazanımlarla ilişkili olduğu görülmektedir. Lise düzeyine gelmiş bir öğrenciden cebir alanında kazanmış olması beklenen hedef davranışlar genel olarak şu şekilde sıralanabilir (MEB, 2018b):

1. Örüntüleri keşfetme ve cebirsel olarak ifade etme.
2. Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapma.
3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve ilgili problemleri çözme.
4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini çözme.
5. İki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi inceleyebilme.
6. Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırma.
7. Özdeşlikleri kavrama.
8. Bir bilinmeyenli eşitsizlikleri anlama.

Baki ve Kartal (2004) öğrencilerden beklenen bu cebirsel bilgilerin kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında karakterizasyonunu yapmışlardır. Bu karakterizasyon şu şekildedir (Baki & Kartal, 2004, s. 32-33):

“İşlem bilgisini karakterize eden kriterler: İşlemleri adım adım yapma, önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma, cebirsel bağıntıyı kullanabilme ve temel işlemleri yürütebilme.

Kavram bilgisini karakterize eden kriterler: Matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme, sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma, önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma, soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme, problemi alt ve basit basamaklara ayırma, karmaşık ve zor görünen bir probleme yardımcı olacak şekiller çizme ve genellemelerde bulunma, problemi verilen şekil ve grafikte eşleştirme, problemin özelliklerini ortaya koyarak problemi bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirme.

İşlem ve kavram bilgisini birlikte karakterize eden kriterler: Matematğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme, problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme ve çözümlerin mantıklılığını yoklama, verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirerek başka bir bağıntıya dönüştürme.”

Özetle Türkiye’deki matematik müfredatı incelendiğinde genel olarak ortaokul düzeyinde bir öğrenciden cebir öğrenme alanında beklenen yeterlikler cebirsel ifadeleri anlamlandırması, denklemleri çözebilmesi, doğrusal denklemleri tablo ve grafik temsilleri ile gösterebilmesi, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve eşitsizlikleri çözebilmesi ve çeşitli temsillerle gösterebilmesi olarak ifade edilebilir (MEB, 2018a). Lise düzeyinde bir öğrencinin ise denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulma, fonksiyon kavramı ve özelliklerini bilme, rasyonel denklemleri çözebilme, ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulma, ikinci dereceden eşitsizlik çözebilme becerilerine sahip olması beklenmektedir (MEB, 2018b).

Öğrencilerden cebir öğrenme alanında kazanmaları beklenen yeterlikler bu şekilde olsa da her öğrencinin aynı düzeyde bu hedef davranışlara ulaşamadığı aşıkardır. Öğrenciler arasındaki bu farklılığa neden olan, öğrenme sürecine etki eden çeşitli faktörler bir sonraki bölümde açıklanmıştır.

2.3. Matematiksel Yeterliği Etkileyen Faktörler

Matematiksel yeterlik öğrencinin matematiği başarılı bir şekilde öğrenmesi olarak tanımlanmaktadır (Kilpatrick vd., 2001). Bu nedenle öğrenmeyi etkileyen faktörlerin matematiksel yeterlikleri de etkilediği söylenebilir. Öğrenmeyi etkileyen faktörlere bakıldığında, öğrencinin iyi öğrenme yapabilmesi için sahip olması gereken özelliklerin türe özgü hazır oluş, olgunlaşma, genel uyarılmışlık hali, güdü (motivasyon) ve eski yaşantılar olarak ifade edildiği görülmektedir (Seven & Engin, 2010).

Bu faktörlerden türe özgü hazır oluş, canlının bir davranışı kazanabilmek için sahip olması gereken biyolojik donanımdır (Çiftçi, 2015). Olgunlaşma, -yaş ve zeka gibi faktörler yönünden- bir davranışı öğrenmek için bireyin yeterli olgunluğa erişmiş olmasını ifade eder (Seven & Engin, 2010). Genel uyarılmışlık hali uyku hali, kaygı, heyecan gibi faktörlerin etkilediği, bireyin etrafındakileri algılamaya ne kadar açık ve hazır olduğu ile ilgili bir kavramdır (Çiftçi, 2015). Güdü organizmayı harekete geçiren ilgi duyma, değer verme, ihtiyacı karşılama, ne işe yarayacağını anlama, istekli olma gibi duyuşsal özellikleri kapsamaktadır (Seven & Engin, 2010). Eski yaşantılar ise önceki öğrenmeleri kapsamaktadır.

Bütün bu faktörler incelendiğinde öğrenmenin bireyin bilişsel ve duyuşsal özelliklerinden etkilendiği görülmektedir. Zeka, olgunluk, önceki öğrenmeler gibi faktörler bilişsel özellikleri oluştururken; kaygı, motivasyon, ilgi duyma, hevesli olma, kullanışlı bulma gibi faktörler duyuşsal özellikleri oluşturmaktadır.

Matematik eğitimi açısından bakıldığında öğrencilerin öğrenme başarısını etkileyen faktörlerin incelendiği araştırmalarda matematik başarısının aile özellikleri, okul ortamı, alt yapı, özyeterlik, tutum, zeka, kaygı gibi çeşitli değişkenlerden etkilendiği belirtilmektedir (Cumhur, 2018; Çalışkan, 2014; Dursun & Dede, 2004; Papanastasiou, 2000; Savaş, Taş & Duru, 2010). Bireyin sahip olduğu özellikler açısından bakıldığında ise özellikle duyuşsal özelliklerin matematik başarısını etkilediğini gösteren birçok araştırma bulunmaktadır (Bekdemir, 2014; Cavdar & Şahan, 2019; Kutluca, 2017; Pajares & Graham, 1999; Pajares

& Miller, 1995; Pietsch, Walker & Chapman, 2003; Tocci, 1991; Yıldırım, 2011). Türk öğrencilerin uluslararası sınavlardaki matematik başarısını inceleyen araştırmalarda da benzer sonuçlar bulunmuştur. Örneğin TIMMS 2011 sonuçları üzerinde yapılan araştırmada Matematik başarısını etkileyen en önemli faktörün duyuşsal özellikler olduğu belirlenmiştir (Ölçüoğlu & Çetin, 2016). Koğar (2015) PISA 2012 matematik sonuçları üzerinden yaptığı araştırmada matematik okuryazarlığını en fazla etkileyen faktörün matematik özyeterliği olduğunu, Bezek-Güre, Kayri ve Erdoğan (2020) PISA 2015 sınavı üzerinden yaptığı araştırmada matematik okuryazarlığını en çok etkileyen faktörün öğrencilerin başarıya yönelik kaygıları olduğunu belirtmişlerdir.

Cebir öğrenme alanı özelinde incelendiğinde ise bireylerin bilişsel ve duyuşsal özelliklerinin matematiksel yeterlikleri etkilediği söylenebilir. Bilişsel faktörlerden olgunlaşma açısından bakıldığında cebirin matematiğin soyut yapısına geçiş konusu olduğu göz önüne alındığında öğrencilerin Piaget'in bilişsel gelişim evrelerine göre 12 yaş ve üzerindeki dönemlerde geliştiği belirtilen soyut işlemler döneminde (Senemoğlu, 2018) olmasının öğrenmeyi kolaylaştıracağı düşünülebilir. Lise öğrencileri üzerinde yapılan bir çalışma da soyut akıl yürütmenin cebir başarısı üzerinde etkili olduğunu göstermektedir (Drager, 2014). Yine bilişsel özelliklerden zeka türü ile cebirsel düşünmenin incelendiği bir araştırmada öğrencilerin mantıksal, sözel ve müzikal zekâları ile cebirsel düşünceleri arasında anlamlı bir ilişki olduğu bulunmuştur (Sunkur-Öner, 2012). Ayrıca IQ'nun cebir başarısının iyi bir yordayıcısı olduğu ifade edilmektedir (Flexer, 1984). Benzer şekilde bilişsel giriş davranışları ile matematik başarısı arasında yüksek düzeyde ilişki bulunmaktadır (Çalışkan, 2014). Dolayısıyla öğrencilerin geçmiş öğrenmeleri de cebir başarılarını etkilemektedir. Örneğin Yaprak-Ceyhan (2012) ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebir başarılarının matematik başarılarına göre farklılaştığını belirtmiştir. Yapılan benzer çalışmalar da öğrencilerin matematikteki geçmiş başarı durumlarının, matematik notlarının cebir başarısının önemli bir yordayıcısı olduğunu ifade etmektedir (Flexer, 1984; Liang, Heckman & Abedi, 2018; Wheat, Tunnell & Munday, 1991). Duyuşsal özellikler açısından bakıldığında matematiğe kendine güvenin cebir başarısını olumlu yönde etkilediği (House & Telese, 2014), matematiğe yönelik tutumla cebir başarısı arasında ilişki olduğu belirtilmektedir (Hensel & Stephens, 1997). Cebir başarısını yordayan değişkenlerin araştırıldığı çalışmalarda ise tutumun (Mccoy, 2005; Skouras, 2014), özyeterliliğin (Wheat, Tunnell & Munday, 1991) ve motivasyonun (Tepper & Powers, 1984) en önemli yordayıcılar olduğu ifade edilmektedir. Macgregor (2004) da

cebire yönelik öğrenci tutumlarının öğrenci başarısını etkilediğini, örneğin cebir öğrenme sürecinde erken dönemde yaşanan bir başarısızlığın öğrencinin tutumunu olumsuz etkileyebileceğini ve öğrencinin çalışmaktan vazgeçmesine neden olabileceğini ifade etmiştir.

Özetle öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki başarılarında öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal özelliklerinin etkili olduğu ve bu özelliklerin matematiksel yeterliklerin gelişimini de etkilediği söylenebilir. Bu nedenle de farklı duyuşsal ve bilişsel özelliğe sahip öğrencilerinin matematiksel yeterliklerinin de farklı olabileceği, öğrencilerin bilgi ve becerilerinin incelenmesi süreçlerinde bu unsurların da dikkate alınmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

BÖLÜM III.

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma deseni, veri toplama araçları, katılımcılar, verilerin analizi ve araştırmanın geçerliği ve güvenirliği ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Deseni

Yorumlayıcı paradigmaya göre, bireyler içerisinde bulundukları dünyaya bir anlam verme arayışı içerisinde ve deneyimlerine dayanarak yaptıkları yorumlarla kendilerine özgü anlamlar oluştururlar (Creswell, 2013). Nitel araştırmalar da insanların dünyayla etkileşimleri sonucu oluşturdukları gerçeği ne şekilde inşa ettiklerini incelerler ve bu araştırmalarda temel amaç, bireylerin yaşamlarını ve deneyimlerini nasıl algıladıklarını belirlemektir (Merriam, 2013).

Nitel araştırma türlerinden olan durum çalışması, araştırmacının belirli bir sistem içerisindeki durumlar hakkında gözlem, mülakat, dokümanlar aracılığıyla detaylı bilgi elde ettiği bir araştırma desendir (Creswell, 2013). Merriam (2013) durum çalışmasını, sınırlı bir sistemin detaylı incelenmesi, Yin (2008) ise gerçek yaşam durumu veya güncel bir durumun gerçek hayattaki bağlamıyla incelenmesi olarak tanımlamıştır. Bu tanımlar incelendiğinde, bir durum çalışmasının üç temel özelliğinin olduğu görülmektedir. Bunlardan birincisi incelenecek birimin sınırlı bir sistem olması, ikincisi bir güncel durum içermesi ve üçüncüsü ise burada detaylı incelemelerin yapılacak olmasıdır. Bu bağlamda bu çalışmada amaç, belirlenmiş bir sistem içerisinde ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel yeterliklerini belirlemek ve bir gerçek yaşam durumunu incelemek olduğu için çalışmada nitel araştırma türlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum

çalışmasında mümkün olduğunca farklı yöntemlerle veri toplanması, durumun detaylı açıklanmasını sağladığından araştırmada da buna uygun olacak biçimde veriler farklı veri toplama araçları (mülakat, gözlem ve dokümanlar) ile toplanmıştır.

Diğer taraftan, durum çalışmasının amaca göre araçsal durum çalışması, çoklu durum çalışması ve içsel durum çalışması olmak üzere üç farklı türü vardır (Stake, 2005). Araçsal durum çalışmasında tek bir konuyu incelemek için sınırlı bir durum seçilir (Stake, 1995). Çoklu durum çalışmasında araştırmacılar bir konuyu incelemek için birden fazla durumu incelerler, içsel durum çalışmasında ise nadir görülen bir durum detaylı bir biçimde incelenir (Creswell, 2013). Bu bağlamda şimdiki araştırmada, konuyu incelemek için bilişsel ve duyuşsal yönlerden farklı öğrenciler seçildiğinden ve matematik yeterlikler farklı örnekler üzerinden değerlendirildiğinden çoklu durum çalışması kullanılmıştır. Çoklu durum çalışmalarında incelenecek birden fazla alt birim vardır (Merriam, 2013). Bu kapsamda bu çalışmada, katılımcı olarak belirlenen her öğrenci farklı bir durumu ifade etmiştir. Çalışmanın analiz birimi ise matematiksel yeterlik boyutlarıdır.

Creswell (2013), Stake (1995) ve Yin (2008)'in önerdiği adımlara dayanarak bir durum çalışması yürütülürken takip edilmesi gereken aşamalar ise şu şekilde özetlenebilir: Çalışmanın doğasına durum çalışmasının uygun olduğunun karar verilmesi, çalışılacak durum veya durumların belirlenmesi, veri toplama yöntemlerinin belirlenmesi, analiz türüne karar verilmesi, durumdan elde edilen bilgilerin yorumlanması. Bu bağlamda şimdiki çalışmada, bu aşamalara uygun olarak ilk olarak yöntem belirlenmiş, daha sonra incelenecek alt birimler tespit edilmiş, veri toplama yöntemi olarak görüşme, gözlem ve dokümanlar seçilmiş ve son olarak ise elde edilen veriler analiz edilerek yorumlanmıştır.

3.2. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada katılımcılar, “Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği” ve “Chelsea Cebir Tanı Testi” olmak üzere iki adet ölçek kullanılarak belirlenmiştir. Verimli Eğilim Ölçeği bu çalışma kapsamında geliştirilmiştir. Çalışmada ayrıca mülakatlar, gözlemler ve dokümanlar aracılığıyla da veriler toplanmıştır. Bu veri toplama araçlarına ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir.

3.2.1. Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği [VEÖ]

Ölçme istenilen niteliğin amaç, kullanılan araç ve imkanlar neticesinde sayısallaştırılması işlemidir (Erkuş, 2012). Ölçülmek istenen yapı çeşitli ölçme araçları kullanılarak değerlendirilir ve niceliksel bir sonuç elde edilir. Ölçülenin özelliğine göre doğrudan, dolaylı ve türetilmiş ölçme olarak 3 farklı ölçme türü vardır. Eğer ölçülmek istenen yapı direk olarak gözlemlenebiliyorsa doğrudan ölçme, başka bir özelliğin yardımıyla ölçülebiliyorsa dolaylı ölçme ya da iki veya daha fazla yapının arasındaki bir bağıntıyla ölçülebiliyorsa türetilmiş ölçme olarak ifade edilmektedir (Güler, 2011). Ölçülmek istenilen özellik insanın psikolojik özelliği olduğu zaman dolaylı olarak çıkarım yapabiliriz (Erkuş, 2012). Eldeki çalışmada da matematiksel yeterliğin duyuşsal boyutu olan verimli eğilim yeterliğine yönelik dolaylı ölçmeyi sağlayacak “Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği” araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Geliştirilen 5’li likert tipi ölçeğin son hali 36 maddeden oluşmaktadır.

3.2.1.1. Ölçek Geliştirme Süreci

Ölçek geliştirme adımları; ölçmek istenilen yapıyı belirleme, maddeleri yazma, ölçme biçimini belirleme, uzman görüşü alma, ölçeğe geçerlik maddeleri eklemeye çalışma, ölçeğin uygulanması, maddeleri değerlendirme ve ölçek uzunluğunu ayarlama olmak üzere 8 aşamadan oluşmaktadır (bkz. DeVellis, 2017). Araştırmanın ölçek geliştirme sürecinde de bunlara benzer olacak şekilde şu aşamalar takip edilmiştir: Ölçek yapısının belirlenmesi, madde havuzu oluşturulması için literatür taraması ve yarı yapılandırılmış mülakatların yürütülmesi, oluşturulan madde havuzunun uzman görüşüne sunulması, pilot çalışmanın yapılması, sonuçların analiz edilmesi ve ölçeğe son şeklinin verilmesi.

3.2.1.2. Madde Havuzunun Oluşturulması

“Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği” katılımcıların 6. sınıf matematik dersinde tabii olduğu kazanımlara yönelik olarak, hali hazırdaki duyuşsal durumlarını tespit etmek amacıyla hazırlanmıştır. Madde havuzunun oluşturulmasında literatürden ve öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan yararlanılmıştır. Ayrıca cebirsel ifadeler ve örüntüler konu alanı ile ilgili öğretim programında yer alan kazanımlardan ve literatürden faydalanılmıştır. Yarı yapılandırılmış mülakatlar kolay

ulaşabilir 7. sınıf öğrencilerinden farklı başarı ve cinsiyet gruplarından maksimum çeşitlilik örnekleme ile belirlenen katılımcılarla gerçekleştirilmiştir. Katılımcı sayısı araştırma esnasında verilerin doygunluğa ulaşma durumuna göre belirlenmiş ve 18 ğrenci ile velilerinin onayı dahilinde (bkz. EK 2) görüşme yapılmıştır. Ancak öğrencilerden biri cebir konusuna dair herhangi bir şey hatırlayamadığını belirttiğinden değerlendirme dışı bırakılmıştır. 17 öğrencinin cinsiyet, okul türü ve matematik notu bilgileri Tablo 4’de özetlenmiştir:

Tablo 4

Görüşmelere Katılan Öğrencilerinin Cinsiyet, Matematik Notu, Okul Türü Bilgileri

Öğrenci Kodu	Cinsiyet Kız/Erkek	7. sınıf 1. Dönem Matematik Notu	Okul Türü Devlet/Özel
Ö1	E	89	D
Ö2	E	64	D
Ö3	E	84	D
Ö4	E	100	Ö
Ö5	K	98	Ö
Ö6	E	75	D
Ö7	K	100	D
Ö8	K	98	D
Ö9	K	94	D
Ö10	K	73	D
Ö11	K	91	D
Ö12	E	92	Ö
Ö13	E	82	D
Ö14	K	70	D
Ö15	K	100	D
Ö16	E	92	D
Ö17	K	97	D

Öğrencilerle yapılan görüşmeleri yürütmek için bir görüşme formu hazırlanmış, 2 öğrenciyle pilot çalışma yapılmış ve mülakat sorularına son şekli verilmiştir. Son durumda öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik duyuşsal durumlarını tespit etmek amacıyla aşağıdaki sorular yöneltilmiştir (bkz. EK 1):

- Matematikte kullanılan cebirsel ifadeler senin için ne anlam ifade ediyor?
- Cebir konularını ilk öğrendiğinde neler hissettin?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?
 - Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Okulda cebir konuları işlenirken derse katılımın nasıldı?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?

- Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Cebir konularını öğrenmek sana neler kattı? / Matematiğe bakışında herhangi bir farklılık oluştu mu?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?
 - Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Cebir konularını günlük hayatı, matematiği ve diğer dersleri göz önüne alarak kullanışlılıkları açısından değerlendirebilir misin?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?
 - Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Cebir konularında kendini değerlendirebilir misin? / Bu konularla ilgili soru çözmekten hoşlanıyor musun? / Zor bir soru ile karşılaştığında çaba sarf etmek sana keyifli geliyor mu?

Ayrıca öğrencilerin cevaplarına göre duygularını açığa çıkarmak, hislerini ifade etmelerini kolaylaştırmak amacıyla ek sorular yöneltilmiştir. Mülakatların ses kayıtları transkript edilmiş ve veriler betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Analizden elde edilen öğrenci cevaplarından bazıları maddeye dönüştürülmüş ve ölçeğe eklenmiştir. Maddeye dönüştürülen öğrenci cevaplarından bazıları Tablo 5’de verilmiştir.

Tablo 5
Öğrenci Cevaplarından Yazılan Madde Örnekleri

Öğrenci Yanıtı	Madde Havuzuna Eklenen İfadeler
Örüntüler kolay ve eğlenceli bir konuydu (Ö5-Ö3).	Sayı ve şekil örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.
Tuhaf gelmişti, daha önce hiç bilinmeyen sayı görmemişim. İşlem yaparsın sayı bulursun ama bunlarda sayı yok (Ö12).	x,y,z gibi bilinmeyenlerin matematik dersinde yer almasından hoşlanmıyorum.
Örüntüler konusunu mantıksız bulmuştum. Matematikle alakası yok bence bu konunun (Ö13).	Sayı ve şekil örüntüleri, matematik konuları içinde yer almamalıdır.
Matematik daha zor oldu. Matematikte x-y’nin işi olmaz, benim bildiğim onlar Türkçe’de olur, matematikte rakamlar olur. Ayrıca sıkıcı hiçbir anlamı yok. (Ö2).	x,y,z gibi bilinmeyen ifadelerin, matematik dersinde yer almasını anlamlı bulmuyorum.

Mülakatlar ve literatürden elde edilen bilgilerle toplamda 58 madde oluşturulmuş ve ölçek uzman görüşüne sunulmuştur. 1 dil uzmanı, 1 ölçme-değerlendirme uzmanı ve 3 alan uzmanının düşünceleri alınarak gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Örneğin, ilk halinde “Sayı

ve şekil örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.” şeklinde olan bir madde uzman görüşleri neticesinde “Sayı örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.” ve “Şekil örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.” şeklinde iki ayrı madde haline gelmiştir. Benzer şekilde “*Cebirsel ifadeler gibi farklı bir konuyla tanışmak beni mutlu etti.*” maddesi “*Cebirsel ifadeler konusunu öğrenmek beni mutlu eder.*” olarak değiştirilmiştir.

Önerilen düzeltmeler tamamlandıktan sonra oluşan 69 maddelik ölçek, kolay ulaşılabilir örnekleme ile belirlenen bir ortaokulun yedinci sınıflarının içerisinde okul müdürünün onay verdiği bir şubeye uygulanarak ön pilot çalışma yapılmıştır. 29 öğrenciye ulaşılan bu ön çalışmada öğrencilerden ölçeği cevaplandırmalarının yanı sıra ölçeği anlaşılabilirlik açısından değerlendirmeleri ve her bir madde için düşüncelerini yazmaları istenmiştir.

25. Verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabilirim.						Evet: (X) Hayır: () Kısmen: () Öneriler:
26. Cebirsel ifadenin değerlerini, değişkenin alacağı farklı değerlere göre hesaplayabilirim.						Evet: () Hayır: () Kısmen: (X) Öneriler: Soru biraz daha basitlesebilir.
27. Cebirsel ifadenin...						

Şekil 3. Ön pilot çalışma sırasında 3 numaralı öğrencinin önerisi

25. Verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabilirim.						Evet: () Hayır: (X) Kısmen: () Öneriler: Sözel durum daha iyi olur.
26. Cebirsel ifadenin değerlerini, değişkenin alacağı farklı değerlere göre hesaplayabilirim.						Evet: () Hayır: (X) Kısmen: () Öneriler: Soru biraz daha basitlesebilir.
27. Cebirsel ifadenin...						

Şekil 4. Ön pilot çalışma sırasında 12 numaralı öğrencinin önerisi

Şekil 3 ve Şekil 4’te ön pilot çalışmada maddelerle ilgili sıkıntı yaşadıklarını belirten öğrencilerden örnekler verilmiştir. Cevaplandırılan ölçekler incelenmiş ve sıkıntı yaşadıklarını belirten öğrenciler arasından gönüllülük esasına dayalı olarak belirlenen 5 öğrenciyle zorlandıkları noktalar hakkında görüşmeler yapılmış ve onların önerileri alınmıştır. Öğrencilerin önerileri doğrultusunda bazı ölçek maddelerin örneklendirilmesine karar verilmiştir. Örneğin, “Cebirsel ifadenin değerlerini, değişkenin alacağı farklı değerlere göre hesaplayabilirim.” maddesi “Cebirsel ifadenin değerlerini, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplayabilirim. (Örnek: “ $5x-3$ ” cebirsel ifadesinin değerini $x=4$ için hesaplayabilirim.)” olarak değiştirilmiştir.

3.2.1.3. Pilot Uygulama

Uzman görüşleri ve ön pilot uygulama sonucu gerekli ilaveler ve düzeltmeler yapılan 69 maddelik ölçek, Türkiye’de İç Anadolu Bölgesi’nde yer alan bir ilin merkez ilçelerinde yer alan ortaokullardan kolay ulaşılabilir örnekleme ile belirlenen 6 farklı ortaokulda öğrenim gören yedinci sınıf öğrencilerinden 405 kişiye uygulanmıştır. Uygulama sonucunda hatalı cevaplama yapan öğrenciler, kaynaştırma öğrencileri, 4 ve üzeri maddeyi yanıtsız bırakan öğrenciler analiz dışı bırakılmıştır ve analizler 379 öğrenci üzerinden yürütülmüştür. Pilot çalışmada madde sayısının en az 5 katı kadar katılımcıya ulaşılmasının uygun olduğu belirtilmektedir (Tabachnick & Fidell, 2001). Bu nedenle 379 öğrencinin pilot çalışma için yeterli bir sayı olduğu düşünülmektedir.

379 öğrencinin kağıtları numaralandırılmış ve cevapları her bir madde için “Kesinlikle katılmıyorum=1”, “Katılmıyorum=2”, “Kararsızım=3”, “Katılıyorum=4” ve “Kesinlikle katılıyorum=5” şeklinde SPSS programına girilmiştir. Olumsuz maddeler için ise döndürme işlemi yapılmış ve böylelikle “Kesinlikle katılmıyorum=5”, “Katılmıyorum=4”, “Kararsızım=3”, “Katılıyorum=2” ve “Kesinlikle katılıyorum=1” olacak şekilde değiştirilmiştir.

3.2.1.4. Açımlayıcı Faktör Analizine Ait Bulgular

Çalışma kapsamında geliştirilen ölçeğin faktör yapılarını belirlemek amacıyla açımlayıcı faktör analizi yapılmıştır. Ölçeğin faktör analizine uygunluğunu belirlemek için Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) testi ve Bartlett Küresellik testi uygulanmıştır. Bartlett Küresellik testinin .05’ten düşük bir değerde olması gerekmektedir. KMO katsayısının ise .50’den yüksek olması gerekmektedir (Field, 2000). KMO ve Bartlett Küresellik testinin sonuçları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6
KMO ve Bartlett Küresellik testi

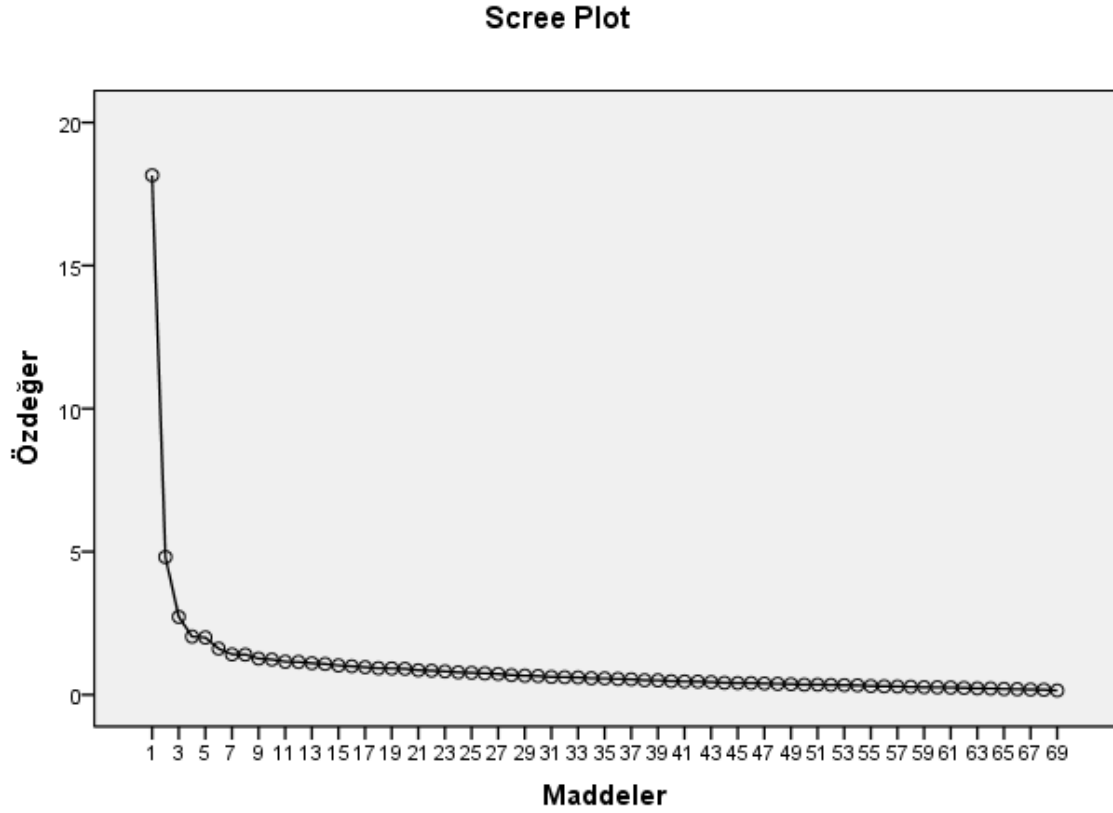
KMO		0.924
Bartlett Küresellik Testi	Approx. Chi-Square	12.501778
	sd (Serbestlik Derecesi)	2346
	P (Anlamlılık Düzeyi)	.000

Tablo 6’da görüldüğü üzere KMO değeri 0.924 ve Barlett Küresellik testinin p değeri .000 çıkmıştır. Bu durum ölçeğin faktör analizi için uygun olduğunu göstermektedir.

Ölçeğin faktör yapısını tespit etmek için temel bileşenler analizi yapılmış ve öz değeri 1.00’den büyük 15 faktör olduğunu görülmüştür. Ancak bazı faktörlere yüklenen madde sayısının az olmasından dolayı Scree Pilot diyagramına da bakılmıştır. Scree Pilot ile faktör belirlenirken düşey çizginin yataylaştığı kısma kadar olan faktörler ele alınır (Karagöz, 2017). Diyagramda 4. boyuttan sonra grafiğin yataylaşması ve ilk 4 boyutun toplam varyansın %40.177’sini açıklaması birlikte değerlendirildiğinde ölçeğin yapısının 4 boyuttan oluştuğu belirlenmiştir.

Tablo 7
Açıklanan Toplam Varyans

Madde	Başlangıç Özdeğeri			Yüklerin Toplamı		
	Toplam	Varyans (%)	Kümülatif (%)	Toplam	Varyans (%)	Kümülatif (%)
1	18.155	26.312	26.312	18.155	26.312	26.312
2	4.813	6.975	33.287	4.813	6.975	33.287
3	2.722	3.945	37.231	2.722	3.945	37.231
4	2.032	2.946	40.177	2.032	2.946	40.177
5	2.001	2.900	43.076	2.001	2.900	43.076
6	1.612	2.336	45.412	1.612	2.336	45.412
7	1.411	2.044	47.457	1.411	2.044	47.457
8	1.404	2.035	49.491	1.404	2.035	49.491
9	1.262	1.829	51.321	1.262	1.829	51.321
10	1.232	1.785	53.106	1.232	1.785	53.106
11	1.154	1.672	54.778	1.154	1.672	54.778
12	1.146	1.660	56.438	1.146	1.660	56.438
13	1.102	1.597	58.036	1.102	1.597	58.036
14	1.077	1.561	59.596	1.077	1.561	59.596
15	1.026	1.486	61.083	1.026	1.486	61.083
16	.996	1.443	62.526			
17	.966	1.400	63.926			
.						
.						
.						
69	.148	.214	100.000			



Şekil 5. Scree Pilot diyagramı

Ölçeğin faktör sayısı belirlendikten sonra değişkenlerin faktörlere göre dağılımlarını elde etmek amacıyla Rotasyonlu Faktör Matrisi yöntemlerinden dik döndürme tekniği kullanılmıştır (Karagöz, 2017). Yük değeri ölçütü olarak 0.40 alınmıştır (Field, 2000). Döndürülmüş Bileşenler Tablosu incelenerek binişik ve herhangi bir faktöre dahil olmayan maddeler ölçekten çıkarılmıştır. Örneğin, “63.Sayı örüntüleriyle ilgili zor sorularla karşılaşmak beni endişelendirir.” maddesi herhangi bir faktör için yük değeri ölçütü olarak alınan .40’ı sağlayamadığından ölçekten çıkarılmıştır. “45. x,y,z gibi bilinmeyenlerin matematik dersinde yer almasından hoşlanmıyorum.” maddesinin faktör yükü 1. bileşene .401 ve ikinci bileşene ise .461 olarak hesaplanmıştır. Faktör yükleri arasındaki fark .10’dan düşük olduğundan bu binişik madde ölçekten çıkarılmıştır (Bursal, 2017). Analizler çıkarılan her maddeden sonra tekrarlanmıştır. Son durumda ölçek 13’ü olumsuz madde olmak üzere 36 maddeden ve 4 faktörden oluşmaktadır.

Tablo 8
36 Maddelik Ölçek İçin Açıklanan Toplam Varyans

Madde	Başlangıç Özdeğeri			Yüklerin Toplamı			Döndürülmüş Yüklerin Toplamı		
	Toplam	Varyans (%)	Kümülatif (%)	Toplam	Varyans (%)	Kümülatif (%)	Toplam	Varyans (%)	Kümülatif (%)
1	10.439	28.997	28.997	10.439	28.997	28.997	6.920	19.223	19.223
2	3.149	8.747	37.744	3.149	8.747	37.744	4.028	11.189	30.411
3	2.087	5.796	43.541	2.087	5.796	43.541	3.664	10.177	40.588
4	1.788	4.968	48.509	1.788	4.968	48.509	2.851	7.921	48.509
5	1.199	3.329	51.838						
6	1.078	2.995	54.833						
7	1.043	2.897	57.729						
8	0.961	2.668	60.397						
9	0.933	2.593	62.990						
10	0.904	2.512	65.502						
11	0.814	2.262	67.764						
12	0.761	2.115	69.879						
13	0.722	2.007	71.886						
14	0.691	1.919	73.805						
15	0.649	1.802	75.606						
16	0.632	1.755	77.361						
17	0.609	1.691	79.053						
18	0.587	1.631	80.684						
19	0.563	1.563	82.246						
20	0.539	1.498	83.744						
21	0.499	1.386	85.130						
22	0.480	1.333	86.463						
23	0.467	1.296	87.759						
24	0.450	1.249	89.008						
25	0.445	1.236	90.244						
26	0.403	1.120	91.364						
27	0.387	1.075	92.439						
28	0.368	1.023	93.463						
29	0.356	0.990	94.452						
30	0.338	0.939	95.391						
31	0.313	0.869	96.260						
32	0.305	0.848	97.108						
33	0.286	0.793	97.901						
34	0.271	0.754	98.655						
35	0.252	0.701	99.356						
36	0.232	0.644	100.000						

Tablo 8 incelendiğinde ilk faktörün varyansın %19.223’ünü, ikinci faktörün %11.189’unu, üçüncü faktörün %10.177’sini, dördüncü faktörün ise %7.921’ini açıkladığı görülmektedir. Birikimli varyans miktarı, toplam varyansın %48.509’udur. Ölçeğin son halinde döndürülmüş bileşenler matrisiyle elde edilen faktör yükleri Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9

Döndürülmüş Bileşenler Matrisiyle Elde Edilen Faktör Yükleri

Maddeler	Bileşenler			
	1	2	3	4
35	.721			
24	.717			
13	.686			
16	.684			
27	.667			
28	.665			
36	.665			
2	.609			
7	.606			
54	.583			
8	.577			
14	.531			
21	.526			
30	.510			
23	.508			
5	.501			
57		.792		
48		.754		
62		.682		
15		.659		
12		.657		
47		.617		
26		.466		
66			.760	
63			.737	
65			.686	
58			.667	
64			.617	
59			.594	
53			.581	
34				.750
33				.685
52				.644
55				.622
31				.547
37				.528

3.2.1.5. Faktörlerin Adlandırılması

Araştırmacı tarafından geliştirilen “Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği” 4 faktörden oluşmaktadır. Döndürülmüş Bileşenler Matrisiyle elde edilen faktör yükleri incelendiğinde maddelerin hangi faktörler altında toplandığı görülmektedir (bkz. Tablo 9). Birinci bileşendeki maddeler incelendiğinde öğrencilerin kendilerine yönelik algılarını ölçmeye yönelik ifadeler içerdiği görülmektedir. Bu nedenle bu faktöre “Özyeterlik” denilmiştir. İkinci bileşen konuyla ilgili olumlu duyguları ölçmeye yönelik maddeler içerdiğinden “Keyif alma”, üçüncü bileşen öğrencilerin yaşadığı zorlukları ve kaygıları ifade eden maddeler içerdiğinden “Endişe” ve dördüncü bileşen konu alanının sağlayacağı faydalarla ilgili algıları ölçmeye yönelik ifadelerden oluştuğu için “Kullanışlılık” olarak isimlendirilmiştir. Faktörler ve onları ölçen maddeler Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10.
Ölçek Faktörleri ve İçerdikleri Maddeler

Faktör	Maddeler	Yeni Madde Numarası
Özyeterlik	35.Örüntülerin kuralını harfle ifade edebilirim. (Örnek: “3,5,7...” örüntüsünün kuralını “ $2n+1$ ” olarak yazabilirim.)	20
	24.Verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabilirim. (Örnek: “ $x+8$ ” cebirsel ifadesini, “Bir sayının 8 fazlası” olarak yazabilirim.)	12
	5. Şekil örüntüleri konusunda verilen ödevleri eksiksiz bir şekilde tamamlarım.	2
	16.Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazabilirim. (Örnek: Paramın iki katının 4 fazlasını, “ $2x+4$ ” şeklinde yazabilirim.)	9
	27.Cebirsel ifadenin değerlerini, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplayabilirim. (Örnek: “ $5x-3$ ” cebirsel ifadesinin değerini $x=4$ için hesaplayabilirim.)	14
	28.Cebirsel ifadelerle ilgili karşılaştığım zor soruları çözebilirim.	15
	36.Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpabilirim. [Örnek: 6. $(x+2)$ işlemini yapabilirim.]	21
	2.Cebirsel ifadeler konusunda öğretmenin sorduğu soruları çözmek için parmak kaldırıyorum.	1
	7.Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapabilirim.	3
	54.Cebirsel ifadeler konusunda başarılı olduğumu düşünüyorum	27
	8.Cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapabilirim.	4
	14.Şekil örüntüleri konusunda kimsenin çözemediği soruları çözebilirim.	7
	21.Sayı örüntüleri konusu işlenirken derse sürekli olarak katılırım.	10
	30.Cebirsel ifadeler içeren soruları çözerken kendimi matematikçi gibi hissediyorum.	16
	23.Sayı örüntüleri konusunda kimsenin çözemediği soruları çözebilirim.	11
Keyif alma	13.Kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulabilirim. (Örnek: Kuralı “ $5n-3$ ” olan bir örüntünün 8. terimini bulabilirim.)	6
	57.Şekil örüntüleri, matematiğin zevkli yönünü keşfetmemi sağlar.	29
	48.Sayı örüntüleri, matematiğin zevkli yönünü keşfetmemi sağlar.	24
	62.Sayı örüntülerindeki ilişkileri keşfetmeye çalışmak bana keyif verir.	32
	15.Şekil örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.	8
	12.Sayı örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.	5
	47.Şekil örüntülerindeki ilişkileri keşfetmeye çalışmak bana keyif verir.	23
Endişe	26. Cebirsel ifadeler konusunu öğrenmek beni mutlu eder.	13
	66.Şekil örüntüleriyle ilgili zor sorularla karşılaşmak beni endişelendirir.	36
	53.Şekil örüntülerinin kurallarını bulmakta zorlanıyorum.	26
	65.Cebirsel ifadelerle ilgili soruları çözerken zorlanıyorum.	35
	58.Sayı örüntülerinin kurallarını bulmakta zorlanıyorum.	30
	64.Cebirsel ifadeler konusunun matematiği anlamayı zorlaştırdığını düşünüyorum.	34
Kullanışlılık	59.Cebirsel ifadelerle ilgili verilen ödevleri yaparken zorlanırım.	31
	63.Sayı örüntüleriyle ilgili zor sorularla karşılaşmak beni endişelendirir.	33
	34.Sayı örüntüleri konusunun, diğer matematik konularını öğrenirken bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.	19
	33.Cebirsel ifadeler konusunu öğrenmenin bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.	18
	52.Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade etmenin bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.	25
	55.Şekil örüntülerinin kuralını harfle ifade etmenin bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.	28
	31.Şekil örüntüleri konusunun, diğer matematik konularını öğrenirken bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.	17
	37.Sayı örüntüleri, matematik konuları içinde yer almamalıdır.	22

Açımlayıcı faktör analizi sonucunda VEÖ özyeterlik (FAK1), keyif alma (FAK2), endişe (FAK3), kullanışlılık (FAK4) olmak üzere 4 faktörden ve 36 maddeden oluşmaktadır. Faktörler sırasıyla varyansın %19.223, %11.189, %10.177 ve %7.921'ini açıklamaktadır. Dolayısıyla ölçeğin tamamı varyansın %48.509'unu açıklamaktadır. Ölçekte yer alan maddelerin faktör yükleri 0.466-0.792 arasında değişmektedir.

3.2.1.6. Doğrulayıcı Faktör Analizine Ait Bulgular

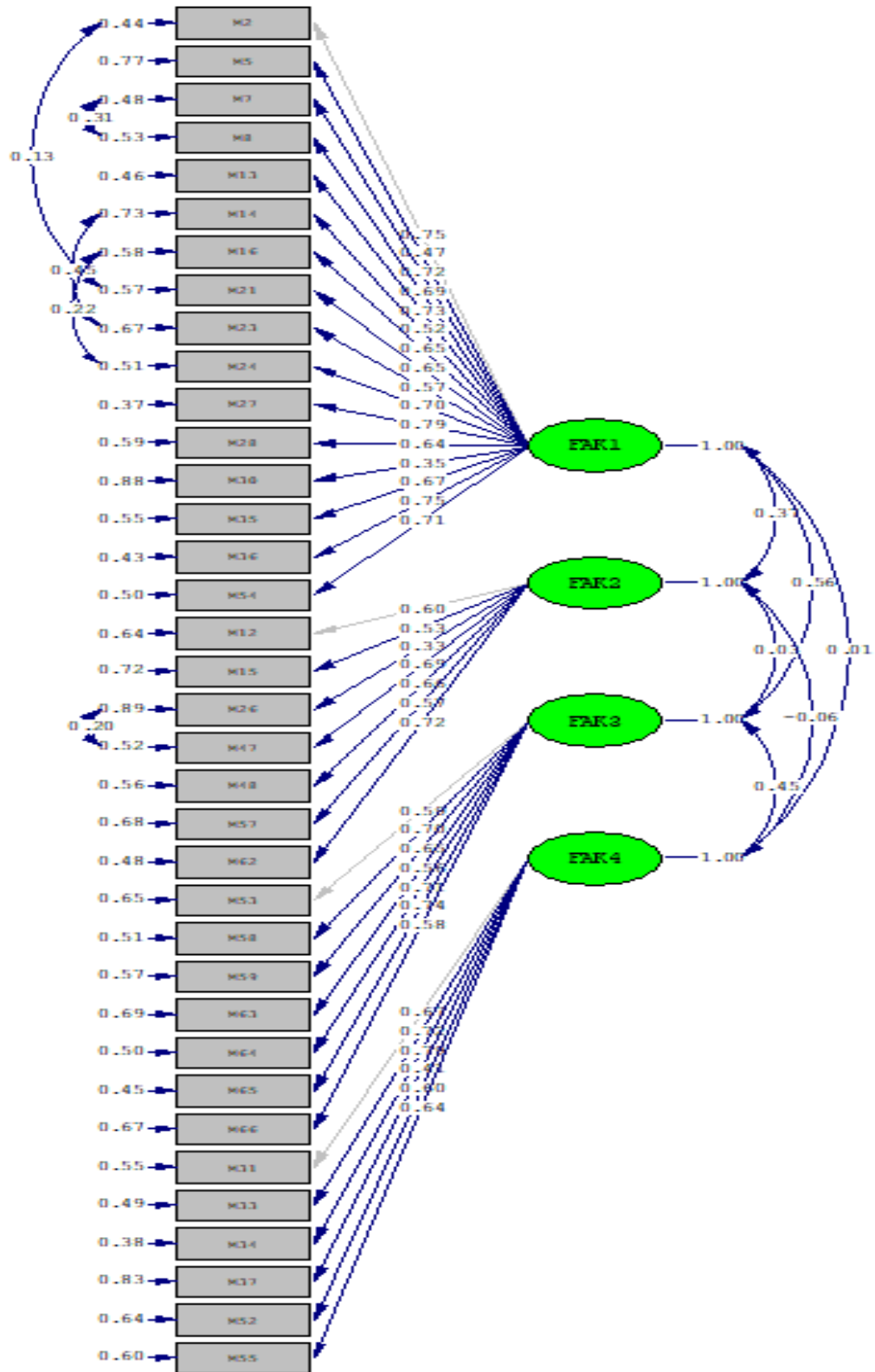
Açımlayıcı faktör analizi ile elde edilen faktör yapısını doğrulamak için doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır. Bu kapsamda ölçek açımlayıcı faktör analizinin uygulandığı okullardan farklı olmak koşuluyla ulaşılabilir örnekleme ile belirlenen 4 farklı ortaokuldan 140 öğrenciye uygulanmıştır. Anderson ve Gerbing (1984) doğrulayıcı faktör analizi için gerekli örneklem büyüklüğünün en az 100 olması gerektiğini, Goodwin (1999) ise değişken sayısının en az 3 katı kadar olması gerektiğini belirtmektedir. Bu nedenle örneklemin yeterli olduğu düşünülmektedir.

Elde edilen verilere LISREL programı kullanılarak doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır. Açımlayıcı faktör analizi sonucu elde edilen 4 faktörlü yapı test edilmiştir ve önerilen farklı modifikasyonlar denenerek en uygun yapı elde edilmeye çalışılmıştır. Bu kapsamda denenilen 4 farklı modele ilişkin bilgiler Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11
Denenen Farklı Modifikasyonlar Sonucu Oluşan Modellerin Uyum Değerleri

	χ^2	df	χ^2/df	CFI	RMSEA	NNFI
Model 1	909.780	585	1.55	0.856	0.0630	0.844
Model 2	1675.408	584	2.86	0.515	0.116	0.476
Model 3	900.965	584	1.54	0.859	0.0623	0.848
Model 4	891.149	583	1.52	0.863	0.0614	0.852

Farklı modifikasyonların denenmesi sonucu değerlerin uyum düzeyleri incelenerek en uygun modelin 4. model (diğer modellerle kıyaslandığında en düşük χ^2/df uyum değeri ve en yüksek CFI değerine sahip [Schermelleh-Engel, Moosbrugger & Müller, 2003]) olduğuna karar verilmiştir. Modele ait path diyagramı şekilde (bkz. Şekil 6) gösterilmektedir.



Şekil 6. Doğrulayıcı faktör analizi sonucu elde edilen Path diyagramı

Şekil 6'daki modelin Tablo 11'de yer alan uyum indeksleri incelendiğinde χ^2/df (Chi-square / degree of freedom) değeri 1.52 olarak hesaplanmıştır. $0 < \chi^2/df < 2$ arası iyi uyum

olarak değerlendirildiğinden elde edilen değer uygun aralıkta olduğu görülmektedir (bkz. Kline, 2011). CFI (Confirmative Fit Index) değerinin 0.85'ten yüksek olması beklenmektedir ve yapılan analizde CFI değeri $0.863 > 0.85$ olduğundan uygun değer aralığındadır (bkz. Brown, 2015; Byrne, 2010; Harrington, 2009; Kline, 2011). RMSEA (Root Mean Square of Approximation) değerinin 0.05 ile 0.08 arasında olması orta düzeyde uyum olarak kabul edilmektedir ve hesaplanan RMSEA değeri bu aralıkta bulunduğundan ($0.05 < 0.0614 < 0.08$) orta düzeyde uyum olduğu görülmektedir. (bkz. Kline, 2011). 0.852 olarak hesaplanan NNFI (Non-Normed Fit Index) değerinin ise en az 0.80 olması gerektiği belirtildiğinden uygun aralıkta olduğu görülmektedir (bkz. Hooper, Coughian & Mullen, 2008). Tüm uyum değerlerinin uygunluk ölçütleri açısından gerekli koşulları sağladıkları görülmekte ve ölçeğin dörtlü faktör yapısı doğrulanmaktadır.

3.2.1.7. Ölçeğin Geçerliliği ve Güvenirliği

Çeşitli özellikleri ölçmek amacıyla hazırlanan ölçeklerin kullanılabilmesi için standart bir ölçme aracı haline gelmesi gerekmektedir. Ölçeğin standardize olabilmesi ve uygun bilgiler üretme yeteneğine sahip olabilmesi için ölçüm değerlerinin kararlılığının bir göstergesi olan “güvenirlik” ve ölçmeyi amaçladığı özelliği doğru ölçebilme derecesinin göstergesi olan “geçerlik” olarak nitelendirilen iki temel özelliğe sahip olması beklenir.

Ölçme aracının geliştirilmesi sürecinde oluşturulacak maddelerin hazırlanması sırasında literatürden ve öğrenci görüşlerinden faydalanılması, ölçek hazırlandıktan sonra uzman görüşüne sunulması, uzmanlardan gelen görüşlere göre ölçeğin düzenlenmesi ölçeğin geçerliğini artırmaya yönelik olarak yapılmıştır. Ayrıca ölçeğin geliştirilme sürecinde pilot çalışma yapılması ve ölçeğin bu çalışma sonuçlarına göre revize edilmesi de ölçeğin geçerliğini artıran etkenlerdendir. Araştırma kapsamında geliştirilen Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği'nin geçerliğini ve güvenirliliği sağlamak adına pilot çalışmadan elde edilen veriler üzerinden açımlayıcı faktör analizi, %27'lik alt ve üst dilimler arası korelasyon, madde analizleri yapılmış ve iç-tutarlılık katsayısını belirlemek için Cronbach Alpha değerleri hesaplanmıştır. Bu bölümde yapılan analizlere yer verilecektir.

Tablo 12'den görüleceği üzere “Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği” Cronbach Alpha değeri 0.919 olarak hesaplanmıştır. Faktörler üzerinden bakıldığında Cronbach Alpha değeri özyeterlik faktörü için 0.915, keyif alma faktörü için

0.845, endişe faktörü için 0.844, kullanışlılık faktörü için 0.737 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen değerler .70'den büyük olduğu için kullanılacak veriler güvenilir kabul edilebilir (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2014).

Tablo 12
Faktörler Bazında Yapılan Analizler

Ölçek ve alt faktörleri	Cronbach Alpha	Madde sayısı	Ortalama	Ss	Varyans	Skewness	Kurtosis
Ölçek	0.919	36	130.88	22.40	501.89	0.13	-0.22
Özyeterlik	0.915	16	60.77	11.48	131.91	-0.45	-0.01
Keyif alma	0.845	7	27.67	5.63	31.77	-0.71	0.37
Endişe	0.844	7	22.89	6.77	45.83	0.01	-0.66
Kullanışlılık	0.737	6	19.54	5.85	34.33	0.01	-0.75

Tablo 13'de her bir madde için ortalama, standart sapma ve madde ile toplam puan arasındaki ilişki değerleri yer almaktadır. Madde-toplam korelasyonları incelendiğinde en düşük değerin 0.30 olduğu görülmektedir. Madde-toplam korelasyonu .30 ve daha yüksek maddelerin iyi derecede ayırt ettiği söylenebilir (Büyüköztürk vd., 2014).

Tablo 13
Madde Bazında Yapılan Analizler

Madde	Ortalama	Ss	Madde-Toplam korelasyonu (Pearson)	Düzeltilmiş madde-toplam korelasyon değeri	Madde silindiğinde Cronbach Alpha değeri	h^2
2	4.17	.854	0.562	0.535	0.917	0.431
5	4.16	.928	0.565	0.536	0.916	0.376
7	3.95	1.016	0.556	0.523	0.916	0.413
8	4.19	.892	0.517	0.487	0.917	0.366
12	4.03	1.122	0.437	0.396	0.918	0.459
13	3.77	1.217	0.675	0.644	0.915	0.563
14	3.21	1.055	0.582	0.550	0.916	0.430
15	4.05	1.038	0.525	0.490	0.917	0.521
16	4.09	1.136	0.566	0.530	0.916	0.493
21	4.02	.921	0.571	0.543	0.916	0.427
23	3.31	1.094	0.555	0.520	0.916	0.390
24	4.00	1.142	0.627	0.595	0.915	0.559
26	4.07	1.088	0.480	0.442	0.917	0.357
27	3.67	1.172	0.651	0.619	0.915	0.521
28	3.29	1.141	0.633	0.601	0.915	0.560
30	3.58	1.250	0.540	0.499	0.916	0.396
31	2.99	1.472	0.300	0.238	0.920	0.321
33	3.41	1.575	0.304	0.238	0.921	0.476
34	3.29	1.515	0.381	0.320	0.919	0.576
35	3.91	1.134	0.618	0.585	0.916	0.565
36	3.81	1.177	0.617	0.583	0.915	0.496
37	3.44	1.522	0.488	0.434	0.918	0.377
47	3.92	1.151	0.534	0.496	0.917	0.490
48	3.87	1.150	0.504	0.464	0.917	0.616
52	3.23	1.404	0.384	0.329	0.919	0.451
53	3.34	1.312	0.541	0.497	0.916	0.463
54	3.65	1.106	0.559	0.524	0.916	0.416
55	3.18	1.425	0.392	0.336	0.919	0.441
57	3.86	1.119	0.472	0.432	0.917	0.649
58	3.37	1.350	0.564	0.520	0.916	0.538
59	3.36	1.347	0.515	0.469	0.917	0.485
62	3.88	1.158	0.573	0.537	0.916	0.591
63	2.96	1.338	0.414	0.363	0.918	0.551
64	3.33	1.388	0.595	0.553	0.916	0.525
65	3.35	1.308	0.574	0.533	0.916	0.573
66	3.17	1.376	0.481	0.432	0.917	0.600

Ölçekte yer alan 36 maddenin ayırt edicilik gücünü belirlemek amacıyla alt %27 ve üst %27'lik gruplar arası madde ortalama puanları arasındaki farka bakılmıştır. Ölçekten alınan puanlar sıralanmış ve analizlere dahil edilen 379 kişinin içerisinde %27'si alt ve %27'si üst olmak üzere iki grup belirlenmiştir. Bağımsız gruplar için t testi ile her bir madde ile ölçekten alınan puanlar karşılaştırılmıştır. Tablo 14 incelendiğinde alt ve üst gruplar arasında her madde için $p < .001$ olduğundan anlamlı fark olduğu görülmektedir.

