



**AKIŞ TİPİ ATÖLYELERDE HIZ DEĞİŞTİRME FAALİYETLİ
ÇİZELGELEME**

Yasemin KİREMİTCİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

OCAK 2023

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Yasemin KİREMİTCİ

18/01/2023

AKIŞ TİPİ ATÖLYELERDE HIZ DEĞİŞTİRME FAALİYETLİ ÇİZELGELEME
(Yüksek Lisans Tezi)

Yasemin KİREMİTÇİ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Ocak 2023

ÖZET

Bu çalışmada, işlerin serbest kalma zamanlı ve makinelerin hız değiştirme faaliyetli (HDF) olduğu, akış tipi çizelgeleme problemi üzerinde çalışılmıştır. Makinelerin çalışma performansının zamanla azalmasıyla, işlerin işlem zamanı artma eğilimi göstermektedir. Makinelerin eski performansında çalışabilmesi için gerçekleştirilen faaliyetler, literatürde HDF olarak tanımlanmaktadır. HDF, makinelerin çalışma performansını arttıracığı için işlerin HDF'den önce mi yoksa sonra mı makinelerde işlem gördüğü önem kazanmaktadır. İlgili problemin çözümü için, işlerin makinelere atanma sırasını belirleyen, aynı zamanda makinelerin HDF atama konumunu da tayin eden karmaşık tam sayılı programlama (MIP) modeli oluşturulmuştur. Bu model küçük boyutlu problemlerde çözüm vermiş ancak problemin boyutu büyüdükçe yetersiz kaldığı gözlemlenmiştir. Bu sebeple, işlerin makinelere atanma sırasının ve makinelerin HDF atama konumunun belirlenebilmesi için iki aşamalı bir metot önerilmiştir. Önerilen iki aşamalı metotla, iki makineli akış tipi atölye ortamında, işlerin makinelere atanma sırasının belirlenmesi ve makinelerin HDF atama konumunun tayin edilmesi amaçlanmaktadır. İlk aşamada, sezgisel bir yaklaşım ile işlerin makinelere atanma sırası belirlenmiş; ikinci aşamada ise belirlenen iş sırasına göre, işlerin toplam tamamlanma zamanını en küçükleme amacıyla HDF atama konumunu tayin eden, şebeke yapılı en kısa yol tabanlı karmaşık tam sayılı programlama modeli önerilmiştir. Önerilen model ile farklı problem boyutlarında polinom zamanda optimum çözüm sunan sonuçlar elde edilmiştir.

Bilim Kodu : 90617

Anahtar Kelimeler : Akış tipi çizelgeleme, hız değiştirme faaliyeti, serbest kalma zamanı, şebeke yapısı, toplam tamamlanma zamanını en küçükleme

Sayfa Adedi : 41

Danışman : Doç. Dr. Gül Didem BATUR SİR

FLOW SHOP SCHEDULING WITH RATE MODIFYING ACTIVITY

(M. Sc. Thesis)

Yasemin KİREMİTÇİ

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

January 2023

ABSTRACT

In this study, we focused on flow shop scheduling problem, in which the jobs have release times and the machines have rate modifying activity. (RMA). As the working performance of the machines decreases over time, the processing times of the jobs tend to increase. The activities carried out in order for the machines to function in their original performance are defined as RMA. Since RMA will increase the production rate of the machines, it becomes important whether the jobs are processed on the machines before or after RMA. In order to solve the problem, a mixed integer programming model was created, which also determines the order of assignment of jobs and the HDF assignment position of machines; this model provided solutions for small-sized problems, but it was observed that it became insufficient as the size of the problem grew. For this reason, a two-stage method is proposed. With the proposed two-stage method for the solution of the problem, it is aimed to determine the order of assignment of the jobs to the machines and to determine the RMA assignment position of the machines in the two-machine flow shop environment. In the first stage, the order of assignment of the jobs to the machines was determined with an heuristic algorithm; in the second stage, a network structured shortest path based mixed integer programming model is proposed that determines the HDF assignment position order to minimize the total completion time of the jobs according to the determined job order. With the proposed model, results that offer the optimum solution in polynomial time for different problem sizes have been obtained.