Tablo 14

Alt %27 ve Üst %27 Grupların Madde Ortalama Puanlarından Elde Edilen Sonuçlar

Madde	Grup	n	Ortalama	Ss	Std. Hata Ortalaması	T	df	Sig. (2-tailed)
2	Alt	106	3.59	.964	.094	-11.214	149.365	.000
	Üst	106	4.75	.454	.044			
5	Alt	106	3.48	1.053	.102	-11.648	140.962	.000
	Üst	106	4.77	.443	.043			
7	Alt	106	3.20	1.082	.105	-11.776	172.107	.000
	Üst	106	4.64	.650	.063			
8	Alt	106	3.59	1.049	.102	-10.615	146.827	.000
	Üst	106	4.78	.478	.046			
12	Alt	106	3.47	1.236	.120	-8.199	172.951	.000
	Üst	106	4.62	.749	.073			
13	Alt	106	2.80	1.214	.118	-14.670	154.292	.000
	Üst	106	4.74	.606	.059			
14	Alt	106	2.44	.996	.097	-12.550	199.312	.000
	Üst	106	3.99	.787	.076			
15	Alt	106	3.37	1.141	.111	-10.556	155.595	.000
	Üst	106	4.68	.578	.056			
16	Alt	106	3.21	1.270	.123	-12.103	131.147	.000
	Üst	106	4.79	.452	.044			
21	Alt	106	3.38	.889	.086	-12.640	175.175	.000
	Üst	106	4.66	.550	.053			
23	Alt	106	2.67	1.084	.105	-11.499	186.598	.000
	Üst	106	4.14	.749	.073			
24	Alt	106	3.02	1.195	.116	-14.328	138.063	.000
	Üst	106	4.81	.480	.047			
26	Alt	106	3.53	1.266	.123	-9.506	132.642	.000
	Üst	106	4.77	.464	.045			
27	Alt	106	2.77	1.165	.113	-14.237	161.192	.000
	Üst	106	4.60	.628	.061			
28	Alt	106	2.37	1.107	.108	-14.227	183.171	.000
	Üst	106	4.21	.740	.072			
30	Alt	106	2.78	1.250	.121	-11.523	182.547	.000
	Üst	106	4.46	.830	.081			
31	Alt	106	2.69	1.326	.129	-5.374	204.012	.000
	Üst	106	3.76	1.577	.153			
33	Alt	106	3.01	1.438	.140	-5.631	209.738	.000
	Üst	106	4.14	1.489	.145			
34	Alt	106	2.74	1.290	.125	-7.066	206.668	.000
	Üst	106	4.08	1.465	.142			
35	Alt	106	2.97	1.134	.110	-14.676	150.971	.000
	Üst	106	4.76	.544	.053			
36	Alt	106	2.83	1.167	.113	-14.121	161.896	.000
	Üst	106	4.65	.633	.061			
37	Alt	106	2.52	1.333	.129	-11.047	207.265	.000
	Üst	106	4.43	1.187	.115			
47	Alt	106	3.21	1.217	.118	-10.650	172.967	.000
	Üst	106	4.68	.737	.072			

Tablo 14 (devam)

Alt%27 ve Üst %27 Grupların Madde Ortalama Puanlarından Elde Edilen Sonuçlar

Madde	Grup	n	Ortalama	Ss	Std. Hata Ortalaması	T	df	Sig. (2-tailed)
48	Alt	106	3.25	1.161	.113	-10.652	178.144	.000
	Üst	106	4.67	.740	.072			
52	Alt	106	2.71	1.095	.106	-7.119	195.573	.000
	Üst	106	3.96	1.447	.141			
53	Alt	106	2.64	1.173	.114	-10.998	207.359	.000
	Üst	106	4.32	1.047	.102			
54	Alt	106	2.93	1.071	.104	-11.287	199.763	.000
	Üst	106	4.43	.851	.083			
55	Alt	106	2.78	1.130	.110	-6.993	198.511	.000
	Üst	106	4.03	1.444	.140			
57	Alt	106	3.33	1.067	.104	-9.032	200.331	.000
	Üst	106	4.53	.853	.083			
58	Alt	106	2.62	1.191	.116	-12.495	199.060	.000
	Üst	106	4.46	.938	.091			
59	Alt	106	2.57	1.235	.120	-9.641	209.846	.000
	Üst	106	4.18	1.202	.117			
62	Alt	106	3.10	1.179	.114	-12.303	164.710	.000
	Üst	106	4.72	.658	.064			
63	Alt	106	2.54	1.164	.113	-7.514	206.218	.000
	Üst	106	3.83	1.334	.130			
64	Alt	106	2.47	1.173	.114	-14.219	198.516	.000
	Üst	106	4.53	.918	.089			
65	Alt	106	2.52	1.148	.112	-12.454	205.943	.000
	Üst	106	4.36	.997	.097			
66	Alt	106	2.57	1.235	.120	-8.905	209.734	.000
	Üst	106	4.10	1.279	.124			

Yapılan analizler sonucunda EK 4’de son haline yer verilen ölçeğin güvenirlik katsayısı 0.919 olarak bulunmuştur. Faktör bazında ise özyeterlik (FAK1) faktörünün güvenirlik katsayısı 0.915, keyif alma (FAK2) faktörünün güvenirlik katsayısı 0.845, endişe (FAK3) faktörünün güvenirlik katsayısı 0.844, kullanışlılık (FAK4) faktörünün güvenirlik katsayısı 0.737 olarak hesaplanmıştır. Ölçekte yer alan maddelerin madde toplam korelasyonları 0.300-0.675 arasında değişmektedir.

3.2.2. Chelsea Cebir Tanı Testi

Chelsea Cebir Tanı Testi öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla Concepts in Secondary Mathematics and Science Team (Hart, Brown, Kerslake,

Küchemann & Ruddock, 1985) tarafından geliştirilmiş ve Akkuş-Çıkla (2004) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmıştır. Ölçme aracının Cronbach Alpha değeri 0.70'dir. Cebir Tanı Testi 4 farklı seviye düzeyinde soru içermektedir. Seviye 1'deki sorular sayısal hesaplama gerektirmekte, Seviye 2'deki sorular harfin nesne olarak kullanıldığı soruları içermekte, Seviye 3 harflerin bilinmeyen olarak kullanıldığı soruları içermekte, Seviye 4 ise daha karmaşık ve harflerin bilinmeyen ve değişken olarak kullanıldığı soruları içermektedir (Küchemann, 1998'den akt. Akkuş-Çıkla, 2004)

Akkuş-Çıkla (2004) tarafından Türkçe'ye uyarlanmış testte 22 soru bulunmakta ve alt maddeleriyle birlikte toplamda 55 madde bulunmaktadır. Doğru yanıtlar 1 ve yanlış yanıtlar 0 puan olarak değerlendirilmektedir. Alınabilecek en yüksek skor 55 ve en düşük skor 0'dır. KR-20 değeri Akkuş-Çıkla (2004) tarafından 0.93 olarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada da temel cebir düzeyindeki bilgileri ölçmesi ve araştırmanın yürütüleceği katılımcı grubunun sahip olduğu cebir ön bilgilerine uygun sorulardan oluşması nedeniyle araştırmada öğrencilerin başarı düzeylerini belirlemek amacıyla matematik yıl sonu notlarıyla birlikte Akkuş-Çıkla (2004)'nın uyarladığı Chelsea Cebir Tanı Testi (bkz. EK 5) kullanılmıştır.

3.2.3. Gözlem Formu

Araştırma sırasında katılımcı öğrencilerin ders sürecinde matematiksel yeterliklerini belirlemek için sınıf içi gözlemler yapılmıştır. Gözlem sürecine başlamadan önce hangi davranışın hangi kapsamda gözlemleneceğinin belirtileceği, böylelikle araştırmacının hangi noktalara dikkat edeceğinin açıklandığı bir form oluşturulabilir (Yıldırım & Şimşek, 2013). Bu araştırmada da gözlemlerin geçerliği ve güvenilirliği sağlamak ve gözlem sırasında dikkat edilecek noktaları belirlemek için bir gözlem formu oluşturulmuştur. Oluşturulan gözlem formunda her bir matematiksel yeterlik alanına ait gözlemlenmesi muhtemel davranışlar, davranışların o ders saati için gözlemlenip gözlemlenemediğine dair bilginin işaretleneceği sütunlar ve ekstra bilgiler için açıklama kısmı bulunmaktadır. Oluşturulan gözlem formu 3 alan uzmanı tarafından incelenmiş, görüşleri doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Örneğin, uzman görüşleri neticesinde işlemsel akıcılık yeterliğine ait gözlemlenmesi beklenen davranışları tespit etmeye yönelik olarak "*Uygun işlemi seçti mi?*" sorusu eklenmiştir. Görüşler neticesiyle son şekli verilen gözlem formu 2

saatlik pilot gözlem çalışması ile denenmiştir. Araştırma sırasında kullanılan gözlem formu EK 6'da verilmiştir.

3.2.4. Mülakat Formu

Öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin detaylı bir şekilde anlaşılması için çalışma kapsamında yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Araştırmacı tarafından katılımcılara yönelteceği temel soruların yer aldığı mülakat formları oluşturulmuştur. Mülakat sorularının oluşturulmasında cebir öğrenme alanına ait kazanımlar dikkate alınmıştır.

Eşitlik ve Denklemler konu alanının bütün kazanımlarına yönelik soruları katılımcılarının tek bir görüşmede tamamlamasındaki zorlukları aşmak ve çalışma sürecini daha etkin yürütmek adına araştırmacı mülakatları iki kısımda yürütmüştür. İlk kısımda eşitlik ve denklem çözme ile ilgili kazanımlara, ikinci bölümde ise denklem kurma problemleri ile ilgili kazanıma yer verilmiştir (bkz. Tablo 15).

Tablo 15
Mülakatlar ve İçerdikleri Kazanımlar

Mülakatlar	7.2.2. Eşitlik ve Denklemler Kazanımları (MEB, 2018a, s. 66-67)
1. Eşitlik ve Denklemler Çözme	7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar. 7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanımlar ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. 7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.
2. Denklem Kurma Problemleri	7.2.2.4. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.

Mülakat formunda kazanımlara yönelik olarak araştırmacı tarafından hazırlanan matematik soruları ve öğrencilerin matematiksel yeterliklerini ortaya çıkarmaya dair yöneltilen sorular bulunmaktadır. Oluşturulan mülakat formu 4 alan uzmanı tarafından kazanımlara uygunluk ve içerik açısından incelenmiş ve görüşler doğrultusunda öğrencilere yöneltilen soruların soru bazında özelleştirilmesi, böylelikle her sorudan beklenen yeterliklerin daha net ortaya konması gerektiğine karar verilmiştir. Temel olarak soru bazında öğrencilere yöneltilen sorular şu şekildedir:

- Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)

- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin? (Mantıksal düşünme)
- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?/Farklı cevaplar bulabilir misin? (Stratejik yetkinlik)
- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin? (Kavramsal anlama)

Bu soruların yanında öğrencilere her görüşmede verimli eğilim yeterliklerini belirlemek için şu sorular sorulmuştur:

- Bu konu ile ilgili neler hissediyorsun?
- Bu konuda kendini başarılı buluyor musun?
- Bu konunun işlendiği derslere katılım durumunu nasıl değerlendirirsin?
- Bu konuyu kullanışlı buluyor musun? (Günlük hayatta, matematiğin diğer konularında ve diğer okul derslerinde bu konudan faydalanacağını düşünüyor musun?)

Son hali verilen mülakat formunun pilot uygulaması 2 öğrenci ile yapılmıştır. Katılımcıların mülakat formunda yer alan sorulara yönelik kazanımların tamamına yönelik eğitim almış olması gerektiğinden pilot çalışma 8. sınıf öğrencileri ile yapılmış, uygun örnekleme ile kolay ulaşılabilecek öğrenciler içerisinde çalışmaya katılmaya gönüllü olan 2 öğrenciyle velilerinin izni dahilinde görüşmeler yapılmıştır. Eşitlik ve denklem çözme ile denklem kurma problemleri konu alanları yönelik hazırlanmış sorular ve soru bazında öğrencilere sorulması planlanan maddelerin yer aldığı görüşme formları EK 7 ve EK 8’de verilmiştir.

3.2.5. Dokümanlar

Punch (2016) geçmişten günümüze ulaşan veya güncel olan belgelerin araştırmacılar için zengin bir bilgi kaynağı olduğu belirtmiştir. Bu belgeler kamu kayıtları, şahsi dokümanlar, popüler kültür evrakları, görsel dokümanlar, fiziki materyaller ve araştırmacının ürettiği dokümanlar olabilir (Merriam, 2013). Öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin incelendiği eldeki araştırmada da veri toplama sürecinde dokümanlar kullanılmıştır. Gözlem yapılan günlerdeki katılımcı öğrencilerin ilgili konu alanına yönelik aldıkları notlar (öğrenci defterleri), ödevleri fotoğraf çekimi ile kayıt altına alınarak incelenmiştir. Ayrıca yürütülen çalışmada incelenen diğer bir doküman araştırmacının tuttuğu alan notlarıdır. Araştırmacı

Çalışma boyunca -mülakatlar ve gözlemler sırasında- görüşlerini, dikkat çeken noktaları, ayrıntıları not tutarak kayıt altına almıştır.

Öğrencilerin cebir konularını işledikten sonra oldukları matematik yazılı yoklama kâğıtları da fotoğraf çekimi ile kayıt altına alınmıştır. Bu yazılının içeriğinde 3 adet denklem kurma problemi, 4 adet denklem çözme problemi yer almaktadır. 3 denklem kurma sorusundan 1'i test sorusudur.

Toplanan dokümanlarla çalışma yapılan konu ile ilgili bilgi verebilecek birçok farklı kaynak araştırmaya dahil edilmiştir.

3.3. Katılımcılar

Ortaokul ğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik matematiksel yeterliklerinin incelendiğ i bu çalışma, yedinci sınıfa devam eden 7 ğrenci ile yrtlmştır. Katılımcıların belirlenmesinde ilk olarak matematik ğretmeni ve çalışmanın yrtleceğ i okul belirlenmiş, ikinci olarak derslerin gzlemleneceğ i şube seçilmiş ve son olarak bu şubedeki öğrencilerden katılımcılar belirli kriterlere göre belirlenmiştir.

İlk olarak araştırmanın yürütülmesi için öğretmenin süreç boyunca derslerinde gözlem yapılmasına izin vermesi, fikir ve görüşleriyle araştırmacıyla iletişim halinde kalması gerektiğ inden uygun örnekleme ile araştırmacının yakın çevresindeki ve kolayca ulaşabileceğ i (Fraenkel & Wallen, 2006) bir matematik ğretmeni olan Ela ğretmen ve onun görev yaptığ ı İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir ilin merkez ilçelerinden birinde yer alan bir ortaokul belirlenmiştir. Öğretmenin gerçek ismi yerine kod adı olarak “Ela” kullanılmıştır.

Araştırmanın yapıldığ ı dönemde 3 adet yedinci sınıf şubesinin matematik dersine giren Ela ğretmen ile yapılan görüşmeler sonucunda ölçüt örnekleme ile bir şube belirlenmiştir. Bu şubenin belirlenmesinde öğrencilerle yapılacak görüşmelere ve sınıf içerisinde kamera kaydına izin verilebilecek veli profili, öğrencilerin kendilerini ifade etme ve çalışmaya katılmada istekli olması, ğrenci grubunun farklı matematiksel yeterlik boyutlarını gösterebilmesi, vb. kriterler dikkate alınmıştır. Seçilen şubedeki öğrenciler ve velileri araştırma konusunda bilgilendirilmiş, EK 3'de yer alan veli onay formları velilere onayları için verilmiştir. Son aşamada ise bu şubedeki öğrencilerden seçilecek çalışmanın katılımcı grubunu belirlemek için çeşitli ölçekler uygulanmış ve ğretmen görüşü alınmıştır (bkz. Bölüm 3.3.4).

3.3.1. Araştırmanın Yürütüldüğü Okul ve Özellikleri

Araştırmanın yürütüldüğü okul İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir ilin merkez ilçelerinden birinde bulunmaktadır. İlkokul ve ortaokulun aynı binada eğitim gördüğü, ikili öğretim yapılan bir okuldur. Araştırmanın yürütüldüğü ortaokul kısmı sabahçı, ilkokul kısmı ise öğlenci olarak öğrenimlerini sürdürmektedirler. Okulda idarecilerde dahil olmak üzere 67 öğretmen bulunmaktadır. Okulda öğrenim gören 1018 öğrenci bulunmaktadır. Okulun fiziki olanaklarına bakıldığında ise toplamda 33 adet derslik bulunduğu, ilaveten bir kütüphane, 2 adet fen laboratuvarı, 1 görsel sanatlar sınıfı ve 1 adet spor malzemesi odasını bünyesinde barındırdığı görülmektedir. Okulun sosyoekonomik düzeyi ile ilgili bilgi almak için müdür yardımcısıyla bir görüşme de yapılmış ve kendisi *“Okuldaki öğrencilerimizden yaklaşık olarak 100 tanesinin ailesi asgari ücret ve altında bir gelir elde etmektedir. Diğer velilerimizin sosyo-ekonomik durumunu ise orta ve iyi düzey olarak tanımlayabilirim.”* şeklinde açıklamıştır.

3.3.2. Ela Öğretmen ve Mesleki Deneyimi

Araştırmanın yürütüleceği ve ders gözleminin yapılacağı sınıfın matematik öğretmeni Ela Öğretmen, toplamda 9 yıllık mesleki deneyime sahiptir. 3 sene Doğu Anadolu Bölgesi'nde yer alan 2 farklı okulda görev yapmış, sonrasında 2 sene kadar İç Anadolu Bölgesi'nde biri ilçe merkezi, biri il merkezinde bulunan 2 farklı okulda görev almış ve son olarak bu araştırmanın yürütüldüğü okulda çalışmaya başlamıştır. İlgili okulda 3 senedir görev yapmaktadır.

Araştırma öncesinde Ela Öğretmene -matematik eğitiminde önem verdiği noktaları ve düşüncelerini belirlemek için- çeşitli sorular yöneltilmiştir. Ela Öğretmen matematik öğretme yöntemini şu şekilde açıklamıştır: *“Konuyu anlattıktan sonra çok soru çözmeye gayret ediyorum. Farklı türdeki soruları öğrencilerin görmesini sağlamaya çalışıyorum.”* Ela Öğretmenin de ifade ettiği gibi derslerde soru çözümüne ağırlık verdiği, ders anlatımlarında tahtayı kullandığı fakat teknolojiden faydalanmadığı görülmüştür. Zira bu durumu *“Ben teknolojiyi çok gerekli bulmuyorum. Öğrencilerin ders esnasında notlarını deftere almaları gerektiğine inanıyorum. Akıllı tahtayı derse entegre etmeyi bir dönem denedim ancak öğrencilerin dikkatinin çok kolay dağıldığını, sınıf düzenini sağlamanın zorlaştığını tespit ettim. O nedenle de akıllı tahtayı aktif olarak kullanmıyorum.”* şeklinde açıklamıştır. Ela öğretmenin ders anlatım sürecini takip etmek amacıyla matematik dersine

girdiği başka bir 7. sınıf şubesi de 2 saat gözlemlenmiş ve Ela Öğretmenin her iki sınıfta da benzer şekilde öğretim yaptığı belirlenmiştir.

Cebir öğretimi özelinde konuşulduğunda ise en önemli noktanın şu olduğunu belirtmiştir: *“Çocuğa o bilinmeyen ne olduğunu öğretmek, onu somutlaştırmak lazım. Bilinmeyeni kafasında oluşturduktan sonra öğrenci cebir öğrenebilir. Cebir öğretimine ilk başladığımda $(a+5)$ ifadesinde a yerine farklı değerler verip sonucun değiştiğini öğrencilere aktararak başlıyorum.”*

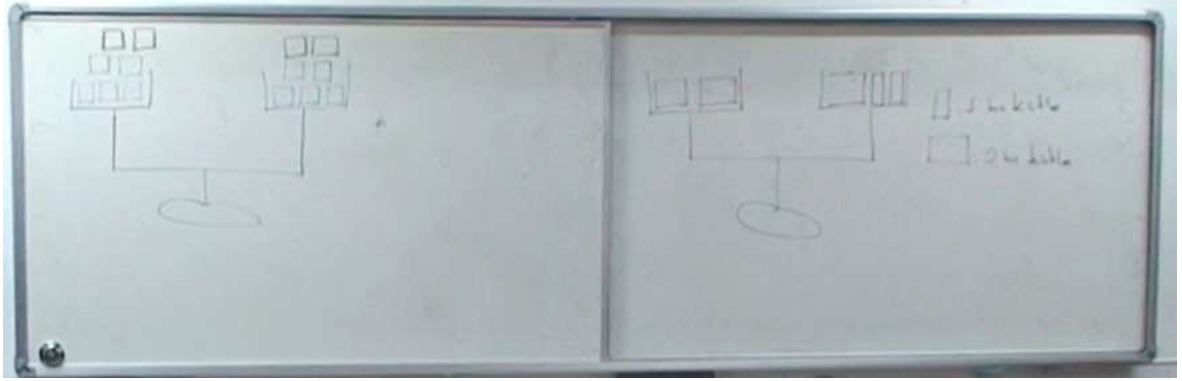
Yedinci sınıf cebir konuları ile ilgili yorumu ise şu şekildedir: *“Denklem çözümü ve denklem kurma öğrencilere çok zor geliyor. Bundan sonraki hayatlarında her yer denklem çözümü, öğrencilerin karşısına bütün sınavlarda çıkacak. O nedenle ben de denklem çözümünü öğrenmelerini çok önemsiyorum. Çok sayıda soru çözürerek konunun zorluklarını aşmaya çalışıyorum.”*

Öğrencilerde gelişimine önem verdiği matematiksel beceriler sorulduğunda ise *“Ben önce matematiği sevmeleri istiyorum. Sevgiden sonra matematikte başarı geliyor bence. Bana göre önce sevgi.”* ifadelerini kullanmıştır.

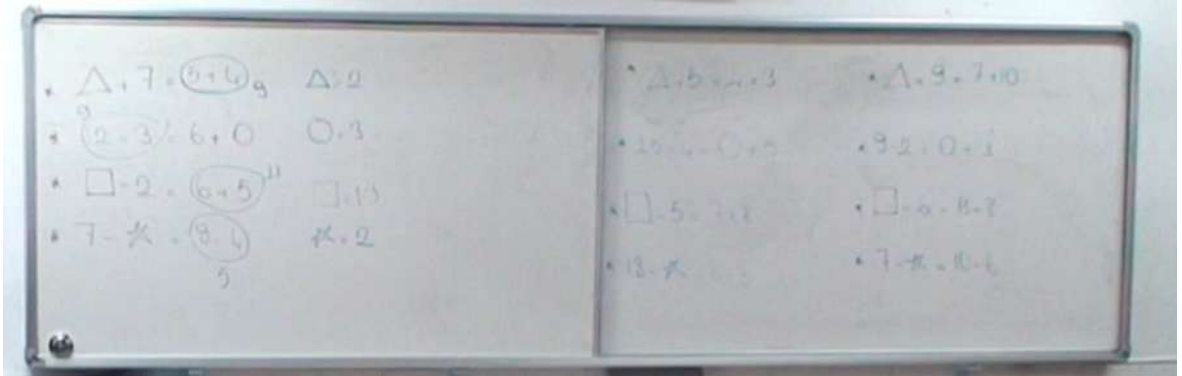
Araştırmanın yürütüldüğü şubenin matematik derslerine 5. sınıftan itibaren Ela Öğretmen girmiş ve aynı zamanda sınıf rehber öğretmenliği görevini de üstlenmiştir. Ela Öğretmen, 7. sınıf itibarıyla bu sınıfın hem matematik hem de matematik uygulamaları derslerini yürütmektedir. Bu nedenle sınıftaki öğrencilerle ilgili detaylı bilgi sahibi olduğu düşünülmektedir. Bunun yanı sıra öğrenci velileriyle de sürekli iletişim halindedir ve gereken durumlarda onlarla kurduğu online gruplar üzerinden ödev paylaşımı, öğrenciler ve okulla ilgili sorunlar, öğrencilerin gelişimi, vb. konularda fikir alışverişi de yapmaktadır. Öğretmen-veli iletişiminin güçlü olması araştırmacının velilerle iletişim kurmasını kolaylaştırmış, velilerin ve öğrencilerin araştırmacıya güven duymasını sağlamıştır. Bu durumun mülakatların öğrencilerle bire bir ve öğrencilerin kendilerini rahat hissedebilecekleri bir ortamda yürütülmesi noktasında araştırmaya katkı sağladığı söylenebilir.

Ela Öğretmen her hafta öğrencilerine ders kitabından ödevler vermektedir. Öğrencilerin ödevleri sınıftaki ödev sorumlusu tarafından haftanın ilk dersinde kontrol edilmekte ve öğretmen tarafından takibi yapılmaktadır. Bunun yanı sıra öğrenciler test kitaplarından çözdükleri soruları da öğretmenlerine göstererek çözdükleri soru sayısına göre simgesel pekiştirme türü olan “+” almaktadırlar. Ela Öğretmen simgesel pekiştirmeyi derslerde de

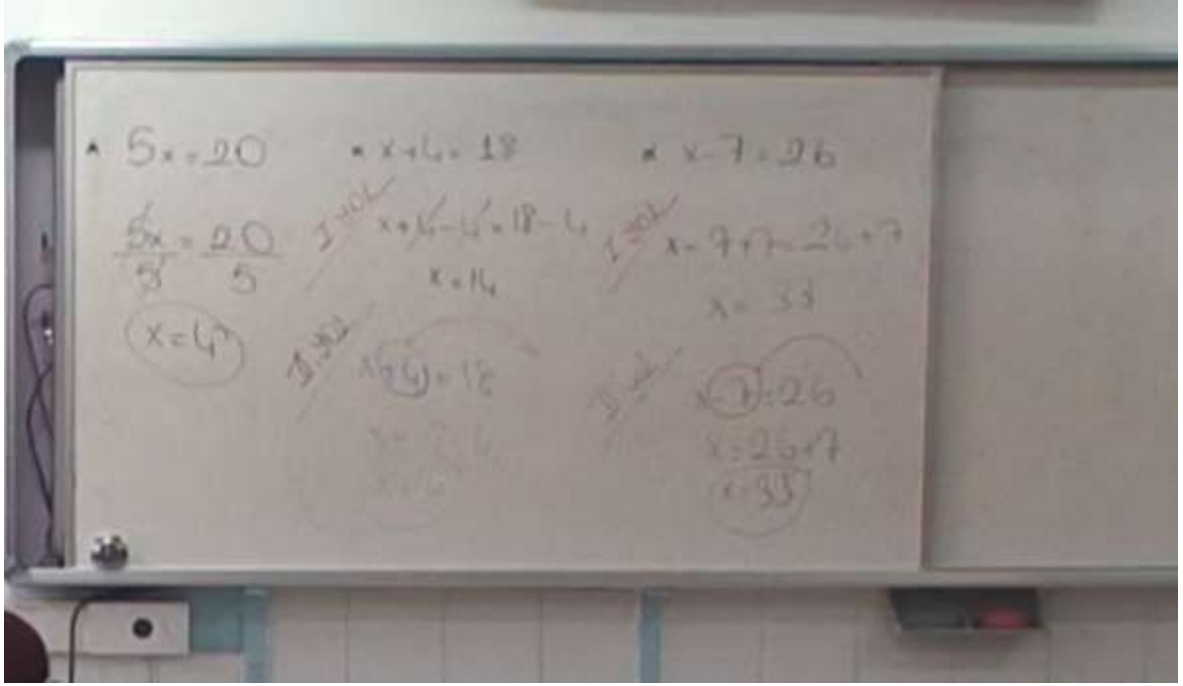
kullanmakta ve derste sorduğu problemlerden bazılarını ödüllü problem olarak niteleyerek çözen öğrencilere “+” vermektedir. Bu durumun öğrencilerin derse katılmaya yönelik tutumlarını artırdığı söylenebilir. Aşağıda Ela Öğretmenin ders anlatımı esnasındaki kullandığı bazı örnek ve modellere yer verilmiştir:



Şekil 7. Ela Öğretmenin ders anlatımından örnek görüntü-1



Şekil 8. Ela Öğretmenin ders anlatımından örnek görüntü-2



Şekil 9. Ela Öğretmenin ders anlatımından örnek görüntü-3

3.3.3. Araştırmanın Yürütüleceği Sınıf ve Özellikleri

Araştırmanın yürütüleceği şube 33 kişiden oluşmaktadır. Sınıfta yer alan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımları Tablo 16’da verilmiştir.

Tablo 16

Çalışmanın Yürütüldüğü Sınıftaki Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımı

Cinsiyet	Sayı	Frekans (%)
Kız	17	51.5
Erkek	16	48.5
Toplam	33	100

Katılımcıları belirlemek için veri toplama araçlarının uygulanmasından sonra öğrencilerden biri okuldan ayrılmış, bir hafta sonra ise farklı bir öğrenci şube değiştirerek bu sınıfa geçmiştir. Eldeki çalışmada ölçme araçlarının uygulandığı ilk 33 kişinin sonuçları verilmiştir, sonradan sınıfa katılan öğrenci için de gerekli veli izinleri alınmış ancak ölçme araçları ona uygulanmamıştır.

İlgili şubenin matematik derslerini 5. sınıftan itibaren Ela öğretmen yürütmüştür. Araştırmanın yapıldığı dönemdeki matematik uygulamaları dersine de Ela öğretmen girmektedir. Ela öğretmenin sınıfın matematik başarısına ilişkin değerlendirmesi şu

şekildedir: “Sınıftaki öğrencilerin matematiğe karşı genel olarak ilgisi, tutumu yüksek. Sınıftaki öğrencilerden 5-6 tane öğrencinin başarısı oldukça düşük. Geri kalan öğrencilerin başarısı yüksek ve orta düzeyde diyebilirim. Öğrencilerin ilgileri yüksektir, matematiği öğrenmek için çaba gösterirler.”

Çalışmanın yapıldığı sınıfı ve öğrenci profillerini daha detaylı tanıtabilmek adına veli profilleri de incelenmiş ve velilere ait demografik özellikler Tablo 17’de paylaşılmıştır.

Tablo 17

Çalışmanın Yürütüldüğü Sınıftaki Öğrenci Velilerinin Demografik Özellikleri

Demografik özellikler		Sayı	Frekans (%)
Anne – Öğrenim durumu	İlkokul	5	15.2
	Ortaokul	11	33.3
	Lise	11	33.3
	Üniversite ve üzeri	6	18.1
Baba - Öğrenim durumu	İlkokul	3	9
	Ortaokul	3	9
	Lise	14	42.4
	Üniversite ve üzeri	13	39.3
Anne - Meslek	Ev hanımı	24	72.7
	Memur	4	12.1
	İşçi	3	9
	Serbest meslek	2	6
Baba - Meslek	Memur	14	42.4
	İşçi	9	27.2
	Serbest meslek	10	30
Ailenin toplam çocuk sayısı	1	2	6
	2	19	57.6
	3	7	21.2
	+3	5	15.2

Tablo 17 incelendiğinde sınıftaki öğrencilerin annelerin öğrenim durumlarının ortaokul ve lise düzeyinde yoğunlaştığı (%66.6), babalarının ise çoğunun lise, üniversite ve yükseköğrenim mezunu olduğu (%81.7) görülmektedir. Veliler meslek profilleri açısından incelendiğinde annelerin büyük çoğunluğunun ev hanımı olduğu (%72.7), babaların ise 14’ünün (%42.4) memur, 10’unun (%30) serbest meslek, 9 (%27.2) tanesinin ise işçi olduğu görülmektedir. Öğrencilerin ailelerin sahip olduğu toplam çocuk sayısına bakıldığında ise %57.6’ sının 2 çocuğa sahip olduğu görülmektedir.

Araştırmanın yapılacağı okulun ortamı ve öğrenci ailelerinin demografik özellikleri göz önüne alındığında çalışmanın katılımcılarının, Türkiye’deki ortalama öğrenci profiline uygun olduğu söylenebilir.

3.3.4. Çalışmanın Katılımcılarının Belirlenmesi

Bu çalışmada katılımcı grubun belirlenmesi amacıyla amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme yönteminde, araştırmacılar örnekleme araştırmanın amacına yönelik olarak kendi yargılarını kullanarak belirlemektedirler (Fraenkel & Wallen, 2006). Maksimum çeşitlilik örnekleme ise evren içindeki farklı durumları temsil edebilecek çeşitlilikte bir grubun seçildiği durumdur (Patton, 2014). Bu bağlamda bu çalışmada, hem duyuşsal hem de bilişsel yönden farklı düzeylerdeki öğrenciler katılımcı olarak seçilmiştir. Çalışmanın yürütüldüğü sınıftaki öğrencilere “Chelsea Cebir Tanı Testi” ve “Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği” uygulanmıştır. Cebir Tanı Testinden alınan puan ile öğrencilerin 6. sınıf matematik yıl sonu notunun ortalaması alınarak öğrencilerin matematik başarı puanları oluşturulmuştur. Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği’nden alınan puan ise öğrencilerin verimli eğilim puanını oluşturmuştur (bkz. Tablo 18).

Tablo 18

Başarı ve Verimli Eğilim Puanı Aritmetik Ortalama - Standart Sapma Değerleri

	Aritmetik ortalama	Standart sapma	Kişi sayısı
Başarı puanı	49.24	13.03	33
Verimli eğilim puanı	123.61	24.832	33

Her iki puanında standart sapma ve ortama değerleri hesaplanmış, ortalamadan $-/+1$ standart sapma değerleri temel alınarak öğrenciler yüksek, orta, düşük şeklinde gruplara ayrılmıştır (bkz. Gelbal, 2008). Sınıfta yer alan 33 öğrencinin puanları ve düzeylere göre grupları Tablo 19’da gösterilmiştir:

Tablo 19

Öğrencilerin Başarı-Verimli Eğilim Puanları ve Düzeyleri

Öğrenci	Okul ortalaması	Cebir Tanı Testi puanı	Başarı puanı	Başarı düzeyi	Verimli Eğilim puanı	Özyeterlik puanı	Tutum puanı	Özyeterlik /madde sayısı	Tutum /madde sayısı	Verimli Eğilim düzeyi
1	100	30	65	yüksek	155	76	79	4.75	3.95	yüksek
2	98.33	12	55.165	orta	155	73	82	4.5625	4.1	yüksek
3	77.5	21	49.25	orta	90	41	49	2.5625	2.45	düşük
4	71.17	4	37.585	orta	107	46	61	2.875	3.05	orta
5	99.17	17	58.085	orta	130	70	60	4.375	3	orta
6	34.17	2	18.085	düşük	124	61	63	3.8125	3.15	orta
7	85.5	21	53.25	orta	95	45	50	2.8125	2.5	düşük
8	100	30	65	yüksek	154	77	77	4.8125	3.85	yüksek
9	62.17	5	33.585	düşük	124	66	58	4.125	2.9	orta
10	79.67	18	48.835	orta	88	37	51	2.3125	2.55	düşük
11	86.17	10	48.085	orta	103	52	51	3.25	2.55	orta
12	92.83	16	54.415	orta	124	56	68	3.5	3.4	orta
13	90.5	14	52.25	orta	117	62	55	3.875	2.75	orta
14	30.83	4	17.415	düşük	98	34	64	2.125	3.2	düşük
15	82.83	23	52.915	orta	152	69	83	4.3125	4.15	yüksek
16	77.5	8	42.75	orta	92	41	51	2.5625	2.55	düşük
17	71.33	12	41.665	orta	155	64	91	4	4.55	yüksek
18	74	6	40	orta	113	53	60	3.3125	3	orta
19	88.67	10	49.335	orta	142	60	82	3.75	4.1	orta
20	83.33	17	50.165	orta	164	78	86	4.875	4.3	yüksek
21	95	42	68.5	yüksek	159	75	84	4.6875	4.2	yüksek
22	89.17	14	51.585	orta	107	51	56	3.1875	2.8	orta
23	95.83	21	58.415	orta	102	54	48	3.375	2.4	orta
24	97.5	43	70.25	yüksek	164	72	92	4.5	4.6	yüksek
25	57.5	17	37.25	orta	97	42	55	2.625	2.75	düşük
26	98.33	40	69.165	yüksek	150	79	71	4.9375	3.55	yüksek
27	82.83	19	50.915	orta	106	49	57	3.0625	2.85	orta
28	71.17	16	43.585	orta	120	62	58	3.875	2.9	orta
29	51	8	29.5	düşük	104	42	62	2.625	3.1	orta
30	93	28	60.5	orta	156	71	85	4.4375	4.25	yüksek
31	91.5	20	55.75	orta	109	42	67	2.625	3.35	orta
32	92	23	57.5	orta	114	64	50	4	2.5	orta
33	63.33	15	39.165	orta	109	52	57	3.25	2.85	orta

Öğrencilerin verimli eğilim puanları Tablo 19’da görüldüğü üzere iki ayrı kategoride incelenmiştir. VEÖ özyeterlik, keyif alma, endişe, kullanışlılık olmak üzere 4 faktörden oluşmaktadır. Bu faktörlerden “*keyif alma, endişe ve kullanışlılık*” literatürde tutumun bileşenleri olarak ifade edilmektedir (Dede, 2012). Bu nedenle öğrencilerin verimli eğilim puanları özyeterlik ve tutum olmak üzere iki farklı boyutta da incelenmiş, verimli eğilim ve başarısı orta olan öğrencilerin seçiminde maksimum çeşitliliği sağlama noktasında kullanılmıştır.

Verimli eğilim ve başarı düzeylerine göre öğrenciler değerlendirilmiş ve kategoriler oluşturulmuştur. Oluşan kategorilere göre öğrenci sayıları Tablo 20’de verilmiştir.

Tablo 20
Verimli Eğilim ve Başarı Düzeylerine Göre Öğrenci Sayıları

		Başarı Düzeyi			Toplam
		Düşük	Orta	Yüksek	
Verimli Eğilim Düzeyi	Düşük	1	5	0	6
	Orta	3	14	0	17
	Yüksek	0	5	5	10
TOPLAM		4	24	5	33

Tablo 20 incelendiğinde, öğrencilerin 6 kategoride toplandığı görülmektedir. Bu kategoriler içerisinde verimli eğilimi ve başarısı orta olan gruptan 2 öğrenci, diğer gruplardan 1 öğrenci olmak üzere toplamda 7 öğrenci belirlenmiştir. Bu öğrencilerin belirlenmesinde öğretmenler görüşleri ve öğrencilerin gönüllü olma durumu da dikkate alınmıştır. Verimli eğilimi ve başarısı orta olan gruptan iki öğrencinin seçim süreçlerinde özyeterlik ve tutum faktörlerinden aldıkları puanlar incelenmiş ve bu puanlar ilgili madde sayısına bölünerek bir öğrencinin özyeterliliğinin tutumundan yüksek ve diğer öğrencinin tutumunun özyeterliliğinden yüksek olması esas alınarak çeşitliliğin artırılması hedeflenmiştir.

Katılımcı olarak belirlenen öğrenciler Tablo 19’daki 7, 8, 9, 14, 30, 31, 32 numaralı öğrencilerdir. Bu çalışmada öğrencilerin gerçek isimleri yerine farklı kod adları kullanılmıştır. Öğrencilerin kod adları ve yer aldıkları kategoriler Tablo 21’de gösterilmiştir.

Tablo 21

Katılımcıların Kod Adları ve Yer Aldıkları Kategoriler

Kod Adı	Verimli Eğilim Düzeyi	Başarı Düzeyi
İbrahim	Yüksek	Yüksek
Derya	Yüksek	Orta
Berna	Orta (Özyeterlik>Tutum)	Orta
Ömer	Orta (Özyeterlik<Tutum)	Orta
Mehmet	Alt	Orta
Emre	Orta	Alt
Nehir	Alt	Alt

3.4. Araştırmanın Yürütülmesi ve Verilerin Toplanması

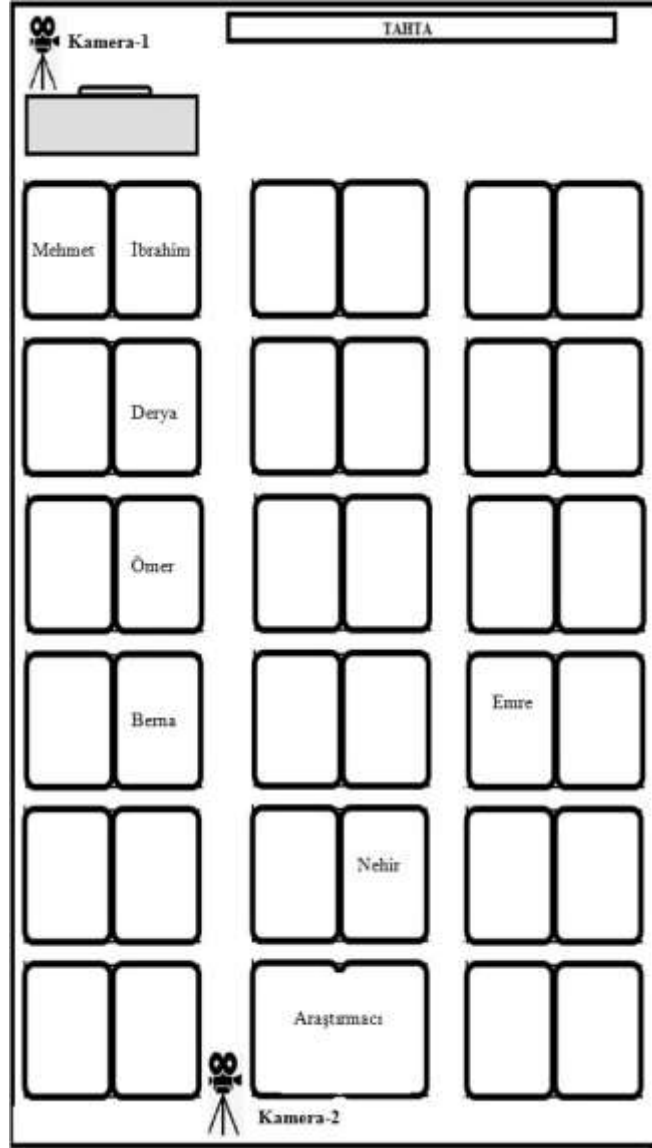
Çalışma yapılacak grubun belirlenmesi, görüşme sorularının geliştirilmesi ve pilot çalışmanın yapılmasından sonra araştırmacı uygulamalara başlamıştır. 2018-2019 eğitim öğretim yılında yapılan gözlem ve kamera kaydı için gerekli izinler alınmış (bkz. EK 9), ayrıca veliler konu ile ilgili bilgilendirilmiş ve onay formu imzalamaları istenmiştir (bkz. EK 3).

Araştırmanın yürütüleceği gruptaki öğrenciler 6. Sınıfta Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2013)'na göre eğitim görürken, 7. sınıfta Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018a)'na göre eğitim görmeye başlamışlardır. 6. sınıf kazanımlarından bazıları yeni müfredatta 7. sınıfa taşındığından öğrenciler cebir kazanımlarının bir kısmını 6. sınıfta işlemişlerdir. Bundan dolayı araştırma öğrencilerin ilk kez işleyecekleri “Eşitlik ve Denklem” konu alanı üzerinden yürütülmüştür. Araştırmacı, araştırma konusu olan konuların öğretimi sırasında derste gözlemlerde bulunmuştur. Yaklaşık olarak iki buçuk hafta süren gözlem sürecinde toplamda 13 ders saati gözlem yapılmıştır. Sınıf gözleminin yapıldığı derslerde işlenen konular ve süreleri Tablo 22’de verilmiştir.

Tablo 22
Sınıf Gözleminin Yapıldığı Konular ve Süreleri

Dersin Konusu	Süre
Eşitlik ve denklem	2 ders saati
Eşitlik ve denklem	1 ders saati
Denklem çözümü	2 ders saati
Denklem çözümü	2 ders saati
Denklem kurma problemleri	1 ders saati
Denklem kurma problemleri	2 ders saati
Denklem kurma problemleri	2 ders saati
Denklem kurma problemleri	1 ders saati

Sınıf içerisinde yapılan gözlem sırasında aynı anda 7 öğrenciyi gözlemlemenin zorluklarını aşmak ve araştırmacının gözden kaçırabileceği noktaları tekrar izleyebilmesi için dersler kamera kaydına alınmıştır. Kayıtlar için 2 adet kamera kullanılmıştır Kameraların ve çalışma boyunca katılımcıların sınıf içerisindeki düzeni Şekil 10’da gösterilmiştir.



Şekil 10. Kameraların ve katılımcıların sınıf içerisindeki düzeni

Kamera-1, tüm sınıfı görebilecek şekilde öğretmen kürsüsünün yanına tripod kullanılarak sabitlenmiş, Kamera-2 ise öğrenciler tahtaya kalktığında onların yaptıklarını izleyebilmek için sınıfın en arkasına yine tripod kullanılarak sabitlenmiştir. Kamera sistemleri dersin akışını bozmayacak şekilde ders öncesindeki teneffüste kurulmuş ve ders başlamadan kayıt alınmaya başlanılmıştır. Böylelikle dersin bölünmesine, öğrencilerin ve öğretmenin dikkatinin dağılmasına engel olunmaya çalışılmıştır.

Gözlem sırasında katılımcı öğrencilerin durumunu daha net görebilmek adına öğretmenden katılımcılara söz hakkı vermesi istenmiştir. Söz hakkı isteyen bütün öğrencileri sırayla tahtaya kaldırmaya çalışmak öğretmenin genel yöntemi olduğu için, katılımcıların

durumunun dersin doğal akışını bozmadığı söylenebilir. Ders sürecinde tahtaya kalkmayan ya da söz almayan öğrenciler sadece derse katılımları noktasında değerlendirilmiştir.

Araştırmacı gözlemler sırasında sınıfın arka sırasına ve katılımcı öğrencilerin hepsini görebilecek bir şekilde oturmuştur. Gözlem günlerinde 7 öğrencinin her biri için ayrı gözlem formu doldurulmuştur. Bunun yanı sıra gözlemler sırasında araştırmacı tarafından alan notları alınmıştır.

Gözlemlere ilaveten araştırmacı “Eşitlik ve Denklem” konu alanının mülakatlarını “Eşitlik ve Denklem Çözme” ve “Denklem Kurma Problemleri” için ayrı ayrı olacak şekilde 7 öğrencinin her biriyle 2 defa görüşme yaparak gerçekleştirmiştir. “Eşitlik ve Denklem Çözme” dahilindeki kazanımlar (detaylı bilgi için bkz. Bölüm 3.2.4) öğretmen tarafından sınıfta işlendikten sonra öğrencilerle ilk görüşmeler “*Eşitlik ve Denklem Çözme Mülakat Formu*” kullanılarak yapılmıştır. İkinci görüşmeler ise “Denklem Kurma Problemleri” dahilindeki kazanımlar tamamlandıktan sonra “*Denklem Kurma Problemleri Mülakat Formu*” kullanılarak yürütülmeye başlanmıştır. Görüşmeler okul dışı saatlerde yürütülmüş ve öğrencilerin görüşme sırası uygunluk durumlarına göre farklı gün ve saatlerde planlanmıştır. Bu görüşmelerde önceden hazırlanan görüşme formundaki sorular öğrencilere iletilmiş, ayrıca araştırmacı gözlem sırasında aldığı alan notlarına yönelik olarak -öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak amacıyla- katılımcılara bazı ek sorular sormuştur. Görüşmelerin süresi 30 dakika ile 90 dakika arasında değişmiştir. Görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Ayrıca süreç boyunca öğrencilerin araştırılan konu ile ilgi aldıkları notlar, çalışma kağıtları, yazılı kağıtları, ödevleri de fotoğrafları çekilerek kayıt altına alınmıştır.

3.5. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalar yorumlamaya dayalıdır ve araştırmacılarla çalışmanın yürütüldüğü grup arasında etkileşim fazladır (Creswell, 2013). Bu nedenle araştırmacının çalışma sırasındaki konumunu, veri toplama ve analiz süreçlerinde ne kadar katkı sağladığını detaylı bir şekilde açıklaması gerekmektedir. Bu bölümde eldeki çalışmanın her bir basamağı için araştırmacının rolü detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

3.5.1. Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeğinin Geliştirilmesinde Araştırmacının Rolü

Araştırmada kullanılan “Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği”nin geliştirilmesi aşamalarında araştırmacı madde havuzunun oluşmasına katkı sağlayan mülakatları yürütmüş ve verilerin analizini gerçekleştirmiştir. Mülakatları gerçekleştirirken katılımcıların kendilerini rahat hissetmelerini sağlamak ve gerçek yorumlarına ulaşmak adına onları ve velileri araştırma süreci hakkında bilgilendirmiş, araştırmada gizlilik ve etik kurallarına uyulacağını özellikle belirtmiştir.

“Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği”nin pilot çalışmaları araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiş ve yine uygulama esnasında araştırma etiği ve gizliliğinden bahsedilmiştir. Ölçeğin son halinin öğrenciler tarafından değerlendirilmesi için yapılan ikinci pilot çalışmayı da araştırmacı yürütmüş, bu gruptaki öğrencilerden 5 tanesiyle ölçek ile ilgili düşüncelerini almak için mülakatlar yürütmüş ve ölçek geliştirme sürecini tamamlamıştır.

3.5.2. Araştırmanın Yürütülme Sürecinde Araştırmacının Rolü

Araştırmanın yürütüldüğü okulun müdürü, araştırmanın yürütüleceği sınıfın matematik öğretmeni, sınıftaki öğrenciler ve veliler çalışma hakkında bilgilendirilmiş ve gerekli izinler araştırmacı tarafından alınmıştır.

Araştırmacı, çalışmanın yürütüldüğü sınıftaki öğrencilerle katılımcıları belirlemek için kullanılan ölçekleri uygulama esnasında tanışmış, gerekli bilgileri vermiştir. Sınıfın kameraya alışması için çalışma başlamadan önce 2 ders saati kayıt altına alınmış ve araştırmacı da sınıfta hazır bulunmuştur. Böylelikle asıl gözlem esnasında öğrencilerin doğal davranmalarını sağlamak hedeflenmiştir. Araştırmacı, sınıf gözlemleri sırasında dersin olağan akışını bozmamak için dersten önce sınıfa gelerek sınıfta kamera sistemlerini kurmuş ve dersi öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde en arka sırada oturarak takip etmiştir.

Araştırmacının, gözlemler sırasında rolü katılımcı olarak gözlemcidir. Bu gözlem türünde temel amaç gözlem yapmaktır (Glesne, 2013). Katılımcı olarak gözlemci olarak takip edilen ders sürecine, araştırmacının herhangi bir müdahalesi olmamış, sadece ilgili öğrencileri izleyerek gözlem formlarını doldurmuştur. Ayrıca katılımcıların kendini rahat

hissetmesi adına tüm sınıfın gözlemlendiği belirtilmiş, bireylere ait formlar gizlilikle doldurulmuştur. Gözlem formunun yanı sıra araştırmacı tarafından alan notları da alınmıştır.

Belirlenen her konu biriminin öğretimi tamamlandıktan sonra ilgili konuyla ilgili çalışma grubundaki öğrencilerle mülakatları araştırmacı yürütmüş ve mülakatların öncesinde, sonrasında ya da mülakat sırasında öğrencileri yönlendirecek, onların bilgi birikimlerine müdahale edecek herhangi bir davranışta bulunmamaya özen göstermiştir. Öğrencilerin cebir öğrenme alanıyla ilgili araştırmacıya yönelttiği sorular ve dönüt alma talepleri yanıtsız bırakılmıştır. Böylelikle araştırmacının sürece müdahalesi en aza indirgenerek, öğrencilerin ekstra bir müdahale olmadan doğal gelişimleri takip edilmeye çalışılmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

Creswell (2013) nitel çalışmalarda veri analizinin yedi adımda gerçekleştirildiğini belirtmektedir. Bunlar; verilerin analiz için hazırlanması, verilerin tamamını inceleme, verilerin kodlanması, katılımcıların ve araştırmacının yürütüldüğü ortamların betimlenmesi için kodlama yapma, betimleme ve temaların nasıl sunulacağını belirlenmesi ve elde edilen bulguların yorumlanmasıdır (Creswell, 2013). Bu bağlamda bu çalışmada da nitel verilerin analizinde bu adımlar kullanılmıştır. Bu kapsamda veriler ilk önce analiz için hazırlanmış ve Kilpatrick vd. (2001)'in matematiksel yeterlikler çerçevesine göre analiz edilmiştir. Nitel çalışmaların analizinde verilerin kodlanması aşamasında elde edilen kodlar tekrar incelenir ve bunlar arasındaki ilişkilere dikkat edilerek gruplar oluşturulmaya çalışılır (Merriam, 2013). Böylelikle ortaya kategoriler ve alt kategoriler çıkar. Şimdiki çalışmada, matematiksel yeterlik düzeylerinin temel olarak 3 düzeyde toplandığı belirlenmiş ve her yeterlik “*yeterli, kısmen yeterli, yeterli değil*” olarak gruplandırılmıştır. Çalışmada kullanılan analiz çerçevesi ise Tablo 23'te verilmiştir. Araştırmada elde edilen bütün nitel verilerin analizinde bu çerçeve kullanılmıştır.

Tablo 23
Analiz Çerçevesi

Yeterlik türü	Yeterlik Düzeyi	Yeterlik Düzeyine İlişkin Açıklamalar
İşlemsel akıcılık	Yeterli	İşlemleri hatasız, eksiksiz ve akıcı biçimde yapabilme.
	Kısmen yeterli	İşlemleri yaparken kısmi hatalara sahip olma ancak bunları süreç içerisinde fark ederek gerekli düzeltmeleri yapabilme veya kısmi kavrayışa sahip olma ve yönlendirmelerle doğru sonuca ulaşabilme.
	Yeterli değil	İşlemleri yaparken kayda değer hatalar yapma, yanlış sonuçlara ulaşma veya herhangi bir sonuca ulaşamama.
Kavramsal anlama	Yeterli	Verilen ifadeyi farklı temsillerle (sözel, cebirsel, model, vb.) gösterebilme.
	Kısmen yeterli	Verilen ifadeyi farklı temsillerle gösterirken (sözel, cebirsel, model, vb.) kısmi hatalar yapma ancak bunları süreç içerisinde fark ederek gerekli düzeltmeleri yapabilme veya kısmi kavrayışa sahip olma ve yönlendirmelerle doğru sonuca ulaşabilme.
	Yeterli değil	Verilen ifadeyi farklı temsillerle (sözel, cebirsel, model, vb.) gösterirken kayda değer hatalar yapma, yanlış sonuçlara ulaşma veya herhangi bir sonuca ulaşamama.
Stratejik yetkinlik	Yeterli	Problem durumu için uygun çözüm stratejisi geliştirebilme, uygulayabilme, kullandığı yöntemi açıklayabilme ve doğru sonuca ulaşabilme.
	Kısmen yeterli	Problem çözüm sürecinde kısmi hatalara sahip olma ancak bunları süreç içerisinde fark ederek gerekli düzeltmeleri yapabilme veya kısmi kavrayışa sahip olma ve yönlendirmelerle doğru sonuca ulaşabilme.
	Yeterli değil	Problemin çözüm sürecinde başarısız yaklaşımlar kullanma, kayda değer hatalar yapma, yanlış sonuçlara ulaşma veya herhangi bir sonuca ulaşamama.
Mantıksal düşünme	Yeterli	Bulduğu sonuçların doğruluğunu kanıtlayabilme, prosedürlerin altında yatan mantığı açıklayabilme, neden sonuç ilişkileri kurabilme.
	Kısmen yeterli	Bulduğu sonuçların doğruluğunu kanıtlamada kısmi hatalar yapma ancak bunları süreç içerisinde fark ederek gerekli düzeltmeleri yapabilme veya kısmi kavrayışa sahip olma ve yönlendirmelerle doğru sonuca ulaşabilme, prosedürlerin altında yatan mantığı kısmi olarak açıklayabilme, neden sonuç ilişkilerini kısmi olarak kurabilme.
	Yeterli değil	Bulduğu sonuçların doğruluğunu kanıtlamada kayda değer hatalar yapma, prosedürlerin altında yatan mantığı açıklamada ve neden sonuç ilişkilerini kurmada başarısız yaklaşımlar kullanma veya herhangi bir yanıt verememe.
Verimli eğilim	Yeterli	Kendini başarılı bulma, derse aktif katıldığını belirtme, konu ile ilgili olumlu duygulara sahip olma.
	Kısmen yeterli	Kendini kısmen başarılı bulma, derse kısmen aktif katıldığını belirtme, konu ile ilgili kısmen olumlu duygulara sahip olma.
	Yeterli değil	Kendini başarısız bulma, derse aktif katılmadığını belirtme, konu ile ilgili olumsuz duygulara sahip olma.

Katılımcılardan elde edilen veriler yukarıdaki analiz çerçevesine uygun olacak şekilde kodlanmıştır. Örneğin, denklem çözümü sırasında hata yaparak doğru sonuca ulaşamayan katılımcı “işlemsel akıcılık-yeterli değil” olarak kodlanmıştır. Denklem kurma problemleri

konu alanına yönelik sorularda katılımcılar eğer problemi doğru olarak çözdüler ise “stratejik yetkinlik-yeterli” olarak kodlanmıştır. Problem çözümü sırasında verilen problemi cebirsel olarak ifade etme süreci kavramsal anlama boyutunda, oluşturduğu denklemi çözme süreci ise işlemsel akıcılık boyutunda yeniden değerlendirilmiştir. Aynı zamanda problemleri çözerken öğrencilerin cebirsel yöntemlerden farklı yöntemleri kullandıkları belirlendiğinden cebirsel yöntem kullandıkları durumlar “C.Y.” ile ifade edilmiştir. Kullandıkları diğer yöntemler (deneme-yanılma, vb.) ise “D.Y.” ile belirtilmiş ve başka bir analiz yapılmamıştır. Sonuçlar tartışılırken sadece cebirsel yöntemler ile elde edilen yanıtlar dikkate alınmıştır. Kodlamalar her bir katılımcı için hazırlanan tablolara aktarılmıştır. Her bir kodlama için tablodaki ilgili yere “x” işareti konulmuştur. Örneğin yaptığı işlemin doğruluğunu kontrol eden katılımcı “mantıksal düşünme-yeterli” kategorisinde değerlendirilmiştir ve tabloda bu durum ilgili sorunun satırında “mantıksal düşünme-yeterli” bölmesine konulan “x” işareti ile gösterilmiştir. Bazı sorularda aynı yeterlik durumu birden fazla belirlenmiştir. Örneğin kavramsal anlama yeterliğini ölçmek için öğrenciye verilen ifadeye yönelik problem oluşturma ve terazi modeli ile göstermesi istendiğinde, öğrenci iki durum için de doğru modeller oluşturduğunda her model ayrı olarak kavramsal anlama-yeterli düzeyi olarak değerlendirilmiş ve bu durum tabloya ilgili sorunun “kavramsal anlama-yeterli” bölmesine “xx” olarak işlenmiştir. Verilerin analizi sırasında yeterlik düzeyleri her bir soru için ayrı ayrı incelenirken, öğrencilerin verimli eğilimleri soru bazında değil genel olarak konu alanına yönelik olduğundan verimli eğilim yeterliği bu kapsamın dışında tutulmuş, işaretlemeler tüm konu alanını kapsayacak şekilde yapılmıştır. Tablo 24’de her bir yeterlik boyutu ve yeterliklerin düzeylerine ilişkin örnek durumlar gösterilmiştir.

Tablo 24
Analiz Örnekleri

Yeterlik Boyutu	Yeterlik Düzeyi	Katılımcıların Cevaplarından Örnekler
İşlemsel akıcılık	Yeterli	$2x-4 = 5x-7$ $-4+7 = 5x-2x$ $3 = 3x$ $x = 1$ buluruz.” [İbrahim]
	Kısmen yeterli	“Burada aynı olan değerleri toplayacağız. $2x$ ve $5x$ aynı olduğu için bunları toplarsak $7x$ olur. Sonra -4 ile -7 'yi toplarsak -11 olur. $7x - 11$ (Düşünüyor) Ben burada denklemleri eşitlemedim, topladım. $2x$ buraya $-2x$ olarak gider, $5x$ 'den de $2x$ çıkarınca $3x$ olur. -7 de buraya $+7$ olarak gider. $-4+7=3$ kalır. 3 'ü de 3 'e bölersek $x=1$ olur.” [Mehmet]
	Yeterli değil	“ $2x-4 = 5x-7$ denklemini çözelim. -4 karşı tarafa $+4$ olarak gider, burası -3 kalır. $5x$, eşitliğin diğer tarafına $-5x$ olarak gider. Burası $-3x = -3$ olur. Buradan da $x = -1$ olur.” [Derya]
Kavramsal anlama	Yeterli	“- $\square+5=8$ ifadesine uygun problem kurabilir misin? - Bir kutunun içinde mavi bilyeler ve 5 tane de kırmızı bilye var. Toplam 8 bilye olduğuna göre mavi bilye sayısı kaçtır?” [Mehmet]
	Kısmen yeterli	“Bir telefon şirketi müşterilerine fatura ödemelerinde iki indirim seçeneği sunmaktadır. Şimdi fatura tutarına x diyeceğim. x 'in yarısı, bu 1. seçenek oluyor. 5 lira indirim derken bunu 5'e mi bölmem lazım 5 mi çıkarmam lazım? Şu an bölmeye çalıştım, ama olmaz. 5'i çıkardım. $x-5$ oluyor. Şimdi fatura tutarını soruyor bana. Şöyle bir şey yapabiliyor muyum acaba? $(2x/2-5) + 4$ İkinci seçeneği seçmiş olsaydı 4 lira fazla ödeme yapacaktı. Buna $+4$ mü demem lazım? Şu an aklımdan geçen birine $x-9$, diğerine de -4 demek. ... İkinci seçeneği tercih etmiş olsaydı 4 lira daha az ödeme yapacağı için $+4$ demeliyim. Cevap $(x/2)+4 = x-5$ olur.” [Derya]
	Yeterli değil	“Bir sayının üç katının yedi fazlası 28 ise bu sayı kaçtır diyor. Buraya x koyacağız, x 'in kaç olduğunu bulacağız. ... $x+3$ oldu.” [Nehir]
Stratejik yetkinlik	Yeterli	“Bir sayının 3 katının 7 fazlası 28 ise bu sayı kaçtır, diyor. ... Bu sayıya x diyeceğiz. 3 katı diyor, $3x$ oluyor. 3 katı dediği için de artı 7 olur. $3x+7=28$ ise bu $+7$ buraya -7 olarak gider, 21 'e eşit olur. $3x=21$ ise 21 'i üçe böleriz ve $x = 7$ çıkar.” [Emre]
	Kısmen yeterli	“ $30+x = x+2+4+8$. Bunlar eşit oluyor. Bunu da düzenlersek $30+x=x+14$. Küçük olanın yanına gönderirsek $-14 = x-x$ olur. Bu da 16 'ya eşittir. x 'ler birbirini götürür. ... (Düşünüyor.) Bir hatam var ama nerede? Galiba buldum. ... $30+x = 3x+14$ Üçünün yaşları toplamı şuan 14. x yıl sonra, 5 yıl sonra falan toplam mesela 3 kişi 15 yaş büyür. x 'i 8 buldum.” [İbrahim]
	Yeterli değil	“Bir tahta parçasının uzunluğu 40 cm'dir. Tahta parçası 3'e ayrılmıştır. Her bir parçanın uzunluğu cm olarak verilmiştir. En uzun parçanın uzunluğu sorulmuş. Yani 3 parçanın uzunluğu da 40' mış. O zaman verilen denklemleri 40'a eşitleyerek en uzun parçayı bulmaya çalışırız.” [Emre]

Tablo 24 (devam)

Analiz Örnekleri

Yeterlik Boyutu	Yeterlik Düzeyi	Katılımcıların Cevaplarından Örnekler
Mantıksal düşünme	Yeterli	<i>“Denklemi çözdükten sonra bulduğum cevabı denklemde yerine koyarak kontrol ederim.” [Derya]</i>
	Kısmen yeterli	- $2x=4$ denkleminde x'i bulmak için ne yaparız? - 2'ye böleriz. - Neden? - Çünkü burada eşitlik olduğu için. Terazilerde de öyledir, bir tarafa ne uyguluyorsak diğer tarafa da onu uyguluyoruz. Burada x'i yalnız bırakmak için 2'ye böleceğiz, o yüzden diğer tarafı da 2'ye böleceğiz. Cevabı 2 buluruz. - Neden iki tarafa da aynı işlemi uyguluyoruz? - (Düşünüyor.) x'i yalnız bırakmak için.” [İbrahim]
	Yeterli değil	- (Denklem çözümünde $+3$'ü, eşitliğin diğer tarafına -3 olarak göndermesinin nedenini açıklıyor.) - Çünkü kural öyle. ... - Bu yöntemin mantığı nedir sence? - Bilmiyorum. Kural öyle, ona göre yapıyorum.” [Berna]
Verimli eğilim	Yeterli	<i>“Denklem kurma problemleri uğraştırıcı bir konu olduğundan sevdim.” [Berna]</i>
	Kısmen yeterli	<i>“Denklem çözme günlük hayatımızda işe yaramayacak ama matematiğin farklı konularında ve az da olsa diğer derslerde yarayacak.” [Ömer]</i>
	Yeterli değil	<i>“Başarımı değerlendirdiğimde 0 puan veririm kendime.” [Nehir]</i>

3.7. Nitel Veriler için Geçerlik – Güvenirlik

Güvenirlik en genel anlamıyla tutarlılık anlamına gelmektedir. Geçerlik ise ölçme aracının ölçtüğünü söylediği olguyu ne derecede ölçtüğünü göstermektedir (Punch, 2016). Yıldırım ve Şimşek (2013) ise geçerlik ve güvenilirlik kavramlarının nitel çalışmalarda, nicel çalışmalarda olduğu kadar kontrol edilemese de bunları yüksek tutmaya yönelik bazı tedbirlerin mevcut olduğunu belirtmiştir. Bu kapsamda şimdiki çalışmanın geçerliği ve güvenilirliğini sağlamak için bazı önlemler alınmıştır. Bu bağlamda, gözlemler sırasında dikkat edilecek noktaları önceden belirlemek için bir gözlem formu oluşturulmuş ve bu form uzman görüşüne sunulmuştur. Ayrıca esas uygulamadan önce bu gözlem formunun bir uygulaması da yapılmıştır. Yine araştırmanın geçerliğini sağlamak, öğrencilerin gözlemler esnasında rahat hissetmelerini sağlayarak doğal hallerine en yakın ortamı gözlemlene imkânı elde etmek amacıyla araştırmaya başlamadan önce sınıfta kameralar kurulu olarak araştırmacı derse katılmış, böylelikle öğrencilerin kameralara ve araştırmacının katılımına alışması sağlanmıştır. Yapılan gözlemlerin kamera ile kayıt altına alınması, görüşmeler sırasında ses kayıt cihazı kullanılması araştırmanın verilerinin tekrar kontrol edilebilir olmasını sağlamıştır.

Mülakatlar için kullanılacak sorular kazanımlara uygun olarak geliştirilmiştir. Mülakat formu da uzman görüşüne sunulmuş, görüşler doğrultusunda son şekli verilen form kullanılarak iki öğrenciyle pilot görüşmeler yapılmıştır. Araştırmacı görüşmeleri katılımcının kimseden etkilenmeyeceği bir ortamda bire bir gerçekleştirmiş, süreç boyunca araştırmacının bilgi düzeyini etkileyecek herhangi bir dönüt vermemiştir.

Çalışma içerisinde ortam betimlemelerin kullanılması da araştırmanın geçerliği ve güvenilirliği artırmaya yönelik alınmış bir tedbirdir. Araştırmacı çalışmanın yapıldığı okulun, çalışmanın yürütülmesine katkı sağlayan öğretmenin, gözlemlerin yapıldığı sınıfın ve katılımcıların özelliklerini detaylı bir şekilde betimlemiştir. Böylelikle araştırmada elde edilen sonuçların hangi özellikteki bir gruptan elde edildiğini ortaya koymak amaçlanmıştır. Araştırmacı yaptığı nitel çalışmadaki kendi rolünü detaylı bir şekilde ifade etmiş, böylelikle süreci mümkün olduğu kadar az bir şekilde etkilediğini belirtmiştir.

Veri toplama sürecinde tek bir yöntemle sınırlı kalınmamış, gözlem, görüşme ve dokümanlarla veri çeşitlemesi yapılmıştır. Creswell (2013) verilerin güvenilirliğini sağlamak için kodlama sürecinde kısa notların alınmasının ve verilerin sürekli olarak karşılaştırılmasının güvenilirliği artırmak için yararlı olacağını önermiştir. Bu nedenle

verilerin analizi sırasında araştırmacı sürekli karşılaştırmalar yapmış, ayrıca kodlayıcı geçerliğini sağlamak üzere veriler iki alan uzmanı tarafından da kodlanmıştır. Nitel çalışmalarda kodlayıcılar arası güvenirlik hesaplaması için kodlayıcıların verilerin en az %10'unu analiz etmesi yeterli olduğundan (MacNealy, 1999) kodlayıcı I ve kodlayıcı II katılımcılarla yapılan toplan 14 görüşmeden kelime sayısı açısından incelendiğinde yaklaşık olarak %15'e denk gelen iki görüşmeyi analiz etmişlerdir. Kodlayıcıların uyuşmadığı durumlarda, araştırmacıların ve kodlayıcıların görüşlerinde ortak bir uzlaşı noktası aranmıştır. Örneğin, eşitlik ve denklem çözme görüşmelerinden yer alan 5. soru için yapılan doğru çözüm kodlayıcı II tarafından "kavramsal anlama-yeterli" olarak kodlanırken diğer iki araştırmacı tarafından "stratejik yetkinlik-yeterli" olarak kodlanmıştır. Kodlayıcıların görüşmeleri neticesinden "stratejik yetkinlik-yeterli kategorisinde değerlendirilmesine karar verilmiştir. Verilerin analizi sonucunda, kodlayıcı I ve kodlayıcı II arasındaki uyum katsayısı %82, kodlayıcı II ve kodlayıcı III arasında uyum katsayısı %84 ve kodlayıcı II ve kodlayıcı III arasındaki uyum katsayısı ise %80 olarak hesaplanmıştır. Bu uyum değerleri, nitel verilerin analizin güvenirlik düzeyinin yüksek olduğunu göstermektedir (Miles & Huberman, 1994).

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırmadan elde edilen verilerin analizi neticesinde elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Mülakatlar, gözlemler ve dokümanlardan elde edilen bulgular alan notlarından da yararlanarak katılımcı bazında sunulmuştur.

4.1. İbrahim'in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde verimli eğilimi ve başarısı yüksek düzey olan İbrahim'in matematiksel yeterliklerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilecektir.

4.1.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular

Eşitlik ve denklem çözme konusuna yönelik yürütülen görüşme sırasında İbrahim'in gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 25) özetlenmiştir. İşlemsel akıcılık, kavramsal anlama, stratejik yetkinlik ve mantıksal düşünme yeterlikleri soru bazında değerlendirilmiş, verimli eğilim yeterliği ise görüşmenin tamamındaki ifadelerle değerlendirilmiştir.

Tablo 25

İbrahim'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

İbrahim-Eşitlik ve Denklem Çözme	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1.soru	x			x		x				xx					
2. soru		x								x	x	x			
3. soru	xx									x					
4. soru	x									x					
5. soru					x		x						xxx	x	
6. soru							x								
7. soru							x			x					
8. soru	x									x					

Tablo 25 incelendiğinde 1. soru da işlemsel akıcılığın yeterli olduğu durumun 1 defa, kavramsal anlamanın yeterli olduğu durumun 1 defa, kavramsal anlamanın yeterli olmadığı durumun 1 defa, mantıksal düşünmenin yeterli olduğu durumun ise 2 defa tespit edildiği görülmektedir. Örneğin kavramsal anlama yeterliliğini ölçmek için İbrahim'den verilen ifadeye yönelik problem oluşturmaları ve terazi modeli oluşturmaları istenmiştir. Öğrenci problem kurma durumu için doğru temsil oluşturmuştur. Oluşturduğu doğru temsil “*kavramsal anlama-yeterli*” düzeyi olarak değerlendirilmiştir. Verilen ifadeye uygun terazi modeli ise oluşturamamıştır. Bu durum da “*kavramsal anlama-yeterli değil*” olarak değerlendirilmiştir. Yeterli işlemsel akıcılık göstererek 1. soruda doğru sonuca ulaşan İbrahim, hem elde ettiği sonucun doğruluğunu kontrol ederek hem de kullandığı yöntemin gerekçesini açıklayarak yeterli düzeyde mantıksal düşünme göstermiştir. Sorunun çözümü sırasında İbrahim ile araştırmacı arasındaki geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

A: Birinci soruyu çözebilir misin?

İ: $\square=3$.

A: Nasıl buldun?

İ: 8-5 yaptım, 3 buldum.

A: Neden 8'den 5'i çıkardın?

İ: İlkokuldayken öğrenmiştik bunu, farkla çıkanın toplamı eksileni veriyordu. Yani 3 ile 5'i toplarsak 8 buluruz. Bir de toplama işleminde toplananlardan birini bulmak için toplamdan diğer toplananı çıkarırız.

A: Doğru mu sence bulduğun sonuç?

İ: Evet.

A: Nasıl kanıtlarsın?

İ: 3'ü $\square$ 'nin yerine koyarız. $3+5=8$.

A: Bu ifadeye uygun problem oluşturabilir misin?

İ: Hangi sayının 5 fazlası 8 eder?

A: Başka bir modelle ifade edebilir misin? Mesela terazi modeli kullanabilir misin bana bu ifadeyi göstermek için?

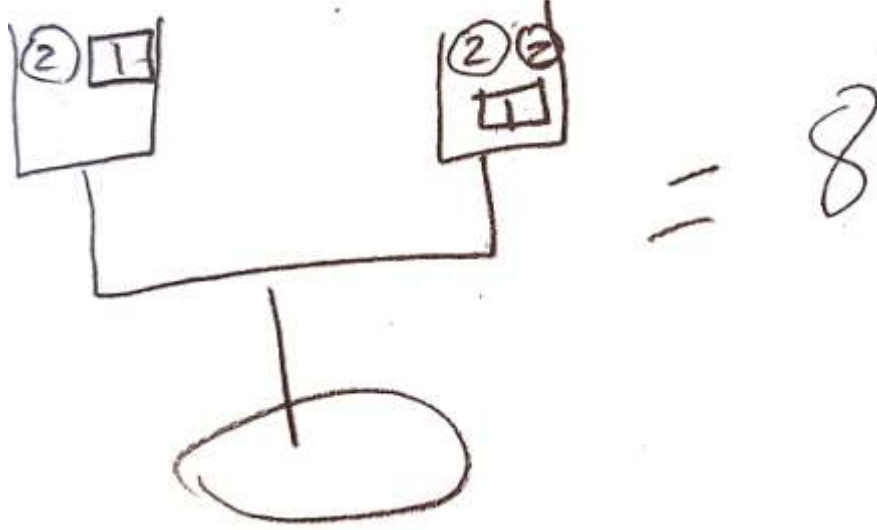
İ: Terazi modeli kurabilirim. (Model oluşturur.)

A: Sence bu terazi dengede mi?

İ: Evet. Ya da değil bunu dengede yapabilmek için buna iki eklememiz lazım.

A: O zaman ne oldu?

İ: 10 oldu, buna 2 eklemesek eğer dengede olmaz. Böyle bir model oluşturdum ama onu da anlamadım... (Düşünüyor.) Toplama işlemini terazi ile gösteremeyiz. Bir tarafa 5 yapıp, diğer tarafa "kare" koysak eşitliği göstereceğimiz bir yer kalmaz.



Şekil 11. İbrahim'in oluşturduğu terazi modeli

2. sorunun çözümünde ilk olarak işlem hatası yaparak hatalı sonuca ulaşan İbrahim, mantıksal düşünme süreçlerini etkin kullanarak sonucunun yanlışlığını fark etmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Denklem çözümünde $+5$ 'in eşitliğin diğer tarafına -5 olarak geçmesi gerektiğini belirtmiş, bunun nedeni sorulduğunda ise açıklama yapmakta zorlanmış ve yeterli olmayan mantıksal düşünme göstermiştir. Araştırmacıyla arasında geçen diyaloga aşağıda yer verilmiştir:

A: $5-2x=8$ denkleminin çözümünde 5'i diğer tarafa attın, $-2x=3$ oldu. 5 eşitliğin diğer tarafına neden -5 olarak geçti?

İ: Zaten bizim amacımız x 'i yalnız bırakmak. Bu tarafa $-$ olarak gönderirsek birbirini yok eder.

A: Hangi sayılar birbirini yok eder?

İ: 5 ve -5 yok eder, 0 kalır.

M: Yani sen eşitliğin farklı taraflarında olduğu durumlarda 5 ve -5 birbirini götürür diyorsun.

İ: Evet.

A: Nasıl götürür?

İ: Bir tarafta benzerleri toplamaya çalışıyoruz zaten, bir tarafta bilinmeyenler, bir tarafta sayılar. İşte o yüzden diğer tarafa -5 olarak geçer. Orada birbirini götürür.

A: Niye $+$ geçmiyor?

İ: $+$ geçerse yanlış sonuç çıkar.

A: Bu kuralın mantığı nedir sence?

İ: $+$ değil farklı bir sonuç olsa bile mesela $+5$ olsa bile 5 ile 5 birbirini götürür. Eşittir yok gibi bir şey. x 'i yalnız bırakmak için $-$ olarak gider. İşlemleri yaparken eşittir ifadesini görmeyiz orada, dengedeler zaten, -5 ile 5 birbirini götürür. $-2x$ ile 8 kalır.

.... (Düşünüyor) Bir dakika birbirini götürmez orada.

A: Şimdi sen diyorsun ki mesela $x+2=x-2$ olsun şöyle bir denklem. Bu $+2$ şu -2 'yi götürür diyorsun. Götürür mü?

İ: Yok. Bu tarafa geçerse – olur ama birbirini götürmez. (Düşünüyor.)

A: $2x=4$ denkleminde x 'i bulmak için ne yaparız?

İ: 2'ye böleriz.

A: Neden?

İ: Çünkü burada eşitlik olduğu için. Terazilerde de öyledir, bir tarafa ne uyguluyorsak diğer tarafa da onu uyguluyoruz. Burada x 'i yalnız bırakmak için 2'ye böleceğiz, o yüzden diğer tarafı da 2'ye böleceğiz. Cevabı 2 buluruz.

A: Neden iki tarafa da aynı işlemi uyguluyoruz?

İ: (Düşünüyor.) x 'i yalnız bırakmak için.

İbrahim " $2x = 4$ " denkleminin çözümünde her iki tarafı da 2'ye bölmesini terazi modeli üzerinden örnekleyerek açıklamaya çalışmış ancak cevabından tam olarak emin olamamıştır. Bu süreçte kısmen yeterli mantıksal düşünme gösterdiği, denklem çözmenin mantığını kavramaktan ziyade süreci belli kurallara tabii rutin bir işlem çözümü gibi ele aldığı görülmektedir.

İbrahim 3. ve 4. soruların çözümlerini akıcı şekilde tamamlayarak doğru sonuca ulaşmıştır.

3. soruya ait çözüm aşağıda verilmiştir:

3) $2x - 4 = 5x - 7$ denklemini çözünüz.

$$\begin{aligned} 2x - 5x &= -7 + 4 & 7 - 4 &= 5x - 2x & 3x &= 3 \\ -3x &= -3 & x &= 1 & x &= 1 \\ \frac{-3x}{-3} &= \frac{-3}{-3} & & & & \end{aligned}$$

Şekil 12. İbrahim'in 3. soru için oluşturduğu çözüm

İbrahim 6. soruda doğru yanıtı ulaşarak sorunun çözümü için alternatif cevaplar üretmiştir.

Araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

İ: 8 gram, 2 gram ve 4 gram olarak yazalım. Bu kefedede 8 gram ve 4 gram var, toplam 12 gram. Diğer kefedede ise 8 gram var. Dengede değildir.

A: Dengede olması için ne yapabiliriz?

İ: Sağ kefedeye iki silindir ekleyebiliriz. Aslında çıkartılarak da yapılabilir, sol kefededen bir silindir çıkartılabilir.

A: Başka alternatif var mıdır?

İ: Bir tane kare çıkarılıp yerine silindir eklenebilir ya da sol kefededen bir kare çıkarılıp iki tane silindir eklenebilir. Bu şekilde farklı cevaplar olabilir.

İbrahim, 7. soruda yeterli stratejik yetkinlik ve yeterli mantıksal düşünme göstererek sorunun çözümünü tamamlamış ve cevabının gerekçesine dair uygun açıklamaları yapmıştır. Bu açıklamalar şu şekildedir:

İ: 0,1,2 olabilir. Değişir bunun cevabı.

A: Neden?

İ: Cevaplar değişse bile sonuç aynı çıkar. Kare yerine hangi sayıyı yazarsak yazalım hep 0'a eşit olacak. (-1'i dener). Negatif sayılar da dahil tüm sayılar cevap olabilir. Rasyonel sayılar da olabilir.

Son soruyu da ilk sorudaki gibi dört işlemin özelliklerinde faydalanarak çözen İsmail “İlk sorudaki gibi buluyoruz” şeklindeki açıklamasıyla x değerini bulmuştur.

Görüşme sürecinde İbrahim genel olarak eşitlik ve denklem çözme konusunda kendini başarılı gördüğünü, derse katıldığını, bu konunun fen bilgisi derslerinde kuvvet gibi konularda, matematiğin içerisinde ise örüntü gibi konularda kullanılacağını belirterek yüksek verimli eğilim göstermiştir. Bunlara karşın konuyla ilgili başta ön yargıları olduğunu, zorlanacağını düşündüğünü ancak konuları öğrenince rahatladığını ama bazı soruları da zor bulduğunu belirterek kısmen yeterli düzeyde verimli eğilim göstermiştir.

Yazılı sınav kağıdı incelendiğinde, görüşmelerdekine benzer şekilde yeterli işlemsel akıcılık gösterdiği ve 4 adet denklem çözme sorusunu da doğru olarak çözdüğü görülmüştür. 4 soruya yönelik çözümleri aşağıda verilmiştir:

3) Aşağıda verilen denklemleri çözünüz x değeri kaçtır? (15p.)

* $3x + 10 = 5x - 8$
 $8 + 10 = 5x - 3x$
 $18 = 2x$ $x = 9$

* $2x + 19 = 6x - 7$
 $19 + 7 = 6x - 2x$
 $26 = 4x$ $x = 6,5$

* $4 \cdot (x + 3) = 5 \cdot (x - 1)$
 $4x + 12 = 5x - 5$
 $12 + 5 = 5x - 4x$
 $x = 17$

* $\frac{1}{2}x - 6 = -12 + 6$
 $\frac{1}{2}x = -6$
 $x = -12$

Şekil 13. İbrahim'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar

Araştırma kapsamında katılımcı öğrencilerin defterleri de incelenmiştir. İbrahim'in eşitlik ve denklem çözme konu alanıyla ilgili notları eksiksiz aldığı, öğretmenin verdiği ödevleri eksiksiz ve hatasız olarak tamamladığı görülmektedir.

4.1.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular

Denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yürütülen görüşme sırasında İbrahim'in gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 26) özetlenmiştir.

Tablo 26

İbrahim'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

İbrahim-Denklem kurma problemleri	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x			x(CY)			x					
2. soru	x			x			x(CY) x(DY)			x					
3. soru	x			x			x(CY)			x					
4. soru	x				x		x(CY)			x			xxx		
5. soru	xx				x		x(CY)			x			x		
6. soru						x			x(CY)						
7. soru				x											
8. soru	x			x			x(CY)			x					

Denklem kurma problemlerinde verilen 8 sorudan 7'sinde istenilen cevaba ulaşan İbrahim soruların çoğunda yeterli kavramsal anlama ve yeterli işlemsel akıcılık göstermiş, böylelikle problemlerin çözüm sürecini başarılı bir şekilde tamamlayarak yeterli stratejik yetkinlik göstermiştir. Sadece ikinci soruda cebirsel yönteme ilave olarak farklı bir yöntem daha kullanmış, diğer sorularda tamamen cebirsel yönteme yönelmiştir. 2. soruya dair oluşturduğu çözüm ve araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

İ: Bunu iki türlü de çözebiliyoruz. x , $x+2$, $x+4$ toplarsak $3x+6$ olur. O da 42'ye eşittir. 42'den 6 çıkarırsak 36. 36'yı da 3'e bölersek 12. Bu sayı yani x , 12'dir Diğerleri de 14 ve 16'dır.

A: Kontrolünü yapabilir misin?

İ: Evet. 14 16 daha 30, 12 daha 42.

A: Bir yol daha var demiştin.

İ: 42'yi 3'e böleriz. Ortadaki sayı 14 olur. Sayılar çift olduğundan ilk sayıyı bulmak için 2 çıkartırız. 12 ilk sayıdır. 14 ile de 2'yi toplayıp bir sonraki sayıyı bulacağız.

2) Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42'dir. Bu sayıları bulunuz.

12
x
x+2 14
x+4 16
3x+6=42
-6
3x=36
x=12

42 | 3
-3
12
14
-2
12
16

14
+2
16
12
14
16

Şekil 14. İbrahim'in 2. soru için oluşturduğu çözüm

5. soruda problem çözme süreçlerinde ilk olarak zorluk yaşayan İbrahim, daha sonra hatasını fark ederek doğru çözüme ulaşmıştır. Kısmen yeterli stratejik yetkinlik gösteren İbrahim'le sorunun çözümü sırasında araştırmacı ile arasında geçen diyaloga ve yaptığı işlemlere aşağıda yer verilmiştir:

İ: Önce denklemi kuracağım. Denklemi kurduktan sonra da kaç yıl olduğunu bulacağım. $x+2+4+8$ diyebiliriz.

A: Oradaki x neyi ifade ediyor?

İ: Kaç yıl sonra olduğunu ifade ediyor. Anneleri de $30+x$ yaş olur. Yaşları toplamı eşit olur. Çocukların şu anki yaşları toplamı 14. 5 yıl desek herkes 5 yıl büyür. 7,9,13.

A: Deneme mi yapıyorsun şu an?

İ: Evet. Denklemi kurayım. $30+x = x+2+4+8$. Bunlar eşit oluyor. Bunu da düzenlersek $30+x = x+14$ (Düşünüyor.) Bir hatam var ama nerede? Galiba buldum.

A: Nerede hatan?

İ: 3 çocuğun toplamı annelerin yaşına eşitse $x+14$ parantez içinde olur. Çarpı 3 dememiz lazım. $30+x = 3(x+14)$. Çünkü x hafta büyüyecek bunlar. 3 tane de çocuk olduğu için 3 katı olacak.

A: Toplam yaşı 3 katı mı olacak?

İ: Toplam yaşı değil. Mesela bulduğumuz sonuç birisinin büyüme yaşı olacak. 3 ile çarparsak toplamda 3 kişinin büyüme sayılarının toplamını buluruz, bu da $30+x = 3x+42$. Buradan -6 gelir. Eksi yıl olmaz ki. Bir yerde yanlışım var o zaman. -6 değil de $+6$ olarak deneyeceğim. Yine çıkmaz. Neden çıkmıyor ki? Soruyu anlamadım ki.

... (Düşünüyor.)

Burada aslında $3x$ olarak vermem lazımdı. $(x+14)$ çarpı 3 diye değil. Bence öyle, çünkü sonuç çıkmaz diğer türlü. Bir de diğer türlü deneyeceğim. $30+x = 3x+14$.

A: Neden $3x+14$ dedin?

İ: Üçünün yaşları toplamı şuan 14. x yıl sonra, 5 yıl sonra falan toplam mesela 3 kişi 15 yaş büyür. x 'i 8 buldum. Sağlamasını hemen yapalım. Kaç yıl olduğunu 8 bulduk, herkesin yaşıyla tekrar toplayacağız şimdi. 2 ile 8'i toplarsak 10. 4 ile 8'i topladık 12. 8 ile 8'i topladık 16. 10 12 16 toplarsak 38. Annenin yaşı da 8 yıl büyüdü 38.

$$\begin{array}{l}
x \cdot (2+4+8) \\
y \cdot (2+4+8) \\
30+x \\
30+x = x(2+4+8) \\
30+x = x+14 = 16 \quad \begin{array}{r} 30 \\ +14 \\ \hline 44 \end{array} \\
30-14 = x-x \\
30+x = 3 \cdot (x+14) \\
30+x = 3x+42 \\
3x-x = -12 \\
x = -6 \\
30+x = 3x+14 \\
16 = 2x \\
x = 8 \\
\begin{array}{r} 30 \\ -14 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +8 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +8 \\ \hline 16 \end{array} \\
\begin{array}{r} 10 \\ 12 \\ +16 \\ \hline 38 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ 12 \\ +12 \\ \hline 54 \end{array}
\end{array}$$

Şekil 15. İbrahim'in 5. soru için oluşturduğu çözüm

İbrahim'in yeterli olmayan stratejik yetkinlik gösterdiği tek soru olan 6. soruda diğer öğrencilerin zorluk yaşadığı değişkenleri birbirini cinsinde ifade etme noktasında herhangi bir sıkıntı yaşamamış, yolcu sayısının birini x olarak, diğerini ise ona bağlı olacak şekilde " $35 - x$ " olarak tanımlamış, ancak yolcu sayısı ve fiyat arasındaki ilişkiyi denkleme yansıtamamıştır. Kavramsal anlama yeterliğindeki bu eksiklik soruyu çözebilmesine engel olmuştur.

İ: x kadar yolcu Ankara'ya gitse, 60 ile çarparsak çünkü her biri 60 vermiş Kırşehir, " $1365-60x$ " olur.

A: Fiyattan mı gittin?

İ: Evet, başka türlü yol yok. Devamını getiremedim.

A: Niye getiremedin?

İ: Ne yapacağımı bilemedim, denklemini kurdum ama sonrası yok. Şurada da Ankara'ya gidenlere x dersem, Kayseri'ye gidenlere $35-x$. Bu ikisinin toplamı 1365 ise " $35-x+x$ " 1365 olur.

A: $35-x+x$ ile neyi bulursun?

İ: Toplam 1365 lira dedi. Tıkandım ben. Denklemi bulsam çözülür ama bulamadım.

Kayseri-Kırşehir-Ankara seferi yapan bir otobüs için bilet fiyatları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Otobüs Seferi	Bilet Fiyatı
Kayseri-Kırşehir	25 TL
Kayseri-Ankara	60 TL

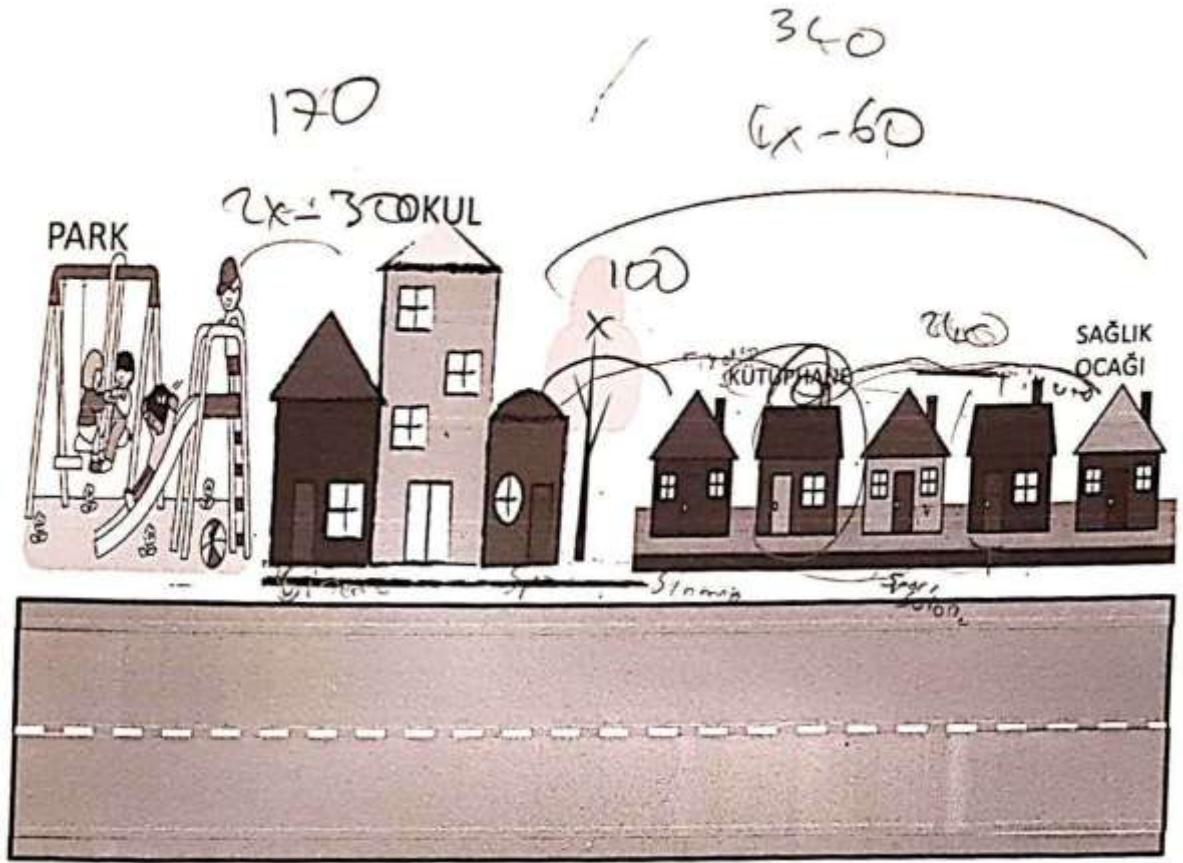
Kayseri'den 35 yolcuyla hareket eden otobüsteki yolcuların toplam ödediği fiyat 1365 TL olduğuna göre yolcuların kaç Kırşehir'de gitmektedir?

$$\begin{array}{l} \text{Ankara: } x \cdot 60 \\ \text{Kırşehir: } 1365 - x \cdot 60 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Ankara: } x \\ \text{Kayseri: } 35 - x \\ \hline 1365 \end{array}$$

$35 - x = x$

Şekil 16. İbrahim'in 6. soru için oluşturduğu çözüm

Son soruda da verilen probleme uygun denklem kurarak çözüme ulaşan İbrahim oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:



Ayşe'nin yaşadığı mahallede okul, kütüphane, park, sağlık ocağı, tiyatro, spor salonu, sinema yukarıdaki şekildeki düz yolun kenarında sıralanmıştır.

Park ile okul arasındaki mesafe, okul ile kütüphane arasındaki mesafenin 2 katından 30 metre eksiktir. Okul ile sağlık ocağı arasındaki mesafe ise okul ile park arasındaki mesafenin 2 katıdır. Kütüphane ile sağlık ocağı arasındaki mesafe 240 metre olduğuna göre diğer mesafeleri bulunuz.

$$4x - 60 - x = 2(2x - 30) - 30$$

$$4x - 60 - x = 4x - 60 - 30$$

$$3x - 60 = 4x - 90$$

$$-x = -30$$

$$x = 30$$

Şekil 17. İbrahim'in 8. soru için oluşturduğu çözüm

Görüşme boyunca soruların çoğunluğunda yeterli stratejik yetkinlik gösteren İbrahim'in verimli eğilim yeterliğinin de oldukça yüksek olduğu belirlenmiştir. Konuyu çok sevdiğini, kendini başarılı bulduğunu, derse katılımının yüksek olduğunu belirtmiş ve bu konuda öğrendiği bilgileri hem günlük hayatta hem de matematikte ve diğer derslerde kullanacağını ifade ederek yeterli düzeyde verimli eğilim göstermiştir.

Sınıfta yürütülen gözlemlerde denklem kurma problemleriyle ilgili sorular çözülürken İbrahim'in neredeyse problemlerin tamamı için bir çözüm üretmek öğretmenine gösterdiği ve büyük çoğunluğunda da doğru yanıt ulaştığı belirlenmiştir. Doğru yanıt ulaşamadığı sorularda da düzeltmeleri yaparak tekrar tekrar öğretmenine gösterdiği belirlenmiştir. Örneğin “Bir sayının 2 eksiğinin 3 katı ile 2 katının 4 fazlasının toplamı 28 olduğuna göre bu sayı kaçtır?” sorusu için iki defa yanlış çözüm oluşturmuş ve üçüncü denemesinde doğru çözüme ulaşarak tahtaya kalkıp çözümü gerçekleştirmiştir. Aşağıda İbrahim'in problemin çözümü esnasındaki görüntüsüne yer verilmiştir:



Şekil 18. İbrahim'in denklem kurma problemi çözme esnasındaki görüntüsü

İbrahim'in yazılıda bulunan denklem kurma problemlerine ait cevapları incelendiğinde 3 soruda da yeterli stratejik yetkinlik gösterdiği görülmektedir. Örneğin aşağıda yer alan soru katılımcılarının çoğunun zorluk yaşadığı bir soru olmasına rağmen İbrahim tarafından doğru cevaplanmıştır:

2) İnek ve tavukların bulunduğu bir çiftlikte toplam 23 hayvan vardır. Çiftlikteki hayvanların toplam ayak sayısı 62 olduğuna göre, bu çiftlikteki tavuk sayısı kaçtır? (10p.)

Koyun: x ayak sayısı: $4x$
Tavuk: $23 - x$ ayak sayısı: $2(23 - x)$

$$(46 - 2x) + (4x) = 62$$

$$2x + 46 = 62$$

$$2x = 62 - 46$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

Toplam Tavuk = 15

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 8 \\ \hline 15 \end{array}$$

Şekil 19. İbrahim'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt

İbrahim'in defteri incelendiğinde notlarını eksiksiz tuttuğu ve ödevlerini tamamladığı görülmektedir. Sınıf içerisinde İbrahim'in doğru çözdüğü sorulardan biri için defterine oluşturduğu yanıt aşağıda verilmiştir:

3. anne 33 yaşında oğlu ise 6 yaşındadır. Anne kaç yaşındayken oğlunun yaşı annenin yaşı ile 6 katına eşit olur?

$$33 + x + 4(x + 6) = 4x + 24 = 34x$$

$$3x = 9 \quad x = 3$$

Şekil 20. İbrahim'in matematik defterinden bir kesit

4.2. Derya'nın Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde verimli eğilimi yüksek ve başarısı orta düzey olan Derya'nın matematiksel yeterliklerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilecektir.

4.2.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular

Eşitlik ve denklem çözme konusuna yönelik yürütülen görüşme sırasında Derya'nın gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 27) özetlenmiştir.

Tablo 27

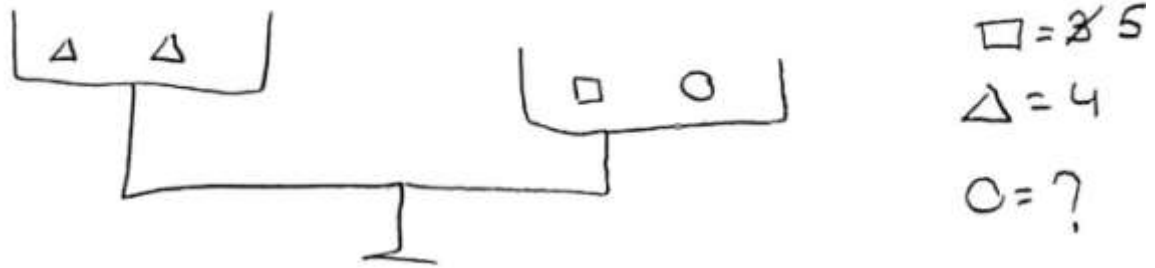
Derya'nın Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Derya- Eşitlik ve Denklem Çözme	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x	x					x					
2. soru		x								x					
3. soru	x		x									x			
4. soru	x		x									x			
5. soru				x					x				xxx	x	x
6. soru							x								
7. soru							x			x					
8. soru	x									xx					
										x					

1. soruyu doğru bir şekilde çözen Derya verilen ifadeye uygun problem kurması istendiğinde bunu başarılı bir şekilde yaparak yeterli kavramsal anlama göstermesine rağmen, ifadeyi terazi modeliyle göstermesi istendiğinde ilk olarak zorluk yaşamış, eşitliği modele yansıtırken sayısal değerleri terazide nasıl göstermesi gerektiğine karar verememiş, ancak daha sonra semboller kullanarak bu sorunu aşmıştır.

A: Bu ifadeyi terazi modeli ile gösterebilir misin?

D: ("5+□" ifadesini terazinin bir kefesine yazar.) Buranın 8'e eşit olması lazım. Ama olmuyor. ... (Düşünüyor.) Sayı yerine sembolle gösteriyim, daha sonra değer veriyim. Kareye 5 diyeyim, üçgen 5 olsun. Bir de yuvarlak olsun ama bunun değerini ben bilmeyeceğim. Kefenin birinde bir kare, diğerinde de 2 tane üçgen olsun. 8'i elde etmek için 2 üçgen kullandım. Karenin yanına bir tane de yuvarlak yapacağım ve bu durumda bana yuvarlağın değerini soruyor.



Şekil 21. Derya'nın oluşturduğu terazi modeli

2. sorunun çözümünü yaparken negatif işaretlerde sorun yaşamış, yanlış sonuca ulaşmış yaptığı kontrol sonucu bunu fark ederek doğru sonuca ulaşmıştır.

D: $5-2x=8$ denkleminde sabitleri bir tarafa, x 'leri de bir tarafa toplanır. 5'i karşı tarafa -5 olarak gönderirim, -5 ile 8'i topladığım zaman 3 yapar. $2x$, 3'e eşit oluyor. 3'ü de 2'ye böleceğim. 1,5 yapıyor.

A: Bulduğun sonucun doğruluğunu nasıl kontrol edersin?

D: x yerine 1,5 yazalım. $2x$, 3 yapar. 5'ten de 3'ü çıkardığım zaman 2 yapar. Yanlış çözmüşüm. Sayıları aktarmada sıkıntı oldu bence. 5'ten 2,3,4 gibi bir şeyi çıkarıp 8 bulamam ki ben. Negatif bir sayı olması lazım. Tamam, şimdi çözdüm.

A: İlk çözümündeki sorun neydi?

D: İşaretini yanlış bulmuşum. Sonuç -1,5 olmalı.

$(5-2x)=8$ denklemini çözünüz.

$+3$

$2x=3$

-5

$5-2x=8$

$-2x=3$

$x=1,5$

$x=1,5$

$\frac{3}{2} \overline{)12}$

$1,5$

10

12

$5+2x=8$

3

$5+3=8$

$-2x=3$

$2x=-3$

$x=-1,5$

$-1,5 \cdot 2 = -3$

$x = -1,5$

$-1,5$

-3

Şekil 22. Derya'nın 2. soru için oluşturduğu çözümler

3. soruda iki farklı yanıt bulan Derya, hangisinin doğru cevap olduğuna karar verememiştir. Bulduğu değerleri denkleminde yerine koyarak denklemi sağlayan değeri bulmasına rağmen onun doğru cevap olduğundan emin olamamıştır. 4. soruda da 3. sorudaki denklem çözümünde yaptığı hataya benzer hatalar yapan Derya çözümlerde yine iki farklı sonuç bulmuş, çözümün kontrolünü yaparken doğru sonucu bulmasına rağmen sonuçtan emin olamamış, mantıksal düşünme süreçleriyle doğru sonuca karar verebileceğini fark edememiştir. Doğru cevaba ulaşmaya çalışma sürecinde araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve çözüm sırasında yaptığı işlemler şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
& 2x + 3 - 3x = 3 - 4 + x \quad -7 \\
& 2x + (-3x) + (-x) = 3 + (-4) + (-7) \\
& \quad \quad \quad 2x - 4x \\
& -2x = -8 \\
& \quad \quad \quad -x = -4 \\
& (-8 + 7) - 12 = 3 + (-4) + (-4) \\
& \quad \quad \quad -1 \quad \quad \quad -1 \\
& \quad \quad \quad -13 \quad \quad -5 \\
& 2x + 7 - 3x = 3 - 4 + x \\
& -x + 7 = 3 - 4 + x \\
& \quad \quad \quad +x \\
& (-x) + 7 = (-1) + x \\
& \quad \quad \quad +1 \\
& 2x = 8 \\
& \quad \quad \quad x = 4 \\
& -4 + 7 = -1 + 4 \\
& \quad \quad \quad +3 \quad = +3
\end{aligned}$$

Şekil 23. Derya'nın 4. soru için oluşturduğu çözümler

D: Çözümün birinde negatif buluyorum, diğerinde pozitif buluyorum. Bir önceki soruda da aynı şekilde olmuştu.

A: Sence hangi sonuç doğru? -4 mü, 4 mü?

D: Bence pozitif olan doğru.

A: Neden?

D: Çünkü diğeri negatif. Mesela diyelim ki bu kitap sayısı olsun, benim -4 kitabım var diyemeyiz, 4 tane kitabım var diyebiliriz.

A: Bütün denklemlerin çözümü pozitif mi olmalı bu durumda?

D: Hmmm. Negatif de olabilir. Hangi cevap doğru bilemiyorum. Bir yerde hata yapıyorum.

A: Bir denklem çözümünde doğru sonuca ulaştığını nasıl anlarsın?

D: Yerine koyarak.

A: x değerleri için 4 ve -4 sayılarını yerine koymuştun. Hangi cevap doğru diye sorduğumda yaptığın kontrolleri neden göz önüne almıyorsun?

D: Çünkü iki sonuç buluyorsam tekrar çözüp yapmam lazım.

A: +4'ü denklemden yerine yazdın, sağladı. -4 ise sağlamadı. Neden +4 cevabı doğrudur demiyorsun?

D: Bir işlemi 100 kere de çözsem aynı sonucu bulmam lazım. Sağlamasını yapsam da yaptığım işlemlerin sonucu da önemli.

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi denklemi doğru yapan değer $+4$ olduğunu sağlama süreçlerinde görmesine rağmen, onun doğru cevap olduğuna ve diğer işlemde hata yaptığına dair herhangi bir fikir yürütememiştir.

Derya 6. soruda yeterli stratejik yetkinlik göstererek doğru çözüme ulaşmış ancak 5. sorunun çözümünde eşitliği cebirsel olarak doğru bir şekilde ifade etmesine rağmen burada gösterdiği yeterli kavramsal akıcılığı problem çözme sürecinde kullandığı bilgilerle ilişkilendirememiş ve hatalı sonuca ulaşmıştır. Sorunun çözümü sırasında araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:

D: Şimdi burada 2 tane elma var, 2e derim. Burada 2 elma eşittir $2k+2s$. Burada da 3 portakal, $3p$ $6k$ 'ya eşittir. Burada 2 portakal 1 elma var, eşittir x . burada $6k$ var, $2k$ da burada var, toplamda $8k$ olur. Buna s demiştim, 2 silindir var, $2s$. Ama hepsi bilinmeyen ve hepsi farklı. Hepsine x desem olmaz. Böyle devam etsem buna, $2s, 8k$ (Düşünüyor.) İki elma ile 2 küp ve 2 silindir aynı. 2 tane elma 2 silindir mesela şöyle düşünüyorum, ortak kat mantığını düşünüyorum. Buna 2, buna 2 desem burayı 4 yaparım. Bu kutuların her birine 1 diyelim. Bu bir deneme. Mesela burada toplam 6 tane var, 3 tane portakal var, portakalların her birine 2 diyeceğim. O zaman şu an bir mantık kuruyorum umarım olur. Küpler 2 ise ne yapacağım o zaman? Şimdi küplere 1 dedim, silindire de 1 dedim. Toplam 6 tane var. Ben portakallara 2 dediğim zaman o eşitliği sağlayamıyorum.

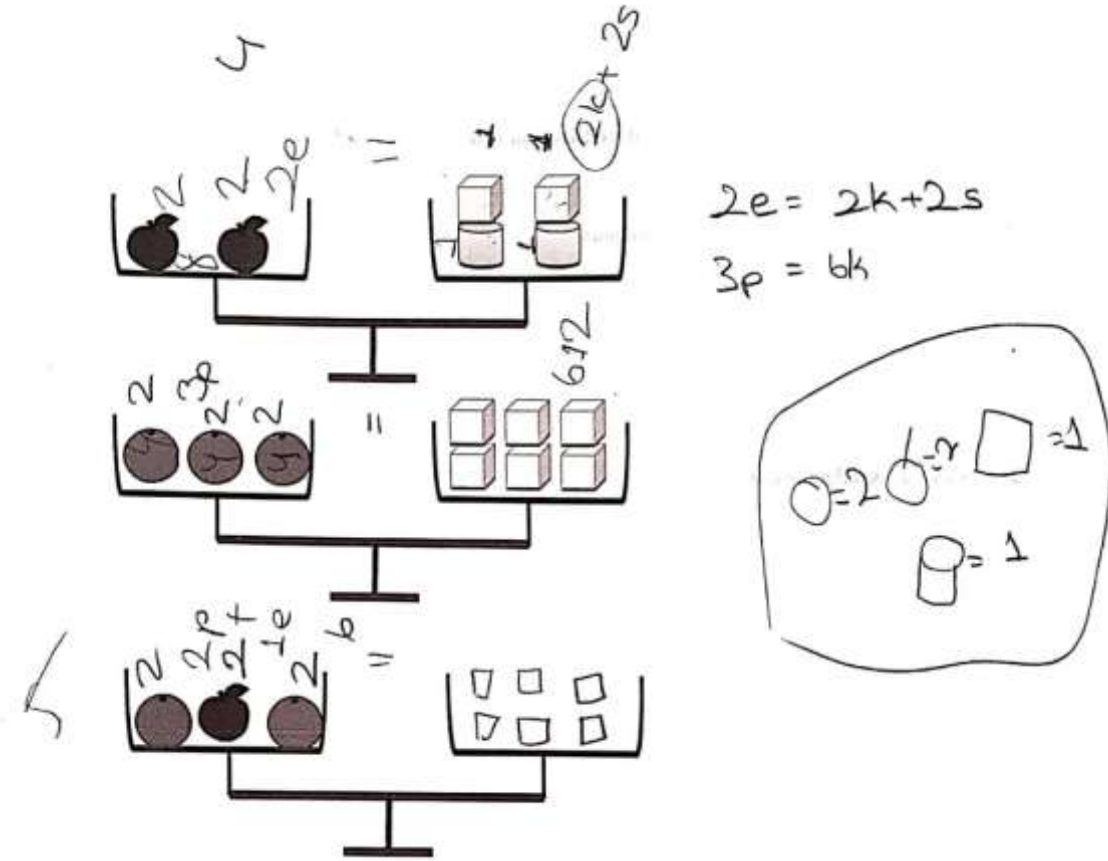
A: Sen burada tahmini değerler verdin. Elma 2 gram olsun, portakal da 2 gr olsun, ağırlıklar da 1'er gr olsun dedin.

D: Evet.

.
.
.

A: Süreci özetlersek sen varsayımda bulundun ve dedin ki küpler silindirlere eşit ve 1'er gram olsun.

D: Evet. Değerini verseydi daha rahat yapardım. Burada değerini ben koyuyorum. Bu bilgilere göre yaparsam doğru. Çözümüm bu şekilde.



Şekil 24. Derya'nın 5. soru için oluşturduğu çözümler

Deneme-yanılma yöntemi kullanarak 7. soruda doğru cevaba ulaşan Derya yeterli mantıksal düşünme göstererek elde ettiği sonucu gerekçeleriyle açıklamıştır:

D: Değer vererek yapacağım bu soruyu. (2,3,4,5,6,7,8... yazıyor.)

A: Bu sayılar mı olur?

D: 1'de olabilir. İstediğim kadar ekleyip istediğim kadar çıkarabilirim.

A: Tam olarak hangi sayılar cevaptır bizim için?

D: Bence bu sayıların hepsinin -'lisini de yazabilirim. -3 de diyebilirim, istersem 0 bile yazabilirim.

A: Başka?

D: Sonsuza giden tüm sayıları yazabilirim. Rasyonelleri de yazabilirim. Denemek istiyorum. (Rasyonel bir sayı deniyor). Evet sağlıyor.

A: Neden bütün sayılar sağlıyor?

D: Mesela bir tarafta bir kalem var, diğer tarafta da bir kalem var. Bunlar özdeş kalemler. Ben bunların yanına istediğim kadar kalem ekleyebilirim, eklemeyip öyle de bırakabilirim. Ağırlıklar her durumda birbirine eşit olur.

Son soruda yeterli işlemsel akıcılık gösteren Derya, denklem çözme süreçlerine ilişkin soruları da uygun şekilde yanıtlayarak yeterli mantıksal düşünme göstermiştir.

D: +3'ü diğer tarafa göndereceğim. -3 olarak gider, burası 5 olur. x eşittir 5 olur.

A: Niye +3 diğer tarafa -3 olarak gidiyor?