Science Code : 90617

Key Words : Flowshop scheduling, rate modifying activity, release time, network structure, minimizing of total completion time

Page Number : 41

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Gül Didem BATUR SİR

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının yürütülmesi esnasında, teknik bilgi birikimi ve tüm samimiyeti ile desteğini esirgemeyen danışmanım, Doç. Dr. Gül Didem BATUR SİR'e, yoğun çalışma temposunda her zaman yanımda olan eşim, Caner KİREMİTÇİ'ye ve bugün bu teşekkür sayfasını yazabilmemi sağlayan babam, Vedat KAYA ve annem, Hafize KAYA'ya sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	x
RESİMLERİN LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	5
3. PROBLEMİN ÇÖZÜM METODUNUN BELİRLENMESİ	7
3.1. En Kısa Yol Tabanlı Şebeke Yapısı.....	7
4. İKİ AŞAMALI ÇÖZÜM METODU	11
4.1. İşlerin Makinelere Atanması İçin Önerilen Sezgisel Yöntem	11
4.2. HDF Atama Konumunu Belirleyen En Kısa Yol Tabanlı Şebeke Yapılı Matematiksel Model	12
5. BÜTÜNLEŞİK MODEL.....	17
6. BULGULAR	21
6.1. Örnek Problem Çözümü ve Sonuçların Değerlendirilmesi	21
6.2. HDF İşlem Zamanının HDF Atama Konumuna Etkisi.....	25
6.3. İş Sayısı, İşlem Zamanı ve Hız Değiştirme Oranının Çözüm Süresi Performansına Etkisi	27
7. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	33
KAYNAKLAR	35

	Sayfa
EKLER.....	37
EK-1. Deneme kombinasyonu örneklerinin çözüm süresi değerleri	38
EK-2. <i>F</i> tablosu.....	40
ÖZGEÇMİŞ	41

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 6.1. İşlerin serbest kalma zamanı	21
Çizelge 6.2. Makinelerin HDF işlem zamanı.....	21
Çizelge 6.3. İşlerin işlem zamanı	22
Çizelge 6.4. Makinelerin hız değiştirme oranı	22
Çizelge 6.5. Düzeylerin parametre değerleri	28
Çizelge 6.6. Deneme kombinasyonları.....	28
Çizelge 6.7. Deneme kombinasyonlarının değerler toplamı.....	29
Çizelge 6.8. SS kareler toplamı değerleri.....	30
Çizelge 6.9. 2 ³ faktöriyel deney tasarımı ANOVA tablosu değerleri	31

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 3.1. İki makineli iki işli örnek şebeke yapısı gösterimi	9
Şekil 6.1. Örnek problem için GANTT şeması.....	25
Şekil 6.2. HDF atama konumlarının aynı olduğu durum.....	25
Şekil 6.3. Güncellenmiş örnek problem için GANTT şeması	27

RESİMLERİN LİSTESİ

Resim	Sayfa
Resim 6.1. 2^3 faktöriyel deney tasarımı ANOVA tablosu	29
Resim 6.2. SS kareler toplamı değerleri hesaplanma eşitlikleri	30
Resim 6.3. MS ve F değerleri hesaplanma eşitlikleri	31

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
A	Ark Kümesi
a_{ijz_k}	Makinelerin Atama Karar Değişkeni
$bigm1$	Büyük Bir Sayı 1
$bigm2$	Büyük Bir Sayı 2
$bigm3$	Büyük Bir Sayı 3
C	İşlerin Tamamlanma Zamanları Toplamı
$comp1_{i_k}$	i_k Düğümünün Tamamlanma Zamanı
$comp2_{s_l}$	s_l Düğümünün Tamamlanma Zamanı
$comp3_{e_r}$	e_r Düğümünün Tamamlanma Zamanı
$cost1_{i_k t_m}$	i_k Düğümünden t_m Düğümüne Gidiş Maliyeti
$cost2_{s_l b_y}$	s_l Düğümünden b_y Düğümüne Gidiş Maliyeti
$cost3_{e_r f_v}$	e_r Düğümünden f_v Düğümüne Gidiş Maliyeti
df	Serbestlik Derecesi
$d_{s_l b_y}$	s_l Düğümünden b_y Düğümüne Gidiş İçin Değişken
F	Test İstatistiği Değeri
Fm	Akış Tipi Makineler
$g_{e_r f_v}$	e_r Düğümünden f_v Düğümüne Gidiş İçin Değişken
i	İşler
i_k	Şebeke Yapısı Düğümü
j	Makineler
k	i . İşinin HDF Durumu
m	Makinelerin Sayısı
MS	Kareler Toplamı Ortalaması
n	İşlerin Sayısı
N	Düğüm Kümesi
$oran_j$	j . Makinesin Hız Değiştirme Oranı