D: Eşitliğin karşısına geçiyor. Çünkü eşitliğin karşısına - olarak geçer.

A: Daha önceki çözümlerinde $2x=4$ eşitliğinde x'i bulmak için 4'ü 2'ye böldün. Niye 2'ye bölüyoruz?

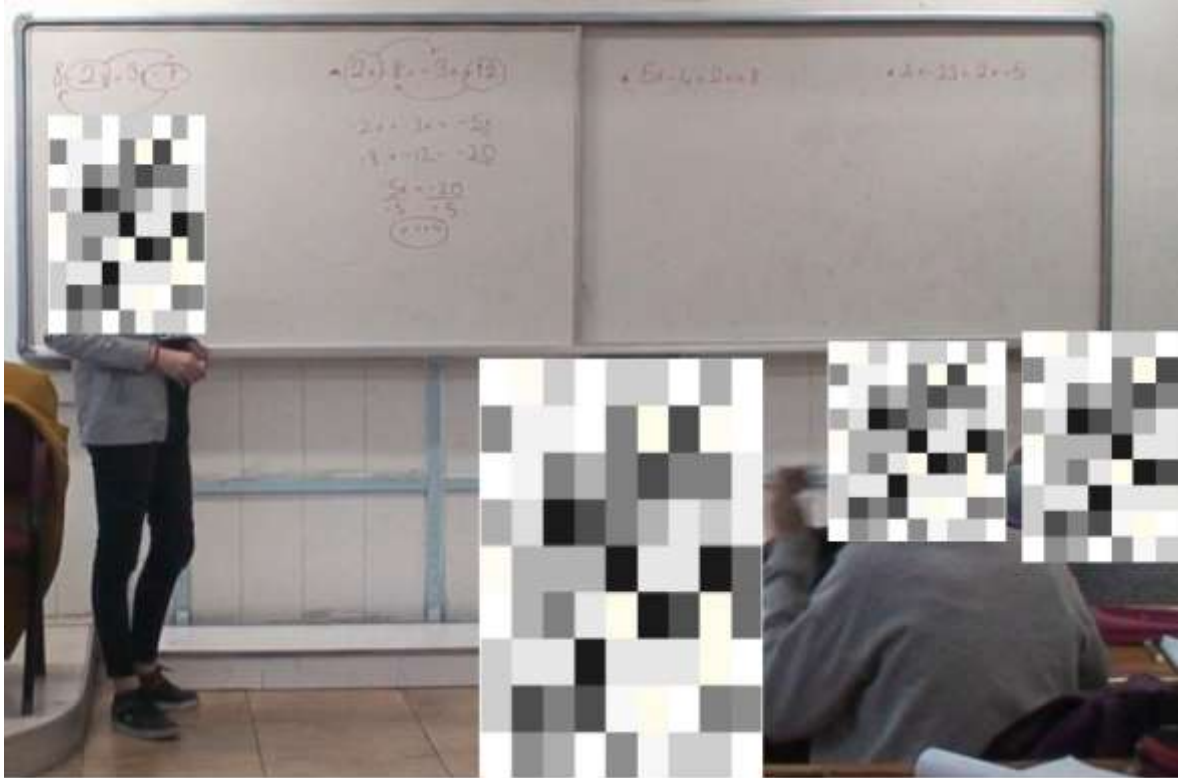
D: Çünkü 1 tane x 'i bulmak için. Mesela 2 tane elma 4 TL ise ben 1 tane elmayı bulmak için iki tarafı da 2'ye bölerim. Burada da 2 tane x var. 1 tane x 'i bulmak için ben 2'ye bölerim. İki taraf birbirine eşit ondan dolayı diğerine ne yaparsan onu yapıyorsun, eşitlik bozulmasın diye.

A: $5-2x=8$ diye bir soru vardı. Burada $2x$ diğer tarafa neden $+2x$ olarak gitti?

D: Eşitliğin karşı tarafına geçiyor dengeleme mantığı. Eşitliğin karşı tarafına gönderiyorum. Mesela buradan gittiği zaman burası 2 azaldığı için, buraya -2 diyor olabilirim ya da buraya artması için $+2$ diyor olabilirim. ...*(Düşünüyor.)* -2 'yi aldığımız zaman o taraf ağırlaşır, o yüzden karşı tarafı da ağırlaştırmamız lazım.

Denklem çözmeyi sevdiğini, kendini bu konuda başarılı bulduğunu ve derse de aktif bir şekilde katıldığını belirten Derya konuyu kullanışlılık açısından değerlendirdiğinde kısmi olarak faydalı gördüğünü, sadece matematiğin diğer konularında kullanılabileceğini düşündüğünü belirtmiştir.

Eşitlik ve denklem çözme konusunun işlendiği ders saatlerinde yapılan gözlemlerde Derya'nın konu boyunca öğrenmek için çok istekli olduğu, öğretmene sorular yönelttiği ve derse aktif katılım gösterdiği görülmüştür. Aşağıda görüntüsü verildiği üzere " $2x - 8 = 3x - 12$ " sorusunun çözümü için tahtaya kalkmış, işlemleri akıcı bir şekilde tamamlamış ve öğretmenin bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol etmesini istemesi üzerine bulduğu sonucu denklemde yerine yazarak yeterli mantıksal düşünme göstermiştir.



Şekil 25. Derya'nın sınıfta denklem çözme esnasındaki görüntüsü

Yazılı kağıdı incelendiğinde 4 denklem çözme sorusunun sadece birinde yeterli işlemsel akıcılık göstererek doğru cevaba ulaştığı, diğerlerinde ise yeterli olmayan işlemsel akıcılık gösterdiği görülmektedir.

3) Aşağıda verilen denklemleri çözünüz x değeri kaçtır? (15p.)

* $3x + 10 = 5x - 8$
 $2x - 18 \quad x = -9$

* $2x + 19 = 6x - 7$
 $4x = 26 \quad x = 6.5$

* $4(x+3) = 5(x-1)$
 $4x + 12 = 5x - 5$
 $x = 17$

* $\frac{1}{2}x - 6 = 12$
 $\frac{1}{2}x = 18$
 $x = 36$

Şekil 26. Derya'nın yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar

Derya'nın defteri incelendiğinde notlarını çok düzenli tuttuğu, ödevlerini eksiksiz tamamladığı görülmektedir. Örneğin ödevde yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar aşağıda verilmiştir. Yanıtlar incelendiğinde “e” ve “ğ” maddeleri haricinde hepsinin doğru olduğu, iki hatalı soru incelendiğinde ise iki negatif tam sayının çarpım durumu ile ilgili hatalar yaptığı ve yeterli olmayan işlemsel akıcılık gösterdiği görülmektedir.

5. Aşağıdaki eşitliklerde bilinmeyen yerine gelecek sayıyı bulunuz. Bulduğunuz sayıyı bilinmeyenin yerine yazarak eşitliğin korunup korunmadığını belirleyiniz.

a. $\blacksquare + 28 = 4 + 37$

b. $(-29) + \blacktriangle = -1$

c. $x + 23 = 14 + 75$

ç. $(-61) + y = -18$

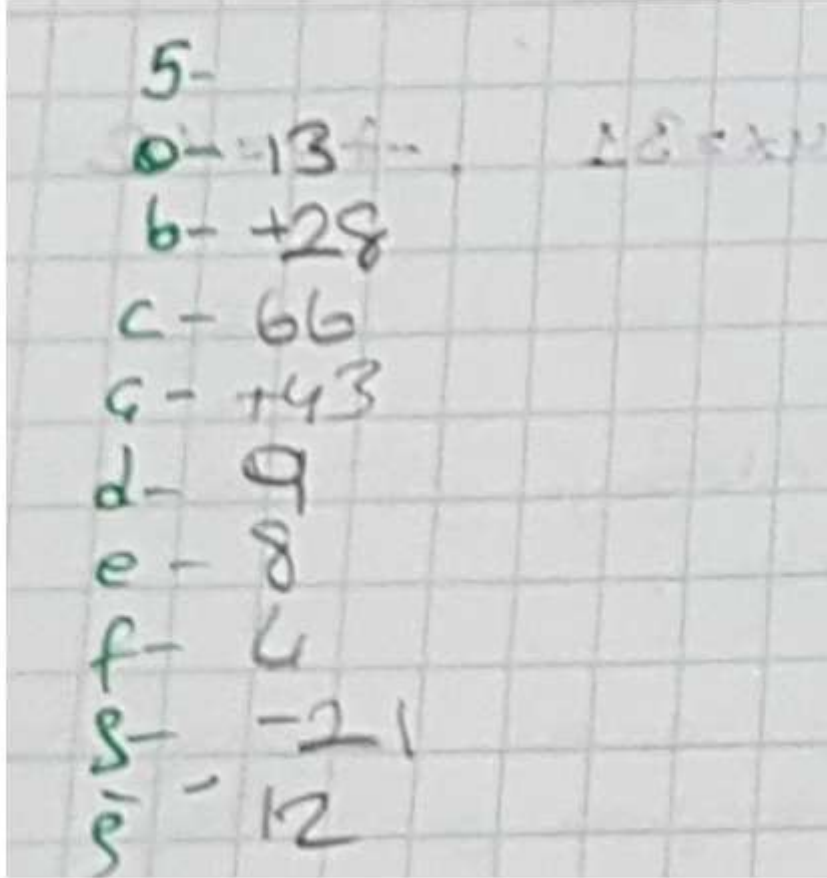
d. $5 \cdot x = 45$

e. $(-7) \cdot x = 49 + 7$

f. $\blacksquare \cdot 18 = 30 + 42$

g. $4 \cdot x = -84$

ğ. $(-12) \cdot y = 144$



Şekil 27. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 5. soru (Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D., 2018, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı, Ankara: Koza, s. 116) ve Derya'nın bu soru için oluşturduğu yanıtlar

4.2.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular

Denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yürütülen görüşme sırasında Derya'nın gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 28) özetlenmiştir.

Tablo 28

Derya'nın Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Derya-Denklem kurma problemleri	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x			x(CY) x(DY)				x				
2. soru						x	x(DY)		x(CY)						
3. soru	x			x			x(CY)				x				
4. soru							x(DY)		x(CY)				xx		xxxx
5. soru						x	x(DY)		x(CY)						
6. soru						x			x(CY)						
7. soru					x										
8. soru						x			x(CY)						

İlk soruda yeterli stratejik yetkinlik gösteren Derya soruyu cebirsel yöntem kullanarak doğru bir şekilde çözmüştür. Çözüm sırasında yeterli kavramsal anlama göstererek problem durumunu cebirsel şekilde ifade etmiş, oluşturduğu denklemi akıcı şekilde çözerek yeterli işlemsel akıcılık göstermiş ve doğru yanıtı ulaşmıştır. Son olarak ise Derya'dan bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol etmesi istenmiş ve onu da gerçekleştirerek yeterli düzeyde mantıksal düşünme becerisi göstermiştir. Derya'nın oluşturduğu çözüme aşağıda yer verilmiştir:

$$\begin{array}{l}
 3x + 7 = 28 \\
 3x = 21 \\
 x = 7 \\
 3 \cdot 7 + 7 = 28
 \end{array}$$

Şekil 28. Derya'nın 1. soru için oluşturduğu çözüm

Derya'nın ikinci soruda farklı yöntemlerle doğru cevaba ulaştığı ancak denklem kurarak soruyu çözmesi istendiğinde yeterli olmayan kavramsal anlama göstererek verilen problemi cebirsel olarak ifade etmekte zorlandığı görülmüştür. Derya'nın oluşturduğu çözüm sırasında araştırmacıyla arasındaki geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

D: Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42'dir. Bu sayıları bulunuz. Ben bu soruyu direkt çözebilirim. Şimdi 42'yi 3'e böleceğiz.

A: Yaptığın işlemleri anlatabilir misin?

D: 42'yi 3'e böldüm, ortadakini buldum, oradan da ardışık olduğu için diğerlerini buldum.

A: Verilen problemi denklem kurarak çözebilir misin?

D: Çift sayılarsa $x+2$ olması gerekmiyor mu? 3 sayı var ve bu sayıları soruyor, ben 3 bilinmeyenli denklem bilmiyorum ki.

A: Birbirine bağlı yazamaz mıyız?

D: Bağlarınız da ben hiçbir şey hatırlamıyorum. $3x+2$ desem nasıl olur? Evet oluyor, hatta bunu yaptığımız zaman en büyüğünü bulmuş oluyorum, tamam oldu. Buradan $3x=40$ gelir. Ama buradan gelmiyor ki.

3) Bir tahta parçasının uzunluğu 40 cm'dir. Bu tahta parçası 3 parçaya ayrılmıştır. Her bir parçanın uzunluğu cm olarak şu şekildedir:

$$\begin{array}{l} 2x-5 = 11 \\ x+7 = 15 \\ x+6 = 14 \end{array} \quad \begin{array}{l} 16-5 = 11 \\ 15 \\ 14 \\ + 11 \\ \hline 40 \end{array}$$

Buna göre en uzun parçanın uzunluğu ne kadardır?

$$(2x-5) + (x+7) + (x+6) = 40$$

$$4x + 8 = 40$$

Şekil 29. Derya'nın 3. soru için oluşturduğu çözüm

3. soruda yeterli stratejik yetkinlik göstererek cebirsel yöntemle verilen problemi çözen Derya'nın 4. ve 5. sorularda aynı başarıyı gösteremediği görülmektedir. Her iki soruda da deneme-yanılma yöntemi kullanarak doğru sonuca ulaşmış ancak denklem kurarak çözmesi istendiğinde yeterli olmayan stratejik yetkinlik göstermiştir. 4. soruda denklem kurması istendiğinde "Denklem kurarak ben bu soruyu çözemem." şeklinde cevap vermiştir. Bu durum verimli eğilimin de yeterli olmadığını göstermiştir. Aşağıda 5. soru için oluşturduğu çözüm ve araştırmacıyla arasında geçen diyaloga yer verilmiştir. Özellikle

verilen problemi cebirsel olarak çözmesi istendikten sonra soruyu kavramsal olarak ifade etme sırasında oldukça zorlandığı görülmektedir.

D: 2, 4 ve 8 yaşında 3 çocuğu olan bir annenin yaşı 30. Denklem kurmam lazım burada. Birine $2x$ diyeceğim, birine $4x$ diyeceğim, diğerine de $8x$.

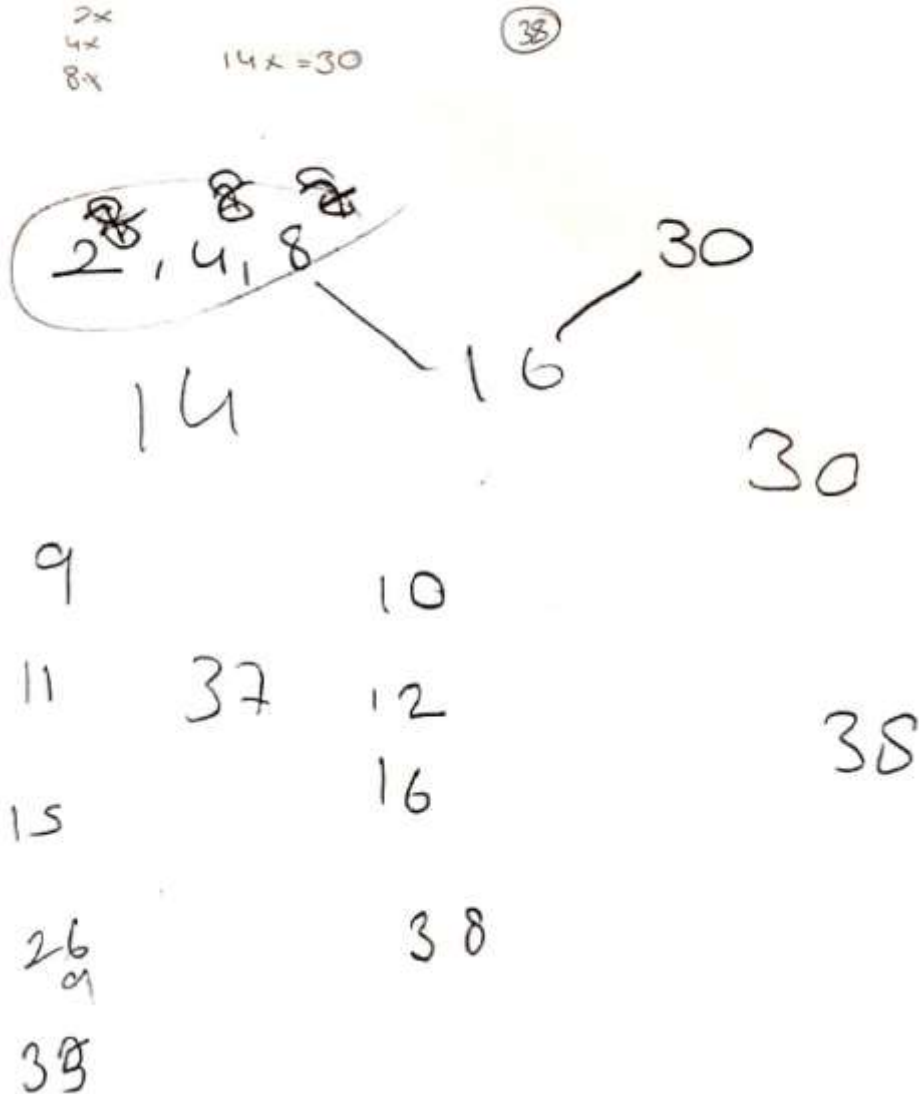
A: Bunlar çocukların yaşları değil mi?

D: Evet. $14x=30$

A: Buradaki x ne?

D: Kat... Kaç yıl sonra.... Yaş... Yıl... Emin değilim. Olmuyor ama. $2x$, $4x$, $8x$, eşit olmuyor. Bunların yaşları toplamı 14, annenin yaşı da 30. Bunların yaşlarının arasında 16 yaş var. 30 ile 16'yı topladığım zaman 46. Deneyerek yapacağım. 5 artıracam, 7,9,13. 2,4,8 annesinin yaşı da 30 şu an aralarında 16 yaş var. Bunların toplamı 14. Bir de 7'yi deneyeyim. 7 ekleyeceğiz, 9,11,15. 26,9,35 oluyor. 8 deneyeyim. 10,12,16. 38 oldu. Tamam buldum cevap 8. Annesinin yaşı 38 oluyor. Denklemi kurmayacağım.

5) 2,4 ve 8 yaşında 3 çocuğu olan bir annenin yaşı 30'dur. Buna göre kaç yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları toplamına eşit olur?



Şekil 30. Derya'nın 5. soru için oluşturduğu çözüm

6. sorunun çözümünde de denklem kurmakta zorlanan Derya'nın, x 'i tanımlamakta ve verilen ifadeleri birbiriyle ilişkili şekilde yazmakta zorlandığı görülmektedir. 6. sorunun çözüm sürecinde araştırmacı ile arasında geçen diyalog şu şekildedir:

D: Şimdi 35 yolcu var, Ankara'ya giden yolculara x dersem, Kırşehir'e giden yolculara x dersem, diyemem değil mi?

A: Ne diyebiliriz x 'e bağlı olarak?

D: $x+1$ falan. Şu an iki bilinmeyenli denklem öğreniyorum. 1365 tl ödüyorlar. Ama kaç kişi olduğunu bilmiyorum ki. Buna $25x$ dersem, buna da $60x$ dersem.

A: Oradaki x nedir?

D: Kişi sayısı.

A: İkisine de x kişi dedin, değil mi?

D: Demeye çalıştığım şu, x kişi Kayseri'den Kırşehir'e gidenler. 25 tl ödediği için $25x$, 60x'de Kırşehir'e gidenler oluyor.

A: Kırşehir'e gidenlere de x dedin, Ankara'ya gidenlere de x dedin, değil mi?

D: Buna a , buna x desem iki bilinmeyenli olacak. İki de aynı, çünkü ikisi de yolcu sayısını temsil ediyor. Kayseri'ye giden yolcu sayıları ve Ankara'ya giden yolcu sayıları farklı aslında ama toplamda 35 yolcu var Kayseri'den. Ben Ankara'ya giden ve Kırşehir'e giden yolcuları bilmiyorum ve bilmediğim x 'ler 25 tl ödüyorlar, Ankara'ya gidenler de 60 tl ödüyorlar ve toplamda 1365 tl ödüyorlar. Ama ben bunu denklem haline getiremiyorum.

Derya soruların çoğunda yeterli olmayan kavramsal anlama becerisi göstermiş ve verilen problem durumları cebirsel olarak ifade etmekte zorlanmıştır. Verilen problemi cebirsel olarak ifade etmesi istenen 7. soruda da zorluk yaşamasına rağmen diğer sorulardan daha fazla başarı gösterdiği, doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Önceki sorularda x 'i tanımlamakta zorlanan Derya'nın bu soruda sadece tek bilinmeyen (fatura tutarı) olması nedeniyle önceki sorulara kıyasla daha az sorun yaşadığı düşünülebilir. 7. sorunun çözüm sürecinde araştırmacı ile arasında geçen diyalog ve çözümü şu şekildedir:

D: Bir telefon şirketi müşterilerine fatura ödemelerinde iki indirim seçeneği sunmaktadır. Şimdi fatura tutarına x diyeceğim. x 'in yarısı, bu 1. seçenek oluyor. 5 lira indirim derken bunu 5'e mi bölmem lazım 5 mi çıkarmam lazım? Şu an bölmeye çalıştım, ama olmaz. 5'i çıkardım. $x-5$ oluyor. Şimdi fatura tutarını soruyor bana. Şöyle bir şey yapabiliyor muyum acaba? $(2x/2-5) +4$.

A: Neden $2x/2$ dediğini açıklayabilir misin?

D: Topladım ilk seçeneği. Ama neden topladım. $2x/2$ olmaz $x/2$ olur. $(x/2)-5+4$ tamam.

...(Düşünüyor.)

İkinci seçeneği seçmiş olsaydı 4 lira fazla ödeme yapacaktı. Buna $+4$ mü demem lazım? Şu an aklımdan geçen birine $x-9$, diğerine de -4 demek.

A: -9 , -4 niye?

D: Yok şuna -4 diyince şuna da $+4$ desem. İkinci seçeneği tercih etmiş olsaydı 4 lira daha az ödeme yapacağı için $+4$ demeliyim. Cevap $“(x/2)+4= x-5”$ olur.

7) "Bir telefon şirketi müşterilerine fatura ödemelerinde iki indirim seçeneği sunmaktadır.

1. Seçenek: Fatura tutarının yarısı kadar indirim $\frac{x}{2}$ $x-5$

2. seçenek: Fatura tutarında 5 lira indirim $x-5$

1. seçeneği tercih eden bir müşteri 2. seçeneği tercih etmiş olsaydı 4 lira daha fazla ödeme yapacaktı. Buna göre müşterinin fatura tutarı kaç liradır?" probleminin çözümünde kullanılacak olan denklemini kurunuz.

$$\left(\frac{2x}{2} - 5\right) + 4 \quad \left(\frac{x}{2} - 5\right) + 4$$

$$\frac{x}{2} - 4 = (x - 5) + 4$$

Şekil 31. Derya'nın 7. soru için oluşturduğu çözüm

Son soruda yeterli stratejik yetkinlik gösteremeyen Derya'nın yine kavramsal anlama noktasında sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Kendisini çözüme götürebilecek düşünceler içinde olmasına rağmen durumları denklem şeklinde ifade edemediği görülmektedir:

D: Park ile okul arasındaki mesafe, yani $2x-30$. Park ile okul $2x-30$.

A: x nedir?

D: Mesafe. Okul ile sağlık ocağı arasındaki mesafe $4x-60$ oluyor. Şimdi x'i nasıl bulacağımı düşünüyorum. Mantık kuruyorum. $4x-60$ 'ın bir kısmı 240, ama hangi kısmı? Toplam mesafeyi verseydi mesela 700 metre deseydi bunları toplardım, eşitlerdim, çözerdim ama tamamını vermemiş. Ama burada iki bilinmeyenli değil mi bu? Diğer mesafeleri soruyormuş, ben kütüphaneyi bulmaya çalışıyordum, tamam o zaman bulurum.

A: x mesafe değil mi?

D: Evet. Şu an çok garip şeyler kurdum aklımda bir anlatayım. $2x-30$, $4x-60-240$ bana okul ile kütüphanenin arasını vermez mi? Verir. 300 4'e bölünür mü?

A: Neden bölüyorsun?

D: x'i bulmam gerekmiyor mu? $4x$, 300'e eşit burada.

...(Düşünüyör.) Toplamını verse hepsini takır takır bulurdum. Ama şu an bulamıyorum.

Görüşmenin başında kendini denklem kurma problemleri konusunda oldukça başarılı bulunduğunu ve derse aktif olarak katıldığını belirten Derya, görüşme sırasında soruları çözmekte zorlandıkça bu konuda çok başarısız olduğunu belirterek düşük verimli eğilim sergilemiştir. Konuyu sevmediğini ve yararlı bulmadığını belirtmiş ve bu durumu şu sözlerle ifade etmiştir:

D: Denklem kurma problemleri, denklem çözmeye göre oldukça sıkıcı. Denklem kurma bu, oluşturma. Ben yapboz yapmaktan nefret ederim, bu konu o tarzda. Bir şeyleri kurmayı, oluşturmaya sevmem. Konuyu faydalı da bulmuyorum. Öğrendim ama olmasa da olurdu.

Derslerde çözülen denklem kurma problemlerinin tamamına yakını için Derya'nın çözüm üretmeye çalıştığı, soruların birçoğunda doğru yanıt bulma çabasından vazgeçmediği ve tekrar tekrar çözümünü öğretmenine gösterdiği görülmektedir. Ancak öğretmenin ders

esnasında verdiği dönütlerin büyük çoğunluğunun olumsuz olduğu, Derya'nın doğru cevaba ulaşmakta güçlük çektiği anlaşılmaktadır. Problemleri çözme çabasının yanı sıra yapılan gözlemler Derya'nın konuyu anlamak adına öğretmenine sorular sorduğunu da göstermektedir. Örneğin derste “32 üyesi bulunan sağlıklı yaşam derneğine haftada 4 üye, 20 üyesi bulunan kitap sevenler derneğine ise haftada 10 üye kaydedilmektedir. Bu iki derneğin üye sayıları kaç hafta sonra eşit olur?” sorusu için “ $32 + 4x = 20 + 20x$ ” denklemi kurulmuş ve çözüm yapılmıştır. Derya'nın denklem çözüldükten sonra “ x 'i bulduktan sonra başka bir işlem yapmamız gerekmez mi, bu bulduğumuz x sonuç mudur?” sorularını yönelttiği gözlemlenmiştir. Sorduğu bu sorulardan denklem kurarken hangi bilinmeyen “ x ” olarak belirlendiği ile ilgili sorun yaşadığı düşünülebilir.

Yazılı sınavda yer alan 3 denklem kurma probleminin ikisini doğru olarak çözen Derya bir soruda yeterli olmayan stratejik yetkinlik (CY) göstermiştir. Görüşmeler boyunca bilinmeyenleri birbirine bağlı olarak ifade etmekte zorluk yaşayan Derya'nın aynı sorunla karşılaştığı görülmektedir:

2) İnek ve tavukların bulunduğu bir çiftlikte toplam 23 hayvan vardır. Çiftlikteki hayvanların toplam ayak sayısı 62 olduğuna göre, bu çiftlikteki tavuk sayısı kaçtır? (10p.)

$$\begin{array}{r} 4x \\ + 2x \\ \hline 62 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6x = 62 \\ \hline \end{array}$$

Şekil 32. Derya'nın yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt

Derya'nın matematik defteri incelendiğinde notlarını eksiksiz tuttuğu, dersteki soruları çözmek için uğraştığı ve ödevlerini yaptığı görülmektedir. Konu ile ilgili ödevi incelendiğinde ise soruların bir kısmını yanıtsız bıraktığı, bir kısmında ise hatalı sonuçlara ulaştığı görülmektedir. Aşağıda ödevde yer alan üç problem ve çözümlerine yer verilmiştir. Buradan 11. soruyu boş bıraktığı, 12. soruda hatalı cevap bulduğu, 13. soruda ise denklemi yanlış kurduğu görülmektedir.

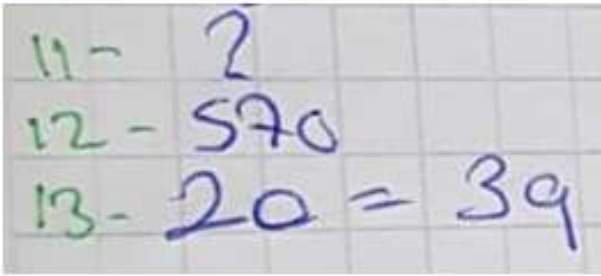
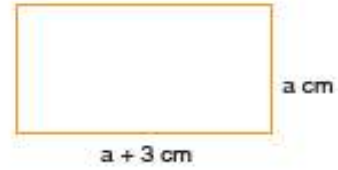
11. Bir baba, oğlundan 24 yaş, kızından 30 yaş büyüktür. 3 yıl sonra babanın yaşı, oğlunun ve kızının yaşları toplamına eşit olacaktır. Her birinin şimdiki yaşlarını bulunuz.

12. Hasan Bey, 3 günlüğüne bir otomobil kiralyor. Yandaki tabloda Hasan Bey'in günlere göre aldığı yol miktarları verilmiştir. Buna göre her gün kaçar kilometre yol aldığını bulunuz.

Tablo: 3 Günde Alınan Yol

Günler	Alınan yol (km)
1. gün	x
2. gün	1. günde alınan yolun 2 katından 30 km fazla
3. gün	2. günde alınan yoldan 40 km eksik
Alınan toplam yol	420

13. Yanda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin çevresi 42 cm'dir. Dikdörtgenin uzun kenarının kaç santimetre olduğunu bulunuz.



Şekil 33. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 11., 12. ve 13. sorular (Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D., 2018, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı, Ankara: Koza, s. 116) ve Derya'nın bu sorular için oluşturduğu yanıtlar

4.3. Berna'nın Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde verimli eğilimi ve başarısı orta düzey olan Berna'nın matematiksel yeterliklerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilecektir.

4.3.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular

Berna ile eşitlik ve denklem çözme konusuna yönelik yürütülen görüşme sırasında gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 29) özetlenmiştir.

Tablo 29

Berna'nın Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Berna- Eşitlik ve Denklem Çözme	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			xx						xx					
2. soru	x									xx					
3. soru	xx									x					
4. soru	x									x					
5. soru				x					x				xxx	x	x
6. soru							x								
7. soru			x					x			x				
8. soru	xx									x		x			

Tablo 29 incelendiğinde 1. soruda işlemsel akıcılığın yeterli olduğu durumun 1 defa, kavramsal anlamanın yeterli olduğu durumun 2 defa, mantıksal düşünmenin yeterli olduğu durumun ise 2 defa tespit edildiği görülmektedir. Örneğin kavramsal anlama yeterliğini ölçmek için öğrenciden verilen ifadeye yönelik problem oluşturması ve ifadeyi terazi modeli ile göstermesi istenmiştir. Öğrenci iki soru için de doğru temsiller oluşturmuştur.

Berna 2. soruda da doğru cevaba ulaşarak denklem çözme süreçlerinde eşitliğin her iki tarafını aynı sayıya bölme/çarpma işlemlerinin mantığını da doğru bir şekilde açıklamıştır:

B: Buradaki +5, buraya -5 olarak geçiyor, $-2x=3$ oluyor. Her iki tarafı da -2'ye böleceğiz. Cevap -3/2.

A: Bulduğun cevap doğru mudur?

B: Kontrol edelim. (Denklemden yerine koyuyor.) Evet eşit çıktı, bulduğum sonuç doğru.

A: $-2x=3$ denklemini çözerken her iki tarafı -2'ye böldün. Neden?

B: Çünkü bir x'i bulmamız gerekiyordu.

A: $-2x$ 'i, x'e ulaşmak için -2'ye böldün. Diğer tarafı neden böldün?

B: Çünkü bir tarafı bölüyorsak, diğer tarafı da bölmemiz lazım. Eşittir işareti var arada. Eşitlik olduğundan aynı sayıyla çarpmak ya da bölmek zorundasın.

3. soruda işlemsel akıcılık yeterliğini belirlemek için Berna'dan sabitleri ve değişkenleri topladığı tarafları değiştirerek iki farklı şekilde çözmesi istenmiştir. Berna'nın denklemin çözümü için yaptığı işlemler aşağıda verilmiştir:

$$\begin{array}{l} 2x - 5x = -3x \\ + 4 - 7 = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x - 5x = -3x \\ \frac{-3}{-3} = \frac{-3}{-3} \quad x = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -2x + 5x = 3x \\ 3x - 2x = 4 - 7 = -3 \\ \frac{3x}{3} = \frac{-3}{3} \quad x = -1 \end{array}$$

Şekil 34. Berna'nın 3. soru için oluşturduğu çözüm

4. soruyu da doğru yanıtlayan Berna'nın elde ettiği sonucun doğruluğu kontrol etmesi istendiğinde verdiği yanıt mantıksal düşünme-yeterli kategorisinde değerlendirilmiştir:

A: Elde ettiğin sonucun doğruluğunu nasıl kontrol edebiliriz?

B: Denklemden yerine koyabiliriz. Cevabı 4 bulmuştuk, denklemden x yerine 4 yazarız.

6. soruda yeterli stratejik yeterlik göstererek alternatif ve doğru cevaplar oluşturan Berna, 5. soruya yönelik doğru strateji geliştirememiştir. Elma ve portakalın ağırlıklarını bilinmeyenlerle ifade etmek yerine sayısallaştırmaya yönelmiş ve farklı bilinmeyenlere aynı değerler vermeye çalışmıştır. 5. sorunun çözüm sürecinde araştırmacı ile arasında geçen diyalog ve çözümü şu şekildedir:

B: Bu elmaların her birine 1 diyorum, o zaman karelerin her biri yarım oluyor. Bunların her birine de 1 diyorum, yine her biri yarım oluyor. Buna da yine 1 dediğim için 1-2-3. 6 tane yarım koymam gerekiyor.

A: 6 tane kare.

B: Evet.

A: Sen bu soruyu yaparken elmalar ile portakalların aynı ağırlıkta olduğunu düşündün.

B: Evet.

A: Neden?

B: Bilmiyorum. Öyle çünkü aynı ağırlıkta yaparsak olabiliyor.

A: Kare ile silindir sence aynı mıdır?

B: Bilmiyorum. Bunların ağırlığına 25 dersek yarım-yarım, olmuyor. Her birinin yarım ağırlıkta olması lazım.

A: Her biri kesin yarım olmak zorunda diyorsun.

B: Evet.

A: Bu ikisi birbirine eşittir diyorsun, neden öyle düşündün?

B: Çünkü buna 25 25 desek, onu yarım yapsak, yine eşit oluyor ikisi. O yüzden eşit olmak zorunda. Buna 75 desek olmuyor.

A: Bana bu eşitlikleri cebirsel olarak ifade edebilir misin?

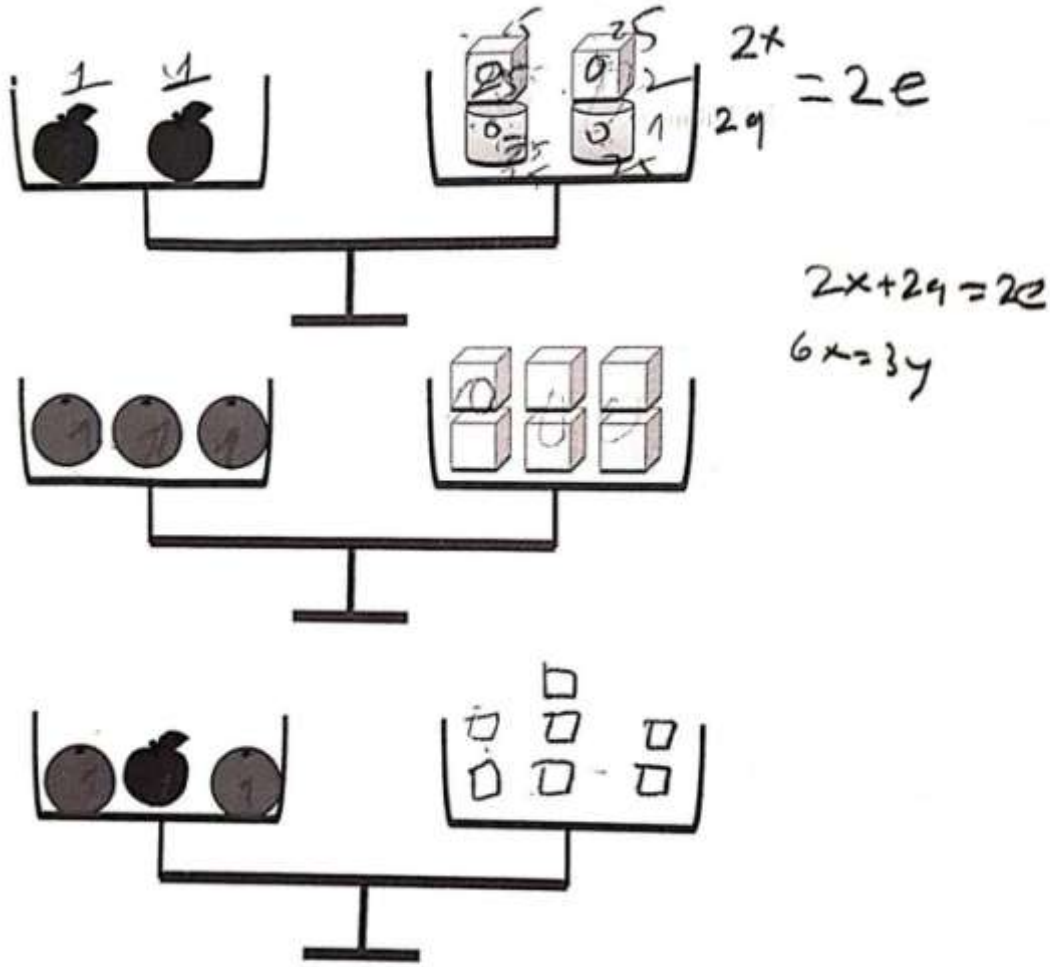
B: Kareye x dersek, yuvarlağa a dersek $2a$ olur, $2x$ kare oluyor, $2a$ yuvarlak oluyor. Elmalar da e olsun, $2e$ 'ye eşittir, $2x+2a=2e$. Portakallar y olsun, bunlara zaten x demiştik. $6x=3y$

A: Cebirsel olarak ifade ederken küp x olsun, silindire a olsun dedin. Yani bu ikisine farklı ifade verdin ama değer verirken hepsini aynı değerde düşündün. Neden?

B: Belki aynı ağırlıktadır. Bilmiyorum ama farklı da olabilir.

A: Farklı olabilir diyorsun. Cevabın değişti mi?

B: Değişmedi.



Özdeş elma ve özdeş portakalların bulunduğu bir markette yukarıdaki şekillerde görüldüğü gibi ağırlıkları ölçmek için özdeş küpler ve özdeş silindireler kullanılmıştır.

İlk iki şekilde teraziler dengede olduğuna göre 3. şekildeki terazinin dengede olabilmesi için boş kefeye hangi ağırlıklar konulmalıdır?

Şekil 35. Berna'nın 5. soru için oluşturduğu çözüm

7. soruda iki farklı cevap bulan Berna doğru yanıtın ne olduğunu bulamamıştır. Çözüm sürecinde işlemlerde hata yaparak bir sonuca ulaşmış, deneme yanılma yöntemini kullanarak ise başka bir yanıt bulmuş ve bu yanıtının gerekçesini de açıklamasına rağmen doğru sonuç olduğunu fark edememiştir. İki yanıt arasında karar verememiş ve bu durumu düşük düzeyde verimli eğilim göstererek matematiğin karmaşık olmasıyla açıklamıştır.

B: Kareye x dersek, $x+3$ olur, diğer tarafa - olarak geçer, 0 olur. 0 eşittir 0 bulunur. Bu sorunun cevabı 0'dır. ... (Düşünüyor.) Aslında x 1'de olabilir. Her sayı olabilir. Ama denklemi çözünce sıfırı sıfıra bölüyoruz, sıfır çıkıyor.

A: x nedir bu durumda?

B: Denklemi çözersek 0, ama çözmeden yaparsak her sayı çıkabilir.

A: Neden her sayı oluyor?

B: Mesela x yerine 10000 koyarsak 10003 olur, iki tarafta birbirine eşit olur. Çünkü iki tarafa da 3 var. Birbiriyle dengede şu an. Aynı sayıyı eklersek ya da aynı sayıyı çıkarırsak denge bozulmaz.

A: Çözümde 0 geldi başka yanıt gelmedi, diğer taraftan her sayı olabilir diyorsun. Peki yanıt hangisi?

B: Evet denklemden tek sonuç geliyor. Bir karışıklık var ama kabul edeceğiz. Matematik böyledir, buradaki durumu da sorgulamayalım.

$0+3 = 3+0$ ifadesinde 0 'ın değerini bulunuz.

$x+3 = 3+x$

$0=0$

$3+0 = 3+x$

$0=0$

$\frac{0}{0} = \frac{0}{0}$

0

Şekil 36. Berna'nın 7. soru için oluşturduğu çözüm

Berna'ya yöneltilen 8. soruda denklem çözme süreçlerindeki mantıksal düşünme yeterliğini ölçmek amacıyla çeşitli sorular yöneltilmiştir. İşlemsel akıcılığının yeterli olduğu ancak işlemlerin altında yatan mantığı açıklamada zayıf olduğu görülmektedir. Berna'nın çözüm oluşturma sürecinde araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve çözümü aşağıda verilmiştir:

$x+3 = 8$ denklemini çözünüz.

$x+3 = 8-3 = 5$

$x=5$

$x+3-3 = 8-3$

$x+3-3 = 8-3$

Şekil 37. Berna'nın 8. soru için oluşturduğu çözüm

B: +3 diğer tarafa -3 olarak geçer, x eşittir 5 bulunur.

A: +3 eşitliğin diğer tarafına neden -3 olarak geçiyor?

B: Çünkü kural öyle.

A: Bu kuralın mantığı nedir sence?

B: Eğer +3 olarak geçirseydik x'i 14 bulurduk, doğru cevap olmazdı.

A: Cevap bu şekilde doğru oluyor diyorsun. Peki sence neden, herhangi bir açıklaması var mıdır?

B: Yoktur.

A: Derste denklemleri çözerken farklı bir yol daha öğrenmiştiniz, sen de çözümlerinde bazen o yöntemi tercih ettin. Onunla da çözebilir misin?

B: Evet. (Eşitliğin her iki tarafına -3 ekleyerek çözümünü yapar.)

A: Denklem çözme sorularında genelde ikinci yöntemi tercih ettin. Bunu seçmenin sebebi nedir?

B: Hocamız denklemin asıl mantığının bu çözüm şekli olduğunu söyledi. O yüzden bu şekilde yapıyorum.

A: Bu yöntemin mantığı nedir sence?

B: Bilmiyorum. Kural öyle, ona göre yapıyorum.

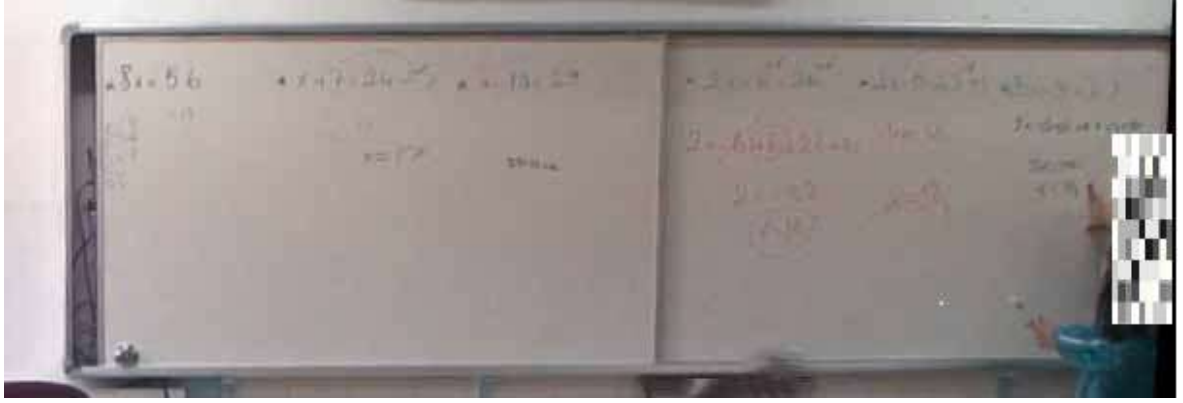
Eşitlik ve denklem çözme konusundaki başarısının ve derse katılımının çok yüksek olduğunu ifade eden Berna, konunun kullanışlılık açısından orta düzeyde olduğunu belirtmiştir. Görüşmenin genelinden de matematiği kurallar bütünü olarak gördüğü, denklem çözmeyi de mantıksal temellere dayanmayan, sadece rutin formüllerin uygulandığı bir süreç olarak gördüğü anlaşılmaktadır.

Eşitlik ve denklem çözme konusu işlenirken sınıfta yapılan gözlemlerde Berna'nın görüşme sürecinde kendisinin de ifade ettiği gibi bütün konu boyunca derse aktif katılım gösterdiği, sorularının çoğunun çözümü için parmak kaldırdığı, dersi ilgiyle dinlediği, anlamadığı noktalarla ilgili sorularını öğretmenine ilettiği görülmüştür. Ders sırasında çözülen " $3x + 7 = -20$ " denkleminin işlemleri sırasında " $-20 - 7$ " işleminin sonucunun nasıl " -27 " olduğunu anlamadığını öğretmenineiletmiştir. Bu durum işlemsel akıcılık noktasında negatif sayılarla ilgili sorun yaşadığını göstermektedir. Sınıfta tahtaya kalkarak çözümünü yaptığı " $5x - 3 = 67$ " denkleminde sonuca ulaşırken yeterli işlemsel akıcılık göstererek doğru çözüme ulaşmış ve yeterli mantıksal düşünme göstererek kontrolünü yapmıştır. Bu esnadaki görüntüsüne ve öğretmeniyile arasında geçen diyaloga aşağıda yer verilmiştir:

B: Her iki tarafa da aynı sayıyı ekleyerek yaparım. Bir taraf $5x - 3 + 3$ olur. Diğer taraf $67 + 3$ olur. $5x$, 70 'e eşit olur, buradan $x = 14$ gelir.

Ö: Bulduğun sonucun doğruluğunu kontrol edebilir misin?

B: x yerine 14 yazalım. 14 ile 5'i çarpar, 3'ü çıkarırız. 67 bulursak doğrudur.



Şekil 38. Berna'nın sınıfta denklem çözme esnasındaki görüntüsü

Berna'nın yazılı sınavı incelendiğinde denklem çözme sorularının tamamını doğru olarak çözdüğü görülmektedir.

3) Aşağıda verilen denklemleri çözün x değeri kaçtır? (15p.)

$$\begin{aligned} * 3x + 10 &= 5x - 8 \quad (x=9) \\ * 2x + 19 &= 6x - 7 \quad (x=36) \\ * 4(x+3) &= 5(x-1) \quad (x=17) \\ * \frac{1}{2}x - 6 &= 12 \quad (x=36) \end{aligned}$$

Şekil 39. Berna'nın yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar

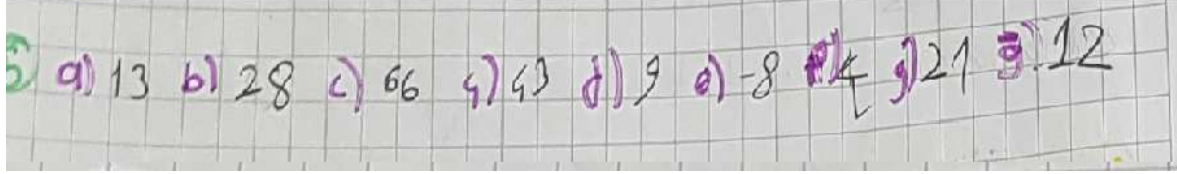
Berna'nın defteri incelendiğinde ders esnasında da denklemleri çoğu zaman denklemin her iki tarafına aynı sayıyı ekleyip/çıkararak çözdüğü görülmektedir. Aşağıda denklem çözümlerinin yer aldığı bir kesite yer verilmiştir:

$$\begin{aligned} * 2x - 5 &= 16 \quad 2x - 5 + 5 = 16 + 5 = 21 \quad 2x = 21 \quad x = 10,5 \\ * 3x + 7 &= 20 \quad 3x + 7 - 7 = 20 - 7 = 13 \quad 3x = 13 \quad x = 4,33 \\ * 4x - 6 &= -38 \quad 4x - 6 + 6 = -38 + 6 = -32 \quad 4x = -32 \quad x = -8 \\ * -5x - 7 &= 23 \quad -5x - 7 + 7 = 23 + 7 = 30 \quad -5x = 30 \quad x = -6 \end{aligned}$$

Şekil 40. Berna'nın matematik defterinden bir kesit

5. Aşağıdaki eşitliklerde bilinmeyen yerine gelecek sayıyı bulunuz. Bulduğunuz sayıyı bilinmeyen yerine yazarak eşitliğin korunup korunmadığını belirleyiniz.

- a. $\blacksquare + 28 = 4 + 37$ b. $(-29) + \blacktriangle = -1$ c. $x + 23 = 14 + 75$
 ç. $(-61) + y = -18$ d. $5 \cdot x = 45$ e. $(-7) \cdot x = 49 + 7$
 f. $\blacksquare \cdot 18 = 30 + 42$ g. $4 \cdot x = -84$ ğ. $(-12) \cdot y = 144$



Şekil 41. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 5. soru (Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D., 2018, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı, Ankara: Koza, s. 116) ve Berna'nın bu soru için oluşturduğu yanıtlar

Berna, öğretmenin konuyla ilgili ders kitabından vermiş olduğu ödevi de tamamlamış ve soruların çoğunu doğru yanıtlamıştır. Ancak Şekil 41'de görüldüğü üzere “g” ve “ğ” maddelerinde hata yaptığı görülmektedir. İki sorunun da benzer özelliklerde olması nedeniyle denklem çözümü sırasında tam sayılarda bölme konusunda $(-84/4$ ve $144/-12$ işlemlerini yaparken işaret hatası yaptığının düşünülmesi nedeniyle) işlemsel akıcılık noktasında sorun yaşadığı düşünülebilir.

4.3.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular

Denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yürütülen görüşme sırasında Berna'nın gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 30) özetlenmiştir.

Tablo 30

Berna'nın Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Berna– Denklem kurma problemleri	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x			x(CY)			x					
2. soru	x					x	x(DY)		x(CY)						
3. soru	x			x			x(CY)			x					
4. soru	x					x			x(CY)				x		
5. soru			x			x			x(DY) x(CY)				xx	x	x
6. soru	x					x			x(CY)						
7. soru						x									
8. soru		x			x				x(CY)	x					

Tablo 30 incelendiğinde Berna'nın 2 soruda cebirsel yöntemler kullanarak doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Diğer sorular incelendiğinde ise çoğunlukla kavramsal anlama noktasında sorun yaşadığı görülmektedir. Örneğin 2. soruyu farklı yöntemlerle çözmesine rağmen, problem durumunu cebirsel olarak yanlış ifade ettiğinden yeterli olmayan stratejik yetkinlik göstermiştir.

B: Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42. Bu sayıları bulunuz. Eğer ardışık çift sayılar varsa bunu 3'e böleriz. 42 bölü 3, 14 olur. 14 tam ortası olur. 14, 12, 16.

A: Bunu denklem kurarak nasıl çözebiliriz?

B: $x+x+x=42$.

A: x nedir burada?

B: Ardışık 3 çift doğal sayı.

A: 3'ü de aynı sayı mı?

B: Değil ama 2 bilinmeyenli denklemi biz daha öğrenmediğimiz için böyle olacak. $3x=42$, o zaman $x=14$ olur.

A: Üç sayı da 14 mü?

B: Değil. x 'i buluruz. Ardışık dediği için de ötekileri buluruz.

A: Birbirlerine bağlı olarak yazamaz mıyız bunları?

B: Hayır. 2 bilinmeyen lazım.

2) Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42'dir. Bu sayıları bulunuz.

112
216
316

42
3
14

$$x+x+x=42$$

$$3x=42$$

$$x=14$$

Şekil 42. Berna'nın 2. soru için oluşturduğu çözüm

Yukarıda da görüldüğü üzere ardışık çift sayıları birbirleriyle ilişkili şekilde " $x, x+2, x+4$ " gibi temsillerle ifade edememekte, sayıların her birini " x " olarak nitelendirerek çözüme ulaşmaya çalışmaktadır.

Berna 3. soruyu doğru çözmüş ve bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol etmiştir. Berna'nın oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:

3) Bir tahta parçasının uzunluğu 40 cm'dir. Bu tahta parçası 3 parçaya ayrılmıştır. Her bir parçanın uzunluğu cm olarak şu şekildedir:

$$2x-5$$

$$x+7$$

$$x+6$$

$$9x+8$$

Buna göre en uzun parçanın uzunluğu ne kadardır?

$$9x+8=40-8$$

$$1.11$$

$$\frac{9x=32}{9 \quad 9}$$

$$2.15$$

$$3.14$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 15 \\ +14 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$x=8$$

Şekil 43. Berna'nın 3. soru için oluşturduğu çözüm

4. ve 6. sorularda yeterli olmayan stratejik yetkinlik gösteren Berna, her iki soruda benzer hatalar yapmış, bilinmeyenleri birbirini cinsinden ifade etmemiş ve iki bilinmeyenli denklemleri bilmediği için bütün bilinmeyenleri "x" demesi gerektiğini belirtmiştir. Örneğin 4. soru için oluşturduğu çözüm ve araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

B: 20 soru varmış. Doğru sayısı $3x$ 'miş. Yanlış sayısı da $-2x$ 'miş.

A: x ne burada?

B: Soru sayısı.

A: O zaman doğru cevapların sayısı ile yanlış cevapların sayısı eşit mi?

B: Hayır değil.

A: Ama ikisine de x dedin.

B: Sayılara x dedim. Mesela burada doğru cevaplarmış, bilinmiyor. Bu da bilinmiyor. İkisi eşit değil yani eşittir yok arada. ... (Çözüyor.) x'ten 40 puan almış, çünkü çıkarırsak 40 puan olur. (...Düşünüyor.)

A: Ne düşünüyorsun şu an? Kafanı karıştıran ne oldu?

B: Şimdi ikisini birbirinden çıkarınca 40 oluyor x.

A: x, 40 mı çıkıyor?

B: Evet. 40 çarpı 3, 120. 120 olamaz çünkü 20 soru var. Bulamadım şu anda.

A: Kafanı karıştıran ne oldu?

B: $x=40$ diyoruz. 40'ı buraya koyarsak 120 olur. 20 soru var, o da olmuyor.

A: Çözüm sürecinle ilgili şunu sormak istiyorum. Doğru ve yanlış cevaptaki x'ler farklı demiştin. Neden topladın bunları?

B: Hayır aynı x. Ama bu $-x$, bu $+x$ sadece.

A: Ama sen bu x'e soru sayısı dedin. Doğru cevabı ile yanlış cevabına aynı değeri verdin.

B: Evet.

A: Öyle mi peki?

B: Biri $+x$ biri $-x$.

A: Ama sayı olarak aynılar mı?

B: Hayır değil. İki bilinmeyenli mi yapacağız o zaman? Bulamadım.

4) Büşra 20 soruluk bir sınavda soruların tamamını cevaplayarak 40 puan almıştır. Bu sınavda her bir doğru cevap için 3 puan verilmekte, her yanlış cevap için ise 2 puan silinmektedir. Buna göre Büşra'nın doğru cevap sayısını bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{doğru} &= 3x \\ \text{yanlış} &= -2x \\ 3x + (-2x) &= 40 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

Şekil 44. Berna'nın 4. soru için oluşturduğu çözüm

Yukarıdaki ifadelerden de anlaşıldığı üzere kavramsal anlama noktasında sorun yaşayan Berna, bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol ederken de bilinmeyenleri netleştiremediği için hatalı yaklaşımlarda bulunmakta, soru sayısı ve aldığı puanı karıştırmaktadır. Benzer durumları yaşadığı 6. soru ile ilgili ifadelerine de aşağıda yer verilmiştir:

B: Şimdi Kırşehir'de bir kısmı inmiş. Bir kısmı 25 TL vermiş ama kaç kişi olduğunu bilmediğimiz için $25x$. Bir kısmı da Ankara'da inmiş kaç TL verdiğini bilmediğimiz için $60x$. İkisini toplayalım. $85x=1365$. 16,05.

A: Bulduğumuz nedir?

B: x 'tir. 25 ile çarpalım.

A: Yani 16,05 kişi ne yapmış?

B: Gitmiş.

A: Nereye?

B: İşte çarpacağım.

A: Tam olarak anlayamadım. 16,05 neyi ifade ediyor?

B: Giden yolcu sayısını.

A: Nereye giden yolcu sayısını ifade ediyor?

B: Her yere.

A: Her yere derken? Toplam yolcu sayısı mı?

B: Hayır, toplam yolcu sayısı 35.

A: Bunun 16,05'i nereye gitmiş?

B: Bilmiyorum. Hayır, 16,05 x 'dir. Yani para sayısının devamı.

A: x 'i kişi sayısı olarak yazmadık mı?

B: Hayır.

A: Ne olarak yazdık? 25 mesela neyi ifade ediyordu?

B: Kişi sayısını. Unuttum ne diye yazdığımızı. Bir kısmına x demiştik. Bu bir kısmı oluyor yolcuların.

A: Bir kısmı ama kişi sayısı değil mi?

B: Evet.

A: Peki nereye gidenler?

B: Kırşehir ve Ankara.

A: İkisi de x .

B: Evet.

A: İkisi de aynı sayıda kişi. Yani bu otobüsün yarısı Kırşehir'e, yarısı Ankara'ya gidiyor.

B: Yarısı değil. Kaç kişi olduğunu bilmiyoruz.

A: Bilmiyoruz ama eşit.

B: Eşit de değil.

A: Ama ikisi de x .

B: Evet.

A: O zaman?

B: x verdim, çünkü iki bilinmeyenli denklem kurmayı öğrenmedik, eğer öğrenseydik buna x derdim, buna e derdim.

A: Tek bilinmeyenli yazamayız o zaman.

B: Evet.

A: Şu an bilmiyorum diye hepsine x diyorsun.

B: Evet. Ben şıklı sorulacak zannetmiştim. Aslında şıklardan gidip sonucu bulabiliyorum.

Yukarıdaki alıntıdan da anlaşılacağı üzere Berna, bilinmeyen bütün değerlere “ x ” diyerek soruları çözmeye çalışmıştır. Yeterli olmayan kavramsal anlama göstererek denklemi yanlış kurmuş, ancak oluşturduğu denklemi doğru çözdüğü için bu durum yeterli işlemsel akıcılık olarak kodlanmıştır.

7. soruda da verilen problem durumuna uygun denklem oluşturamayan Berna, 8. soruda ilk başta zorlanmış, sonrasında ise kısmen yeterli stratejik yetkinlik göstererek doğru cevaba ulaşmıştır. Doğru cevaba ulaşma sürecinde kavramsal anlama noktasında sorun yaşadığı görülmektedir:

B: Park ile okul arasındaki mesafe, okul ile kütüphanenin mesafesinin 2 katından 3 metre eksiktir. O zaman okul ile kütüphane arasındaki mesafeye e diyoruz, okul ile park arasındaki mesafe $2e-30$ 'dur. Okul ile sağlık ocağı arasındaki mesafe ise okul ile park arasındaki mesafenin 2 katıdır. Yani $2 \cdot (2e-30)$. Kütüphane ile sağlık ocağı arasındaki mesafe 240 metre olduğuna göre diğer mesafeleri bulunuz. Başka mesafe kalmadı. Nasıl olacak? Denklem yok ki burada. Mesela deseydi ki tüm mahalle bu kadar mesafedir o zaman bulurduk. Ama burada eşitlik yok.

A: Nasıl eşitlik yok?

B: Şimdi mesela bunları toptasak, “ $7e - 90 + 240$ ” olur ama eşitleyeceğimiz bir sayımız yok.

A: Neden topladın bu ifadeleri?

B: Çünkü arasındaki mesafeyi bulmamız için hepsini toplamamız lazım ama bununla bu da benzer. O zaman buradaki e 'yi silmemiz mi gerekiyor? Aynen, silelim. “ $6e-90+240$ ” olur denklem.

A: e 'yi neden sildin?

B: Çünkü aynı mesafe ikisinin içinde de var. O zaman $+240$ 'ı da sileceğiz, çünkü bu da içinde. “ $6e-90$ ”.

A: Ama bunun bir karşılığı yok diyorsun.

B: Evet....(Düşünüyor.) Şimdi “ $240+e= 4e-60$ ” oluyor, değil mi? Öyle oluyor. “ $240+e=4e-60$ ” olur denklem. Buradan e 'yi bulabiliriz.

A: Kurduğun denklemi açıklayabilir misin?

B: “ $240+e$ ” okulla sağlık ocağı arasındaki mesafeye eşit. Buraya getirirsek $-e$ olarak, $3e$ olur. 60 da buraya $+$ olarak geçer. “ $240+60= 4e-3e$ ” olur. Bunları toplarsak, e 300 olur. Deneyelim.(e yerine 300 yazarak mesafeleri buluyor.)

A: Ne oldu?

B: 1200 oldu. 1200'ü 60 'ı çıkarırsak, buraya da 300 dersek eşit olmadı. Nasıl eşit olmadı? Denklemi tekrar çözüyüm. $240+e=4e-60$. $300=3e$ 'ye. Ben burada $3e$ 'yi yanlış yapmışım, e 100 oluyor. 510 mu?

A: Neresi 510?

B: Park ile sağlık ocağı arası.

A: Park ile okul arası kaçtır?

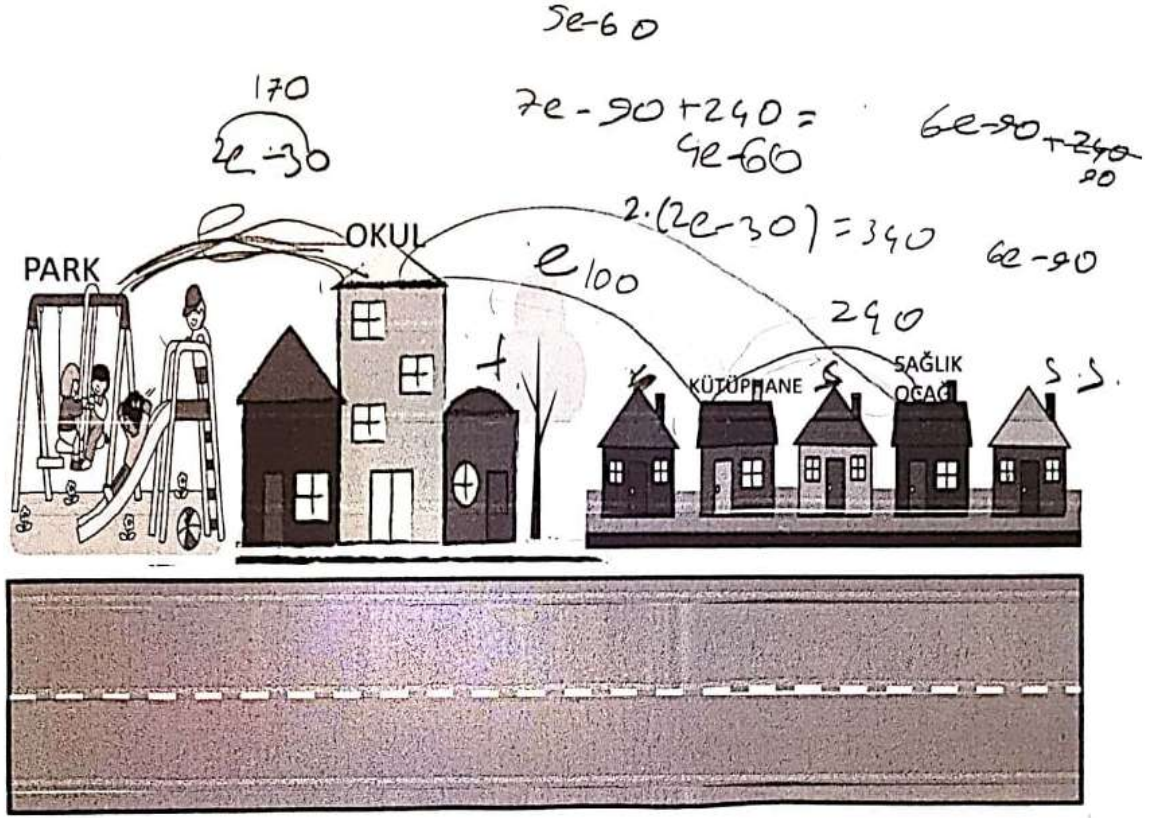
B: 170 sanırım. 170 evet.

A: Okulla kütüphane arası?

B: 100.

A: Bulduğun sonuç doğru mudur?

B: (e yerine 100 yazarak diğer mesafelerin doğruluğunu kontrol ediyor.) Evet doğru.



Ayşe'nin yaşadığı mahallede okul, kütüphane, park, sağlık ocağı, tiyatro, spor salonu, sinema yukarıdaki şekildeki düz yolun kenarında sıralanmıştır.

a. Park ile okul arasındaki mesafe, okul ile kütüphane arasındaki mesafenin 2 katından 30 metre eksiktir. Okul ile sağlık ocağı arasındaki mesafe ise okul ile park arasındaki mesafenin 2 katıdır. Kütüphane ile sağlık ocağı arasındaki mesafe 240 metre olduğuna göre diğer mesafeleri bulunuz.

$$\begin{aligned}
 & 240 + 2 = 9e - 60 \\
 & 240 + 60 = 300 \\
 & 300 = 2 \\
 & 6e - 90 \\
 & 2e + 30 + 2 \cdot (2e - 30) = 6e - 90 \\
 & 300 = 2 \\
 & 3e \quad (510) \\
 & \begin{array}{r} 1200 \\ - 60 \\ \hline 1130 \end{array}
 \end{aligned}$$

Şekil 45. Berna'nın 8. soru için oluşturduğu çözüm

Berna görüşme sürecinde soruların birçoğunu çözemesi de testlerde karşılaştığında denklem kurma sorularını şıklardan giderek çözdüğünü ve bu nedenle kendisini başarılı bulduğunu ifade etmiştir. Ama konuyu kullanışlılık açısından değerlendirilmesi

istendiğinde “öğrenmenin hiçbir işe yaramayacağı bir konu olarak” tanımlayarak yeterli olmayan verimli eğilim sergilemiştir.

Denklem kurma problemlerinin işlendiği derslerde yapılan gözlemlerde Berna'nın problemler için doğru yanıt oluşturmakta sorun yaşadığı ve zaman zaman derste “Ben bu soruları neden yapamıyorum?” tarzında söylemlerle bu durumu ifade ettiği, buna rağmen soruların çözümü için çabalamaktan vazgeçmediği görülmektedir. Denklem kurma konusunu işlenirken öğretmenin sınıfa yönelttiği bütün sorular için çözüm oluşturmuş ve öğretmene göstermiştir. Ancak öğretmenin verdiği dönütlerden anlaşıldığı üzere soruların büyük çoğunluğunda hatalı yanıtı ulaşmıştır.

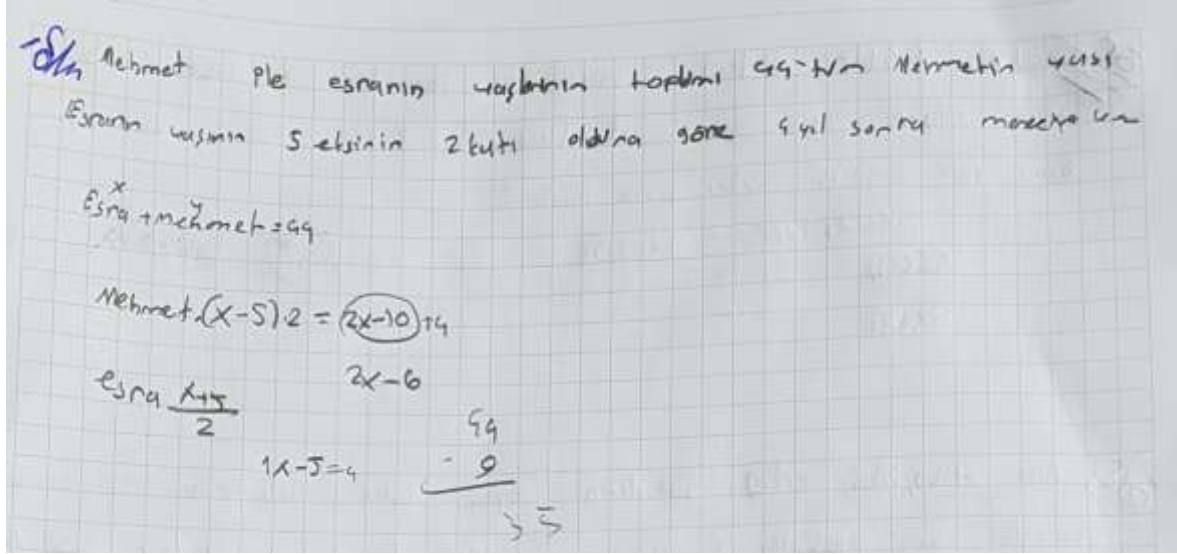
Berna'nın yazılı kağıdı incelendiğinde 3 denklem kurma probleminden 2'sine doğru yanıt verdiği görülmektedir. Yazılı sınavda yer alan 2. soruda ise denklem kurmaya çalıştığı ancak başarılı olamadığı ve soruyu çözümsüz bıraktığı görülmektedir. Katılımcılar arasından, konu alanıyla ilgili yazılı sınavda yer alan test sorusunu cebirsel yöntemler kullanarak çözen tek kişinin Berna olduğu görülmektedir. Bu soruya ilişkin çözümü aşağıda verilmiştir:

Yukarıda kenar uzunlukları verilen ABC üçgenin çevresi 51 cm olduğuna göre kenar uzunlukları aşağıdakilerden hangisidir?

A) 14 - 18 - 19 B) 12 - 16 - 17
C) 15 - 19 - 20 D) 16 - 20 - 21

Şekil 46. Berna'nın yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt

Berna'nın defteri incelendiğinde notlarını eksiksiz aldığı, ödevlerini tamamladığı ancak ödevdeki soruların çözümünde hiç denklem kullanmadığı görülmüştür. Derste çözdükleri sorulardan çözümü için uğraştığı ve sonuca ulaşamadığı düşünülen bir soruya aşağıda yer verilmiştir:



Şekil 47. Berna'nın matematik defterinden bir kesit

Şekil 47'de görüldüğü üzere " x " ve " y " gibi iki bilinmeyen tanımlamaya çalıştığı, sonrasında ise Esra'nın yaşını " x " olarak kabul etmek yerine farklı şekillerde ifade etmeye çalıştığı görülmektedir.

4.4. Ömer'in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde verimli eğilimi ve başarısı orta düzey olan Ömer'in matematiksel yeterliklerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilecektir.

4.4.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular

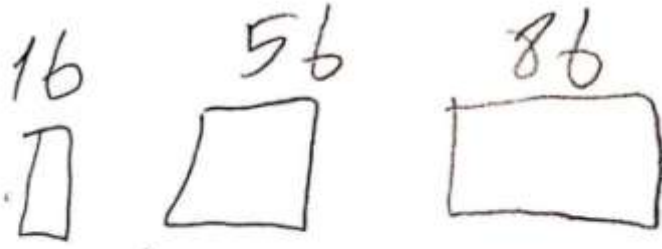
Eşitlik ve denklem çözme konusuna yönelik yürütülen görüşme sırasında Ömer'in gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 31) özetlenmiştir.

Tablo 31

Ömer'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Ömer – Eşitlik ve Denklem Çözme	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			xx						xx					
2. soru	x									xx					
3. soru	xx									xx					
4. soru		x									x				
5. soru				x			x						xxx	x	xxx
6. soru							x								
7. soru							x			x					
8. soru	x									x					

İlk soruda Ömer dört işlemin özelliklerinden faydalanarak doğru cevaba ulaşmış ve yaptığı işlemi “*Toplama işleminde, toplananı bulmak için verilen toplamdan diğer toplananı çıkarırız*” şeklinde açıklamıştır. Soruda verilen ifadeyi hem problem durumuyla ifade ederek hem de terazi modeliyle göstererek yeterli kavramsal anlama göstermiştir. Soruya ait oluşturduğu terazi modeli şu şekildedir:



$$x + 5 = 8$$



Şekil 48. Ömer'in oluşturduğu terazi modeli

İkinci sorudaki denklemi akıcı bir şekilde doğru olarak çözen Ömer, çözüm süreçlerinde eşitliğin iki tarafını aynı sayıya bölmek için gerekli olduğunu şu şekilde açıklamıştır:

Ö: İki taraf birbirine eşit olduğundan eşitliğin bozulmaması adına iki tarafı da aynı sayıya böleriz. Burada da x 'in yalnız kalabilmesi için -2 ile böldüm.

4. sorudaki denklemin sonucunu ilk olarak yanlış bulan Ömer, soruyu tekrar çözmek istemiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. 3. sorudaki denklemin çözümünde ise yeterli işlemsel akıcılık becerisi göstererek doğru yanıtı ulaşmış, kullandığı denklem çözme süreçlerini gerekçeleriyle açıklayarak yeterli mantıksal düşünme göstermiştir. Bu süreçle ilişkin açıklamaları ve oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:

A: -7 diğer tarafa neden $+7$ olarak geçiyor?

Ö: Çünkü aynı terimler, aynı terimlerin yanına geçiyor.

A: Önceki soruda da $+5$ diğer tarafa -5 olarak geçti. $+5$ 'i, $+5$ olarak neden geçirmiyoruz?

Ö: Matematik öyle demiş, kural bu. Karşıya geçince bu terimin işlemini değiştiriyoruz.

A: Niye?

Ö: Eşitlik bozulmasın diye. Buradan bir sayı azalmış oluyor, buradan da azaltıyor, yani eşitlik bozulmuyor. Öğretmenimiz denklem çözmeyi şöyle de öğretti, mesela bir tarafa -5 , diğer tarafa da -5 koyabiliriz, iki tarafta da eşitlik bozulmuyor.

$$\begin{array}{l}
2-4 \\
2x - 4 = 5x - 7 \text{ denklemini } \text{çözünüz.} \\
+7 - 4 = 5x - 2x \\
\frac{3x}{3} = \frac{3}{3} \quad x = 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
-3x = -3 \\
\frac{-3x}{-3} = \frac{-3}{-3} \\
x = 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
2 \\
-4 \\
\hline
-2
\end{array}
=
\begin{array}{r}
5 \\
-7 \\
\hline
-2
\end{array}$$

Şekil 49. Ömer'in 3. soru için oluşturduğu çözüm

5. soruda doğru yanıtı ulaşan Ömer, verilenleri cebirsel olarak ifade etmesi istendiğinde yeterli olmayan verimli eğilim göstererek yapamayacağını belirtmesine rağmen denemeleri sonucunda doğru sonuca ulaşmıştır. Bu sırada araştırmacı ile arasında geçen diyalog şu şekildedir:

A: Terazideki eşitlikleri cebirsel olarak ifade edebilir misin?

Ö: Edemem.

A: Deneyebilir misin?

Ö: "2x=2y+2z". Bu doğru değil sanki.

A: Neden yanlış olduğunu düşündün?

Ö: Biz sadece bir bilinmeyenli denklem öğrendik o yüzden emin değilim.

A: Nasıl yaptın?

Ö: Elmalara x, küplere y, silindirlere z dedim. Yani şimdi bunların ikisinin toplamı 2x ediyor. Mantıklı aslında ama doğru değil gibi. (Düşünüyor.) Diğerine bakalım. Bu da "3a=6y" olur. 3 tane portakal 6 tane y'ye yani 6 tane küpe eşit. En alttaki de "2a+1x=5y+1b" olur. Sanırım doğru oldu.

Ömer 6. soruda yeterli stratejik yetkinlik göstererek soruyu doğru cevaplamış ve alternatif cevaplar oluşturmuştur:

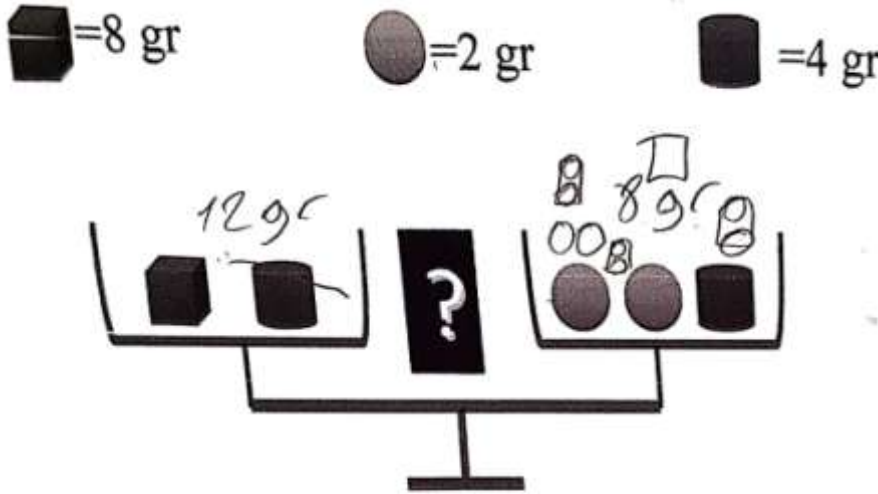
Ö: Küp 8 gram, silindir 4 gram, toplam 12 gram var. Burada iki tane yuvarlak, bir tane silindir var. O zaman 8 gram var. Dengede değil. Dengede olması için birkaç tane alternatif mi bulmam lazım yoksa bir tane yeter mi?

A: Farklı alternatifleri de söyleyebilirsin.

Ö: Buraya bir tane daha silindir koyarız, 12 olur, eşit olur. 2 yuvarlak koyabiliriz, yine 12 gram olur. Şunların ikisini siler ve iki tane silindir koyarız, yine 12 eder. Ya da bunları sileriz ve buraya 1 tane küp koyarız.

A: Başka alternatif var mı?

Ö: Var. 1 tane silindiri çıkartırız. İki taraf da 8 gram olur.



Yukarıda şekilde yer alan terazi dengede midir? Eğer değilse dengede olması için neler yapılabilir?

Şekil 50. Ömer'in 6. soruda alternatif cevaplar oluştururken yaptığı denemeler

7. soruda Ömer hem doğru yanıt bulmuş, hem de bulduğu yanıt gerekçeleriyle açıklayarak yeterli mantıksal düşünme göstermiştir. Ömer'in çözüm süreci için yaptığı açıklamalar şu şekildedir:

Ö: Birçok cevap var. Herhangi biri olabilir mi?

A: Hepsini söyleyebilirsin.

Ö: Birbirleri ile eşitse aynı şeyler olmak zorunda. Buraya 1 geldiyse buraya da 1 gelecek. Buraya 5 geldiyse buraya da 5 gelecek. 20 geldiyse buraya da 20 gelecek.

A: Neden?

Ö: Çünkü eşitliğin bozulmaması lazım. 3'ler zaten birbirine eşit. O yüzden kare yerine ne geldiyse diğer eşitliğe de onun gelmesi gerekiyor. Buraya 5 koyarız 8 olur, buraya da 5 koyarız 8 olur. Yani hangi sayıyı yazarsak olur. Sonsuza kadar gider.

8. soruyu eşitliğin her iki tarafına aynı değerlerini ekleyip çıkararak çözen Ömer doğru yanıtı ulaşmıştır. Ömer'in oluşturduğu çözüm şu şekildedir:

$x+3 = 8$ denklemini çözünüz.

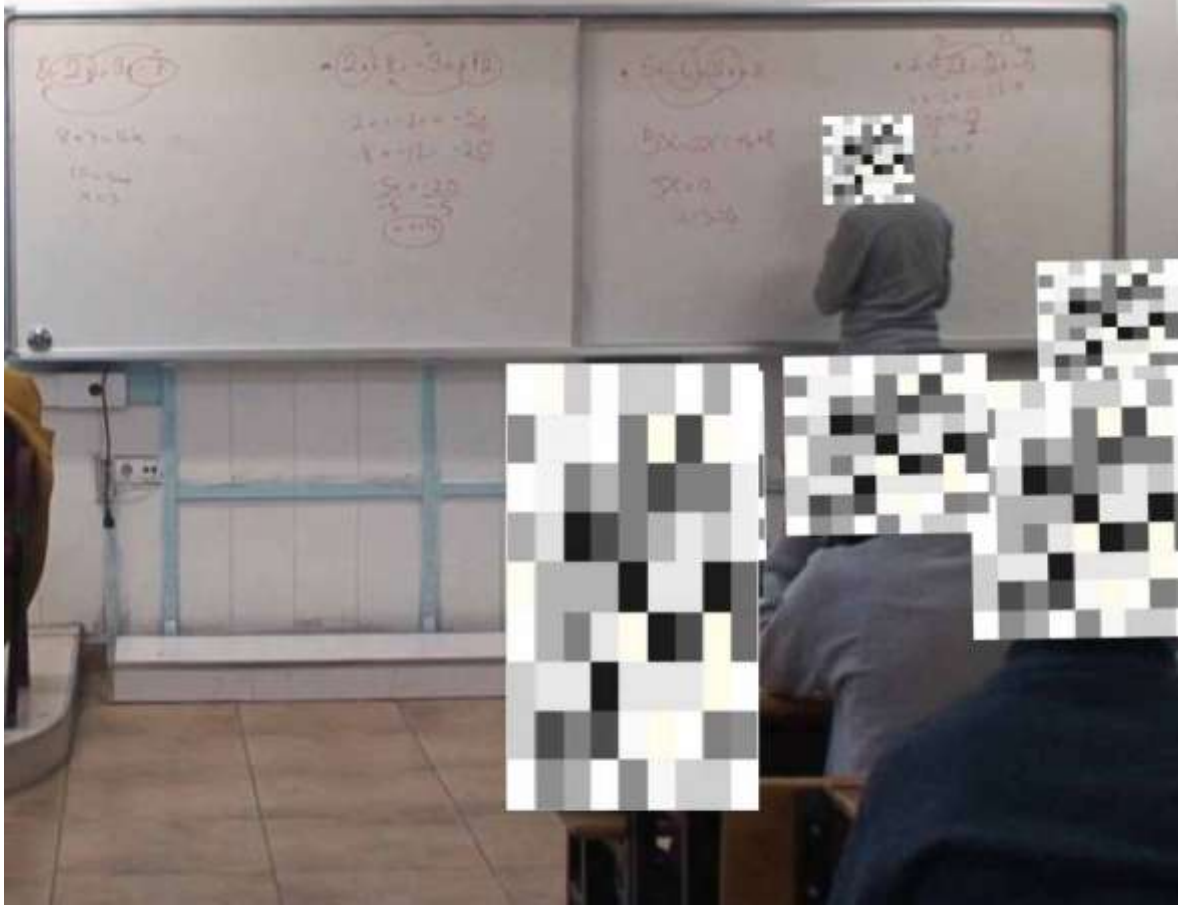
$$\begin{aligned}x + 3 &= 8 \\x + 3 - 3 &= 8 - 3 \\x &= 5\end{aligned}$$

Şekil 51. Ömer'in 8. soru için oluşturduğu çözüm

Ömer eşitlik ve denklem çözme konusunu çok sevdiğini, konu ile uğraşırken kendini matematikte uzman biri gibi hissettiğini ve derse katılımının yüksek olduğunu belirterek yüksek verimli eğilim göstermiştir. Ancak başarısının çok yüksek olmadığını, yanlışlar yaptığını ve konuyu kullanışlılık açısından değerlendirdiğinde sadece matematiğin diğer konularında ve az da olsa diğer derslerde işe yarayacağını belirterek kısmen yeterli verimli eğilim göstermiştir. Ayrıca görüşmeler sırasındaki yorumlarına bakıldığında genel olarak cevaplarından emin olmadığı ve deneyerek doğru cevaba ulaştığı sorularda bile ilk başta soruları çözemeyeceğini düşündüğü, olumsuz önyargıyla hareket ederek yeterli olmayan verimli eğilim gösterdiği görülmektedir.

Eşitlik ve denklem çözme konu alanının işlendiği dersler esnasında yapılan gözlemlerde Ömer'in dersi ilgiyle dinlediği, ders sırasında notlar aldığı belirlenmiştir. Ayrıca bazı sorular üzerinde arkadaşlarıyla konu ile ilgili paylaşımlar yaptığı tespit edilmiştir. Derse katılma noktasında ise konunun ilk derslerinde aktif olmadığı ama zamanla derse katılmaya, soruları çözmeye biraz daha hevesli olduğu gözlemlenmiştir. Örneğin aşağıda görüntüsü verilen soru çözümünde kendisi tahtaya kalkmaya istekli olmamasına rağmen öğretmen tarafından tahtaya kaldırılmıştır. Bu durum derse katılım noktasında verimli eğilim yeterliğinin düşük olduğunu göstermektedir. Sorunun çözümü esnasında işlemleri akıcı bir şekilde tamamlamış ve öğretmenin bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol

etmesini istemesi üzerine bulduğu değeri denklemde yazarak yeterli mantıksal düşünme göstermiştir.



Şekil 52. Ömer'in sınıfta denklem çözme esnasındaki görüntüsü

Ömer'in yazılı sınav kağıdı incelendiğinde denklem çözme konusuna ait 4 sorudan 3'ünde yeterli işlemsel akıcılık göstererek doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Hatalı yaptığı dördüncü soruda da katsayısı rasyonel olmayan bilinmeyen değeri bulmakta zorlandığı, yaşadığı sorunun katsayıdan kaynaklandığı düşünülmektedir.

3) Aşağıda verilen denklemleri çözün x değeri kaçtır? (15p.)

* $3x + 10 = 5x - 8$
 $10 + 8 = 5x - 3x$
 $18 = 2x$ $x = 9$

* $4 \cdot (x + 3) = 5 \cdot (x - 1)$
 $12 + 5 = 5x - 4x$
 $17 = x$

* $2x + 19 = 6x - 7$ $x = 6,5$
 $19 + 7 = 6x - 2x$
 $26 = 4x$
 $\frac{26}{4} = x$ $x = 6,5$

* $\frac{14}{2}x - 6 = 12$
 $\frac{14}{2}x = 12 + 6$
 $7x = 18$
 $x = \frac{18}{7}$ $x = 2,57$

(10p.) $\frac{36}{2} = 18$

Şekil 53. Ömer'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar

Ömer'in defteri incelendiğinde ders esnasında notlarını eksiksiz tuttuğu ve ödevlerini tamamladığı görülmektedir.

5. Aşağıdaki eşitliklerde bilinmeyen yerine gelecek sayıyı bulunuz. Bulduğunuz sayıyı bilinmeyen yerine yazarak eşliğin korunup korunmadığını belirleyiniz.
- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| a. $\square + 28 = 4 + 37$ | b. $(-29) + \triangle = -1$ | c. $x + 23 = 14 + 75$ |
| ç. $(-61) + y = -18$ | d. $5 \cdot x = 45$ | e. $(-7) \cdot x = 49 + 7$ |
| f. $\square \cdot 18 = 30 + 42$ | g. $4 \cdot x = -64$ | ğ. $(-12) \cdot y = 144$ |

5. a) $\square = +13$
b) $\triangle = +28$
c) $x = +66$
ç) $y = +43$
d) $x = 9$
e) $x = 8$
f) $\square = 4$
g) $x = -21$
ğ) $y = -12$

Şekil 54. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 5. soru (Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D., 2018, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı, Ankara: Koza, s. 116) ve Ömer'in bu soru için oluşturduğu yanıtlar

Şekil 54'te Ömer'in ödevinden bir kesite yer verilmiştir. Sadece "e" maddesinde hatalı sonuca ulaştığı görülmektedir. Ömer'in de diğer katılımcılara benzer şekilde tam sayılarla işlem yaparken sayıların işaretini karıştırdığı ya da dikkate almadığı görülmektedir. Bu durum ise işlemsel akıcılık yeterliği açısından sorun oluşturmaktadır.

4.4.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular

Denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yürütülen görüşme sırasında Ömer'in gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 32) özetlenmiştir.

Tablo 32

Ömer'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Ömer– Denklem kurma problemleri	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x			x(CY)			x					
2. soru						x	x(DY)		x(CY)						
3. soru						x	x(DY)		x(CY)						
4. soru				x			x(DY)		x(CY)						
5. soru	x					x	x(DY)		x(CY)				x	x	xxxxx
6. soru									x(CY)						
									x(DY)						
7. soru						x									
8. soru									x(CY)						

Verilen problemlerin sadece birinde denklem kurma yoluyla doğru sonuca ulaşabilen Ömer genel olarak yeterli olmayan stratejik yetkinlik (CY) göstermiştir. Birinci soruda ise denklemi doğru olarak kurabilmiş ve çözüme ulaşmıştır:

1) Bir sayının 3 katının 7 fazlası 28 ise bu sayı kaçtır?

$$3x + 7 = 28 - 7$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$

Şekil 55. Ömer'in 1. soru için oluşturduğu denklem

Ömer 2. soruyu farklı yöntemlerle doğru çözmesine rağmen yeterli olmayan kavramsal anlama göstererek problemi cebirsel olarak ifade edememiş ve sonuca ulaşamamıştır. Denklemi yanlış kurduğunu ve buradan bilinmeyen sayılara nasıl ulaşacağını bilmediğini belirten Ömer'in bu soru için oluşturduğu denkleme aşağıda yer verilmiştir:

2) Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42'dir. Bu sayıları bulunuz.

$$3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 2$$

Şekil 56. Ömer'in 2. soru için oluşturduğu denklem

3. soruda problemi anlamakta sıkıntı yaşayan Ömer, verilen uzunlukları birbirine eşitleyerek bir denklem oluşturmaya çalışmıştır (bkz. Şekil 57). Oluşturduğu denklemin hatalı olduğunu düşünerek problemi çözmek için farklı yöntemlere yönelmiştir.

$$x + 7 = x + 6$$

Şekil 57. Ömer'in 3. soru için oluşturduğu denklem

4. ve 5. soruları farklı yöntemlerle çözmekte başarılı olan Ömer, iki problem durumunu da kavramsal olarak hatalı ifade ettiğinden denklem kurma yöntemiyle doğru sonuca ulaşamamıştır. Farklı durumları birbiriyle ilişkili olarak ifade etmekte zorlandığı görülmektedir. Örneğin, 4. soruda doğru cevapları "x" olarak ifade etmiş, yanlış cevap-doğru cevap ilişkisini kavramsal olarak belirtmediğinden hatalı yaklaşımlar içinde bulunmuştur. Son olarak sorunun bir bölümünü temsil eden iki bilinmeyenli bir denklem oluşturmuş olsa da verilen problemin çözümü için yeterli olmamıştır. Sorunun çözüm sürecinde araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve yaptığı işlemlere aşağıda yer verilmiştir:

Ö: 20 sorunun tamamını cevaplamaş ama 40 puan almış, her bir doğru cevap da 3 puan alıyormuş, her yanlış cevapta 2 puan gidiyormuş. Buna göre doğru cevap sayısını bulunuz. Her bir yanlışta 5 puanı gidiyor demek ki bunun doğru cevap sayısı 16.

A: Nasıl buldun?

Ö: Her bir yanlış cevabın hem doğru cevabı gidiyor, hem de yanlış cevabı puanını alıyor. Demek ki her yanlış cevabı için 5 puan gidiyor, 60'tan da geriye doğru her 5 gittiğimizde cevap 40 oluyor. O yüzden demek ki 4 yanlış var. 20'den de 4 çıkarırsak 16.

A: Denklem kurarak yapabilir misin?

Ö: Şimdi aklıma gelmiyor ama deneyeyim. Burada 20 sorusu varsa, buraya bir 20 yazalım. Bu da her seferinde 3 puan alıyor, "+3x-2x=40". Ya da şu 20'yi koymasak daha mı mantıklı? 20'siz daha mantıklı.

A: Denklemi nasıl kurduğunu anlatabilir misin?

Ö: Bizim elimizde bir 20 sorumuz var bunu koyduk, koymasak da olurdu herhalde onu tam bilmiyorum. Her seferinde +3 puan alacak ama kaç doğru olduğunu bilmediğimiz için ona x koyduk.

Sonra her yanlış cevabında da $-2x$ alacak, bilmediğimiz için oraya da x koyduk. Bunların hepsinin de toplamı 40 çıkacak.

A: İlk x neyi temsil ediyor?

Ö: Bilinmeyen sayıyı.

A: Hangi bilinmeyen?

Ö: Doğru bilinmeyeni.

A: İkinci x ?

Ö: Yanlış bilinmeyeni.

A: O zaman doğrusu ile yanlış eşit mi?

Ö: Eşit.

A: 5 doğru yaptıysa 5 yanlış yapacak o zaman.

Ö: Öyle değil. ...*(Düşünüyor.)* Yok, eşit değil. Bir daha yazayım. " $3x-2y=40$ ". Böyle daha mantıklı geldi. Çünkü aynı değerler. 20'yi de koymayacaktım, niye koydum ki? O soru sayısı puanı etkiliyor da denklemi etkilemiyor herhalde.

4) Büşra 20 soruluk bir sınavda soruların tamamını cevaplayarak 40 puan almıştır. Bu sınavda her bir doğru cevap için 3 puan verilmekte, her yanlış cevap için ise 2 puan silinmektedir. Buna göre Büşra'nın doğru cevap sayısını bulunuz.

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 3 \\ \times 3 \\ \hline 48 \\ 8 \\ \hline 40 \end{array}$$
$$4 \cdot 2 = 8$$
$$20 + 3x - 2x = 40$$
$$3x - 20 = 40$$

Şekil 58. Ömer'in 4. soru için oluşturduğu çözüm

7. soruda verilen probleme uygun denklemi kuramayacağını ifade eden Ömer, 6. ve 8. sorularda da sonuca ulaşamamıştır. 6. soruda farklı yöntemler kullanmayı da denemiş ancak sonuç elde edememiştir. 8. soruda araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Ö: Kütüphane ve sağlık ocağının arası 240 metre diyor. Ama okul ile kütüphanenin, okul ile sağlık ocağının mesafesi yok ki. Sadece burası var. Ben nasıl bulayım ki diğer mesafeleri? Okul ile kütüphanenin arasını verse bulurdum. Şunu düşünüyorum, burası 240 ise sağlık ocağından okula giderken 240'ı kat edecek. 240 var orada. Okul ve sağlık ocağına ne diyor? Okul ile sağlık ocağı arasındaki mesafe, okul ile park arasındaki mesafenin 2 katıdır. 2 katı ise, park ile okul arasındaki mesafeyi verse bulunur.

A: 240 bunlardan birinin değeri olsa bulurdum mu diyorsun? Mesela 2 katıdır diyor, orası 240 ise 120'dir gibi düşünerek bulabilirdim mi diyorsun?

Ö: Evet.

Yukarıdaki ifadelerde de görüldüğü gibi Ömer denklem kurmakta zorlanmış, oluşturacağı eşitliğin sayısal bir değere denk olması durumunda problemi çözebileceğini ifade etmiştir.

Verimli eğilimini belirlemek için yöneltilen sorularda ise Ömer konunun önemini farkında olduğunu belirtmiş, ancak konuyu çok zor bulduğunu ve başarısının da düşük olduğunu söylemiştir. Yeterli olmayan verimli eğilim olarak kodlanan ifadeleri şu şekildedir:

Ö: Denklem kurma problemleriyle matematikten soğudum. Çünkü konuyu anlayamadım. Soruya bakınca nasıl yapacağımı anlayamadım. Problemi anlamıyorum büyük bir ihtimalle ama başka bir şey de olabilir, neden yapamadığımı bilmiyorum.

Denklem kurma problemleri konusunun işlendiği derslerde yapılan gözlemlerde Ömer'in öğretmenin sınıfta sorduğu sorulara çözüm bulmak için uğraştığı ancak yanıtlarının çoğunun yanlış olduğu görülmüştür. Ömer bu dersler boyunca moralinin bozuk olduğunu, denklem kurma problemlerini bir türlü çözemediğini sınıf içerisinde zaman zaman ifade etmiştir. Bu durum verimli eğilim yeterliğinin düşük olduğunu göstermektedir.

Denklem kurma alanına ait yazılı sınavda yer alan üç sorudan birini boş bırakmış, diğer soruda aşağıda görüldüğü gibi sadece dört işlem yaparak cevaba ulaşmaya çalışmış, test sorusunda ise doğru cevap vermiştir.

1) Boba'nın yaşı Cem'in yaşının 4 katından 1 fazladır.
Yaşları farkı 28 olduğuna göre Cem'in yaşı kaçtır? (10p.)
 $4x - 28 = 7 - 1 = 6$
Cem = 6

Şekil 59. Ömer'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt

Ömer'in ödevleri incelendiğinde yukarıdaki örnekte olduğu gibi denklem kurma problemlerinin çoğunda herhangi bir cebirsel gösterim kullanmadan dört işlemle çözmeyi denediği görülmektedir. Aşağıda Ömer'in ödevinden örneklere yer verilmiştir:

1. Hangi sayının 5 katının 12 eksiği 33 eder?

40 $5 \times - 12 = 33$

6. 48 bilyeyi Mert ile Can paylaşıyor. Mert, Can'ın aldığı bilyelerin 2 katından 3 fazla bilye alıyor. Mert kaç tane bilye almıştır?

60 $48 : 2 = 24 - 3 = 21$
 $44 - 21 = 23$

Şekil 60. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 1. ve 6. soru (Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D., 2018, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı, Ankara: Koza, s. 127) ve Ömer'in bu sorular için oluşturduğu yanıtlar

4.5. Mehmet'in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde verimli eğilimi alt ve başarısı orta düzey olan Mehmet'in matematiksel yeterliklerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilecektir.

4.5.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular

Eşitlik ve denklem çözme konusuna yönelik yürütülen görüşme sırasında Mehmet'in gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 33) özetlenmiştir.

Tablo 33

Mehmet'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Mehmet- Eşitlik ve Denklem Çözme	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x		x				xx					
2. soru			x												
3. soru		x								x					
4. soru	xx									xxx					
5. soru						x	x						xx	xx	xx
6. soru							x								
7. soru			x						x			x			
8. soru	x									x					

1.soruyu dört işlemin özelliklerinden faydalananak doğru şekilde çözen Mehmet hem yaptığı işlemi gerekçeleriyle açıklayarak hem de bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol ederek yeterli düzeyde mantıksal düşünme göstermiştir. Verilen ifadeye uygun denklem kurması istenen Mehmet burada da yeterli düzeyde kavramsal göstermiştir. 1. sorunun çözüm sürecinde araştırmacı ile arasında geçen diyalog şu şekildedir:

M: Burada ilk önce ters işlem yapmamız lazım. Burada + olduğuna göre +5 bu tarafa giderse tersine olur, -5 olur. 8'den de 5 çıkarsa $8 - 5 = 3$. $\square = 3$ olur.

A: Doğruluğunu nasıl kontrol ederiz?

M: $\square$ yerine 3 yazarız. İkisini de toplayınca cevabı buluyorsak doğrudur.

A: 8'den neden 5'i çıkarttık?

M: 8'den 5 çıkartmamızın nedeni, burada toplama var. 3 ile 5 toplarsak 8 oluyor. Kareyi bulmak için 5'i ayırıyoruz, 3 buluyoruz.

A: $\square + 5 = 8$ ifadesine uygun problem kurabilir misin?

M: Mesela nasıl olabilir? Bir kutunun içinde mavi bilyeler var ve 5 tane de kırmızı bilye var. Toplam 8 bilye olduğuna göre mavi bilye sayısı kaçtır?

A: Bu eşitliği terazi modeli ile gösterebilir misin?

M: Nasıl gösterildiğini hatırlamıyorum.

2. soruda cebirsel ifadelerle işlemler konusunda sorun yaşayan Mehmet, yeterli işlemsel akıcılık gösterememiş ve sorunun çözümüne ulaşamamıştır. “ $5 - 2x$ ” ifadesinde ilk olarak $(5-2)$ 'yi x 'in katsayısı olarak düşünmüş, daha sonra ise işlem önceliğinden dolayı ilk olarak eşitliğin diğer tarafının 2 ile bölünmesi gerektiğini belirterek birçok yanlış sergilemiştir. Soruyu çözme aşamasındaki ifadeler ve yaptığı işlemler aşağıda verilmiştir:

M: $5 - 2x = 8$. Burada x 'i bulabilmemiz için önce 5'den 2 çıkartmamız lazım 3. Sonra ters işlem olduğu için 8'i, 3'e böleceğiz. Yanlış oldu sanırım. Tamam anladım. Önce işlem önceliği var burada, onu nasıl yapacağız?(2'ye böler)

A: 2'ye neden bölüyorsun?

M: Ters işlem olduğu için.

A: 5'ten neden 2'yi çıkartıyorsun?

M: Topluyorum.

A: Neden topluyorsun?

M: Ters işlem olduğu için.

A: 5 burada + mı - m?

M: Burada + ama orada - olur.

A: Karşıya mı attın?

M: Evet.

A: Peki şurada neden 2 çıkarttın?

M: 2'ye böldüm, çıkartmadım.

A: $5-2$ demiştin.

M: Orada yanlış yaptım kafam karıştı biraz. Şuna devam edeyim. $8/2=4$. 5'i çıkartacak mıyız toplayacak mıyız? Çıkartamayız ki. Kafam karıştı.

2) $5 - 2x = 8$ denklemini çözünüz.

$$5 - 2 = 3$$

8

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \end{array}$$

4 +

Şekil 61. Mehmet'in 2. sorunun çözümü için yaptığı işlemler

3. sorudaki denklemin çözümünde de ilk başta aynı terimleri birbiriyle toplayan Mehmet, daha sonra hatasını fark ederek denklemin doğru cevabına ulaşıyor. Araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:

M: Burada aynı olan değerleri toplayacağız. $2x$ ve $5x$ aynı olduğu için bunları toplarsak $7x$ olur. Sonra -4 ile -7 'yi toplarsak -11 olur. $7x - 11$.

A: Cevap nedir?

M: ... (Düşünüyor) Ben burada denklemleri eşitlemedim, topladım. $2x$ buraya $-2x$ olarak gider, $5x$ 'den de $2x$ çıkarınca $3x$ olur. -7 de buraya $+7$ olarak gider. $-4 + 7 = 3$ kalır. 3 'ü de 3 'e bölersek $x = 1$ olur.

A: Doğru mudur?

M: Bakalım. ... (Sağlamasını yapıyor.) İki taraf birbirine eşit yani doğru cevap.

A: İlk başta nasıl bir yöntem izledin?

M: Orada birbirlerini topladım.

A: Neden?

M: Denklemleri çözün deyince ben birbirini toplayacağız sandım, kafam karıştı.


 $2x - 4 = 5x - 7$ denklemini çözünüz.

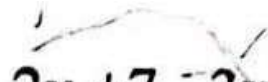
$$7x - 11$$

$$3x = 3 \quad x = 1$$

$$2 \cdot 1 - 4 = -2 \quad 5 \cdot 1 - 7 = -2$$

Şekil 62. Mehmet'in 3. soru için oluşturduğu çözüm

4. soruyu işlemleri akıcı bir şekilde yaparak doğru yanıtlayan Mehmet, denklem çözme süreçlerinin gerekçelerini de ters işlem mantığıyla açıklayarak yeterli düzeyde mantıksal düşünme göstermiştir. Soruya ilişkin oluşturduğu çözüme aşağıda yer verilmiştir:


 $2x + 7 - 3x = 3 - 4 + x$ denklemini çözünüz.

$$-x + 7 = +3$$

$$2x = 8 \quad x = 4$$

Şekil 63. Mehmet'in 4. soru için oluşturduğu çözüm

Verilen 5. ve 6. soruları doğru yanıtlayan Mehmet, 5. soruda verilen ifadeleri cebirsel olarak göstermekte sorun yaşamıştır. Bilinmeyenlerin bazılarını "x,y" gibi değişkenler verirken, bir kısmı için sayısal değerler kullanmıştır.

7. soruda deneme-yanılma yöntemiyle alternatif cevaplar bulmasına ve mantıksal düşünme yeterliğini kullanarak kontrolünü yapmasına rağmen verilen eşitliği çözmeye çalışarak elde ettiği yanlış cevabı doğru olarak kabul eden Mehmet, yeterli olmayan stratejik yetkinlik göstermiştir.

Son soruyu da doğru bir şekilde çözen Mehmet sorunun ilk soruyla çok benzer olduğunu belirtmiş ve ters işlemin özelliklerinden faydalanarak soruyu çözmüştür. Mehmet'in görüşme boyunca yaptığı açıklamalar ve işlemleri incelendiğinde eşitlik konusunun cebirsel özelliklerinden faydalanmak yerine aritmetiğe dayalı bilgilerini kullandığı görülmektedir.

Görüşme boyunca soruları cevaplamada çok istekli olmayan Mehmet, eşitlik ve denklem çözme konusunun ne işe yarayacağına dair bir fikri olmadığını belirterek yeterli olmayan verimli eğilim göstermiştir. Buna karşın konuyu sevdiğini ve derse katılmakta istekli olduğunu belirterek yeterli düzeyde verimli eğilim göstermiştir. Başarısını ise orta düzey olarak tanımlamış bazı sorularda zorlandığını belirtmiştir:

M: Başarını nasıl değerlendirirsin?

A: Başarımı yüksek de görmüyorum düşük de görmüyorum. Ortayım.

Mehmet'in yazılı sınavda yer alan denklem çözme soruları incelendiğinde görüşmedeki durumundan farklı olarak hepsini doğru cevapladığı, denklem çözme sorularının tamamında yeterli işlemsel akıcılık gösterdiği görülmektedir. Yazılı sınavda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar şu şekildedir:

3) Aşağıda verilen denklemleri çözün x değeri kaçtır? (15p.)

* $3x + 10 = 5x - 8$ $2x = 18$ $x = 9$

* $2x + 19 = 6x - 7$ $4x = 26$ $x = 6,5$

* $4 \cdot (x + 3) = 5 \cdot (x - 1)$ $4x + 12 = 5x - 5$ $x = 17$

* $\frac{1}{2}x - 6 = 12$ $\frac{1}{2}x = 18$ $x = 36$

Şekil 64. Mehmet'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar

Mehmet'in defteri incelendiğinde konu anlatımı ile ilgili notları eksiksiz tuttuğu, konu ile ilgili verilmiş ödevleri tamamladığı görülmektedir. Görüşmeler sırasında denklem çözme sorularının çözümünde zorlanmasına rağmen yazılı sınavdakine benzer şekilde ödevde yer alan soruları da doğru şekilde çözdüğü görülmektedir.

4.5.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular

Mehmet ile denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yürütülen görüşme sırasında gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 34) özetlenmiştir.

Tablo 34

Mehmet'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Mehmet– Denklem kurma problemleri	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x			x(CY) x(DY)			x					
2. soru						x	x(DY)	x(CY)							
3. soru	x			x			x(CY)			x					
4. soru						x		x(CY)					xx	x	xxx
5. soru						x		x(CY)							
6. soru								x(CY)							
7. soru						x									
8. soru								x(CY)							

1. soruda ilk olarak ters işlem özelliklerini kullanarak çözüme ulaşan Mehmet, denklem kurarak çözmesi istendiğinde onu da başarıyla tamamlayarak yeterli stratejik yetkinlik (CY) göstermiştir. Denklem kurma yoluyla problem çözme sürecinde de yeterli kavramsal anlama ve yeterli işlemsel akıcılık göstermiştir. Bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol ederek ise yeterli mantıksal düşünme göstermiştir. Sorunun çözüm aşamaları esnasında araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve oluşturduğu çözüme aşağıda yer verilmiştir:

M: Bir sayının 3 katının 7 fazlası 28 ise bu sayı kaçtır, diyor. $28-7=21$ olur. 21'i 3'e bölünce 7 olur.
A: Bu soruyu bir de denklem kurarak çözebilir misin?
M: $3x+7=28$ olduğundan bu 7'yi karşıya gönderdiğimizde -7 olarak gider. Sonra $3x=21$ olur. Bunu da bulabilmemiz için $21/3$ yapmamız lazım, çünkü biz x 'i bulmaya çalışıyoruz. $21/3=7$ olur.
A: Doğruluğunu nasıl kontrol ederiz?
M: Bilinmeyen yerine 7 koyarız. $3 \times 7=21$, $21+7=28$.

2. soruya ilk olarak denklem kurma denemesiyle başlayan Mehmet bu yöntemle sonuca ulaşamamış, buradan farklı yönteme geçiş yapmış ve ilk denemesi başarısız olsa da kısmen yeterli stratejik yetkinlik (DY) göstererek doğru yanıtı ulaşmıştır. Mehmet'in sorunun çözüm sürecinde araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:

M: Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42'dir. Bu sayıları bulunuz. ... (Çözüyor.)

A: Nasıl yaptın? Birinci sayıya $42-x$ mi dedin?

M: Yok onu yanlış yapmıştım.

A: Ne düşünerek demiştin?

M: x bilinmeyen sayı olduğundan 42'den x 'i çıkartırsak o sayıyı buluruz.

A: Ama 3 tane bilinmeyen sayımız var.

M: O yüzden öyle çözülüyor.

A: Sen 3 sayıya da $42-x$ mi dedin?

M: Galiba.

A: Peki x hangisi?

M: 2 tanesi $42-x$ ise üçüncüyü nasıl bulacağız. 42'yi 3'e mi bölsüm?

A: 3'e bölünce neyi bulacağız?

M: Bilmem. 3'e bölüp o bulduğumuz sayıyı 42'den çıkartırsak bir şey bulur muyuz?

A: Deneyebilirsin.

M: $42/3=14$, 42'den 14 çıkartırsak 28 olur. 28 hangi sayı? Birinciye 14, ikinciye 28 desek, toptasak tekrar 42 olur cevap, olmaz. Ne yapacağız o zaman? $14-x$, $28-x$, $42-x$ desek.

A: x hangi sayı?

M: Bilmiyorum. Birinciye 14 desek ikinciye ne diyebiliriz? $14+x$ desek. Üçü de 14 olabilir. Tamam hatırladım. Ardışık sayılarda ortadaki sayıyı buluyorduk. 14 ortadaki sayı. Diğerlerini nasıl buluyorduk? 12-14-16 olmalı.

A: Denklem kurarak çözebilir miyiz bu soruyu?

M: Denklemle nasıl çözüliyordu bunlar? Ben denklemle çözemem ki bunu.

A: Zorlandığın nokta ne?

M: Nasıl çözüleceğini unuttum.

Mehmet 3. sorunun çözümü için çeşitli denemelerde bulunmuş ve hatalı yöntemler denemiş, ancak sonrasında doğru denklemi kurarak sonuca ulaşmıştır. Mehmet'in çözüm süreci boyunca özellikle bilinmeyenin anlaşılması noktasında ciddi hatalar yaptığı görülmektedir. Doğru denklemi kurarak cevaba ulaşmasına rağmen x 'in neyi temsil ettiği ile ilgili kafa karışıklığının sürdüğü görülmektedir. Mehmet'in sorunun çözüm sürecinde araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

M: Bir tahta parçasının uzunluğu 40 cm'dir. Bu tahta parçası 3 parçaya ayrılmıştır. Her bir tahta parçasının uzunluğu şu şekildedir. $2x-5$, $x+7$, $x+6$. Buna göre en uzun parçanın uzunluğu ne kadardır?

A: Ne düşünüyorsun şimdi?

M: Bir önceki soruyla aynı yapalım desem bu 3'e bölünmüyor. Bölünüyor da tam bölünmüyor. Yine de böleyim.

A: Neden 3'e böldün?

M: 3 parçaya bölünmüştür diyor, ortadakini bulabilmek için böldüm ama bu ardışık değil.

A: Ne deniyorsun şu an?

M: x 'i 40 yapmayı.