Simgeler p_{ij} p_{ij_k} $prmu$ $rate_j$ $release_i$ r_i SS $start1_{i_k}$ $start2_{s_l}$ $start3_{e_r}$ t $x_{i_k t_m}$ α β γ **Açıklamalar** i . İşinin j . Makinesinde İşlem Zamanı

Makinelerde HDF Durumuna Göre İşlem Zamanı

Permütasyonlu

 j . Makinesinin HDF Zamanı i . İşin Serbest Kalma Zamanı i . İşin Geliş Zamanı

Kareler Toplamı

 i_k Düğümünde İşe Başlama Zamanı s_l Düğümünde İşe Başlama Zamanı e_r Düğümünde İşe Başlama Zamanı

Zaman Birimi

 i_k Düğümünden t_m Düğümüne Gidiş İçin Değişken

Makine Ortamı

İşleme Özellikleri

Amaç Fonksiyonu

Kısaltmalar**ANOVA****GAMS****HDF****MIP****NP****P****RMA****Açıklamalar**

Analysis of Variance

The General Algebraic Modeling System

Hız Değiştirme Faaliyeti

Mixed Integer Programing

Non-deterministic Polynomial

Polynomial

Rate Modifying Activity

1. GİRİŞ

Çizelgeleme, birçok hizmet ve üretim sektörü için karar verme aracıdır. Verilen zaman periyotları içerisinde, bir veya birden fazla amaç fonksiyonu değeri için optimumu elde edebilmek adına kaynak atama süreci olarak da tanımlanabilir (Pinedo, 2016: 1). Bu amaçlara, verilen kısıtlar dahilinde kaynakların etkin kullanımını, işlerin tamamlanma zamanının azaltılması, süreç içi stok seviyelerinin azaltılması, işlerin sistem içerisinde geçirdikleri sürelerin azaltılması gibi örnekler verilebilir.

Çizelgeme problemlerinde, istenilen amaç fonksiyonu değerine ulaşabilmek için problemlerin doğru bir şekilde analiz edilmiş olması gerekmektedir. Problemlerin analizinin kolaylaştırılması ve net bir şekilde ifade edilebilmesi amacıyla bazı sınıflandırmalar söz konusudur. Çizelgeleme problemleri temelde, işlerin sisteme giriş şekline ve parametrelerin belirli olup olmadığına göre sınıflandırılmaktadır. İşlerin sisteme giriş şekline göre statik ve dinamik olmak üzere iki ayrım yapılmaktadır. Statik sistemlerde işler zamanla değişmemektedir ve başlangıç zamanında hepsi mevcuttur. Dinamik sistemlerde ise işler zamanla değişmekte yani sisteme yeni işler giriş yapmaktadır. Parametrelerin belirli olup olmadığına göre ise stokastik ve deterministik olmak üzere ayrım yapılmaktadır. Stokastik sistemlerde çizelgeleme problemlerinin parametreleri belirgin değil iken, deterministik sistemlerde netlik söz konusudur.

Belirtilen sınıflandırmaların ortak bir dil ile ifade edilebilmesi için literatürde bazı parametreler kullanılmaktadır. Çizelgeleme problemleri, α , β ve γ üçlü parametreleri ile tanımlanabilir. α parametresi, makine ortamını (tek makine, iki makine vb.) gösterir ve tek bir girdiye sahiptir. β parametresi, işleme özellikleri ve kısıtlarıyla ilgili bilgi verir ve bir veya birden fazla girdiye sahip olabilir. γ parametresi ise tek bir girdiye sahip olup problemin amaç fonksiyonunu ifade eder (Pinedo, 2016: 14).

Çalışmamızda, akış tipi atölyelerde çizelgeleme problemleri üzerine yoğunlaşmıştır. Akış tipi atölyelerde, m adet makine ve n adet iş vardır. n adet iş, m adet makineye, belirtilen parametreler (α , β ve γ) göz önünde bulundurularak atanmak istenmektedir. Çalışmamızda ele aldığımız akış tipi çizelgeleme probleminde $m = 2$ olarak kabul edilmiştir. $m = 2$ makineli çizelgeleme problemleri polinom zamanda (polynomial, P) çözülebilen

çizelgeleme problemleri sınıfına girmektedir. Makine sayısı arttıkça ($m > 2$) çizelgeleme probleminin çözümü zorlaşmaktadır yani problem belirli olmayan polinom zamanı (non-deterministic polynomial, *NP*) sınıfına geçmektedir. Bu durum problemin çözülebilmesi için, polinom zamanlı çizelgelemelere nispeten daha uzun bir zaman dilimine ihtiyaç duyulabileceği anlamına gelmektedir.