A: x , 40 mıdır?

M: İşte 40 yapıp sonra yapacağım da 40 değil. Bunu 40 yapıp sonra 3'e bölsüm olur mu ki?

A: Açıklayabilir misin şimdi yaptığını?

M: Açıklayayım. 3 parçaya bölündü diyor. 3 parçaya bölmeden ilk önce $2x-5$ ifadesinde bilinmeyen yerine 40 getirdim, sonra 7'si 3'e böldüm.

A: Bilinmeyen 40 mıdır?
M: 24'müş.
A: x yerine 40 koydun, sonra 24 buldun.
M: Evet.
A: x 40 mı, 24 mü o zaman?
M: 24.
M: 24 ise neden x yerine 40 koydun?
A: İlk önce bölünmemiş halini yaptım.
M: x iki sayı olabilir mi?
A: Hayır. Bu geçici sayı. Bu üç x de aynı sayı mı acaba? $2x=5$ desek ($2x-5$ 'i denklem olarak düşünerek -5 'i eşitliğin diğer tarafına gönderiyor). ...(*Düşünüyor*) Farklı bir yol deneyeceğim. $4x+8$. Bunları topladım.
M: Neden?
A: 3 parçaya bölmüşler ya 3 parçadan tekrar 40'ı elde edip x' in yerine 40 yazarız.
M: x 40'dır diyorsun yani?
A: Üçünü birleştirirsek 40 olur.
M: Şuradaki x' lerle topladığın x'ler farklı mı?
A: Hayır. Benim cevabım mı 40, x mi 40? Cevabı 40 o zaman. Cevabı 40 olur, ters işlem yaparsak $x=8$ mi? x'i 8 buldum.
M: Nasıl buldun?
A: Bilmiyorum.
M: Tesadüfî mi yaptın?
A: Hayır, böyle olması lazım.
M: Neden?
A: Burada 3 parça var. 3 parçanın 40 cm olması lazım. 3 tanesi 40'a eşit olduğu için üçünü toplarsak bu olur ve bunun da cevabı 40. $4x+8$ 'in cevabı. Bilinmeyenleri bulmak için burada denklem yoluyla yaparsak cevap 8 olur.
M: Sonraki adım ne olur?
A: Sonra bunu ne yapacağız? Üç parçada da x' i yerine yazacağız, en büyüğü cevap zaten. Birinci parça 11, ikinci parça 15, üçüncü parça 14. Cevap ikinci parça.
M: Doğruluğunu nasıl kontrol ederiz?
A: Hepsini toplayarak kontrol ederiz. $11+15+14=40$. Doğru.

4. ve 5. soruda denklem kurmayı deneyen Mehmet yeterli olmayan kavramsal anlama göstererek verilen problemleri denklemlerle ifade etmekte zorlanmış. 4. soruda denklem oluşturma süreçlerinde araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

A: Büşra 20 soruluk bir sınavda soruların hepsini cevaplayarak 40 puan almıştır. Bu sınavda her doğru cevap için 3 puan verilmekte, her yanlış cevap için ise 2 puan silinmektedir. Buna göre Büşra'nın doğru cevap sayısını bulunuz. Birine $3x$ desek birine $2x$ desek.
M: Burada $3x$ ve $2x$ 'deki x neyi temsil ediyor?
A: x bilinmeyen doğru cevap sayısı.
M: $3x$ neyi temsil ediyor?
A: $3x$ doğru cevap sayısını.
M: Peki $2x$?
A: $2x$ de yanlış cevap sayısı.
M: Ama x bilinmeyen doğru cevap sayısıydı. $2x$ nasıl yanlış cevap sayısını temsil ediyor?
A: Bunları toptasam 5 oluyor, 20'yi 5'e bölünce 4 olur.
M: 3 ile 2'yi topladın ve 20'yi 5'e mi böldün?
A: Evet $20/5=4$.
M: 5 neyi ifade ediyor sence burada?
A: Puanları. 40'ı da 4'e bölersek 10.
M: 4 nereden geldi? $20/5$ ' den mi?
A: Evet.
M: 10 mudur cevap?
A: Hayır. O zaman boşu olması lazım. Boşu yok ki bunun.
M: Aklında nasıl bir şey vardı?

A: 40'dan 10'u çıkartacağım, onu da 3'e böleceğim. Ama o zaman da 10 oluyor. 10'u da 2'ye bölersek 5 oluyor.

M: 20'yi neden 5'e böldün?

A: 20'yi 5'e bölmemin sebebi 20 tane soru var, orada da 5 puan var. Ama burada da eksi puan var. 40'ı 3'e bölssek. 40, 3'e bölünmez ki.

Görüşme sırasında kendisine yöneltilen problemlere yönelik denklem kurmakta zorlanan Mehmet son sorularda hiç deneme yapmadan cevaplar üzerine bir süre düşünmüş ve düşük verimli eğilim göstererek 6., 7. ve 8. soruları çözemeyeceğini ifade etmiştir. Bu sorular stratejik yetkinlik-yeterli değil (CY) olarak kodlanmıştır.

Mehmet yapılan görüşme sırasında konuyu sevdiğini ve derse aktif olarak katıldığını ancak konuya yönelik başarısının düşük olduğunu belirtmiştir.

Görüşmelerdeki sürecin aksine denklem kurma problemlerinin işlendiği derslerde yapılan gözlemlerde Mehmet'in derse katılmakta istekli olduğu, öğretmenin sorduğu soruların çoğu için çözüm oluşturmaya çalıştığı görülmektedir. Öğretmenin verdiği dönütlerden anlaşıldığı kadarıyla soruların yaklaşık olarak üçte birinde doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Bunun yanı sıra arkadaşlarıyla ders esnasında sorular üzerine bilgi alışverişinde bulunduğu gözlemlenmiştir.

Yazılı sınavda yer alan 3 adet denklem kurma probleminin sadece birinde yeterli stratejik yetkinlik gösteren Mehmet'in bu soru için bulduğu cevabın kontrolünü de yaptığı dolayısıyla mantıksal düşünme süreçlerini etkin kullandığı görülmektedir. Ancak diğer iki soru için sağlama yapmadığı görülmektedir.

1) Babasının yaşı Cem'in yaşının 4 katından 1 fazladır.
Yaşları farkı 28 olduğuna göre Cem'in yaşı kaçtır? (10p.)

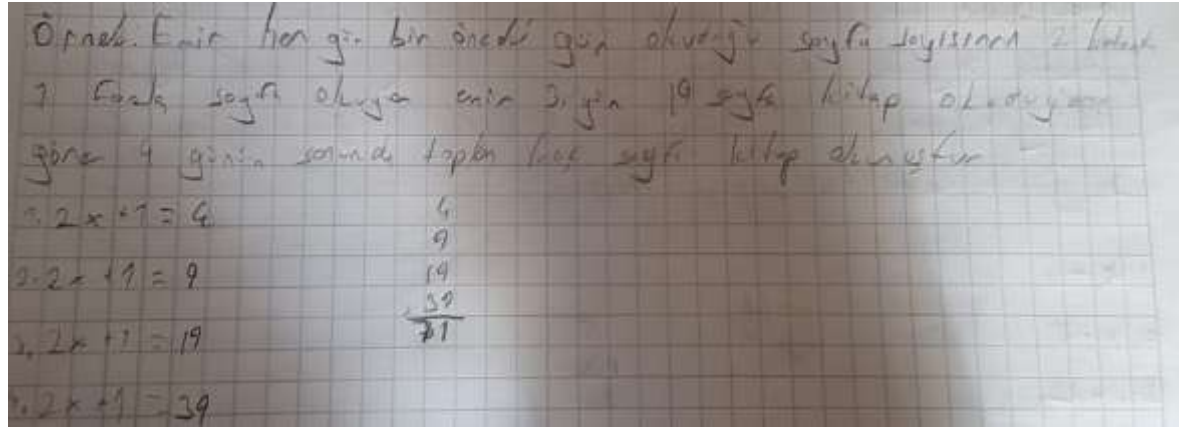
$4x+1$ $3x=27$ $x+28$ $27/3$ 9

Seğ 9 36 28 8

Şekil 65. Mehmet'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt

Mehmet'in defteri incelendiğinde konu ile ilgili ödevlerini yapmadığı görülmektedir. Derste çözülen bazı sorularda ise kavramsal anlama noktasındaki sıkıntıları dikkat çekmektedir. Örneğin aşağıdaki soruda gün gün okunan sayfa sayısını cebirsel olarak ifade

etmeye çalıştığı ancak başarılı olamadığı, sorunun cevabını ise muhtemelen ders esnasındaki çözümden aldığı düşünülmektedir:



Şekil 66. Mehmet'in matematik defterinden bir kesit

4.6. Emre'nin Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik

Bulgular

Bu bölümde verimli eğilimi orta ve başarısı alt düzey olan Emre'nin matematiksel yeterliklerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilecektir.

4.6.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular

Eşitlik ve denklem çözme konusuna yönelik yürütülen görüşme sırasında Emre'nin gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 35) özetlenmiştir.

Tablo 35

Emre'nin Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Emre– Eşitlik ve Denklem Çözme	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x				x	x				x		x			
2. soru			x									x			
3. soru	x		x									xx			
4. soru			x							x					
5. soru				x			x						xx	x	xxx
6. soru							x								
7. soru							x			x					
8. soru	x									x					

Denklem çözme kurallarından faydalanarak 1. soruda doğru yanıtı ulaşan Emre uyguladığı kuralın nedenini açıklayamamış ve verilen denklemi farklı şekillerde ifade etmekte zorluk yaşayarak yeterli düzeyde kavramsal anlama gösterememiştir. Araştırmacıyla arasında geçen diyaloga aşağıda yer verilmiştir:

E: +5 eşitliğin diğer tarafına- 5 olarak geçer. 8'den 5'i çıkarırsak karenin değerini 3 olarak bulabiliriz.

A: Bulduğumuz cevabın doğruluğunu nasıl kontrol ederiz?

E: Denklemde yerine yazalım. Kare yerine 3 yazarsak $3+5=8$ buluruz, bulduğumuz sonuç doğrudur.

A: Denklem çözümü yaparken 5'i eşitliğin diğer tarafına -5 olarak geçirdin. Bunun nedenini bana açıklayabilir misin?

E: Kural böyle çünkü. Eşitliğin diğer tarafına burada bilinmeyen olduğu için - olarak gelir.

A: Neden sence?

E: Nedenini bilmiyorum, kural böyle. Ben böyle öğrendim.

A: Sence nasıl bir problem cümlesi için böyle bir denklem oluşturulmuştur?

E: Problem bilinmeyeni bulmamızı istiyor. Neyle neyi toplarsak 8 olur gibi, ama problemi kuramıyorum.

2. soruda doğru cevaba ulaşamayan Emre, denklem çözümü sırasında işlem hataları yapmış, bulduğu sonucu kontrol etmesi istendiğinde ise denklemde yerine koymak yerine denklemin çözümünü tekrar yapmaya çalışarak bulduğu sonucun doğruluğunu ispatlamaya çalışmıştır. Mantıksal düşünme süreçlerini bu soru bazında devreye sokamadığından sonucunun hatalı olduğunu da fark edememiştir. Araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:

A: Sağlamasını nasıl yapalım?

E:Denklemi tekrar çözeceğim. -5, +5 olarak gider ve $2x=13$ olur. Yine aynı sonuca ulaşırız.

5 - 2x = 8 denklemini çözümlü.

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\frac{2x}{2} = 13$$

$$\frac{2x}{2} = 13$$

Şekil 67. Emre'nin 2. soru için oluşturduğu çözüm

Emre'nin oluşturduğu cevap incelendiğinde " $5 - 2x = 8$ " eşitliğindeki 5'in sağ tarafında bulunaneksiyi 5'e ait gibi düşündüğü, bu nedenle denklemin diğer tarafına +5 olarak geçirdiği, tam sayılarla ilgili bir yanılgısı olduğu ve bu durumun denklem çözmedeki işlemsel akıcılığını etkilediği görülmektedir.

3. soruda denklemi iki farklı şekilde çözmesi istenen Emre, ilk çözümde doğru yanıt bulmasına rağmen ikinci çözümde " $-3 = -3x$ " denklemini çözmekte zorlanmış ve yanlış cevaba ulaşmıştır. Emre'nin oluşturduğu cevaplar incelendiğinde denklem çözümünde eşitliğin her iki tarafını negatif sayıya bölme noktasında hata yaptığı görülmektedir. Emre'nin oluşturduğu çözüme aşağıda yer verilmiştir:

Handwritten student work for solving the equation $2x - 4 = 5x - 7$. The work shows two different methods. Method 1: $5x - 2x = 3x$, $17 - 4 = 13$, then $3x = 3$, $x = 1$. Method 2: $2x - 5 = -7 + 4$, then $-3x = -3$, $x = 1$. There are also some crossed-out equations like $5x = 5$ and $2x - 4 = 5x - 7$.

Şekil 68. Emre'nin 3. soru için oluşturduğu çözüm

Bulduğu cevapları kontrol etmesi istendiğinde ise yeterli olmayan mantıksal düşünme göstererek sağlama yapamamıştır. Ayrıca denklem çözme süreçlerinin gerekçelerini açıklamakta da yetersiz kaldığı görülmektedir. Araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

A: Bulduğun sonuçların kontrolünü yapabilir misin?

E: ($x=1$ bulduğu denklemin çözüm süreçlerini açıklıyor.) Sağlamasını yaptığımda zaten $5x$ 'den $2x$ 'i çıkarınca $3x$ kalıyor. -7 diğer tarafa $+7$ olarak gidiyor. $+7$ 'den de -4 çıkarınca 4 kalıyor.

A: x 'in değerini 1 bulmuştun. Bulduğun sonuç sağlama yaparken herhangi bir katkı sağlamıyor mu?

E: Sağlıyordur belki ama ben işlemi yapıyorum.

A: $3x=3$ denkleminin çözümünde her iki tarafı neden 3 'e böldün?

E: x 'i bulmak için.

M: Peki neden iki tarafı da bölüyoruz?

E: x 'i kurtarmak için.

M: Tamam bir tarafı kurtaralım, diğer tarafı niye 3 'e böldün?

E: x 'i yalnız bırakıp x 'i bulmak için.

M: Diğer tarafı neden bölüyorsun, mesela neden 3 ile çarpıyorsun?

E: Bir tarafı böldüğümüz için diğer tarafı da bölmemiz gerekiyor.

M: Neden?

E: Denklemin kuralı bu.

M: Bir mantığı yok mu bunun?

E: Bilmiyorum yani burayı 3'e böldüğümüz zaman burayı da 3'e bölmemiz gerekiyor.

4. soruda yeterli düzeyde işlemsel akıcılık gösteremeyen Emre buna karşılık öncekilerden farklı olarak sağlama yapabilmeyi başarmış ve yeterli mantıksal düşünme göstererek hatalı yanıt elde ettiğini belirtmiştir. Ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Emre'nin oluşturduğu cevap şu şekildedir:

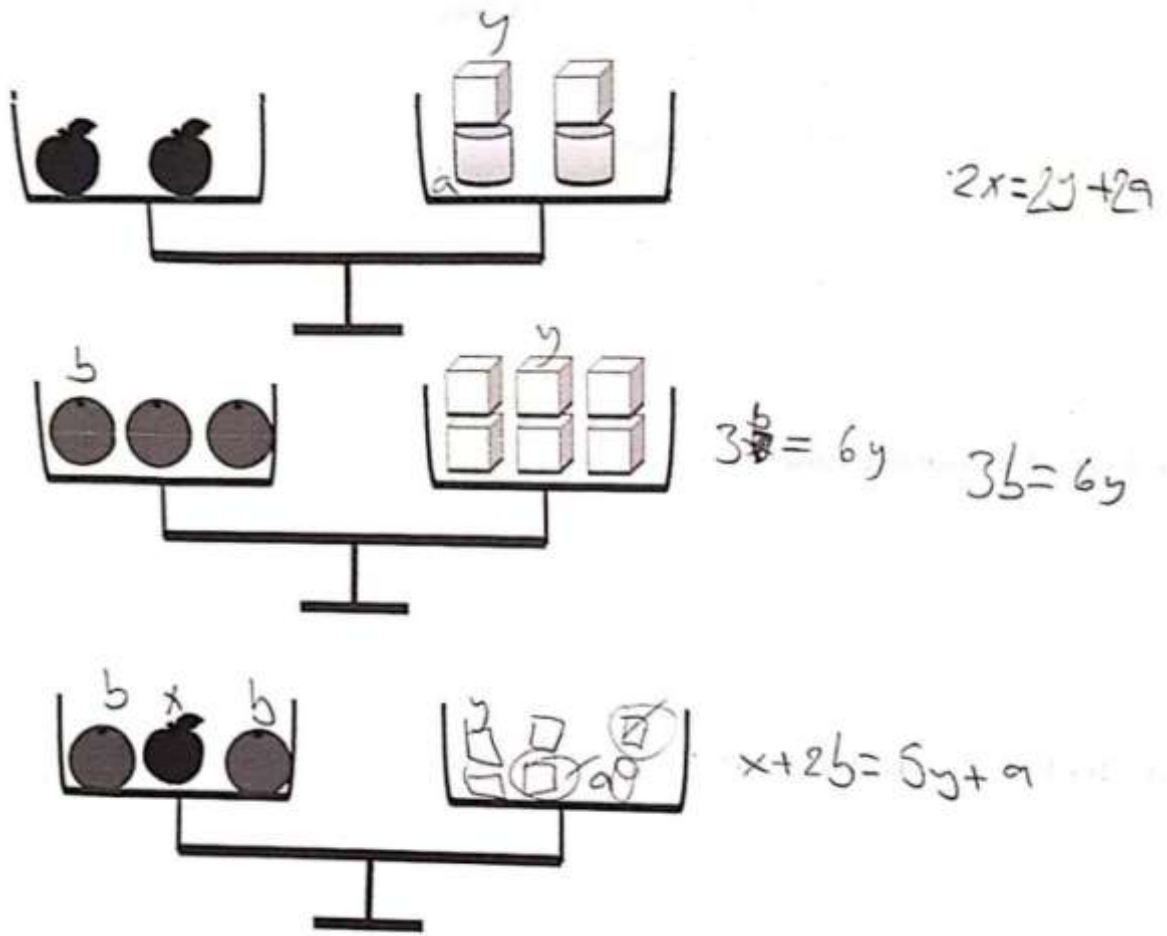
4) $(2x)+7(3x)=3-4+x$ denklemini çözünüz.

$(x)+7 = 3-4+(x)$

$x=7$

Şekil 69. Emre'nin 4. soru için oluşturduğu çözüm

5. ve 6. sorulara doğru cevap vererek yeterli düzeyde stratejik yetkinlik gösteren Emre, 5. soruda terazi modelindeki eşitliği cebirsel olarak doğru ifade ederek yeterli kavramsal anlama göstermiştir.



Şekil 70. Emre'nin 5. soru için oluşturduğu çözüm

Emre 7. soruda deneme yanılma yöntemiyle doğru sonuca ulaşmıştır.

E: 0 ve 1

A: Neden 0 ve 1?

E: 3'te olabilir, 0'da olabilir. 3 ile 3'ü toplarsınız 6, diğer tarafta 6 olur.

A: Başka bir şey olabilir mi?

E: -3 olabilir, yok -3 olmaz.

A: Niye olmaz?

E: -3 versek -3 + 3, 0 kalır. Bu da olur evet.

A: Başka olur mu, bu kadar mı?

E: Evet. 6 olabilir. 6, 3 daha 9 olur. Diğer tarafta 9 olur. Böyle gider hangi sayıyı verirse öbür tarafa da aynı sayıyı yazıyoruz

A: Tüm sayıları yazabilir miyiz?

E: Evet.

A: Neden tüm sayılar?

E: İki tarafa da aynı değeri verdiğimiz ve iki taraftaki sayılar birbiriyle aynı olduğu için bütün sayıları yazabiliriz.

Son soruda akıcı ve doğru işlem yaparak doğru cevaba ulaşan Emre, ulaştığı cevabın kontrolünü de gerçekleştirmiş ve yeterli düzeyde mantıksal düşünme göstermiştir.

Yapılan görüşme boyunca Emre'nin eşitlik ve denklem çözme konusunun kolay bir konu olmadığını, zorlandığı noktalar olduğunu belirttiği ve kendi başarısını orta düzey olarak tanımladığı görülmektedir. Buna rağmen derse katılmada çok istekli olduğunu belirtmektedir. Kullanışlılık açısından konuyu değerlendirilmesi istendiğinde ise konunun çok gerekli olmadığını, matematiğin farklı konularında bile işe yaramayacağını ifade ettiği görülmektedir.

Ders sırasında yapılan gözlemlerde soru çözümü için fazla istekli olmadığı ancak merak ettiği konularda öğretmenine sorular sorarak anlamadığı kısımları öğrenmek için çaba sarf ettiği belirlenmiştir. Özellikle denklem çözme sırasında bilinmeyen ve bilinenlerin aynı tarafta toplanması noktasında sıkıntı yaşadığı ve farklı ders saatlerinde bu konuyla ilgili sıkıntılarını dile getirdiği, öğretmenine sorular yönelttiği görülmüştür.

Emre'nin yazılı sınavda yer alan sorulardan 3'üne doğru cevap verdiği görülmektedir. Yaptığı işlemler incelendiğinde eşittir işaretinin kullanımıyla ilgili bir sorun yaşadığı ancak bulduğu sonuçların doğru olduğu görülmektedir.

3) Aşağıda verilen denklemleri çözünüz. x değeri kaçtır? (15p.)

* $3x + 10 = 5x - 8$
 $\xrightarrow{-3x}$
 $10 = 2x - 8$
 $\xrightarrow{+8}$
 $18 = 2x$
 $\xrightarrow{:2}$
 $x = 9$

* $2x + 19 = 6x - 7$
 $\xrightarrow{-2x}$
 $19 = 4x - 7$
 $\xrightarrow{+7}$
 $26 = 4x$
 $\xrightarrow{:4}$
 $x = 6,5$

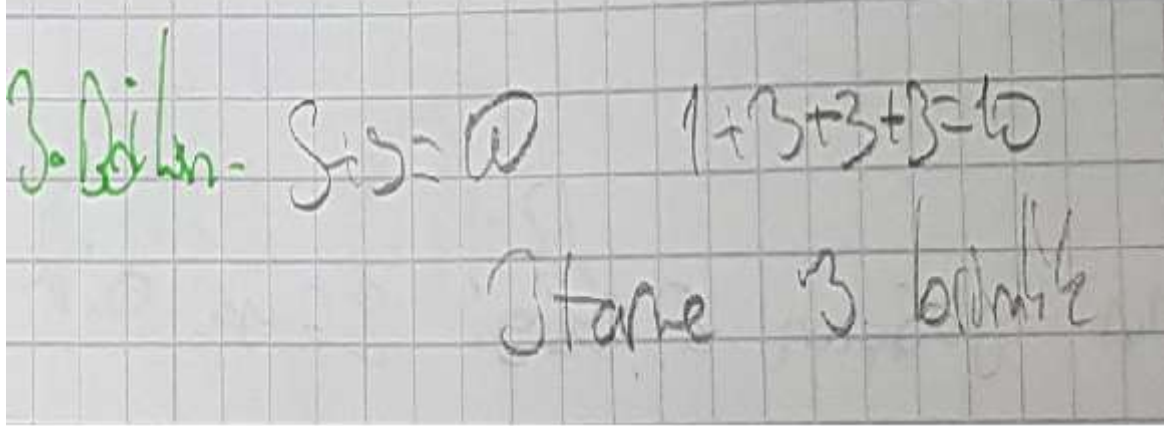
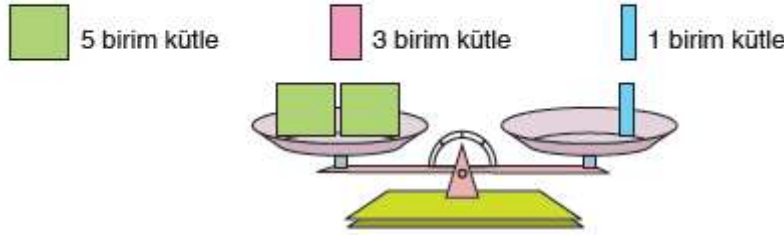
* $4(x + 3) = 5(x - 1)$
 $\xrightarrow{4x + 12 = 5x - 5}$
 $\xrightarrow{-4x}$
 $12 = x - 5$
 $\xrightarrow{+5}$
 $x = 17$

26/4
 24/6
 20/60

Şekil 71. Emre'nin yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar

Emre'nin defteri incelendiğinde notlarını düzenli tuttuğu, soruları çözmek için işlemler yaptığı ancak ödevinde eksiklikler olduğu görülmektedir. Ödevde yer alan terazi sorularını tamamlamış ancak denklem çözme sorularını yanıtsız bırakmıştır. Emre'nin ödevinden örneğe aşağıda yer verilmiştir:

3. Aşağıdaki terazinin dengede olması için sağ kefeye 3 birimlik kütlelerden kaç tane konulacağını bulunuz.



Şekil 72. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 3. soru (Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D., 2018, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı, Ankara: Koza, s. 116) ve Emre'nin bu soru için oluşturduğu yanıt

4.6.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular

Emre ile denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yürütülen görüşme sırasında gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 36) özetlenmiştir.

Tablo 36

Emre'nin Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Emre– Denklem kurma problemleri	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x			x			x(DY) x(CY)			x					
2. soru						x	x(DY)	x(CY)	x						
3. soru						x			x(CY)						
4. soru	x					x			x(CY)		x		x	x	xxxx
5. soru						x	x(DY)	x(CY)		x					
6. soru	x					x			x(CY)	x					
7. soru					x										
8. soru	x		x			x			x(CY)						

Tablo 36 incelendiğinde Emre'nin sadece birinci soruda yeterli stratejik yetkinlik göstererek doğru cevaba ulaşabildiği görülmektedir. Soruların ikisinde farklı yöntemleri deneyerek kısmen yeterli stratejik yetkinlik (DY) göstermiş, cebirsel yöntemlerle ise başarısız olmuştur. Sorulardan üçünde ise verilen problemlere uygun olmayan denklemler kurmasına rağmen, oluşturduğu denklemleri doğru çözdüğü için bu durumlar yeterli işlemsel akıcılık olarak kodlanmıştır.

1. soruyu hem denklem kurma yoluyla hem de ters işlem özelliğinden faydalanarak çözen Emre'nin soruya yönelik oluşturduğu çözümler ve oluşturduğu denkleme ilişkin açıklaması aşağıda verilmiştir:

E: "Bir sayının 3 katının 7 fazlası 28 ise bu sayı kaçtır, diyor. Bu sayıya x diyeceğiz. 3 katı diyor, $3x$ oluyor 3 katı dediği için ve artı 7 olur. $3x+7=28$ ise bu $+7$ buraya -7 olarak gider, 21'e eşit olur. $3x=21$ ise 21'i üçe böleriz ve $x=7$ çıkar." [Emre]

1) Bir sayının 3 katının 7 fazlası 28 ise bu sayı kaçtır?

$$\begin{aligned} 3x + 7 &= 28 \\ 3x + 7 - 7 &= 28 - 7 \\ 3x &= 21 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{21}{3} \\ x &= 7 \end{aligned}$$
$$\begin{array}{r} 28 \\ - 7 \\ \hline 21 \\ 21 \overline{) 3} \\ \hline 00 \end{array}$$

Şekil 73. Emre'nin 1. soru için oluşturduğu çözümler

Verilen problem durumlarına uygun denklem kurmakta oldukça zorluk yaşayan Emre ifadelerine uygun olmayan denklemler kurmuştur. Örneğin 4. soru için oluşturmaya çalıştığı denklem ve araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

E: Doğru cevap sayısına x desem, sonra $+3$ desem. Denklemi böyle kurdum.
A: x nedir buradaki?
E: Doğru cevaba x dedim, yanlış cevaba da $x-2$ dedim.
A: Neden?
E: 2 puan silindiğine göre -2 olacak.
A: O zaman x puan mı?
E: Hayır. Doğru cevabına x dedim, yanlış cevabına da.
A: Mesela $x+3$ yazdın, orası puanı mı ifade etti?
E: Verdiği doğru cevap sayısını.
A: $x+3$ müdür?
E: Evet.

A: Yanlış cevap nedir?
E: Yanlış cevap $x-2$ 'dir.
A: Peki x nedir burada?
E: Burada doğru cevabını sorduğuna göre doğru cevaba x diyeceğim ama x olmuyor.
A: Doğru cevaba x dedin, sonra $x+3$ dedin. x mi, $x+3$ mü?
E: Doğru cevaba x dedim ama 3 puan verildiğine göre $x+3$ yazacağım.
A: Hem x hem de $x+3$ diyebilir miyiz?
E: Diyemeyiz. Olmadı. Başka bir değer versem buna, yanlış cevaba da $y-2$, $x+3=40$ olur.
A: $x+3=40$, buradan 40 puan almıştır diyorsun.
E: $x=37$ 'dir. Doğru cevap 37 'dir. Doğru cevaplardan 37 puan almış.
A: Yanlışlardan o zaman 3 puan almış oluyor.
E: Kontrol edebilir misin bulduğun sonucu?
A: x 'i buraya koysam 37 . $37+3=40$ 'dır. Doğru buldum.

4) Büşra 20 soruluk bir sınavda soruların tamamını cevaplayarak 40 puan almıştır. Bu sınavda her bir doğru cevap için 3 puan verilmekte, her yanlış cevap için ise 2 puan silinmektedir. Buna göre Büşra'nın doğru cevap sayısını bulunuz.

Handwritten solution for problem 4. It shows two columns: "Dogru cevap" (Correct answer) and "Yanlış cevap" (Wrong answer). Under "Dogru cevap", it shows $x+3$ and 37 . Below that, it shows $x=37$ and a calculation: $x+3=40-3=37$. Under "Yanlış cevap", it shows $x-3$ and $x-2$. Below that, it shows $y-2=40$.

Şekil 74. Emre'nin 4. soru için oluşturduğu çözüm

Yukarıdaki ifadelerde de görüldüğü üzere Emre hem doğru cevap hem de yanlış cevaba ilk olarak " x " değerini vermiş, sonrasında her doğru cevaba 3 puan verilmesini " $x + 3$ ", yanlış cevaptan 2 puan silinmesini ise " $x - 2$ " olarak nitelendirmiştir. Sonrasında yanlış cevapları farklı bir ifadeyle göstermeyi tercih ederek " y " şeklinde belirtmiştir. Sorunun sonunda da mantıksal düşünme süreçlerini tam olarak devreye sokamadığından cevabının doğru olduğunu düşünmüştür.

6. soruda da 2.,3.,4.,5. ve 8. sorulara benzer şekilde verilen problem durumuna uygun denklem kurmakta zorlandığından yeterli olmayan stratejik yetkinlik (CY) göstermiştir.

Oluşturmaya çalıştığı denklem ve araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

E: Yolculara x desem, $x-2$ olur.
A: Neden $x-2$ dedin?
E: 2 tane şehir arasında. Kayseri'den hareket etmiş, bir kısmı Ankara'ya inmiş, bir kısmı Kırşehir'e inmiş, o yüzden $x-2$. İndiğine göre 2 tane şehir var.
A: Buradaki x nedir?
E: x yolcu sayısı. $x-2$ ise yolcuların indiği 2 tane şehir olduğuna göre kaç tane yolcu indiğini gösteriyor. x buradan 37 gelir.
A: 37 nedir? Neyi buldun?

E: Yolcu sayısı. ...*(Düşünüyor.)*. Ben bunu nasıl geliştireceğimi bilmiyorum, verilenleri yazamadığım için problemi çözemiyorum.

A: Şu an mesela 37 buldun x 'i. Bu 37 senin için ne anlam ifade ediyor?

E: Yanlış.

A: Neden yanlış?

E: 35 yolcuyla hareket etmiş, çünkü 37 olamaz.

The image shows handwritten mathematical work. At the top, the word "yolcu" is written above a horizontal line. Below the line, the equation $x/2 = 35$ is written. A circle is drawn around the "2" in the denominator. Below this, the equation $x = 37$ is written.

Şekil 75. Emre'nin 6. soru için oluşturduğu denklem

Emre'nin kurduğu denklem ve ifadeleri incelendiğinde yolcular iki şehirde indiği için bunu " $x - 2$ " olarak tanımladığı, bunu da yolcu sayısına eşitlediği görülmektedir. Oluşturduğu denklemin yanlışlığını ise mantıksal düşünme süreçlerini kullanarak anlamıştır. Son olarak ise yeterli olmayan verimli eğilim göstererek verilenleri kavramsal olarak ifade edemediğinden bu tarz soruları çözemediğini belirtmiştir. Soruların genelinde kendisinin de ifade ettiği gibi kavramsal anlama noktasında sorun yaşayan Emre 7. soruda kurduğu denklemde sadece eşitliğin hangi tarafına "+4" ekleyeceği noktasında sorun yaşamış, fakat sonuçta doğru denklemi oluşturmuştur. Bu durum kısmen yeterli kavramsal anlama olarak kodlanmıştır. Oluşturduğu denkleme ve ifadelerine aşağıda yer verilmiştir:

E: " $x/2$ " bunun denklemi, bu faturanın yarısı, faturaya x desem yarısı " $x/2$ " olur. Faturaya da x dedim yine. -5 çıkarırsam, 4 lira daha fazla ödeme yapacaktır. ...*(Düşünüyor.)* 2. seçeneği seçerse, " $x-5+4$ " olur.

A: Ne düşünüyorsun şu anda?

E: Mesela buna " $x/2$ " dedik yarısı olduğu için. Buna da demiş ki ikinci seçeneği tercih ederse 4 lira daha fazla ödeyecek. +4 dedim.

A: Denklemi kurabilir misin?

E: " $x/2 = x-5+4$ ". İlk seçenekte yarısını ödüyor, ikinci seçenekte 5 lira indirim ama +4 daha fazla ödüyor.

A: Burada fazla ödediği için 4' ü buraya ekledin.

E: Evet. ...*(Düşünüyor...)* Yanlış oldu. " $(x/2)+4 = x-5$ " olmalı. 1. seçeneğin 4 fazlası 2. seçeneğe eşit olmalı.

7) "Bir telefon şirketi mşşterilerine fatura şdemelerinde iki indirim seğeneği sunmaktadır.

1. Seçenek: Fatura tutarının yarısı kadar indirim

$$\frac{x}{2}$$

2.seçenek: Fatura tutarında 5 lira indirim

$$x-5$$

1.seğeneği tercih eden bir mşşteri 2. seğeneği tercih etmiş olsaydı 4 lira daha fazla şdeme yapacaktı. Buna gşe mşşterinin fatura tutarı kaç liradır?" probleminin çözümünde kullanılacak olan denklemi kurunuz.

$$x-5+4$$

$$\frac{x}{2} = x-5+4$$

$$\frac{x}{2} + 4 = x-5$$

şekil 76. Emre'nin 7. soru için oluşturduğu denklem

Emre gőrřřmeler sırasında sık sık denklem kurma problemlerini yapamadığını beyan ederek yeterli olmayan verimli eğilim gşstermiştir. Konunun çok zor olduğunu, denklem kurmakta zorlandığını, konuyu kullanışlı bulmadığını ifade etmiştir. Bunun yanı sıra derse katıldığını, zorluklar yaşasa da başarısını orta düzeyde gşrdüğünü belirtmiştir.

Denklem kurma problemlerinin işlendiği derslerde yapılan gözlemlerde Emre'nin derslere katılımının çok az olduğu gşrşlmektedir. Konunun işlendiği ilk derslerde bazı soruların çözümünü yaparak şğretmenine gşstermiş ve şğretmeninden hatalı yaptığı dñnřtřnř almıştır. İlerleyen derslerde ise soruların çözümü için uğraştığına dair herhangi bir işarete rastlanmamış, derse aktif katılmayarak dşşşk verimli eğilim gşstermiştir.

Emre'nin matematik yazılı kağıdı incelendiğinde, 3 adet denklem kurma probleminin tamamında hatalı yanıtlar elde ettiği gşrşlmektedir. Açık uğlu 2 soruda da gőrřřmelere benzer şekilde kavramsal anlama noktasında sorun yaşadığı, bunun sonucunda da yeterli olmayan stratejik yetkinlik gşsterdiği gşrşlmektedir. şrnek bir cevaba aşağıda yer verilmiştir:

1) Babasının yaşı Cem'in yaşının 4 katından 1 fazladır.
Yaşları farkı 28 olduğuna göre Cem'in yaşı kaçtır? (10p.)

⑥ $4 \cdot (x+1) = 28$ $4x+4 = 28 = 24$ $\frac{28}{6} = \frac{34}{28}$

$4x+4$ Babası 34 Cem = 6 $\frac{4x=24}{4} = x=6$ $\frac{34}{34} = 06$

Şekil 77. Emre'nin yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt

Emre'nin defteri incelendiğinde bazı sorularda yine kavramsal anlama noktasındaki sıkıntıları dikkat çekmektedir. Bu durumun bir örneği aşağıda verilmiştir:

Mehmet ve Esra'nın yaşları toplamı 46'dır.
Mehmet'in yaşı Esra'nın yaşının 3 eksenin
2 katı olduğuna göre 4 yıl sonra Mehmet'in
yaşı

Mehmet $3(x-5)$ x
Esra $2x-15$

Şekil 78. Emre'nin matematik defterinden bir kesit

4.7. Nehir'in Cebir Öğrenme Alanına Ait Matematiksel Yeterliklerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde verimli eğilimi ve başarısı düşük düzey olan Nehir'in matematiksel yeterliklerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilecektir.

4.7.1. Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Ait Bulgular

Eşitlik ve denklem çözme konusuna yönelik yürütülen görüşme sırasında Nehir'in gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 37) özetlenmiştir.

Tablo 37

Nehir'in Eşitlik ve Denklem Çözme Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Nehir – Eşitlik ve Denklem Çözme	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru	x					xx				x	x				
2. soru			x									xx			
3. soru			x									x			
4. soru			x									x			
5. soru						x	x						xx	x	xxxxx
6. soru							x								
7. soru									x			x			
8. soru			x												

Nehir 8 sorudan 3 tanesinde doğru cevaba ulaşmıştır. Bunlardan ikisi terazi sorusu iken biri “ $\square+5=8$ ” sorusudur. “ x ” değişkeni içeren soruların hiçbirisinde doğru yanıtı ulaşamadığı görülmektedir.

1.sorunun başında yeterli olmayan verilim eğilim göstererek çözüm yapmaktan kaçınan Nehir biraz düşündükten sonra doğru cevaba ulaşmıştır. 1. sorunun çözüm sürecinde araştırmacı ile arasında geçen diyalog ve çözümü şu şekildedir:

N: Ben bu soruyu yapamayacağım.

A: Neden? Ne düşünüyorsun bu soruyla ilgili?

N: Küçükken çözdüğüm sorular geliyor aklıma. O zaman da böyle sorular geliyordu. 8'den 5'i çıkarıyorduk, 3 kalıyordu. Bu şekilde buluyorduk ama şimdi daha zorlaştı (Denklem çözme süreçlerinin zorluğundan bahsediyor.).

A: Sorular aynı değil mi?

N: Evet aynı soru ama çözme şekli farklı.

A: Sence bulduğun cevap doğru mudur? Nasıl kontrol edersin?

N: 3 ile 5'i toplayım, eğer sonuç 8 ediyorsa doğrudur derim. Bulduğum cevap doğru.

M: Neden sonucu bulmak için 8'den 5'i çıkardın?

N: Sonucu bulmak için çıkartma yapmam gerekiyordu. 8 toplamları, 5'i çıkartırsak oradaki karenin değerini bulabiliriz. Tam açıklayamıyorum.

$\square + 5 = 8$ ifadesinde $\square$ 'in değerini bulunuz.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\square = 3$$

Şekil 79. Nehir'in 1. soru için oluşturduğu çözüm

Denklem çözme süreçlerini zor bulduğunu ifade eden Nehir yaptığı işlemin gerekçesini tam olarak ifade edemeyerek kısmen yeterli mantıksal düşünme gösterse de cebirsel ifadeler konusundan önce öğrendiği bilgilerini kullanarak soruyu çözebilmiştir.

2. soruda x bilinmeyeni içeren bir denklemle karşılaştıran Nehir, bu soruyla ilgili bilinmeyen olarak " $\square$ " içeren ilk sorunun aksine herhangi bir fikir yürütememiş, kendisinin de mantıklı bir açıklama yapamadığı tesadüfi işlemler yapmıştır.

A: Yaptığın işlemleri bana anlatabilir misin?

N: Çarpma işlemi yaptım.

A: Neden?

N: İlk önce çarparsam, bulduğum sonuçtan da 8'i çıkartırsam x 'i bulabilirim diye düşündüm. O nedenle böyle yaptım 2 buldum.

A: 2 doğru cevap mıdır sence?

N: Doğru olabilir. Aslında ben fazla tedirgin oluyorum bu soruları çözerken.

A: 2'nin doğruluğunu kontrol edebilir misin?

N: O kontrolü yapamıyorum.

A: Neden çarpma işlemi yaptın?

N: Çünkü çarpma işlemi yaparsam daha kolay bulabilirim.

A: Seni çarpmaya yönelten herhangi bir durum var mı? Buradaki x , çarpmayı mı ifade ediyor?

N: Hayır, x bilinmeyen burada. Çarptığım zaman daha kolay buluyorum diye yapıyorum.

A: Toplama yaparak sonuç bulabilir miyiz?

N: Bulabiliriz ama çarpıp çıkartarak sonucu daha kolay buluruz.

A: Toplama ile çözebilir misin?

N: ... (İşlemleri yapar.) x 'i 1 buldum.

A: Cevap olarak 1 mi, yoksa 2 mi doğru sence?

N: Bence 2. Çünkü toplamak karıştırıyor. Çarpmayla daha kolay buluyorum.

5 - 2x = 8 denklemini çözünüz.

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 2 \\ \hline 10 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10 \\ 8 \\ \hline 2 \end{array}$$
$$x = 2$$
$$\begin{array}{r} 5 \\ + 2 \\ \hline 7 \\ 8 \\ \hline \end{array}$$
$$x = 4$$

Şekil 80. Nehir'in 2. soru için oluşturduğu çözüm

3., 4. ve 8. sorularda da 2. sorudakine benzer işlemler yapan Nehir çoğunluğu çarpma işleminden oluşan rastgele işlemler yapmış, bu durumu çarpma işlemini sevmesi ve kolay bulmasıyla açıklamıştır. 3. soru için yaptığı çözüm ve açıklaması aşağıda verilmiştir.

N: 2 ile 4 'ü çarpacağım, sonra bulduğum sonuç ile 5 'i çarpacağım. Daha sonra 7'yi çıkaracağım.

A: 7'yi neden çarpıyorsun?

N: Çünkü 7 ile çarptığım zaman sonucun daha büyük bir sayı olacağını bildiğim için 7'yi çıkardım.

A: Neden 4 'ü çıkarmıyorsun da 7'yi çıkarıyorsun?

N: 4 işlemin içerisinde olduğundan.

A: En sondakini mi çıkarıyorsun?

N: Evet.

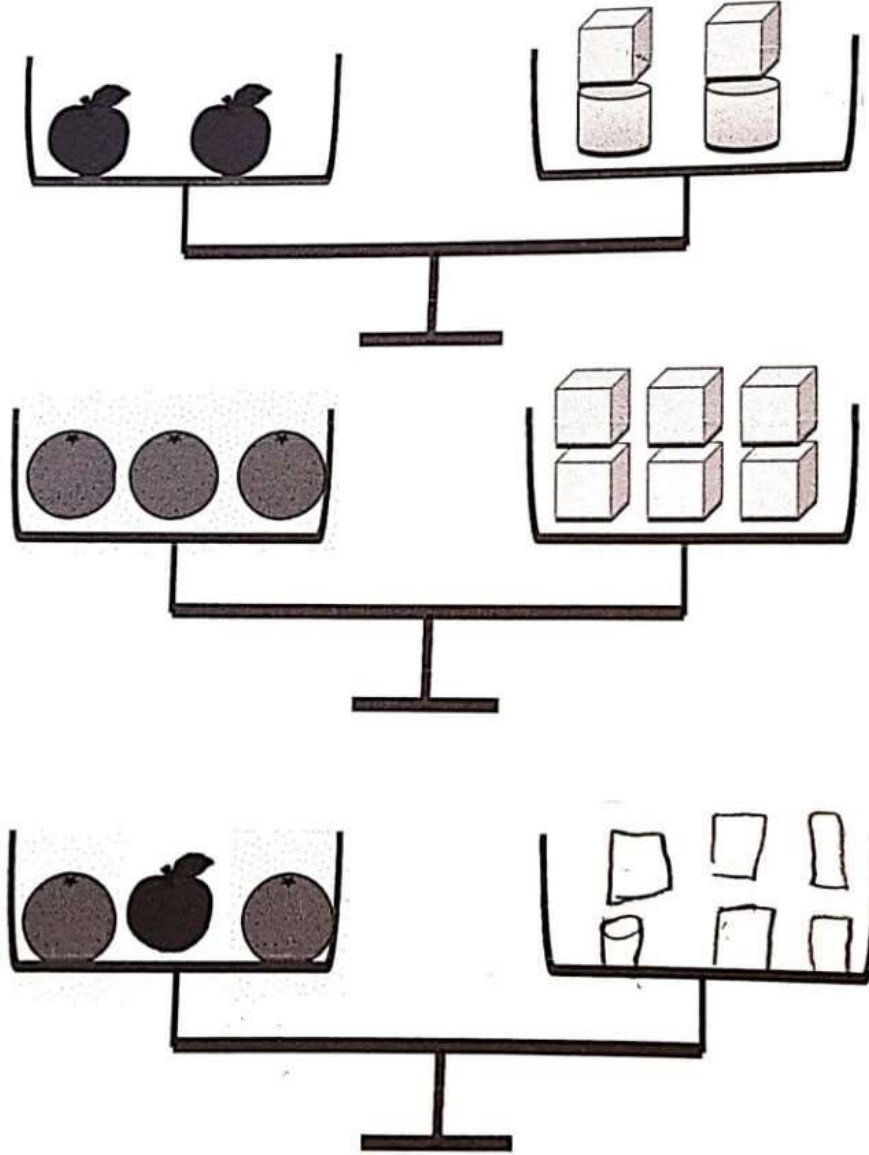
2x - 4 = 5x - 7 denklemini çözünüz.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 4 \\ \hline 8 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 8 \\ 5 \\ \hline 40 \\ 7 \\ \hline \end{array}$$
$$x = 33$$

Şekil 81. Nehir'in 3. soru için oluşturduğu çözüm

Yukarıdaki örneklerden de görüldüğü üzere Nehir, x 'i bulmaya çalışırken denklem içerisindeki sayılar arasında rastgele dört işlem yaparak bilinmeyeni bulmaya çalışmaktadır.

Terazi modelinin yer aldığı 5. soruda yeterli stratejik yetkinlik gösteren Nehir'in oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:



Şekil 82. Nehir'in 5. soru için oluşturduğu çözüm

Nehir alternatif cevap üretmekte sıkıntı yaşasa da yeterli düzeyde stratejik yetkinlik göstererek 6. soruya doğru cevap vermiştir. Nehir'in 6. soru için çözüm oluşturduğu sırada araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

N: Bir taraf 8 gram, bir taraf da 12 gram olduğundan eşit değildir. Eşit olması için 8 gramın bulunduğu tarafa 4 gram daha koyulması gerekir. Bir tane silindir koyabiliriz bunun için.

A: Farklı bir yöntem geliyor mu aklına?

N: İki tane daire koyabiliriz.

A: Başka önerin var mı?

N: Başka bilmiyorum.

7. soruda yeterli stratejik yetkinlik gösteremeyen Nehir yine rastgele işlemler yaparak sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Bulduğu sonuçların kontrolünü de yapamadığını ifade ederek yeterli olmayan mantıksal düşünme yeterliği göstermiştir. Aşağıda Nehir ile araştırmacı arasında geçen diyaloga yer verilmiştir:

N: Burada 3 ile 3'ü çarpacağız. 9 buluruz.

A: Başka bir cevap var mıdır sence?

N: Mesela 3 ile 3'ü toplayıp 6 bulabiliriz ya da çıkartarak 0 bulabiliriz.

A: Sence hangisi doğrudur bu cevaplardan?

N: 9 doğru bence.

A: Kontrolünü yapabilir misin?

N: Ben pek kontrol edemiyorum.

$\square + 3 = 3 + \square$ ifadesinde $\square$ 'in değerini bulunuz.


$$\begin{array}{r} 3 \\ \square + 3 = 3 + \square \\ \hline \square = 9 \end{array}$$

Şekil 83. Nehir'in 7. soru için oluşturduğu çözüm

Nehir'in denklem çözme sırasındaki yaptığı işlemler incelendiğinde sonuca ulaşmak için denklemin içerisinde yer alan sayısal değerlere çoğunluğu çarpma olmak üzere farklı dört işlem türlerini uyguladığı görülmektedir.

Soruların çözümü sırasındaki ifadelerine bakıldığında genellikle düşük özyeterliğe sahip olduğu görülmekte, doğru cevaba ulaştığı birinci soruda bile ilk başta soruyu çözme denemekten kaçındığı görülmektedir. Verilim eğilime yönelik sorularda da başarısının

düşük olduğunu, derse katılmadığını belirtmiştir. Bunlara karşın konuyu sevdiğini ve faydalı gördüğünü belirtmiştir.

Eşitlik ve denklem çözme konusunun işlendiği derslerin iki saatinde okulda bulunmayan Nehir'in diğer saatlerde yapılan gözlemlerde hiç konuşmadan dersi dinlediği ve not aldığı belirlenmiştir. Dersler sürecinde öğretmene konuyla ilgili herhangi bir soru yöneltmediği gibi bir sorunun çözümünü yapmak için talepte de bulunmamıştır. Kendisi derslere olan ilgisizliğini görüşmelerde şu şekilde ifade etmiştir:

N: Derse katılmayı fazla sevmiyorum ama yapmak istesem yapabilirim. Zaten kendimi zorladığım zaman yapabilirim ama kendimi fazla zorlamak istemiyorum.

M: Niye zorlamak istemiyorsun?

D: Bilmem, kendimi çok zorladığımda da her zaman doğru sonucu bulamıyorum. O zaman da canım sıkılıyor. Uğraşmayı sevmiyorum. Önceden seviyordum, matematik ustasıydım ama şimdi değilim. Toplamadan sonra çıkarmaya geçtik, çıkarmayı çok kolay yapıyordum. Sonra çarpmaya geçtik. Çarpmayı da çok kolay yapıyordum. Bölmeye geçtik zorlandım. Bölmeden sonra matematikte zorlandım.

M: Bölme ile mi değişti matematiğe bakışın?

D: Bölme olmasaydı galiba matematiğim çok iyi olurdu.

M: Ders nasıl geçiyor senin için? Ne yapıyorsun derste?

D: Derste hoca anlatırken dinliyorum, aslında dinlemeye çalışıyorum. Nedense dersi dinlemek yerine aklım hep başka yerde oluyor. Eve gidince ne yaparım gibi şeyler düşünüyorum. Sonra bir bakıyorum ki dersin ortasındayız, hemen derse adapte oluyorum. Mesela matematikte işlemleri çözerken defterimi doldurmaya çalışıyorum yapabildiğim kadar.

M: Derse konsantre olmakta mı zorluk yaşıyorsun?

D: Evet, konsantre olamıyorum.

M: Neden böyle sence?

D: Bilmem. Önceden ilkokul öğretmenimle aram kötüydü aslında işlemi yapabiliyordum sonra yanlış yaptın diyordu. Eve gittiğimde babamla tekrar ediyorduk, doğru çıkıyordu. Ben de derse karşı biraz kinlenmeye başladım, matematiği sevmemeye başladım. Hep yanlış buluyorum bari yapmayayım da rezil olmayayım diye düşündüm. Sonra bıraktım matematik işlemlerini.

M: Kaçınıcı sınıfta matematiği sevmemeye başladın?

D: 3. veya 4. sınıfta başladım. Öğretmenim bana kötü davranmaya başladı. Acaba bende bir şey mi buldu, acaba beni sevmiyor mu diye düşünmeye başladığım için derse fazla adapte olamamaya başladım. Ödevleri de yapmıyordum. Sonra matematikten iyice uzaklaştım.

Yukarıda yer alan görüşmeden de anlaşılacağı üzere gözlemlere paralel olarak Nehir'in ders esnasında sadece notlar aldığı, dersle ilgilenmediği anlaşılmaktadır.

Yazılı sınavı incelendiğinde ise görüşmelerdekine benzer şekilde yeterli olmayan işlemsel akıcılık gösterdiği görülmektedir. Herhangi bir işlem yapmadan x 'lere tesadüfi değerler verdiği görülmektedir.

3) Aşağıda verilen denklemleri çözün x değeri kaçtır?

$$\begin{array}{ll} * 3x + 10 = 5x - 8 & * 2x + 19 = 6x - 7 \\ x = -2 & x = +13 \\ * 4 \cdot (x + 3) = 5 \cdot (x - 1) & * \frac{1}{2}x - 6 = 12 \\ x = 2 & x = 6 \end{array}$$

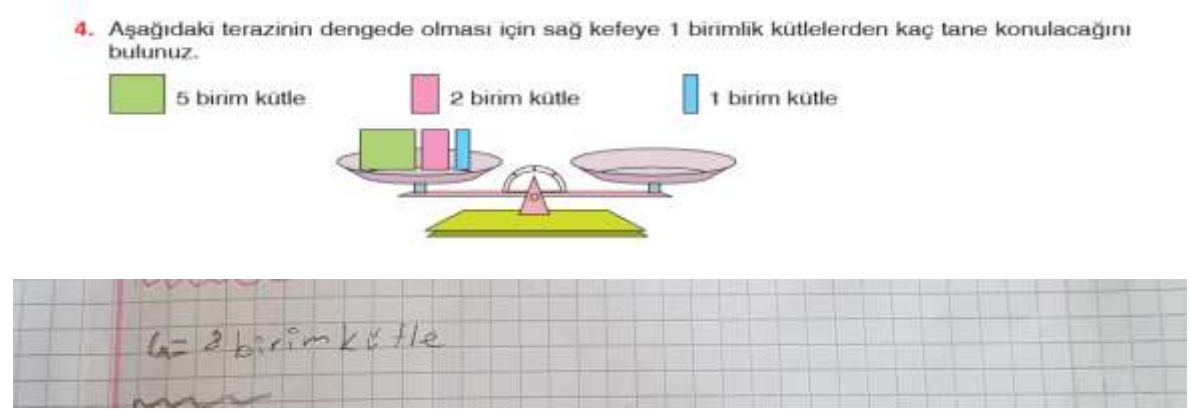
Şekil 84. Nehir'in yazılıda yer alan denklem çözme sorularına verdiği yanıtlar

Nehir'in defteri incelendiğinde ders esnasında notları eksik aldığı, sınıf içerisinde çözülen soruları deftere yanlış aktardığı görülmektedir. Bu durumun derse karşı ilgisiz olduğunu, dersi takip etmediğini gösterdiği düşünülebilir. Aşağıda defterinden bir kesite yer verilmiştir:

$$\begin{array}{ll} 8 - 2x = -3x - 7 & 2x - 8 = -3x + 12 \\ 8 + 2 = 5x & -2x + -3x = -5x \\ 15 = 5x & -8 - 12 = -20 \\ x = 3 & \frac{-5x - 20}{-5 \quad -5} \quad x = +4 \\ \\ 5x - 4 = 2x + 8 & \\ 5x - 2x = +4 + 8 & \\ 3x = 12 & \\ 12 \div 3 = 4 & \\ \\ 15 \cdot (x + 2) = 2 \cdot (x - 5) & 4 \cdot (x - 3) = 2x \\ x = -16 & x = -6 \\ \\ 3 \cdot (x - 1) = 3 \cdot (9x) & 2 \cdot (x - 3) = 3 \cdot (x + 1) \\ x = 4 & x = -9 \end{array}$$

Şekil 85. Nehir'in matematik defterinden bir kesit

Öğretmenin konuya ilişkin verdiği ödevleri yapmaya çalıştığı, görüşmelerdekine benzer şekilde ödevde yer alan terazi sorularını çoğunlukla doğru çözdüğü ancak diğer soruları yanlış çözdüğü görülmektedir. Ödevde yer alan sorulardan bir örneğe ve Nehir'in cevabına aşağıda yer verilmiştir:



Şekil 86. Öğretmenin ders kitabından verdiği ödevde yer alan 4. soru (Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D., 2018, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı, Ankara: Koza, s. 116) ve Nehir'in bu soru için oluşturduğu yanıt

4.7.2. Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Ait Bulgular

Denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yürütülen görüşme sırasında Nehir'in gösterdiği matematiksel yeterlikler ve düzeyleri tabloda (bkz. Tablo 38) özetlenmiştir.

Tablo 38

Nehir'in Denklem Kurma Problemleri Konu Alanına Yönelik Gösterdiği Matematiksel Yeterlikler

Nehir– Denklem kurma problemleri	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
1. soru			x			x			x(CY)						
2. soru									x(CY) x(DY)	x					
3. soru			x			x			x(CY) x(DY)						
4. soru									x(CY) x(DY)				xx		xxxx
5. soru									x(CY)						
6. soru									x(CY)						
7. soru						x									
8. soru									x(CY)						

Nehir görüşme esnasında kendisine yöneltilen soruların hiçbirinde sonuca ulaşamamış, 1. ve 3. soruda cebirsel ifadeler kullanarak sonuca ulaşmayı denemiş ancak başarılı olamamış, 2. , 3. ve 4. sorularda farklı yöntemler kullanmasına rağmen yine yeterli olmayan stratejik yetkinlik göstermiş, diğer sorularda ise herhangi bir işlem yapmamıştır. Soruların tamamında doğru yanıtı ulaşamamasından dolayı sorular yeterli olmayan stratejik yetkinlik (CY) olarak kodlanmıştır.

1. soruda araştırmacıyla arasında geçen diyalog ve oluşturduğu çözüm aşağıda verilmiştir:

N: Bir sayının üç katının yedi fazlası 28 ise bu sayı kaçtır diyor. Buraya x koyacağız, x 'in kaç olduğunu bulacağız. İlk olarak şu ikisini çarpabilirim.

A: " $x3$ "ü bana anlatır mısın?

N: Bir sayı diyor, bilmediğimiz bir sayı olduğu için de x koydum, buraya $+$ koyacaktım. " $x+3$ " oldu.

A: Niye $+3$?

N: Çünkü x 'in 3 katı o yüzden.

A: Katı olunca ne oluyor?

N: $+$ oluyor.

A: Tamam. Sonra nasıl bir yol izledin?

N: $+7$, çünkü yedi fazlası diyor o yüzden yedi koydum. Sonucu olduğu için de eşittir 28 dedim.

A: Bu denklemi nasıl çözeriz?

N: Hatırlamıyorum.

A: Katı dediğinde $+3$ dedin, fazlası dediğinde $+7$ dedin. İkisinde de $+$ mı koyarız?

N: Bilmem. Ama galiba hoca öyle göstermişti, öyle hatırlıyorum.

1) Bir sayının 3 katının 7 fazlası 28 ise bu sayı kaçtır?

$$x \times 3 + 7 = 28$$

Şekil 87. Nehir'in 1. soru için oluşturduğu çözüm

2. ve 4. sorularda farklı yöntemlerle soruyu çözmeyi denemiş, ancak yeterli olmayan stratejik yetkinlik (DY) göstermiştir. Cebirsel yöntemler kullanarak soruyu çözmesi istendiğinde ise yapamayacağını belirtmiştir. 2. soruya ilişkin çözüm süreci ve araştırmacıyla arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

N: Ardışık 3 çift sayının toplamı 42'dir. Bu sayıları bulunuz. 3 ile 3'ü çarpacağım sonra sonucu 3 ile çarpacağım ama bunu çarpacak mıyız toplayacak mıyız? İkisi arasında kaldım. Çarpalım en iyisi.

A: 3'ü 3 ile niye çarptın?

N: İlk önce hangi sayının olduğunu buldum. İlk sayı dokuzmuş. İkinci sayı yirmi yediymiş. Şimdi üçüncü sayıyı bulacağım, toplayacağım, 42 yapıyorsa doğrudur. Sonuç 42 olmuyorsa başka bir yol bulacağım.

A: Tamam deneyelim.

N: Bunları çıkarırsam daha iyi olacak bence.

A: Ne oldu sonuç?

N: Olmadı. Şimdi çıkarmayı deneyeceğim. 9, 27, 81 buldum ama yanlış buldum.

A: Neden?

N: 3 ile çarptığımdan dolayı mı acaba? Bilmiyorum, yanlış buldum bence.

A: Yanlış bulduğunu nasıl anladın?

N: Bulduğumuz sonuçları topladım ama sonuç 42 olmadı.

A: Denklem kurarak çözmeyi deneyebilir misin?

N: Nasıl denklem kurulacağını bilmiyorum.

2) Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42'dir. Bu sayıları bulunuz.

Handwritten student work for problem 2. The work shows three multiplication problems: $3 \times 3 = 9$, $3 \times 27 = 81$, and $3 \times 81 = 243$. To the right of these, the numbers 9, 27, and 81 are listed. Below these, there are two subtraction problems: $27 - 9 = 18$ and $81 - 18 = 63$.

Şekil 88. Nehir'in 2. soru için oluşturduğu çözüm

3. soruda cevaba ulaşma sürecinde bazı denemeler yapan Nehir, cebirsel ifadelerle işlemleri yaparken yeterli olmayan işlemsel akıcılık göstermiş ve doğru yanıtı ulaşamamıştır. Nehir'in bu soruya ilişkin çözüm süreci ve araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

N: Bir tahta kesmişler 40 santimetreymiş, bu tahtayı üç parçaya ayırmışlar, bize de bu tahtanın en büyük parçasını soruyorlar. Bunların hepsini toplayarak bulabiliriz ya da çarparak. Bence bir deneyelim. Şimdi ilk önce bu ikisini toplayacağım.

A: Niye topluyoruz?

N: İlk önce tam emin olabilmek için büyüklüğünü bulacağım, daha sonra o büyüklükten geriye kaç kalıyorsa onu hesaplayacağım. Aslında çıkartmam lazım galiba. Çünkü çıkartırsam parçanın ne

kadar kaldığını bulabilirim. Yok, öyle olmaz. Hepsini toplayacağım, hepsinden çıkan sonuçtan da 40 çıkaracağım, sonra kaç olursa öyle bulacağım.

A: Bir deneyelim.

N: - ile + 'yı topladığımız zaman - mi yapıyordu, + mı? + diyelim. Burası x oluyor, elde de 1 vardı. $3x+2$ buldum. $x+6$ ile de bunu toplayacağız. $3x-8$ buldum burayı.

A: Burası neden - oldu?

N: Pardon + ile + 'yı topladığımız zaman + oluyor.

A: - ile + 'yı topladığımız zamanda mı + oluyor?

N: Evet. Şimdi bulduğumuz sonuçtan da 40 çıkaracağım. 40'tan 8 çıkarsa 32 olur. " $6x+2$ " buldum.

A: Nasıl buldun?

N: İlk önce $2x-5$ ile $x+7$ 'yi topladım, sonra bulduğum sonuçla $x+6$ 'yı topladım, çıkan sonuçtan da 40 çıkarıp sonucu buldum.

A: $3x+8$ 'den 40'ı çıkardın, $6x+2$ buldun. İşlemi nasıl yaptığını anlatır mısın?

N: 40'tan 8 çıkardım, 32 buldum. 32'nin 3'ünü buraya aldım, + 'da zaten eklenemeyeceği için + ile x'i yazdım. 3'e de 3 ekledim 6 buldum.

Handwritten mathematical work for problem 3. It shows two equations: $2x-5 + x+7 = 3x+2$ and $3x+2 + x+6 = 4x+8$. The first equation is circled with a 1, and the second with a 2. To the right, there is a subtraction problem: $3x+8 - 40 = 6x+2$, with a 3 next to it.

Şekil 89. Nehir'in 3. soru için oluşturduğu çözüm

5., 6., 7. ve 8. sorularda cebirsel yöntem de dahil olmak üzere herhangi bir yöntemle soruları çözmekten kaçınmış ve bu soruları nasıl çözeceğini bilmediğini ifade etmiştir. Bu nedenle 5., 6. ve 8. sorular yeterli olmayan stratejik yetkinlik (CY), kavramsal anlama yeterliğinin belirlenmeye çalışıldığı 7. soru ise yeterli olmayan kavramsal anlama olarak kodlanmıştır.

Verimli eğilim yeterliğini belirlemeye yönelik iletilen sorularda konuyu sevdiğini, faydalı bir konu olduğunu düşündüğünü belirtmiş; buna karşın başarısı ve derse katılımını değerlendirmesi istenildiğinde yeterli olmayan verimli eğilim göstermiştir. Nehir'in ifadelerine aşağıda yer verilmiştir:

N: Derse katılma durumumu ve başarıımı değerlendirdiğimde 0 puan veririm kendime, gerçekten yapamıyorum. Derse katılmıyorum, okulda kendimi hiç göstermiyorum gerçekten. Ama niye olduğunu ben de bilmiyorum.

Denklem kurma problemlerinin işlendiği ders saatlerde yapılan sınıf gözlemlerinde Nehir'in eşitlik ve denklem çözme konusundakine benzer şekilde derse aktif katılım

göstermediği, verilen problemleri çözmek için bir çaba harcamadığı, sadece ders esnasında notlar aldığı gözlemlenmiştir.

Nehir'in yazılıda yer alan denklem kurma problemlerine yanlış cevap verdiği, yeterli olmayan stratejik yetkinlik gösterdiği görülmüştür. Görüşmelerdekine benzer şekilde sorunun içinde yer alan sayısal değerlere toplama, çıkarma, çarpma gibi çeşitli işlemler uyguladığı görülmektedir. Bunun yanı sıra aşağıda yer alan örnekte görüldüğü gibi "x" ifadesinin bilinmeyen olduğunu kavradığı, kişilerin yaşlarını cebirsel olarak ifade edebildiği görülmektedir.

1) Baba'nın yaşı Cem'in yaşı 4 katından 4 fazladır.
Yaşları farkı 28 olduğuna göre Cem'in yaşı kaçtır? (10p.)
Cem = x
baba 3. = x + 28
28 - 4 = 24. 1 = 25 yaşındadır

Şekil 90. Nehir'in yazılıda yer alan denklem kurma problemine verdiği yanıt

Nehir'in defteri incelendiğinde eşitlik ve denklem çözme konu alanındaki gibi aldığı notlarda eksiklikler olduğu, ayrıca ödevlerini yapmadığı görülmektedir. Aşağıda defterinden bir kesit verilmiştir.

Örnek Bir sayının 2 ek sayısının 3 katı ile 2 katının 4 farkı.
Sayının toplamı 28 olduğuna göre bu sayı kaçtır?
Sayı = x
3. (-2) + (2 x 4)

Şekil 91. Nehir'in matematik defterinden bir kesit

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel yeterlikleri cebir öğrenme alanı bağlamında incelenmiştir. Bunun için öncelikli olarak VEÖ geliştirilmiştir. Daha sonra, bilişsel (matematik başarı düzeyleri) ve duyuşsal (verimli eğilim düzeyleri) özellikleri farklı yedi katılımcının Cebir Öğrenme Alanındaki Eşitlik ve Denklem Çözme ile Denklem Kurma Problemleri konularında sahip oldukları matematiksel yeterlikler işlemsel akıcılık, kavramsal anlama, stratejik yetkinlik, mantıksal düşünme ve verimli eğilim boyutları üzerinden detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu bölümde elde edilen bulgular ışığında eldeki çalışmanın sonuçlarına yer verilerek tespit edilen durumlar literatürdeki sonuçlarla tartışılarak değerlendirilmiş ve çeşitli önerilere yer verilmiştir.

5.1. Farklı Verimli Eğilim ve Matematik Başarı Düzeylerine Göre Matematiksel Yeterlikler

Şimdiki araştırmanın amacı, öğrencilerin matematiksel yeterliklerini cebir öğrenme alanı bağlamında incelemektir. Bu amaçla başarı düzeyleri ve duyuşsal özellikleri farklı yedi katılımcının eşitlik ve denklem çözme ile denklem kurma problemleri konu alanında sahip oldukları matematiksel yeterlikler belirlenmeye çalışılmıştır. Katılımcıların görüşmeler sırasında gösterdikleri yeterlikler ve düzeyleri bulgular kısmında her bir katılımcı için ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Tablo 39’da ise özet olarak verilmiştir.

Tablo 39

Katılımcıların Görüşmeler Sırasında Gösterdiği Yeterlikler ve Düzeyleri

Katılımcı	Konu Alanı	İşlemsel Akıcılık			Kavramsal Anlama			Stratejik Yetkinlik			Mantıksal Düşünme			Verimli Eğilim		
		Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD	Y	KY	YD
İbrahim	Eşitlik ve denklem çözme	5	1	-	1	1	1	3	-	-	7	1	1	3	1	-
	Denklem kurma problemleri	7	-	-	5	2	1	4	2	1	6	-	-	4	-	-
	Toplam	12	1	-	6	3	2	7	2	1	13	1	1	7	1	-
Derya	Eşitlik ve denklem çözme	4	1	2	2	1	-	2	-	1	6	2	-	3	1	1
	Denklem kurma problemleri	2	-	-	2	1	4	2	-	5	2	-	-	2	-	4
	Toplam	6	1	2	4	2	4	4	-	6	8	2	-	5	1	5
Berna	Eşitlik ve denklem çözme	7	0	1	3	-	-	1	1	1	7	1	1	3	1	1
	Denklem kurma problemleri	5	1	1	2	1	5	2	1	4	3	-	1	2	1	1
	Toplam	12	1	2	5	1	5	3	2	5	10	1	2	5	2	2
Ömer	Eşitlik ve denklem çözme	5	1	-	3	-	-	3	-	-	8	1	-	3	1	3
	Denklem kurma problemleri	2	-	-	1	1	4	1	-	6	1	-	-	1	1	4
	Toplam	7	1	-	4	1	4	4	-	6	9	1	-	4	2	7
Mehmet	Eşitlik ve denklem çözme	4	1	2	1	-	2	2	-	1	7	1	-	2	2	2
	Denklem kurma problemleri	2	-	-	1	1	4	1	1	5	2	-	-	2	1	3
	Toplam	6	1	2	2	1	6	3	1	6	9	1	-	4	3	5
Emre	Eşitlik ve denklem çözme	3	-	3	1	1	1	3	-	-	4	-	4	2	1	3
	Denklem kurma problemleri	4	-	1	1	1	6	1	-	6	3	-	2	1	1	4
	Toplam	7	-	4	2	2	7	4	-	6	7	-	6	3	2	7
Nehir	Eşitlik ve denklem çözme	1	-	4	-	-	3	2	-	1	1	1	5	2	1	5
	Denklem kurma problemleri	-	-	2	-	-	3	-	-	7	1	-	-	2	-	4
	Toplam	1	-	6	-	-	6	2	-	8	2	1	5	4	1	9

Y: Yeterli, KY: Kısmen yeterli, YD: Yeterli değil

Tablo 39'dan anlaşılaçağı üzere her katılımcının gösterdiği yeterlikler ve düzeyleri oldukça farklılık göstermektedir. İlk olarak durum çalışmasının da özelliğı itibariyle her katılımcıyla ilgili sonuçlara ayrı ayrı değinilecek, daha sonra ise araştırma kapsamında elde edilen genel sonuçlar literatür eşliğinde değerlendirilecektir.

Verimli eğilimi ve başarısı yüksek olan İbrahim'in bütün yeterlik boyutlarında çoğunlukla yeterli düzeyde olduğu belirlenmiştir. Derste yaptığı çözümler ve yazılı sınav kâğıdındaki

yanıtlar da bunu desteklemektedir. İşlemsel akıcılık noktasında çoğunlukla yeterli düzeyde olduğu, denklemleri hızlı ve akıcı bir şekilde doğru olarak çözdüğü görülmektedir. Ancak denklem çözme sürecindeki prosedürlerin nedenlerinin irdelenmesine yönelik sorulara tam olarak yanıt veremediği görülmektedir. Denklem çözme sürecinde özellikle iki tarafa aynı sayıyı ekleme/çıkarma durumunu açıklamakta oldukça güçlük çektiği, durumu sadece matematiksel bir kural olarak algıladığı görülmektedir. Sadece eşitliğin iki tarafını da aynı sayıya bölme durumunu kısmi şekilde açıklayabildiği görülmektedir. İşlemsel akıcılığı iyi olmasına rağmen, mantıksal düşünme süreçlerinde kısmi yeterlik gösterdiği, işlemsel bilginin arkasındaki gerekçeleri kavramakta zorluk çektiği görülmektedir. Eşitliğin her iki tarafını aynı sayıya bölme süreçlerini biraz da olsa açıklayabilmesi iki durum arasında ilişki kuramadığını da göstermektedir. Denklem kurma problemlerin tamamına yakınında doğru çözüme ulaşan İbrahim'in kavramsal anlama ve işlemsel akıcılık yeterliklerinin oldukça yüksek olduğu, problemleri anlayarak cebirsel olarak doğru bir şekilde ifade ettiği ve doğru çözümlere ulaştığı görülmektedir. Bulduğu sonuçların doğruluğunu da kontrol etmesi mantıksal düşünme yeterliğinin yüksek olduğunu göstermektedir. Verimli eğilimi incelendiğinde ise kendi başarısına ve konu alanına ilişkin başlangıçta sahip olduğu olumlu duygularının devam ettiği, yeterli olmayan verimli eğilim düzeyinde değerlendirilecek herhangi bir ifadesinin olmadığı görülmektedir.

Verimli eğilimi yüksek, başarısı orta olan Derya'nın işlemsel akıcılıkla ilgi birtakım sorunlar yaşadığı görülmektedir. Bunlardan bazılarının bilinmeyen negatif katsayıya sahip olduğu durumlar olduğu görülmektedir. Denklem çözme süreçlerinin mantığını eşitlik üzerinde doğru bir şekilde açıkladığından ve genel eğilimi denklemin her iki tarafını katsayının mutlak değerine bölmeye çalışmak olduğundan burada yaptığı hatanın " $-x$ " kavramını anlamlandıramamasından kaynaklandığı düşünülebilir. Ödevleri ve yazılı kağıtları da işlemsel akıcılık noktasında benzer sorunlar yaşadığını desteklemektedir. Ayrıca işlemlerin sağlamasını yapmasına rağmen mantıksal düşünme süreçlerini etkili kullanmada sorun yaşadığı, akıl yürütme yerine yaptığı işlemlere odaklandığı görülmektedir. Eşitlik ve denklem çözme konusundaki 6. soruya verdiği yanıtlara bakıldığında verilen modeli cebirsel olarak ifade etmekte başarılı olmasına rağmen sonuca ulaşmak adına sayısal verilerden faydalanmaya çalıştığı görülmektedir. Bu da cebirsel düşünme yerine aritmetiksel düşünmenin tercih edildiğini göstermekte, ikisi arasında doğru bir ilişki kurulamadığından hata yapmaya sebebiyet vermektedir. Cebirsel ifadeler konu alanına yönelik verimli eğilimi yüksek olan Derya, görüşmeler ve ders sırasında da

çoğunlukla yüksek verimli eğilim göstermiştir. Bu verimli eğilimin yansıması olarak görüşmeler esnasında kendisine yöneltilen soruları çözerken sorun yaşasa bile denemeye devam etmiş ve bu sayede eşitlik ve denklem çözme konusunda birçok soruda doğru yanıtla ulaşmıştır. İşlemsel akıcılık noktasında yaşadığı sorunları böylelikle yüksek verimli eğilim sayesinde telafi ettiği söylenebilir. Bu durum matematiksel yeterliklerin birbirini olumlu anlamda desteklediğini gösterebilir. Denklem kurma konu alanına gelindiğinde ise Derya'nın verimli eğilimin daha düşük olduğu belirlenmiştir. Stratejik yetkinlik noktasında sıkıntılar yaşadığı görülmüştür. Görüşmeler esnasında verilen problemlerin çoğuna uygun denklem kuramamıştır. Yazılı sınav kağıtları, dersteki gözlemler ve ödevleri de bu durumu desteklemektedir. Derya'nın problem çözümü sırasında " x " bilinmeyenini belirlemekte zorlandığı, iki farklı bilinmeyen içeren sorular için ifadeleri cebirsel olarak birbiri cinsinden ifade etmekte sorun yaşadığı görülmektedir. Denklem kurma problemlerinde çoğunlukla yeterli olmayan kavramsal anlama gösteren Derya, soruların bazılarında farklı yöntemlerle doğru cevaba ulaşsa da cebirsel yöntemle problemleri çözme noktasında yeterli olmayan stratejik yetkinlik göstermiştir.

Verimli eğilimi ve başarısı orta olan Berna'nın denklem çözme sorularının analizleri incelendiğinde işlemsel akıcılık becerisinin oldukça iyi olduğu görülmektedir. Matematiğin oldukça karmaşık olduğunu ve sorgulanmaması gerektiğini görüşmeler esnasında sık sık tekrarlayan Berna'nın yaptığı işlemlerin nedenlerini açıklamakta sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Denklem çözerken eşitliğin her iki tarafına aynı sayıları ekleyerek ya da çıkararak sonuca ulaşmasına rağmen, bunun denklem çözmenin temel mantığı olduğunu kavramakta zorlandığı, ezberlenmesi gereken bir kural gibi kabul ederek sorgulamadığı görülmektedir. Aslında kullandığı çözüm yöntemi mantıksal düşünme süreçlerini farketmesi için yeterli iken matematiğe yönelik algısından dolayı bunu fark edemediği düşünülebilir. Bu durum matematiksel yeterliklerin birbirini olumsuz anlamda da etkileyebileceğini gösterebilir. 5. soruda verilenleri bilinmeyen şeklinde ifade etmek yerine sayısal değerler vermeye yönelmesi, aritmetiksel işlemleri cebirsel işlemlere tercih ettiğini gösterebilir. Bulduğu yanıtların sağlamasını doğru şekilde yaparak mantıksal düşünme yeterliği göstermesine rağmen eşitlik ve denklem çözme konu alanındaki 7. soruda mantıksal düşünme süreçleri sonucunda elde ettiği sonucun doğruluğundan emin olamamıştır. Görüşmeler sürecinde Berna'nın bu tavrına benzer şekilde Derya ve Mehmet'in de yaptıkları sağlamaların sonuçlarına güvenmedikleri görülmüştür. Öğrencilerin benzer tutumları kendi mantıksal düşünme süreçlerine güvenmediklerini

gösterebilir. Bu durumun nedeninin öğrencilerin işlemlere ve problemlere sonuç odaklı yaklaşımları, süreci sorgulamaktan ziyade işlemler sonucu bir değer elde etmeye odaklanmaları olduğu düşünülebilir. Berna'nın denklem kurma problemleri konusunda cebirsel yöntemler kullanarak soruları çözmekte zorlandığı görülmektedir. İşlemsel akıcılık noktasında oldukça yeterli olmasına rağmen, problemleri cebirsel olarak ifade etmekte sorun yaşadığı, yeterli kavramsal anlama gösteremediğinden dolayı stratejik yetkinlik boyutunda sıkıntılar yaşadığı belirlenmiştir. Berna'nın özyeterliğin yüksek olduğu görüşmelerde kendini başarılı bulduğunu belirtmesinden anlaşılmaktadır. Bunun yanı sıra matematiğin anlamsız olduğunu belirtmesi, karmaşık bir yapı olarak tanımlaması matematiğe karşı tutumunun genel olarak düşük olduğu göstermektedir. Bu durum çalışmanın başında uygulanan Cebirsel İfadeler Konu Alanına Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği'nden aldığı puanlarla da paralellik göstermektedir.

Verimli eğilimi ve başarısı orta olan Ömer'in eşitlik ve denklem çözme konusundaki matematiksel yeterlikleri incelendiğinde işlemsel akıcılık noktasında yeterli olduğu, denklemleri çözerken farklı çözüm yollarını kullanabildiği görülmüştür. Denklem çözme süreçlerine dair mantıksal düşünme yeterliği gösterdiği, eşitliğin korunumu ile yaptığı işlemlerin mantığının açıklayabildiği görülmektedir. Matematiksel yeterliklerin bilişsel boyutlarının tamamında “yeterli” ya da “kısmen yeterli” olarak değerlendirildiği, bu duruma rağmen görüşmeler sırasında soruları çözmeyi denemekten kaçındığı, sürekli olarak yapamayacağını ifade ettiği, konu alanına yönelik ilgi ve sevgisini ifade etmekle birlikte kendi başarısına yönelik algısının oldukça düşük olduğu ayrıca gözlemler sırasında derslere katılımının az olduğu görülmektedir. Dolayısıyla çalışmanın başında uygulanan Cebirsel İfadeler Konu Alanına Yönelik Verimli Eğilim Ölçeğinden aldığı puanda özyeterliği, tutumuna göre daha düşük olan Ömer'in bu durumu görüşmelerde de devam ettirdiği söylenebilir. Denklem kurma konu alanına gelindiğinde ise Ömer'in problemlerinin çoğunda farklı yöntemler kullanarak doğru çözüme ulaştığı ancak cebirsel yöntemlerle sonuca ulaşmada başarısız olduğu belirlenmiştir. Cebir öğrenme alanına yönelik stratejik yetkinliğinin zayıf olduğu görülmektedir. Bu durumun problemleri cebirsel olarak ifade etmekte yaşadığı sıkıntılardan kaynaklandığı söylenebilir.

Verimli eğilimi düşük ve başarısı orta olan Mehmet ile yapılan görüşmeler incelendiğinde işlemsel akıcılık noktasında genel bir değerlendirme yapmanın zor olduğu görülmektedir. Bazı sorularda ciddi hatalar yapan Mehmet, bazı denklem çözme sorularını ise doğru bir şekilde çözmüştür. Derslerde yapılan gözlemler ise görüşmelerden farklı olarak işlemsel

akıcılığının yeterli olduğunu göstermiştir. VEÖ'den aldığı düşük puanın yansımından kaynaklı olarak görüşmeler sırasında Mehmet'in soruları çözmekte çok istekli olmadığı ve bu durumun oluştuğu düşünülebilir. Ödevlerini yapmamasına ve soru çözümünde çok istekli olmamasına rağmen sınıfta çok aktif bir öğrenci olmasının, sınıf ortamında kendisini güdüleyen bir dış etkenden kaynaklı olduğu düşünülebilir. Denklem kurma problemleri konu alanında ise Mehmet'in stratejik yetkinlikte bazı sorunlar yaşadığı görülmekte, yazılı sınav kağıdında verdiği yanıtlar da bu durumu desteklemektedir. Mehmet'in eşitlik ve denklem çözme konusu ile ilgili yaptığı açıklamalara bakıldığında denklem çözme süreçlerinin mantığını açıklama şeklinde ve bazı soruların çözümü için kullandığı yöntemlerde aritmetiksel yöntemlerin ağır bastığı görülmektedir. Benzer şekilde denklem kurma problemleri konu alanı ile ilgi yapılan görüşmenin ilk sorusu için de öncelikli olarak aritmetiksel işlem kullanmayı tercih ettiği görülmektedir. Bu durumlar aritmetiksel yöntemleri öncelediğini gösterebilir.

Verimli eğilimi orta ve başarısı alt olan Emre'nin eşitlik ve denklem çözme konu alanına yönelik sorulara verdiği cevaplara bakıldığında soruların bir kısmında işlemsel akıcılık noktasında sorun yaşadığı görülmektedir. Yaptığı yanıtlar incelendiğinde özellikle negatif tam sayılarla ilgili bazı yanılgıları olduğu belirlenmiştir. Bu eksikliğin cebirsel ifadeler konusundaki işlemsel akıcılık becerisini de olumsuz etkilediği söylenebilir. Ayrıca mantıksal düşünme noktasında yaşadığı sorunlar da dikkat çekicidir. Denklem çözme süreçlerinin altında yatan nedenlerle ilgili herhangi bir açıklama yapamamış, bunların kural olduğunu ve nedenini sorgulamadan, kendisine nasıl öğretildiyse işlemleri o şekilde yaptığını belirtmiştir. Bunun yanında denklem çözümlerinin kontrolünü yaparken bulduğu değeri denklemde yerine koymak yerine denklemi tekrar çözmeye çalışması da mantıksal düşünme boyutunun yeterli olmadığını göstermektedir. İşlemsel akıcılık becerisinde sorunlar olduğu görüşmelerden anlaşılmasına rağmen, yazılı sınavda gösterdiği performansın ve denklem kurma problemlerine ilişkin yapılan görüşmede denklemleri çözme noktasındaki başarısının yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum işlemsel akıcılık yeterliğinin zamanla geliştiğini gösterebilir. Denklem kurma problemleri konu alanında ise Emre'nin kavramsal anlama noktasında ciddi sıkıntılar yaşadığı, problemleri cebirsel yöntemlerle çözemediği görülmektedir. Stratejik yetkinlik noktasında yaşadığı bu sıkıntılarla beraber cebir konularının zor olduğunu, soruları çözmekte sorun yaşadığını belirterek sık sık yeterli olmayan verimli eğilim göstermiştir. Derste yapılan gözlemler de bu durumu desteklemektedir.

Verimli eğilimi ve başarısı düşük olan Nehir'in görüşmelerde de matematiksel yeterliklerde genelde yeterli olmadığı görülmektedir. Doğru yanıt verdiği durumların cebirsel ifade içermeyen durumlar olduğu görülmektedir. İşlemsel akıcılık noktasındaki sıkıntıları oldukça dikkat çekicidir. Soruda yer alan sayılarla çoğunluğu çarpma olacak şekilde tesadüfi işlemler yaptığı görülmektedir. Kendisi bu durumun nedeninin çarpmayı çok sevmesi ve sonraki konuları (bölme işlemi, vb.) yapamaması olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla ilkokulda belirli bir düzeye kadar matematiği öğrendiği, sonraki konularda başarılı olmadığı anlaşılmaktadır. Derslerde yapılan gözlemlerde derse karşı hiç ilgisinin olmadığı tespit edilmiştir, bu durum verimli eğiliminin yeterli olmadığını desteklemektedir. Nehir'in eşitlik ve denklem çözme konusunda 2 sefer yeterli stratejik yetkinlik göstermesine rağmen denklem kurma problemlerinin tamamında yeterli olmayan stratejik yetkinlik gösterdiği görülmektedir. Bu durum terazi modellerinin daha somut durumlar içermesi ile açıklanabilir. Ayrıca eşitlik ve denklem çözme konusundaki 1. soruya doğru yanıt verirken 8. soru için doğru yanıt oluşturamaması da yine benzer bir durumdur. " x, y " gibi değişkenler içeren sorulara cevap verememesi henüz cebirsel düşünmeye geçemediğini gösterebilir. Zaten kendi ifadelerinden de ilkokulda belirli bir düzeye kadar matematiği çok iyi öğrendiği, sonrasında ise çeşitli faktörler nedeniyle ilerleme kaydedemediği anlaşılmaktadır. Eşitlik ve denklem çözme konu alanında da benzer durumları göstermesi (çarpma işlemine takılıp kalması) Nehir'in matematik öğrenim sürecinde geçmişte bir noktaya takıldığını ve ilerleyemediğini gösterebilir. Bu duruma sebep olarak verimli eğiliminde yaşadığı düşüşü göstermiş, özellikle ilkokuldaki öğretmeniyle olan ilişkilerinden bahsetmiş ve onun etkisiyle matematiği sevmemeye başladığını belirtmiştir. Literatürde de öğrencilerin matematiğe yönelik tutum ve inançlarının okul hayatlarında denk geldikleri öğretmenler tarafından şekillendiği belirtilmiş (NCTM, 2000), öğretmenlerin olumsuz yaklaşımlarının öğrencilerin matematik kaygısını artıran faktörlerden biri olduğu ifade edilmiştir. (Frank, 1990; Baydar & Bulut, 2002; Bekdemir, 2007).

Genel olarak bütün katılımcılar değerlendirildiğinde, katılımcıların çoğunun cebirsel ifadeler öğrenme alanına yönelik sahip oldukları verimli eğilimleri devam ettirdikleri görülmektedir. Bu durum duyuşsal özelliklerin zor değişmesi ile açıklanabilir (Tekin, 2003).

Diğer yeterliklerle kıyaslandığında öğrencilerin işlemsel akıcılık noktasında daha yeterli oldukları söylenebilir. Benzer şekilde Meng ve Ie (2016) ile Hlaing ve Thein (2020) da

yapmış oldukları çalışmaların sonucunda öğrencilerin en yüksek işlemsel akıcılık yeterliğine sahip olduğunu belirtmişlerdir. Katılımcıların işlemsel akıcılık noktasında yaşadığı sorunlara bakıldığında ise tam sayılarla işlemler konusunda problemler yaşadıkları ve bunun cebirsel ifadelerle işlemler konusuna da yansıdığı görülmektedir. Benzer şekilde literatürde de öğrencilerin aritmetikte yaşadıkları sorunların cebir konularına yansıdığı ve öğrencilerin hata yapmasına neden olduğu belirtilmektedir (Warren, 2005; Akkaya & Durmuş, 2006). Ayrıca öğrencilerin negatif katsayılı cebirsel ifadelerin bulunduğu durumlarda çözüme ulaşmakta zorlandıkları da görülmektedir. Çavuş-Erdem (2013) de çalışmasında öğrencilerin negatif katsayılı cebirsel ifadelerde sorun yaşadıklarını belirtmiştir.

Katılımcıların denklem çözme süreçlerinde kullanılan kuralların açıklamasını yapmakta zorlandıkları, yaklaşık yarısının yeterli olmayan mantıksal düşünme gösterdiği ve açıklamalarının genelde “Çünkü kural böyle.”- “Öğretmenimiz bu şekilde öğretti.” tarzında olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin sorgulamadan, kurallar ve işlemler arasında ilişki kurmadan öğrendiklerini gösterebilir. Benzer şekilde Çavuş-Erdem ve Gürbüz (2017) de 7. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmasında denklem çözümünde kullanılan prosedürlerin nedenini açıklamaları istendiğinde çoğunun açıklayamadığını ve bunun bir kural olduğunu belirttiklerini tespit etmişlerdir.

Eşitlik ve denklem çözme konu alanına ait 7. soruda x 'in değişken olarak kullanılmasının öğrencileri zorladığı görülmektedir. Soruya doğru yanıt veremeyen öğrencilerin eşitliği çözmeye çalışarak tek bir “ x ” değeri bulmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu durumun, öğrencilerin cebirsel ifadelerde kullanılan harfleri değişken olarak algılamakta sorun yaşamalarından kaynaklandığı düşünülebilir. Benzer şekilde Dede (2004a) de öğrencilerin değişkenleri algılamakta sorun yaşadıklarını belirtmiştir.

Elde edilen verilerden denklem kurma problemlerinde öğrencilerin çoğunlukla deneme-yanılma gibi cebir harici yöntemlere ve aritmetik işlemlere yöneldikleri tespit edilmiştir. Bu durum öğrencilerin bazılarının aritmetikten cebire geçme noktasında sıkıntı yaşadığını, temel aritmetiksel işlemleri kullanmaya devam etme eğiliminde olduklarını gösterebilir. Literatürde de öğrencilerin cebir sorularını çözerken ilkokuldan getirdikleri alışkanlıkları devam ettirmeye çalıştıkları (Yenilmez & Avcu, 2009) ve aritmetiksel işlemlere yöneldikleri (Akkan, Baki & Çakıroğlu, 2012; Gürbüz & Akkan, 2008; Kabael & Akın, 2016; Mayer, Lewis & Hegarthy, 1992; Stacey & MacGregor, 1999) belirtilmektedir. Stacey & Macgregor (1999) öğrencilerin cebir harici yöntemlere yönelmesinin nedenini

cebirsel yöntemlerin öğrenciler tarafından problem çözme aşamasında geçerli bir neden olmaksızın öğretmenler tarafından zorla kullandırılan bir yöntem olarak görmeleri olarak açıklamaktadır. Bu çalışmada da öğrencilerin denklem kurma problemlerine yönelik daha düşük verimli eğilim göstermesi ve öğrencilerin bir kısmının konuyu kullanışsız olarak değerlendirmesi, cebirsel yöntemlerin problem çözümünde gerekli bir yöntem olarak görmediklerini ve bunun sonucu olarak da daha aşına oldukları aritmetiksel yöntemleri kullanmaya devam ettiklerini gösterebilir.

Denklem kurma problemleri konu alanında -eşitlik ve denklem çözme konu alanı ile kıyaslandığında- öğrencilerin yeterli düzeylerinin daha alt seviyelerde kaldığı görülmektedir. Bu durumun öğrencilerin verimli eğilim yeterliklerine de yansıdığı, denklem kurma problemlerinde eşitlik ve denklem çözmeye göre verimli eğilim yeterliğine yönelik ifadelerinin daha olumsuz olduğu görülmektedir. Verilen bir cebirsel ifadeye uygun problem kurma durumlarına ve terazi modellerine verdikleri yanıtlar incelendiğinde katılımcıların daha çok yeterli kavramsal anlama göstermelerine rağmen denklem kurma problemleri konu alanına yönelik yanıtları incelendiğinde problemleri cebirsel olarak ifade etme noktasında zorlandıkları, çoğunlukla yeterli olmayan kavramsal anlama gösterdikleri görülmektedir. Literatürde de cebir kullanarak problem çözmenin zor olduğu (Stacey & MacGregor, 1999), problem çözme esnasındaki yaşanan sıkıntıların problemi anlama ve denklem kurma aşamalarından kaynaklandığını belirtilmiş (Mayer, 1982); öğrencilerin cebirsel sözel problemleri matematiksel olarak ifade etmekte zorlandıkları araştırmacılar tarafından tespit edilmiştir (Akkan, Çakıroğlu & Güven, 2009; Dede, 2004b; Jupri & Drijvers, 2016). Bilinmeyen tek ve açık olduğu problem durumlarında katılımcıların cebirsel temsilleri daha etkili kullanabildikleri, sorunun içerisindeki bilinmeyen sayısı arttıkça ya da hangi ifadenin bilinmeyen olarak kabul edilerek çözüme başlanılacağına net olmadığı durumlarda cebirsel yöntemleri başarılı bir şekilde kullanamadıkları görülmektedir. Özellikle “mesafe”, “yaş” gibi genel kavramları “ x ” olarak tanımlayamaya çalışmaları oldukça dikkat çekicidir. Lee, Ng, Ng ve Lim (2004) de problemin başlangıç noktası olarak en uygun bilinmeyen seçilmesinin problemi çözmek isteyenler için önemli bir nokta olduğunu belirtmektedir. Bu durumda katılımcıların bilinmeyeni doğru belirleyemedikleri için başlangıç noktasını seçemedikleri ve problemleri çözmekte sorun yaşadıkları söylenebilir.

Denklem kurma problemlerinde verimli eğilimi ve başarısı yüksek olan İbrahim’in cebirsel yöntemleri kullanmada diğer altı öğrenciye kıyasla oldukça yüksek yeterlik gösterdiği

görülmektedir. Bu durumun matematik başarısının yüksekliğinden kaynaklandığı düşünülebilir. Benzer şekilde Çağdaşer (2008) ve Yaprak-Ceyhan (2012) öğrencilerin başarı düzeyleri arttıkça cebirsel başarılarının ve cebirsel düşünme düzeylerinin arttığını tespit etmişlerdir. Uyangör-Mert ve Dikkartın-Övez (2012) de 6. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada başarının üst düzey olduğu okullarda öğrenim gören öğrencilerin, orta ve alt gruptaki okulların öğrencilerine kıyasla cebir öğrenme alanında daha başarılı olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca Stacey ve MacGregor (1999) yaptığı araştırma sonucunda cebirsel yöntemlerin az sayıda öğrenci tarafından kullanıldığını ve bu öğrencilerin başarı oranı yüksek okullarda yoğunlaştığını belirtmişlerdir.

Ayrıca araştırma sonuçları yeterliklerin birbirinin gelişimini olumlu yönde destekleyebildiği gibi olumsuz olarak da etkileyebildiklerini gösterebilir. Kilpatrick vd. (2001) de matematiksel yeterliğin 5 farklı boyutunun birbirini etkilediğini belirtmiştir. Ayrıca Hlaing ve Thein (2020) de yaptıkları araştırma sonucunda bütün yeterliklerin arasında anlamlı ilişki olduğunu belirtmiştir. Bu durum öğrencilerin gelişim süreçlerinde bütün yeterlik boyutlarına önem verilmesi gerektiğini göstermektedir.

İşlemsel akıcılık, kavramsal anlama, stratejik yetkinlik ve mantıksal düşünme gibi bilişsel boyutlarının birbirine etkisinin yanı sıra bu çalışmanın sonucunda verimli eğilim yeterliğinin de bilişsel beceriler üzerinde oldukça etkili olduğu söylenebilir. Örneğin, Nehir'in söylemlerinden verimli eğilimindeki negatif yönelimin matematiksel yeterliklerin bütün bilişsel boyutlarını olumsuz etkilediği düşünülebilir. Ayrıca verimli eğilim yeterliğinin yüksek olmasının öğrencilerin sorular üzerinde çalışmaktan vazgeçmemelerini, doğru sonuca ulaşacakları noktasında kendilerine duydukları güvenle yeni denemeler yapmalarını sağladığı, böylelikle doğru cevabı bulma oranlarını arttığı ifade edilebilir. Verimli eğilimleri ve başarıları orta olan Berna ve Ömer değerlendirildiğinde ise araştırma kapsamında kullanılan ölçekten özyeterliğinin tutumuna göre daha yüksek olduğu belirlenen Berna'nın derslere çok aktif bir şekilde katıldığı, sonuca ulaşana kadar soruları çözmeye çalışmaktan vazgeçmediği bunun da başarısını artırdığı düşünülebilir. Ömer'in ise kendini başarısız olarak algıladığı, derslere katılmadığı, çözüme ulaşabileceği durumlarda bile çaba harcamadığı görülmüştür. Bu durumun nedeni olarak olarak özyeterlik puanları arasındaki fark gösterebilir. Literatürde de matematiğe yönelik öz-yeterlik algısının matematik başarısını etkileyen en önemli duyuşsal değişkenlerden biri olduğu ifade edilmektedir (Pajares & Miller, 1995).

Katılımcıların matematiksel yeterlik düzeylerinde matematik öğretmenlerinin de etkisi olduğu söylenebilir. Ela öğretmenin ders işleme biçimi (bkz. Bölüm 3.3.2) ve kendi söylemleri birlikte değerlendirildiğinde derslerde bol sayıda örneğe yer vermiş olmasının öğrencilerin işlemsel akıcılık becerisinin yüksek olmasında, terazi modeli örneklerine derste yer vermesinin de öğrencilerin eşitlik ve denklem çözme konusundaki stratejik yetkinliklerini artırmada katkı sağladığı düşünülebilir. Ancak Ela Öğretmenin denklem çözme konusuna terazi modeli ile giriş yaparak her iki tarafa aynı sayısı ekleyip çıkararak eşitliğin değişmeyeceğini derste açıklamasına ve bu yöntemi denklem çözme alıştırmaları içerisinde derste de kullanmasına rağmen öğrencilerin bu duruma çok hâkim olmadıkları görülmektedir. Bu durum öğrencilerin işlemsel akıcılık becerisine önem verdiğini, işlemlerin arkasındaki nedenleri öğrenmeye yönelik ihtiyaç hissetmediklerini gösterebilir. Ela Öğretmenin eşitlik ve denklem çözme süreçlerini günlük hayatla ilişkilendirerek aktarmasına rağmen cebirsel yöntemlerin problem çözme sürecinde kullanılmasının sağlayacağı kolaylıklara, konunun önemine derslerde yer vermediği gözlemlenmiştir. Katılımcıların denklem kurma problemleri konu alanında daha düşük verimli eğilim göstermelerinden nedenlerinden birinin de bu olabileceği düşünülebilir.

Genel olarak elde edilen sonuçlara bakıldığında öğrencilerin başarı ve verimli eğilim düzeyleri neticesinde göstermiş oldukları belirli yeterlik yönelimleri olsa bile konu alanına ve öğrenciye göre gösterilen matematiksel yeterliklerin farklılık gösterdiği söylenebilir. Verimli eğilimi ve başarısı yüksek olan İbrahim'in özellikle denklem kurma problemleri konu alanında diğerlerine kıyasla yüksek başarı gösterdiği görülmektedir. Bu durumda kendisinden mantıksal düşünme yeterliğinde de daha yüksek başarısı göstermesi beklenirken denklem çözümünün mantıksal boyutunu açıklamakta zorlandığı belirlenmiştir. Buna karşılık başarısı orta, verimli eğilimi düşük olan Mehmet'in denklem çözümünün altında yatan mantığı doğru bir şekilde ifade edebildiği görülmektedir. Ayrıca verimli eğilimi ve başarısı düşük olan Nehir'in eşitlik ve denklem çözme konusundaki 5. soruda başarılı olduğu, buna karşılık başarısı ve verimli eğilimi orta olan Berna'nın bu soruda zorlandığı görülmektedir. Buradan başarı düzeylerinden bağımsız şekilde her öğrencinin farklı boyutlarda yeterli olabileceği söylenebilir. Benzer şekilde Freund (2011) da çalışmasının sonucunda birçok öğrencinin belirli bir yeterlik seviyesi gösterdiğini belirtmiş, ayrıca standartlaştırılmış testlerde sadece doğru cevaba odaklanıldığı için elde edilen tek bilginin öğrencinin doğru cevaplayıp cevaplamadığı olduğundan dolayı

öğrencilerin ne bildiğinin fark edilemediğini ifade etmiş, yeterlik analiziyle öğrencilerin ne bildiğinin de açığa çıktığını vurgulamıştır.

Her öğrencinin farklı matematiksel yeterlik ve düzeyi gösterdiği göz önüne alındığında öğrenmede bireysel farklılıklar olduğu, her öğrencinin öğrenme türünün farklı olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencilere sunulan eğitim fırsatları içerisinde yeterlik türlerinin tamamına yer verilmesinin önem taşıdığı, öğrencilerin bireysel farklılıkları olsa da belirli standartlara ulaşabilmesi, en azından bütün standartlara yönelik eğitime erişebilmesi gerektiği görülmektedir. Benzer şekilde NCTM (2000) de öğrencilerin belirli standartlara erişiminin desteklenmesi gerektiğini belirtmektedir.

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırmacılara ve öğretmenlere bazı önerilerde bulunulmuştur.

5.2.1. Araştırmacılara Öneriler

Araştırma sürecinde öğrencilerin verimli eğilim ve başarı düzeylerinin çapraz biçimde incelenmesi sonucunda 9 kategoride öğrenci olması beklenirken sadece 6 kategoride öğrenci bulunduğu görülmüştür. Bu araştırma 6 kategoride yer alan öğrenciler üzerinden yürütülmüş, düşük verimli eğilim-yüksek başarı, orta verimli eğilim-yüksek başarı, yüksek verimli eğilim-düşük başarı kategorileri çalışma dışı kalmıştır. Bu bağlamda, bu üç kategorideki öğrencilerin de matematiksel yeterliklerinin incelenmesini içeren ileri bir çalışma yapılabilir.

Araştırma kapsamında katılımcıların belirlenmesi sürecinde farklı verimli eğilim ve başarı düzeylerine göre oluşan kategorilerden verimli eğilim orta-başarı orta kategorisi hariç birer öğrenci çalışmaya dahil edilmiştir. Bu kapsamda, tüm kategorilerden birden fazla öğrenci belirlenerek yürütülecek bir ileri araştırma ile aynı kategorilerdeki katılımcıların matematiksel yeterliklerinin benzer ve farklı yönleri de incelenebilir.

Araştırma süreci eşitlik ve denklem konu alanı ile sınırlı olmasına rağmen öğrencilerin bu süreçte matematiksel yeterliklerinin gelişim gösterdiği söylenebilir. Bu nedenle ortaokul matematik öğretim programında yer alan cebir konularının tamamını kapsayacak şekilde boylamsal bir araştırma planlanarak öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik

matematiksel yeterlikleri cebir konularıyla ilk tanıştıkları andan itibaren detaylı olarak araştırılabilir.

Bu çalışma tek bir 7. sınıf şubesinden seçilen katılımcılar ile sınırlıdır. Dolayısıyla öğrenciler aynı matematik öğretmeninden eğitim almıştır. Bu bağlamda, farklı matematik öğretmenlerinin sınıflarından belirlenen katılımcılarla, öğrencilerin matematiksel yeterliklerin belirlenmesine yönelik ileri bir çalışma yürütülerek farklı öğretim ortamlarının matematiksel yeterlikler üzerindeki etkisi de araştırılabilir.

Araştırma sonucunda katılımcıların büyük çoğunluğunun denklem kurma problemleri alanında stratejik yetkinlik boyutunda yeterli düzeyde olmadıkları, bunun nedeninin ise kavramsal anlama boyutunda yaşadıkları sorunlar olduğu düşünülebilir. Bu kapsamda, cebir öğrenme alanında öğrencilerin stratejik yetkinlik ve kavramsal anlama yeterliklerini geliştirmeye yönelik öğretim modellerini geliştirmeyi hedefleyen ileri araştırmalar yapılabilir.

Araştırma kapsamında geliştirilen verimli eğilim ölçeği öğrencilerin cebirsel ifadeler konu alanına yönelik verimli eğilimlerini tespit etmeye yöneliktir. Bu bağlamda, öğrencilerin genel olarak matematik dersine yönelik verimli eğilimlerini belirlemeyi amaçlayan bir ölçeğin geliştirilmesine yönelik ileri araştırmalar da yapılabilir.

Bunların yanı sıra -araştırma sonuçlarından ve sınırlılıklarından bağımsız olarak- araştırmacılara yeni çalışmalar için aşağıdaki öneriler sunulabilir:

- Matematik öğretmenlerinin belirli bir konu alanına yönelik olarak hazırladıkları ders planları matematiksel yeterlikler açısından incelenebilir veya matematik derslerinde gözlemler yapılarak öğretmenlerin ders esnasında yer verdiği matematiksel yeterlikler belirlenebilir.
- Matematik öğretmen adaylarının belirli bir konu alanına yönelik olarak hazırladıkları ders planları, mikro öğretimle uygulamaya koydukları dersler, uygulama okullarındaki yürüttükleri dersler matematiksel yeterlikler açısından incelenebilir.
- Matematik öğretmen adaylarıyla/öğretmenleriyle yürütülecek bir nitel çalışma ile matematiksel yeterliklere yönelik algıları/farkındalıkları belirlenebilir.
- PISA, TIMSS, LGS gibi sınav soruları için öğrencilerin oluşturdukları çözümler matematiksel yeterliğin bilişsel boyutları dikkate alınarak incelenebilir. Özellikle

PISA sınavında yer alan gerçek yaşam problemlerini çözme aşamasında öğrencilerin hangi matematiksel yeterlikleri devreye koyduğu belirlenebilir.

- Matematik öğrenme ortamlarının bütün matematiksel yeterlikleri kapsamı önem taşıdığından eksik ve güçlü noktaları belirlemek adına matematik ders kitapları ve öğretim programları matematiksel yeterlikler açısından incelenebilir.

5.2.2. Öğretmenlere Öneriler

Araştırma sonucunda matematiksel yeterlik boyutlarının birbirlerini etkilediği ifade edilebilir. Bu nedenle öğretim ortam ve süreçlerinin, matematiksel yeterliğin tüm boyutlarını destekleyecek bir şekilde tasarlanmasına azami dikkatin gösterilmesi öğretimin kalitesini artırabilecek bir öneri olarak sunulabilir.

Araştırmada konu alanına ve öğrenciye bağlı olarak matematiksel yeterliklerin değişkenlik gösterdiği, öğrencilerin matematiksel yeterlik durumlarında bireysel farklılıklar olduğu; örneğin bazı sorularda başarı düzeyi yüksek öğrencilerin “*yeterli değil*” olarak belirlendiği durumlarda, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin “*yeterli*” oldukları görülmüştür. Zaten Freund (2011) da standart testlerle öğrencilerin sadece cevabına odaklanıldığını bu nedenle de öğrencilerin belirlenemeyen matematiksel yeterlikleri olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda, öğretmenlerin öğrencilerin ne bildiğine dair farkındalıklarının artması ve öğrencilerin bireysel farklılıklarını dikkate alarak farklı öğretim yaklaşımları kullanması adına öğrencilerin matematiksel yeterliklerini açığa çıkaracak farklı ölçme değerlendirme yöntemleri kullanılması önerilebilir.

Araştırma kapsamında katılımcıların çoğunun araştırmanın başında uygulanan verimli eğilim ölçeğinden alınan sonuçlara benzer olacak şekilde verimli eğilim yeterliklerini sürdürdükleri görülmektedir. Bu durum, konunun başlangıcında öğrencilerin geliştirdiği verimli eğilimin tüm konu alanını etkilediğini göstermektedir. Konunun ilerlemesiyle verimli eğilimin değişmesi zor görüldüğünden, konunun ilk başlarında öğrencilerin derse karşı ilgilerin, meraklarının artırılmasının yanında kendi başarılarına dair algılarının da artırılmasına yönelik faaliyetlere yer verilmesi önerilebilir.

Araştırma kapsamında katılımcıların işlemsel akıcılık yeterliğinin tam sayılarla işlemler konusunda yaşadıkları zorluklardan etkilendiği belirlenmiştir. Bu noktada cebirsel ifadeler konusundan önce öğrencilerin tam sayılarla işlemler ile ilgili eksikliklerin giderilmesine

yönelik çalışmalar yapılması önerilebilir. Katılımcıların denklem kurma problemlerinde stratejik yetkinlik noktasında sorun yaşadığı ve bu sorunun genel olarak kavramsal anlama boyutundaki yetersizlikten kaynakladığı söylenebilir. Bu noktada özellikle değişkenlerin birbirine bağlı olarak ifade edilmesi gereken problem durumlarına yönelik denklem kurma uygulamalarına derslerde daha yoğun yer verilmesi önerilebilir. Ayrıca çalışma sonucunda -öğretmenin derste yer vermesine rağmen- öğrencilerin bir kısmının denklem çözmenin mantığını açıklarken yeterli mantıksal düşünme gösteremediği de belirlenmiştir. Öğrencilerin mantıksal düşünme yeterliklerini geliştirme adına denklem çözme sürecinin altında yatan mantığı öğrencilerin kavraması noktasında eşitliğin iki tarafına aynı işlemi uygulama yönteminin, karşı tarafa geçirme yöntemiyle kıyaslandığında daha etkili olduğu belirtildiğinden (Çavuş-Erdem & Gürbüz, 2017) bu yönteme derslerde daha fazla yer verilebilir.

Araştırma sonucunda öğrencilerin cebir öğrenme alanında stratejik yetkinlik kapsamında genel olarak aritmetiksel çözümler tercih etme eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Cebirsel yöntemlerin problem çözme sürecinde kullanılmasının sağlayacağı faydalara derslerde yer verilmediği de gözlemlenmiştir. Bu nedenle derslerde öğrencilerin eğilimlerini cebir öğrenmeye yönlendirebilmek için cebirsel yöntemleri kullanmanın problem çözme süreçlerinde kolaylık sağlayacağını fark etmelerine yönelik çalışmalar yapılmasının faydalı olabileceği düşünülebilir. Öğrencilerin aritmetikten ziyade cebirsel yöntemleri tercih etmelerini sağlamak için karmaşık sorularda her iki yöntem kullanılarak ikisinin olumlu ve olumsuz yönleri üzerinde tartışılması (Cai, Ng & Moyer, 2011) veya öğrencilerin cebirsel yöntemleri kullanmadan çözmekte zorlanacağı sorular üzerinde çalıştırılması (Stacey & MacGregor, 1999) da önerilebilir.