Çizelgeleme problemlerinde temel varsayım: işlem zamanlarının sabit olduğu ve makinelerin çalışma performansına göre değişmediği şeklindedir. Bu varsayım, elde edilen çözümlerin gerçekçiliğinin sorgulanmasına sebep olmaktadır çünkü makinelerin çalışma performansı zamanla azalır ve işlerin işlem zamanı değişir. Bu değişim, performansın azalmasıyla birlikte işlem zamanının artma eğilimine karşılık gelmektedir. Çalışma performansı azalan makinelere müdahale edilmesi zorunludur; aksi taktirde verimsiz bir çalışma ortamı yaratılmış olur. Çoğu durumda, makinelere müdahale edilmesi (örneğin, bir bakım çalışması), makinelerin çalışma performansını arttırmakta ve kendisinden sonra işlenen işlerin, daha kısa işlem zamanının olmasını sağlamaktadır.

İşlem zamanının değişmesine sebep olan müdahaleler, Rate Modifying Activity (RMA) veya Hız Değiştirme Faaliyeti (HDF) olarak adlandırılırlar. Hız değiştirme faaliyeti, söz konusu makinenin üretim oranını değiştiren bir faaliyettir. Bu nedenle, işlerin işlem zamanı, işin hız değiştirme faaliyetinden önce mi yoksa sonra mı planlandığına bağlı olarak değişmektedir.

Bu çalışmada, işlerin serbest kalma zamanlı ve makinelerin hız değiştirme faaliyetli olduğu akış tipi atölyelerde çizelgeleme için en kısa yol tabanlı şebeke yapılı matematiksel bir model oluşturulmuştur. Problem, $F2 | r_i, prmu | \sum_{ij} C_{ij}$, amaç fonksiyonu toplam tamamlanma zamanını en küçükleme olan, işlerin serbest kalma zamanlı olduğu, iki makineli permütasyonel akış tipi çizelgeme problemi olarak tanımlanmıştır. Lenstra, Rinnooy Kan ve Brucker (1977), daha önce yapılan çalışmaları inceleyerek; amaç fonksiyonu tamamlanma zamanını en küçükleme olan, iki makineli ve işlerin serbest kalma zamanlı olduğu akış tipi çizelgeleme problemlerinin NP sınıfında olduğunu ortaya koymuşlardır. Bunlara ek olarak; makineler için hız değiştirme faaliyetinin de probleme eklenmiş olması, problemin kaçınılmaz bir şekilde NP sınıfında olduğunu göstermektedir. Permütasyonel akış tipi çizelgeleme, işlerin makinelerde işlem görme sırasının aynı olduğunu; işlerin serbest kalma zamanı (release time) ise, işlerin sistemde hazır olma zamanının farklı olduğunu ifade

etmektedir. Ele alınan problem için, her işin birim zamanda tek bir makinede işlem görebildiği, işlerin bölünmesine izin verilmediği, süreç içi yani makineler arası stoğa izin verildiği varsayımları kabul edilmiştir.

İlgili problemin çözümü için, işlerin makinelere atanma sırasını belirleyen, aynı zamanda makinelerin HDF atama konumunu tayin eden karmaşık tam sayılı programlama modeli oluşturulmuştur. Bu model küçük boyutlu problemlerde çözüm vermiş ancak problemin boyutu büyüdükçe yetersiz kaldığı gözlemlenmiştir. Bu sebeple, işlerin makinelere atanma sırasının ve makinelerin HDF atama konumunun belirlenebilmesi için iki aşamalı bir metot önerilmiştir. İlk aşamada, işlerin makinelere atanma sırası, işlerin serbest kalma zamanlarına (*release_i*) bağlı olan sezgisel bir yöntem kullanılarak belirlenmiştir. İkinci aşamada ise, makineler için HDF atama konumu belirlenmiştir. Makinelerin HDF atama konumu, en kısa yol tabanlı şebeke yapılı karmaşık tam sayılı programlama modeli aracılığıyla bulunmuştur.

Ele alınan problemin anlaşılabilirliğini arttırmak için örnek bir problem belirlenmiş, çözülmüş ve sonuçları değerlendirilmiştir. Oluşturulan matematiksel model, farklı parametre değerleriyle (iş sayısı, hız değiştirme oranı, işlerin işlem zamanı) The General Algebraic Modeling System (GAMS) programı aracılığıyla, Intel (R) Xeon (R) CPU E5-2640 v4 @ 2.40GHz (2 işlemci) özellikli bilgisayarda, çok sayıda örnek için çalıştırılmış ve bu parametrelerin, problemin çözüm süresi performansı