KAYNAKLAR

- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43 (43), 1-13.
- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü., & Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9 (17), 41-55.
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Akkuş-Çıkla, O. (2004). *Çoklu temsil temelli öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin cebir performansına, matematiğe karşı tutumuna ve temsil tercihlerine etkisi*. Doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Altun, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi*. İstanbul: Alfa.
- Anderson, J. C., & Gerbing, D. W. (1984). The effect of sampling error on convergence, improper solutions, and goodness-of-fit indices for maximum likelihood confirmatory factor analysis. *Psychometrika*, 49(2), 155-173.
- Awofala, A.O.A. (2017). Assessing senior secondary school students' mathematical proficiency as related to gender and performance in mathematics in Nigeria. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 3(2), 488-502. doi: 10.21890/ijres.327908
- Awofala A. O., Lawal, R. F., Arigbabu, A. A., & Fatade, A. O. (2020). Mathematics productive disposition as a correlate of senior secondary school students'

- achievement in mathematics in Nigeria. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-17. doi: 10.1080/0020739X.2020.1815881
- Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27–46.
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 34(2), 191-215. <http://www.uky.edu/> Chapter 2: <http://samples.jbpub.com/9781449689742/Chapter2.pdf>
- Baydar, S. C., & Bulut, S. (2002). Öğretmenlerin matematiğin doğası ve öğretimi ile ilgili inançlarının matematik eğitimindeki önemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 62-66.
- Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 3-14). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Bekdemir, M. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarındaki matematik kaygısının nedenleri ve azaltılması için öneriler (Erzincan Eğitim Fakültesi örneği). *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 131-144.
- Bekdemir, M. (2014). Meslek yüksekokulu öğrencilerinin matematik kaygı düzeylerinin ve başarılarının değerlendirilmesi. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 2(2), 169-189.
- Bell, A. (1995). Purpose in school algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 41-73.
- Bezek-Güre, Ö., Kayri, M., & Erdoğan, F. (2020). Analysis of factors effecting PISA 2015 mathematics literacy via educational data mining. *Education and Science*, 45(202), 393-415.
- Bloom, B.S. (1979). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (Çeviren: D.A. Özçelik). Ankara: MEB.
- Booker, G., & Windsor, W. (2010). Developing algebraic thinking: Using problem-solving to build from number and geometry in the primary school to the ideas that underpin algebra in high school and beyond. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8(5), 411–419. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.057>

- Brown, T. A. (2015). *Confirmatory factor analysis for applied research* (2nd ed.). New York: The Guilford.
- Bursal, M. (2017). *SPSS ile temel veri analizleri (1. baskı)*. Ankara: Anı.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri (17. Baskı)*. Ankara: Pegem.
- Byrne, B. M. (2010). *Structural equation modelling with AMOS basic concepts, applications, and programming* (2nd ed.). New York: Routledge.
- Cai, J., Ng, S. F. & Moyer, J. C. (2011). Developing students' algebraic thinking in earlier grades: Lessons from China and Singapore. In J. Cai ve E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 25-41). Berlin Heidelberg: Springer.
- Common Core State Standards Initiative (t.y.). *Common Core State Standards for mathematics*.http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf adresinden erişilmiştir.
- Correa, P. M. D. (2017). *Observing high-school students' mathematical understanding and mathematical proficiency in the context of mathematical modeling*. Doctoral Dissertation, University of Alberta, Canada.
- Creswell, J. W. (2013). Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları. (S. B. Demir, Çev. Ed.). Ankara: Eğiten.
- Cumhur, F. (2018). Öğretmenlerin görüş ve önerileri bağlamında öğrencilerin matematik başarısını etkileyen faktörlerin incelenmesi. *Journal of Social And Humanities Sciences Research*, 5(26), 2679-2693.
- Çağdaşer, B.T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Çalışkan, M. (2014). Bilişsel giriş davranışları, matematik özkavramı, çalışmaya ayrılan zaman ve amtematik başarısı arasındaki ilişkiler. *Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 181(181), 345-358.
- Çavdar, D., & Şahan, H. (2019). Matematik dersinde akademik başarı, öz yeterlik ve matematik dersine yönelik tutum arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim*

Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 13(2), 979-999. doi: 10.17522/balikesirnef.605618

Çavuş-Erdem, Z. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu hata ve yanlışların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri*. Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.

Çavuş-Erdem, Z. & Gürbüz, R. (2017). Öğrencilerin hata ve kavram yanlışları üzerine bir inceleme: Denklem örneği, *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 640-670.

Çiftçi, M. (2015). Öğrenme psikolojisinin temel kavramları ve öğrenmeyi etkileyen faktörler. B. Gençdoğan (Ed.), *Eğitim Psikolojisi* içinde (s.1-33). Erzurum: Atatürk Üniversitesi.

Dede, Y. (2004a). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(1), 24-56.

Dede, Y. (2004b). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazarken kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi*. www.matder.org.tr. adresinden erişilmiştir.

Dede, Y. (2012). Students' attitudes towards geometry: a cross-sectional study. *International Journal for Studies in Mathematics Education*, 5(1), 85-113.

Dede, Y. & Argün, Z. (2003). Cebir öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180–185.

Dede, Y. & Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: matematik öğretmen adayları'nın bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1) , 35-49.

DeVellis, R. F. (2017). *Ölçek geliştirme, kuram ve uygulamalar* (T. Totan, Çev.Ed.). Ankara: Nobel.

Drager, K. W. (2014). *The relationship between abstract reasoning and performance in high school algebra*. Masters' Thesis, University of Kansas, Lawrence.

- Dursun, Ş., & Dede, Y. (2004). Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler: matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-230.
- European Commission. (2006). *Recommendation 2006/962/EC of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning*, Official Journal L 394 of 30.12.2006, 10–18, <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:EN:PDF> sayfasından erişilmiştir.
- Erenkuş, M.A., & Eren-Savaşkan, D. (2018). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 7. sınıf matematik ders kitabı*. Ankara: Koza.
- Erkuş, A. (2012). *Psikolojide ölçme ve ölçek geliştirme I: Temel kavramlar ve işlemler*. Ankara: Pegem.
- Ertürk, S. (1975). *Eğitimde program geliştirme*. Ankara: Yelken-tepe.
- Field, A. (2000). *Discovering statistics using SPSS for Windows*. Sage.
- Figgins, L. S. (2010). *Four elementary teachers' journeys into the understanding and application of mathematical proficiency*. Doctoral dissertation, Department of Teaching and Learning Northern Illinois University, Illinois.
- Flexer, B. K. (1984). Predicting eighth-grade algebra achievement. *Journal for Research in Mathematics Education JRME*, 15(5), 352-360.
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-Hill.
- Frank, M. L. (1990). What myths about mathematics are held and conveyed by teachers?. *Arithmetic Teacher*, 37(5), 10-12.
- Freund, D. P. N. (2011). *Opportunities to develop mathematical proficiency: how teachers structure participation in the elementary mathematics classroom*. Doctoral dissertation, University of California, Los Angeles.
- Gelbal, S. (2008). Sekizinci sınıf öğrencilerinin sosyoekonomik özelliklerinin türkçe başarısı üzerinde etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 33(150). 1-13.
- Glesne, C. (2013). *Nitel araştırmaya giriş* (A. Ersoy & P. Yalçınnoğlu, Çev.). Ankara: Anı.

- Goodwin, L. D. (1999). The role of factor analysis in the estimation of construct validity. *Measurement in Physical Education and Exercise Science*, 3(2), 85-100.
- Güler, N. (2011). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Ankara: Pegem.
- Gürbüz, R., & Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: Denklem örneği. *Eğitim ve Bilim*, 33(148), 64-76.
- Harrington, D. (2009). *Confirmatory factor analysis*. New York: Oxford University.
- Hart, K. M., Brown, M. L., Kerslake, D. M., Küchemann, D. E., & Ruddock, G. (1985). *Chelsea diagnostic mathematics tests: teacher's guide*. Berkshire: NFER-NELSON.
- Hensel, L. T., & Stephens, L. J. (1997). Personality and attitudinal influences on algebra achievements levels. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 28(1), 25-29.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Hlaing, T. Z., & Thein, N. N. (2020). A study of middle school students' mathematical proficiency in the mathematics classroom. *Journal of Myanmar Academy Arts and Science*, 18(9), 275-285.
- Hooper, D., Coughian, J., & Mullen, M. R. (2008). Structural equation modelling: Guidelines for determining model fit. *Electronic Journal of Business Methods*, 6(1), 53-60.
- Horne, M., & Lindberg, L. (2001). A scaffolding for linear equations. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra* (Proceedings of the 12th ICMI Study Conference, pp. 313-319). Melbourne, Australia: The University of Melbourne.
- House, J. D., & Telese, J. A. (2014). Confidence in mathematics and algebra achievement of eighth-grade students in japan: findings from the TIMSS 2011 assessment. *Education* 135(2), 252-256.

- Işıksal, M., & Aşkar, P. (2003). İlköğretim öğrencileri için matematik ve bilgisayar öz-yeterlik algısı ölçekleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(25), 109-118.
- Jupri, A., & Drijvers, P. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(9), 2481-2502.
- Kabael, T., & Akın, A. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler ve niceliksel muhakeme becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(2), 875-894.
- Kağıtçıbaşı, Ç. (2005). *Yeni insan ve insanlar: Sosyal psikolojiye giriş*. İstanbul: Evrim.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Karagöz Y. (2017). *SPSS ve AMOS uygulamalı nicel-nitel karma bilimsel araştırma yöntemleri ve yayın etiği*. Sivas: NOBEL. ISBN: 978-605-320-811-2.
- Katz, V. J., & Barton, B. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 185–201.
- Khairani, A. Z., & Nordin, M. S. (2011). The development and construct validation of the mathematics proficiency test for 14-year-old students. *Asia Pacific Journal of Educators and Education*, 26(1), 33-50.
- Khalil, I., & Alnatheer, M. (2020). Developing a learning unit in light of the integration between the mathematical proficiency and the 21st century skills. *14th International Technology, Education and Development Conference (INTED2020) Proceedings* pages:2501-2506. Valencia, Spain. doi: 10.21125/inted.2020
- Kırnap-Dönmez, S. M. & Dede, Y. (2020). Ortaöğretime geçiş sınavları matematik sorularının matematiksel yeterlikler açısından incelenmesi. *Başkent University Journal of Education*, 7(2), 363-374.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp.390-419). New York: Macmillan.

- Kilpatrick, J., Jane Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy.
- Kline, R. B. (2011). *Principles and practice of structural equation modeling (3rd ed.)*. New York: The Guilford.
- Koğar, H. (2015). Examination of factor affecting PISA 2012 mathematical literacy through mediation model. *Education and Science*, 40(179), 45-55.
- Kutluca, T. (2017). İkinci dereceden fonksiyonlar konusuna ilişkin 10.sınıf öğrencilerinin başarı, özdeğerlendirme ve tutumlar arasındaki ilişki. *Batman Üniversitesi Yaşam Bilimleri Dergisi*, 7(1/1), 76-88.
- Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. In. Lacampagne, C., Blair, W. & Kaput, J. (Eds.), *The algebra initiative colloquium*, 2, 237-242. Washington, DC.
- Latterell, C. M. (2013). *Matematik savaşları. Ebeveynler ve öğretmenler için kılavuz*. (A. Kolancı, Çev.). İstanbul: Doruk.
- Lee, K., Ng, S.F., Ng, E.L., & Lim, Z.Y. (2004). Working memory and literacy as predictors of performance on algebraic word problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 89, 140-158.
- Liang, J. H., Heckman, P. E., & Abedi, J. (2018). Prior year's predictors of eighth-grade algebra achievement. *Journal of Advanced Academics*, 29(3), 249–269. doi: 10.1177/1932202X18770172
- Liselere Geçiş Sistemi (LGS). (2018). http://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2018_06/03153730_SAYISAL_BYLYM_A_kitap_YY.pdf adresinden erişilmiştir.
- MacGregor, M. (2004). Goals and content of an algebra curriculum for the compulsory years of schooling. In K. Stacey., H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The Future of Teaching and Learning of Algebra. The 12th ICMI Study* (pp. 313-328). Boston: Kluwer.
- MacNealy, M. S. (1999). *Strategies for empirical research in writing*. New York: Addison Wesley Longman.

- Mayer, R.E. (1982). Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology*, 74(2), 199–216.
- Mayer, R. E., Lewis, A. B. & Hegarty, M. (1992). Mathematical misunderstandings: Qualitative reasoning about quantitative problems. *Advances in Psychology*, 91, 137-153.
- Mccoy, L. P. (2005). Effect of demographic and personal variables on achievement in eighth-grade algebra. *The Journal of Educational Research*, 98(3), 131-135. doi: 10.3200/JOER.98.3.131-135
- Meng, C. , Yew, W. , Lian, L., & Ie, W. (2016) A multi-strand test for assessing year 4 pupils' proficiency in area formulae. *Open Journal of Social Sciences*, 4, 14-19. doi: 10.4236/jss.2016.42003.
- Meng, C., & Ie, W. (2016). Assessing year four pupils' levels of proficiency in perimeter formulae. *Journal of Education and Social Sciences*, 4(June), 145-150.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber*. (S. Turan, Çev. Ed.). Ankara: Nobel.
- Miles, M, B. & Huberman, A. M. (1994). Qualitative data analysis: An expanded sourcebook.(2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005a). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005b). *Orta öğretim matematik (9,10,11 ve 12. Sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2011). *PISA Türkiye*. Ankara: Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü. <http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-kitab%C4%B1.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018a). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*.Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018b). *Ortaöğretim matematik dersi 9-12. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB.

- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2019). *PISA 2018 Türkiye ön raporu*. Ankara. http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2020/01/PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2020). *TIMSS 2019 Türkiye ön raporu*. Ankara: MEB.
- Mullis, I. V. S. & Martin, M. O. (Eds.). (2017). *TIMSS 2019 assessment frameworks*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/> sayfasından erişilmiştir.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Niss, M. A., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9-28. doi:10.1007/s10649-019-09903-9
- Olkun, S., & Toluk, Z. (2003). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi, Ankara: Anı.
- Ölçüoğlu, R., & Çetin, S . (2016). TIMSS 2011 sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik başarısını etkileyen değişkenlerin bölgelere göre incelenmesi. *Journal of Measurement and Evaluation in Education and Psychology*, 7 (1) , 202-220. doi: 10.21031/epod.34424
- Pajares, F. (1996). Self efficacy beliefs and mathematical problem solving of gifted students. *Contemporary Educational Psychology*, 21, 325-344.
- Pajares, F., & Graham, L. (1999). Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, 24, 124-139.
- Pajares, F., & Miller, M. (1995). Mathematics self-efficacy and mathematics performances: The need for specificity of assessment. *Journal of Counseling Psychology*, 42(2), 190-198.
- Papanastasiou, C. (2000). Internal and external factors affecting achievement in mathematics: Some findings from TIMSS. *Studies in Educational Evaluation*, 26, 1-7.

- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (M. Bütün & S.B. Demir, Çev.Ed.). Ankara: Pegem.
- Perso, T. (1992). Using diagnostic teaching to overcome misconceptions in algebra. *The Mathematical Association of Western Australia*.
- Pietsch, J., Walker, R. & Chapman, E. (2003). The relationship among self-concept, selfefficacy and performance in mathematics during secondary school. *Journal of Educational Psychology*, 95 (3), 589-603.
- Polya, G. (1997). *Nasıl Çözmeli? Matematikte yeni bir boyut*. (Çeviren: F. Halatçı). İstanbul: Sistem.
- Puig, L., & Rojano, T. (2004). The history of algebra in mathematics education. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (pp. 189-224). Boston: Kluwer.
- Punch, K. F. (2016). *Sosyal araştırmalara giriş* (B. Aslan & Z.Akyüz, Çev. Ed.). Ankara: Siyasal.
- Research and Development Corporation [RAND] Mathematics Study Panel. (2003). *Mathematical proficiency for all students: Toward a strategic research and development program in mathematics education*. Santa Monica, CA: RAND.
- Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. Are you careful about defining your variables?. *Mathematics Teacher*, 74, 418-420.
- Samuelsson, J. (2010). The impact of teaching approaches on students' mathematical proficiency in Sweden. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 5(2), 61-77.
- Savaş, E., Taş, S., & Duru, A. (2010). Matematikte öğrenci başarısını etkileyen faktörler. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1), 113-132.
- Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., & Müller, H. (2003). Evaluating the Fit of Structural Equation Models: Tests of Significance and Descriptive Goodness-of-Fit Measures. *Methods of Psychological Research*, 8(2), 23–74.
- Senemeoğlu, N. (2018). *Gelişim öğrenme ve öğretim*. Ankara: Anı.
- Seven, M., & Engin, A. (2010). Öğrenmeyi etkileyen faktörler. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12 (2), 189-212.

- Siegfried, J. M. (2012). *The hidden strand of mathematical proficiency: Defining and assessing for productive disposition in elementary school teachers' mathematical content knowledge*. Doctoral dissertation, University of California San Diego State University, Los Angeles.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Skouras, A.S. (2014) Factors associated with middle-school mathematics achievement in Greece: the case of algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(1), 12-34. doi: 10.1080/0020739X.2013.790500
- Sleeman, D. (1984). An attempt to understand students' understanding of basic algebra. *Cognitive Science*, 8, 413-437.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(4), 252-260.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149-167.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (2001). Curriculum reform and approaches to algebra. In R. Lins (Ed.), *Perspectives on school algebra* (pp. 141-153). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (pp. 443–466). Sage.
- Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and Instruction*, 18(6), 565–579.
- Sunkur-Öner, M. (2012). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 14(2), 183-200.
- Sutherland, R., & Rojano, T.A. (1993). Spreadsheet approach to solving algebraic problems. *The Journal of Mathematics Behavior*, 12(4), 353-383.
- Tabachnick, B.G., & Fidell, L.S. (2001). *Using multivariate statistics*. Boston: Pearson.

- Taş, U. E., Arıcı, Ö., Ozarkan, H. B., & Özgürlük, B. (2016). *PISA 2015 Ulusal Raporu*. Ankara: MEB.
- Taylor-Cox, J. (2003). Algebra in the early years? Yes! *Young Children*, 58 (1), 14-21.
- Tekin, H. (2003). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme (gözden geçirilmiş 16. baskı)*. Ankara: Yargı.
- Tepper, M. E., & Powers, S. (1984). Prediction of high school algebra achievement with attributional, motivational, and achievement measures. *Perceptual and Motor Skills*, 59(1), 120–122. doi: 10.2466/pms.1984.59.1.120
- The Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS). (2011). <http://timss.meb.gov.tr/www/aciklanan-sorular/icerik/1> adresinden erişilmiştir.
- Thurstone, L. L. (1931). Measurement of social attitudes. *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 26, 249-269.
- Tocci, C. M. (1991). Achievement, parental, support, and gender differences in attitudes toward mathematics. *Journal of Educational Reserch*, 84(5), 280-286.
- Türk Dil Kurumu (TDK). (1998). *Türkçe sözlük*. Ankara: TDK.
- Türk Dil Kurumu (TDK). (2015). *Hemşirelik terimleri sözlüğü*. Ankara: TDK. <https://sozluk.gov.tr/> adresinden erişilmiştir.
- Uyangör-Mert, S., & Dikkartın-Övez, F. T. (2012). İlköğretim altıncı sınıf matematik dersi öğretim programı cebir öğrenme alanı kazanımlarına ulaşılma düzeyi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 6(1), 1-22.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2021). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (S. Durmuş, Çev. Ed.). Boston: Pearson.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L., & Onghena, P. (2003). Pre-service teachers' preferred strategies for solving arithmetic and algebraic word problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 27-52.
- Von Glasersfeld, E. (1987). *The construction of knowledge: Contributions to conceptual semantics*. Salinas CA: Intersystems.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society*. Cambridge, MA: Harvard University.

- Warren, E. A. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. In P. Clarkson, A. Dowton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Building Connections: Research, Theory and Practice*. (Proceedings of the 28th Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia. 2, pp. 759-766). Sydney: MERGA.
- Wheat, J., Tunnell, J., & Munday, R. (1991). Predicting success in college algebra: Student attitude and prior achievement. *College Student Journal*, 25(2), 240–244.
- Yaprak-Ceyhan, E. (2012). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı çerçevesindeki öğretimin öğrencilerin cebir başarısına etkisi*. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yaşar-Er, F. (2007). *2004, 2005 ve 2006 yıllarına ait OKS matematik soru takımlarının matematiksel yeterlikler açısından analizi*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yenilmez, K., & Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.
- Yıldırım, S. (2011). Öz-yeterlik, içe yönelik motivasyon, kaygı ve matematik başarısı: Türkiye, Japonya ve Finlandiya'dan bulgular. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(1), 277-291.
- Yin, R.K. (2008). *Case study research design and methods (4th edition)*. Thousand Oaks: Sage.

EKLER

EK 1. Görüşme Formu

Tarih:

Saat:

Merhaba, ismim S. Merve Kınap Dönmez. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalında doktora öğrencisiyim. Aynı zamanda Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında araştırma görevlisiyim. Doktora tez çalışmam için öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik matematiksel yeterlikleri ile ilgili bir çalışma yapmaktayım. Bu süreçte sizinle yapacağımız görüşmeden elde edilecek veriler önem taşımaktadır. Yapacağınız katkıdan dolayı şimdiden teşekkür ediyorum.

İsminizin hiçbir şekilde araştırma raporunda yer almayacağını, vereceğiniz cevapların sadece bilimsel araştırma amacıyla kullanılacağını belirtmek isterim. İzniniz olduğu takdirde görüşmeyi kaydetmek istiyorum. Görüşmeye başlamadan sormak istediğiniz herhangi bir soru varsa cevaplandırabilirim.

İzin vererseniz görüşmeye başlamak istiyorum.

GÖRÜŞME SORULARI

- Matematikte kullanılan cebirsel ifadeler senin için ne anlam ifade ediyor?
- Cebir konularını ilk öğrendiğinde neler hissettin?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?
 - Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Okulda cebir konuları işlenirken derse katılımın nasıldı?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?
 - Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Cebir konularını öğrenmek sana neler kattı? / Matematiğe bakışında herhangi bir farklılık oluştu mu?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?
 - Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Cebir konularını günlük hayatı, matematiği ve diğer dersleri göz önüne alarak kullanışlılıkları açısından değerlendirebilir misin?
 - Cebirsel ifadeler konusu açısından değerlendirebilir misin?
 - Örüntüler konusu açısından değerlendirebilir misin?
- Cebir konularında kendini değerlendirebilir misin? / Bu konularla ilgili soru çözmekten hoşlanıyor musun? / Zor bir soru ile karşılaştığında çaba sarf etmek sana keyifli geliyor mu?

EK 2. Veli Onay Formu I

Sayın Veli,

Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalında doktora öğrencisi olarak ortaokul öğrencilerin matematiksel yeterliklerini belirlemek amacıyla yürüttüğüm tez çalışmam için velisi olduğunuz öğrencinizle görüşme yapmak istemekteyim. Onayınız olduğu takdirde öğrencinize sizin uygun gördüğünüz zaman diliminde konu ile alakalı sorularımı yöneltmeyi ve görüşme esnasında ses kaydı almayı planlamaktayım. Öğrencinizle yapacağım görüşmenin çalışmama önemli katkı sağlayacağını belirtmek isterim.

Öğrencinizin isminin hiçbir şekilde araştırma raporunda yer almayacağını, vereceği cevapların sadece bilimsel araştırma amacıyla kullanılacağını belirtmek isterim.

Görüşmeye başlamadan önce öğrencinizin onayını alacağımı bildirir, bu formu imzaladıktan sonra da öğrencinizin ve sizin vazgeçme hakkınızın saklı kalacağını belirtmek isterim.

Araştırmayla ilgili sorularınızı aşağıdaki e-posta adresimi veya telefon numaramı kullanarak bana yöneltebilirsiniz.

Arş. Gör. S. Merve Kırnay Dönmez
Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi

***Yukarıdaki bilgileri okudum ve velisi olduğum
..... bu çalışmada yer almasını onaylıyorum.***

Velinin adı-soyadı:

İmza:

EK 3. Veli Onay Formu II

Sayın Veli,

Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalında doktora öğrencisi olarak ortaokul öğrencilerinin matematiksel yeterliklerini belirlemek amacıyla yürüttüğüm tez çalışmam için velisi olduğunuz öğrencinizle çalışma yapmak istemekteyim. Onayınız olduğu takdirde cebir öğrenme alanı süresince video kaydı, mülakat ve doküman incelemesi yapmak istemekteyim.

Öğrencinizin isminin hiçbir şekilde araştırma raporunda yer almayacağını, vereceği cevapların sadece bilimsel araştırma amacıyla kullanılacağını belirtmek isterim.

Araştırmayla ilgili sorularınızı aşağıdaki e-posta adresimi veya telefon numaramı kullanarak bana yöneltebilirsiniz.

Arş. Gör. S. Merve Kırap Dönmez
Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi

***Yukarıdaki bilgileri okudum ve velisi olduğum
..... bu çalışmada yer almasını onaylıyorum.***

Velinin Adı-Soyadı:

İmza:

EK 4. Cebirsel İfadeler Konusuna Yönelik Verimli Eğilim Ölçeği

Sevgili öğrenciler, bu ölçme aracı sizin cebirsel ifadeler konusuna yönelik duyuşsal eğilimlerinizi belirlemek için hazırlanmıştır. Bu ölçek, bir araştırma amacıyla kullanılacaktır ve verdiğiniz yanıtlar gizli tutulacaktır. Lütfen her bir maddeyi dikkatlice okuyunuz ve size uygun seçeneğe “x” işareti koyunuz. Lütfen her bir maddeyi cevaplayınız.

Maddeler	Tamamen	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum	Hiç Katılmıyorum
1. Cebirsel ifadeler konusunda öğretmenin sorduğu soruları çözmek için parmak kaldırıyorum.					
2. Şekil örüntüleri konusunda verilen ödevleri eksiksiz bir şekilde tamamlıyorum.					
3. Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapabiliyorum.					
4. Cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapabiliyorum.					
5. Sayı örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.					
6. Kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulabilirim. (Örnek: Kuralı “ $5n-3$ ” olan bir örüntünün 8. terimini bulabilirim.)					
7. Şekil örüntüleri konusunda kimsenin çözemediği soruları çözebilirim.					
8. Şekil örüntüleriyle uğraşmanın eğlenceli olduğunu düşünüyorum.					
9. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazabilirim. (Örnek: Paramın iki katının 4 fazlasını, “ $2x+4$ ” şeklinde yazabilirim.)					
10. Sayı örüntüleri konusu işlenirken derse sürekli olarak katılıyorum.					
11. Sayı örüntüleri konusunda kimsenin çözemediği soruları çözebilirim.					
12. Verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabilirim. (Örnek: “ $x+8$ ” cebirsel ifadesini, “Bir sayının 8 fazlası” olarak yazabilirim.)					
13. Cebirsel ifadeler konusunu öğrenmek beni mutlu eder.					
14. Cebirsel ifadenin değerlerini, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplayabilirim. (Örnek: “ $5x-3$ ” cebirsel ifadesinin değerini $x=4$ için hesaplayabilirim.)					
15. Cebirsel ifadelerle ilgili karşılaştığım zor soruları çözebilirim.					
16. Cebirsel ifadeler konusuyla ilgili soru çözerken kendimi matematikçi gibi hissediyorum.					
17. Şekil örüntüleri konusunun, diğer matematik konularını öğrenirken bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.					
18. Cebirsel ifadeler konusunu öğrenmenin bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.					
19. Sayı örüntüleri konusunun, diğer matematik konularını öğrenirken bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.					

20.Örüntülerin kuralını harfle ifade edebilirim. (Örnek: “3,5,7...” örüntüsünün kuralını “ $2n+1$ ” olarak yazabilirim.)					
21.Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpabilirim. [Örnek: 6. $(x+2)$ işlemini yapabilirim.]					
22.Sayı örüntüleri, matematik konuları içinde yer almamalıdır.					
23.Şekil örüntülerindeki ilişkiyi keşfetmeye çalışmak bana keyif verir.					
24.Sayı örüntüleri, matematiğin zevkli yönünü keşfetmemi sağlar.					
25.Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade etmenin bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.					
26.Şekil örüntülerinin kurallarını bulmakta zorlanıyorum.					
27.Cebirsel ifadeler konusunda başarılı olduğumu düşünüyorum.					
28.Şekil örüntülerinin kuralını harfle ifade etmenin bana fayda sağlayacağını düşünmüyorum.					
29.Şekil örüntüleri, matematiğin zevkli yönünü keşfetmemi sağlar.					
30.Sayı örüntülerinin kurallarını bulmakta zorlanıyorum.					
31.Cebirsel ifadelerle ilgili verilen ödevleri yaparken zorlanırım.					
32.Sayı örüntülerindeki ilişkiyi keşfetmeye çalışmak bana keyif verir.					
33.Sayı örüntüleriyle ilgili zor sorularla karşılaşmak beni endişelendirir.					
34.Cebirsel ifadeler konusunun matematiği anlamayı zorlaştırdığını düşünüyorum.					
35.Cebirsel ifadelerle ilgili soruları çözerken zorlanıyorum.					
36.Şekil örüntüleriyle ilgili zor sorularla karşılaşmak beni endişelendirir.					

EK 5. Chelsea Cebir Tanı Testi

1) Belirtilenlere göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) $x \longrightarrow (x+2)$

b) $x \longrightarrow (4x)$

$6 \longrightarrow \dots\dots\dots$

$3 \longrightarrow \dots\dots\dots$

$r \longrightarrow \dots\dots\dots$

2) Aşağıdakilerden en küçük ve en büyük olanı yazınız.

$n+1, \quad n+4, \quad n-3, \quad n, \quad n-7$

en küçük

en büyük

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3) Hangisi daha büyüktür? $2n$ ya da $n+2$?

Yanıtınızı açıklayınız.....

4) a) n 'ye 4 eklendiğinde " $n+4$ " olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birine 4 ekleyiniz.

8

$n+5$

$3n$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

b) n 4 ile çarpıldığında " $4n$ " olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birini 4 ile çarpınız.

8

$n+5$

$3n$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

5) $a+b = 43$ ise $a+b+2 = \dots\dots\dots$

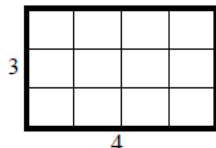
$n-246 = 762$ ise $n-247 = \dots\dots\dots$

$e+f = g$ ise $e+f+g = \dots\dots\dots$

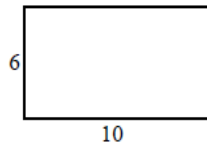
6) $a+5=8$ ise a nedir? $\dots\dots\dots$

$b+2, 2b$ 'ye eşit ise b nedir? $\dots\dots\dots$

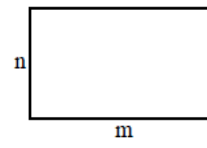
7) Aşağıdaki şekillerin alanı nedir?



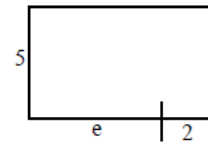
Alan=.....



Alan=.....

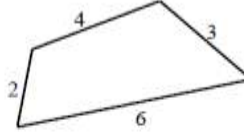


Alan=.....

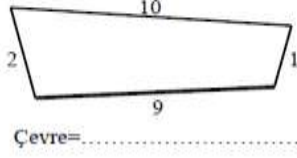


Alan=.....

8) Yandaki şeklin çevresi, $6+3+4+2=15$ 'tir.

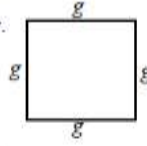


Buna göre, aşağıdaki şeklin çevresi nedir?

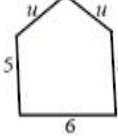
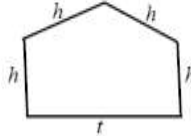
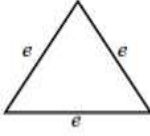


9) Yandaki karenin kenar uzunluğu g birimdir.

Bu karenin çevresi, $\text{Ç}=4g$



Buna göre aşağıdaki şekillerin çevrelerini nasıl yazarız?



Bir kısmı çizilmeyen yandaki şeklin toplam n kenarı vardır ve her bir kenar uzunluğu 2 cm dir

Çevre=.....

10) Kütasiyede satılan bilgisayar dergilerinin tanesi 8, müzik dergilerinin tanesi 6 liradır.

b harfi satın alınan bilgisayar dergilerinin sayısını, m harfi de müzik dergilerinin sayısını gösteriyorsa ;

$8b+6m$ neyi gösterir?.....

Toplam kaç tane dergi alınmıştır?.....

11) Eğer, $u=v+3$ ve $v=1$ ise $u=?$

Eğer, $m=3n+1$ ve $n=4$ ise $m=?$

12) Eğer Özlem'in Ö, Atakan'ın da A kadar msketi varsa ikisinin sahip olduğu toplam msket miktarını nasıl yazarsınız?.....

13) $a+3a$ ifadesi sade haliyle $4a$ olarak yazılır.

Buna göre; aşağıdaki ifadeleri yazılabiliyorsa sade halleriyle yazınız.

$$2a+5a=.....$$

$$3a-(b+a)=.....$$

$$2a+5b=.....$$

$$a+4+a-4=.....$$

$$(a+b)+a=.....$$

$$3a-b+a=.....$$

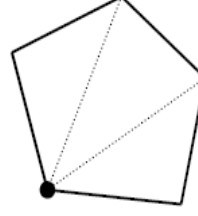
$$2a+5b+a=.....$$

$$(a+b)+(a-b)=.....$$

$$(a-b)+b=.....$$

14) Eğer, $r = s+t$ ve $r+s+t = 30$ ise $r = \dots\dots\dots$

15) Yandaki gibi bir şekilde köşegen sayısı kenar sayısından 3 çıkarılarak bulunabilir. Buna göre; 5 kenarlı bir şeklin 2 köşegeni vardır.



57 kenarlı bir şeklin.....köşegeni vardır.

k kenarlı bir şeklin.....köşegeni vardır.

16) Eğer, $c+d = 10$ ve c, d 'den küçük ise $c = \dots\dots\dots$

17) Ahmet'in haftalık kazancı 20 liradır ve fazla mesai yaptığı her saat başına 2 lira daha almaktadır.

Eğer s harfi yapılan fazla mesai saatini ve k harfi de Ahmet'in toplam kazancını gösteriyorsa; s ile k arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem yazınız:.....

Eğer Ahmet 4 saat fazla mesai yaparsa, toplam kazancı ne olur?.....

18) Aşağıdaki ifadeler ne zaman doğrudur? Her zaman, Asla, Bazen?

Doğru yanıtın altını çiziniz. Yanıtınız "Bazen" ise ne zaman olduğunu açıklayınız.

$A+B+C = C+A+B$ Her zaman Asla Bazen.....

$L+M+N = L+P+N$ Her zaman Asla Bazen.....

19) $a = b+3$ iken b 2 artırıldığında a ne olur?.....

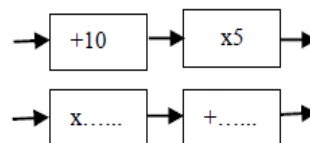
$f = 3g+1$ iken g 2 artırıldığında f ne olur?.....

20) Isırğan büfede kekler k liraya, börekler b liraya satılmaktadır. Eğer 4 kek, 3 börek alırsam. $4k+3b$ ifadesi ne anlama gelir?.....

21) Kırtasiyede satılan mavi kalemlerin her biri 5, kırmızı kalemlerin her biri 6 liradır. Biraz mavi ve kırmızı kalem alırsam, toplam 90 lira ödüyorum. Eğer m alınan mavi kalem sayısını, k alınan kırmızı kalem sayısını gösteriyorsa, m ve k hakkında ne yazabilirsiniz?.....

22) Yandaki makineyi herhangi bir sayı ile besleyebilirsiniz.

Aynı etkiye sahip başka bir makine bulabilir misiniz?



EK 6. Matematiksel Yeterlikler Gözlem Formu

Tarih:

Konu:

Öğrenci:

YETERLİK TÜRÜ	DAVRANIŞ	EVET	HAYIR	AÇIKLAMA
	Derse katılmakta istekli miydi?			
	Anlamadığı kısımları öğrenmek için çaba sarf etti mi?			
	Konuyu anladığına dair yorum yaptı mı?			
	Soru çözümü için tahtaya kalktı mı?			
	Grup çalışmalarına katıldı mı?			
	Arkadaşlarıyla konu ile ilgili bilgi paylaşımı yaptı mı?			
	Ders sırasında verilen görevleri tamamladı mı?			
	Diğer davranışlar			
	Dersi ilgiyle dinledi mi?			
	Ders sırasında notlar aldı mı?			
	Ders sırasında sınıf düzenini bozacak bir davranış gösterdi mi?			
	Diğer			
İŞLEMSEL AKICILIK	Uygun işlemi seçti mi?			
	İşlemleri doğru yaptı mı?			
	İşlemleri akıcı yaptı mı?			
	Diğer davranışlar			
KAVRAMSAL ANLAMA	Bir kavramı farklı bir şekilde ifade etti mi?			
	Farklı temsil kullanımlarında sorun yaşadı mı?			
	Diğer			
STRATEJİK YETKİNLİK	Bir problemin çözümü için strateji geliştirip uyguladı mı?			
	Sorulara farklı çözüm yöntemleri önerdi mi?			
	Diğer			
MANTIKSAL DÜŞÜNME	Çözülen soruların doğruluğuna/yanlışlığına dair yorum yaptı mı?			
	Fikirlerini gerekçelerle açıkladı mı?			
	Diğer			

Notlar:

EK 7. Eşitlik ve Denklem Çözme Mülakat Formu

1) $\square + 5 = 8$ ifadesinde $\square$ ' in değerini bulunuz.

İlgili olduğu kazanım:

Eşitliğin korunumu ilkesini anlar

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?(Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

2) $5 - 2x = 8$ denklemini çözünüz.

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?(Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

3) $2x - 4 = 5x - 7$ denklemini çözünüz.

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?(Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

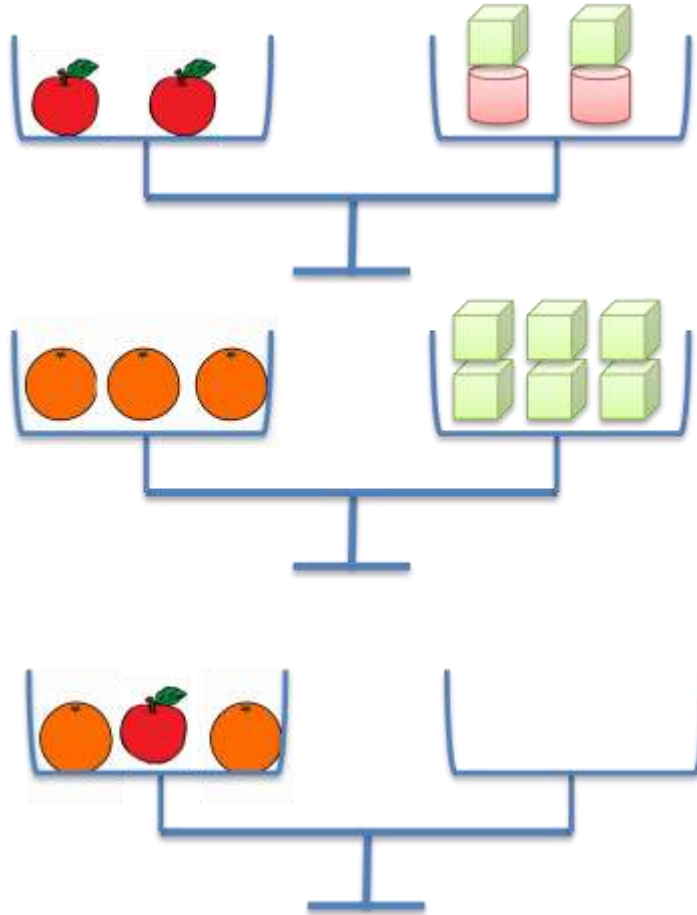
4) $2x + 7 - 3x = 3 - 4 + x$ denklemini çözünüz.

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?(Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

5)



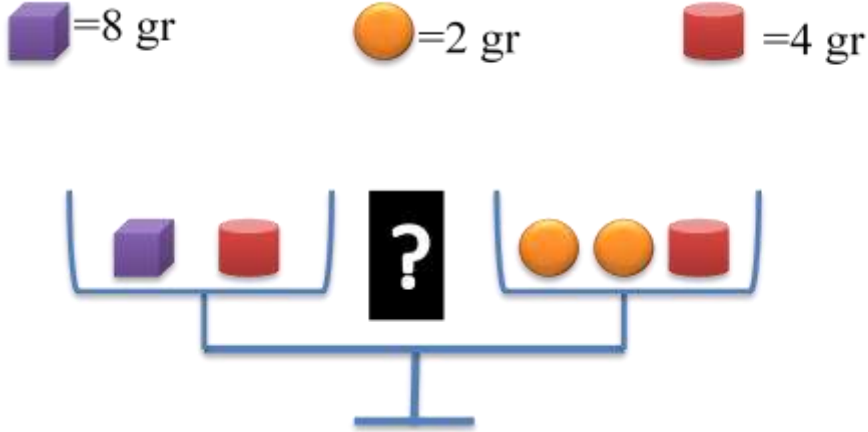
Özdeş elma ve özdeş portakalların bulunduğu bir markette yukarıdaki şekillerde görüldüğü gibi ağırlıkları ölçmek için özdeş küpler ve özdeş silindirler kullanılmıştır. İlk iki şekilde teraziler dengede olduğuna göre 3. şekildeki terazinin dengede olabilmesi için boş kefeye hangi ağırlıklar konulmalıdır?

İlgili olduğu kazanım:

Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.

Beklenen yeterlikler: *Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?(Stratejik yetkinlik)-
İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)*

6)



Yukarıda şekilde yer alan terazi dengede midir? Eğer değilse dengede olması için neler yapılabilir?

İlgili olduğu kazanım:

Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.

Beklenen yeterlikler: *Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)-
Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?/ Farklı cevaplar bulabilir misin?(Stratejik yetkinlik)*

7) $\square + 3 = 3 + \square$ ifadesinde $\square$ ' in değerini bulunuz.

İlgili olduğu kazanım:

Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin? (Stratejik yetkinlik)

8) $x + 3 = 8$ denklemini çözünüz.

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?(Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

EK 8. Denklem Kurma Problemleri Mülakat Formu

1) Bir sayının 3 katının 7 fazlası 28 ise bu sayı kaçtır?

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?/ Soruyu farklı yöntemle çözebilir misin? Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

2) Ardışık 3 çift doğal sayının toplamı 42’dir. Bu sayıları bulunuz.

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin?/ Soruyu farklı yöntemle çözebilir misin? Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

3) Bir tahta parçasının uzunluğu 40 cm'dir. Bu tahta parçası 3 parçaya ayrılmıştır. Her bir parçanın uzunluğu cm olarak şu şekildedir:

$$2x-5$$

$$x+7$$

$$x+6$$

Buna göre en uzun parçanın uzunluğu ne kadardır? (TIMSS, 2011)

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin (Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

4) Büşra 20 soruluk bir sınavda soruların tamamını cevaplayarak 40 puan almıştır. Bu sınavda her bir doğru cevap için 3 puan verilmekte, her yanlış cevap için ise 2 puan silinmektedir. Buna göre Büşra'nın doğru cevap sayısını bulunuz.

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin (Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

5) 2,4 ve 8 yaşında 3 çocuğu olan bir annenin yaşı 30'dur. Buna göre kaç yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları toplamına eşit olur?

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin (Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

6) Kayseri-Kırşehir-Ankara seferi yapan bir otobüs için bilet fiyatları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Otobüs Seferi	Bilet Fiyatı
Kayseri-Kırşehir	25 TL
Kayseri-Ankara	60 TL

Kayseri'den 35 yolcuyla hareket eden otobüsteki yolcuların toplam ödediği fiyat 1365 TL olduğuna göre yolcuların kaç Kırşehir'de gitmektedir?

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer

Beklenen yeterlikler: Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin (Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

7) Bir telefon şirketi mşşterilerine fatura şdemelerinde iki indirim seğeneği sunmaktadır.

1. Seçenek: Fatura tutarının yarısı kadar indirim
2. Seçenek: Fatura tutarında 5 lira indirim

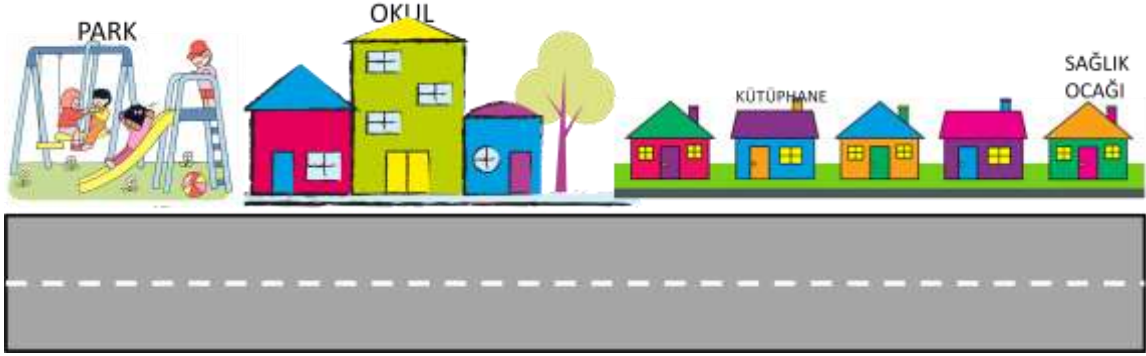
“1.seğeneği tercih eden bir mşşteri 2. seğeneği tercih etmiş olsaydı 4 lira daha fazla şdeme yapacaktı. Buna gşe mşşterinin fatura tutarı kaç liradır?” probleminin çözümünde kullanılacak olan denklemi kurunuz (LGS, 2018’den uyarlanmıştır.).

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.

Beklenen yeterlikler: *İfadeleri farklı řekilde (model, cebirsel, sźzel) gźsterebilir misin?(Kavramsal anlama)*

8)



Ayşe'nin yaşadığı mahallede okul, kütüphane, park, sağlık ocağı, tiyatro, spor salonu, sinema yukarıdaki şekildeki düz yolun kenarında sıralanmıştır.

Park ile okul arasındaki mesafe, okul ile kütüphane arasındaki mesafenin 2 katından 30 metre eksiktir. Okul ile sağlık ocağı arasındaki mesafe ise okul ile park arasındaki mesafenin 2 katıdır. Kütüphane ile sağlık ocağı arasındaki mesafe 240 metre olduğuna göre diğer mesafeleri bulunuz.

İlgili olduğu kazanım:

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.

Sonuca ulaşırken hangi işlemleri yaptın? (İşlemsel akıcılık)- Cevabının doğruluğunu kanıtlayabilir misin?(Mantıksal düşünme)- Kullandığın yöntemi açıklayabilir misin ?/ Farklı cevaplar bulabilir misin?(Stratejik yetkinlik)- İfadeleri farklı şekilde (model, cebirsel, sözel) gösterebilir misin?(Kavramsal anlama)

EK 9. İzin Yazıları

Evrak Tarih ve Sayısı: 01/06/2018-E.28360



T.C.
KAYSERİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 94025929-605.02-E.10408228
Konu : Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in
Araştırma İzni

29.05.2018

GAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : a) 10/05/2018 tarih ve E-20470 sayılı yazınız.
b) Valilik Makamının 28/05/2018 tarih ve 10380316 sayılı oluru.

Üniversiteniz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Programı Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in Prof. Dr. Yüksel DEDE danışmanlığında "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu çalışmayı Müdürlüğümüz Melikgazi, Kocasinan ve Talas İlçelerine bağlı ekli listede isimleri belirtilen ortaokullarda yapmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edilmiştir.

Her sayfası mühürlü çalışma evrakları ekte olup, eğitim-öğretimi aksatmadan okul müdürlüğünün gözetiminde ve sorumluluğunda 2017-2018 eğitim-öğretim yılı sonuna kadar yapılmasının uygun görüldüğü ile ilgili, Valilik Makamından alınan 28/05/2018 tarih ve 10380316 sayılı Olur ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Osman ELMALI
İl Millî Eğitim Müdür V.

EK: Valilik Oluru ve Anketler (3 Sayfa)

Gültepe Mahallesi Talas Bulvarı No: 1/B Melikgazi / KAYSERİ
Elektronik Ad: <http://kayseri.meb.gov.tr>
e-posta: argn38@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: C.BOYRAZ (V.H.K.İ.)
C. NALBANT (Şef)
Tel: (0352) 330 1125 (1240) Faks: (0352) 320 9503

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evrak.meb.gov.tr> adresinden bbed-5c9f-361b-ab53-ec93 kodu ile teyit edilebilir.



T.C.
KAYSERİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 94025929-605.02-E.10380316
Konu : Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in
Araştırma İzni

28/05/2018

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Bakanlığımız Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 22/08/2017 tarih ve 12607291 sayılı (2017/25 Genelge) emirleri.

Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Programı Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in Prof. Dr. Yüksel DEDE danışmanlığında "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu çalışma yapma isteği ile ilgili, Gazi Üniversitesinin 10/05/2018 tarih ve E-20470 sayılı yazısı ve ekleri ilişikte sunulmuştur.

Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Programı Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in Prof. Dr. Yüksel DEDE danışmanlığında "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu çalışmayı yapmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edilmiştir. Her sayfası mühürlü çalışma evrakları ilişikte sunulmuş olup, 2017-2018 eğitim-öğretim yılı sonuna kadar eğitimi aksatmadan okul müdürlüğünün gözetiminde, Müdürlüğümüz Melikgazi, Kocasinan ve Talas İlçelerine bağlı ekli listede isimleri belirtilen ortaokullarda araştırmanın yapılması Müdürlüğümüzce uygun mütalaa edilmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde Olurlarınıza arz ederim.

Osman ELMALI
İl Millî Eğitim Müdür V.

EK: Yazı ve Ekleri (38 Sayfa)

OLUR
28/05/2018

Baha BAŞÇELİK
Vali a.
Vali Yardımcısı

Göltepe Mahallesi Talas Bulvarı No:1/B Melikgazi / KAYSERİ
Elektronik Ad: <http://kayseri.meb.gov.tr>
e-posta: arge38@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: C.BOYRAZ (V.H.K.L.)
C. NALBANT (Şef)
Tel: (0352) 330 1125 (1240) Faks: (0352) 320 9503

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evrak.meb.gov.tr> adresinden e8f9-14b2-3b55-8b68-05b9 kodu ile teyit edilebilir.

Evrak Tarih ve Sayısı: 12/10/2018-E.48069



T.C.
KAYSERİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 94025929-605.02-E.18704811

09.10.2018

Konu : Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in Araştırma İzni

GAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

- İlgi : a) 28/09/2018 tarih ve E.36641 sayılı yazınız.
b) 28/09/2018 tarih ve E.36648 sayılı yazınız.
c) 08/10/2018 tarih ve 18660962 sayılı Kaymakamlık Makamı Oluru.
d) 08/10/2018 tarih ve 18660895 sayılı Kaymakamlık Makamı Oluru.

Üniversiteniz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu ilgi(a) tarih ve sayılı çalışmayı Müdürlüğümüz Melikgazi, Kocasinan ve Talas İlçelerine bağlı ekli listede isimleri belirtilen Ortaokullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik yapmasında ve ilgi(b) tarih ve sayılı çalışmayı da Melikgazi ve Talas İlçelerine bağlı ekli listede isimleri belirtilen ortaokullarda mevcut ders öğretmeni ile mevcut derste bulunan öğrencilerin velilerine ait yazılı beyanlarının alınması kaydıyla, 7. Sınıf öğrencilerine yönelik cebir öğrenme alanının işlendiği dersler süresince gözlem yapılması ve derslerin kamera kaydına alınmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edilmiştir.

Her sayfası mühürlü çalışma evrakları ekte olup, eğitim-öğretimi aksatmadan okul müdürlüğünün gözetiminde ve sorumluluğunda 2018-2019 eğitim-öğretim yılı sonuna kadar yapılmasının uygun görüldüğü ile ilgili, Valilik Makamından alınan ilgi (c) Olur ile ilgi (d) Olur ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Celalettin EKİNCİ
İl Millî Eğitim Müdür V.

EK: Valilik Oluru ve Anketler (11 Sayfa)

Göltepe Mahallesi Talas Bulvarı No:1/B Melikgazi / KAYSERİ
Elektronik Ağı: <http://kayseri.meb.gov.tr>
e-posta: argc38@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: C.BOYRAZ(V.H.K.L.)
C. NALBANT (Şef)
Tel: (0352) 330 1125 (1092) Faks: (0352) 320 9503

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evrak.meb.gov.tr> adresinden b8c9-0ba0-33fa-b956-c784 kodu ile teyit edilebilir.



T.C.
KAYSERİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 94025929-605.02-E.18660895

08/10/2018

Konu : Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Bakanlığımız Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 22/08/2017 tarih ve 12607291 sayılı (2017/25 Genelge) emirleri.

Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu çalışma yapma isteği ile ilgili, Gazi Üniversitesinin 28/09/2018 tarih ve E.36648 sayılı yazısı ve ekleri ilişikte sunulmuştur.

Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu çalışmayı yapmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edilmiştir. Her sayfası mühürlü çalışma evrakları ilişikte sunulmuş olup, 2018-2019 eğitim-öğretim yılı sonuna kadar eğitimi aksatmadan okul müdürlüğünün gözetiminde, Müdürlüğümüz Melikgazi ve Kocasinan İlçelerine bağlı ekli listede isimleri belirtilen ortaokullarda, mevcut ders öğretmeni ile mevcut derste bulunan öğrencilerin velilerine ait yazılı beyanlarının alınması kaydıyla, 7. Sınıf öğrencilerine yönelik cebir öğrenme alanının işlendiği dersler süresince gözlem yapılması ve derslerin kamera kaydına alınması Müdürlüğümüzce uygun mütalaa edilmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde Olurlarınıza arz ederim.

Celalettin EKİNCİ
İl Millî Eğitim Müdür V.

EK: Yazı ve Ekleri (13 Sayfa)

OLUR
08/10/2018

Mustafa ÇEK
Vali a.
Vali Yardımcısı

Gölpazarı Mahallesi Talas Bulvarı No:1/B Melikgazi / KAYSERİ
Elektronik A&: <http://kayseri.meb.gov.tr>
e-posta: arge34@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: C.BOYRAZ (V.H.K.İ.)
C. NALBANT (Şef)

Tel: (0352) 330 1125 (1090-1092) Faks: (0352) 320 9503

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.meb.gov.tr> adresinden 4b61-f3c1-35bb-92db-96a2 koda ile uyku edilebilir.



T.C.
KAYSERİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 94025929-605.02-E.18660962

08/10/2018

Konu : Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Bakanlığımız Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 22/08/2017 tarih ve 12607291 sayılı (2017/25 Genelge) emirleri.

Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu çalışma yapma isteği ile ilgili, Gazi Üniversitesinin 28/09/2018 tarih ve E.36641 sayılı yazısı ve ekleri ilişikte sunulmuştur.

Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Öğrencisi Servet Merve KIRNAP DÖNMEZ'in "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi: Cebir Öğrenme Alanı" konulu çalışmayı yapmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edilmiştir. Her sayfası mühürlü çalışma evrakları ilişikte sunulmuş olup, 2018-2019 eğitim-öğretim yılı sonuna kadar eğitimi aksatmadan okul müdürlüğünün gözetiminde, Müdürlüğümüz Melikgazi, Kocasinan ve Talas İlçelerine bağlı ekli listede isimleri belirtilen ortaokullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik araştırmanın yapılması Müdürlüğümüzce uygun mütalaa edilmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde Olurlarınıza arz ederim.

Celalettin EKİNCİ
İl Millî Eğitim Müdürü V.

EK: Yazı ve Ekleri (16 Sayfa)

OLUR
08/10/2018

Mustafa ÇEK
Vali a.
Vali Yardımcısı

Gültepe Mahallesi Talas Bulvarı No:1/B Melikgazi / KAYSERİ
Elektronik Ad: <http://kayseri.meb.gov.tr>
e-posta: argc38@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: C.BOYRAZ (V.H.K.L.)
C. NALBANT (Şef)
Tel: (0352) 330 1125 (1090-1092) Faks: (0352) 320 9503

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrakorg.meb.gov.tr> adresinden 9d65-57dd-367f-953d-07a7 kodu ile ayrıtı edilebilir.



GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR..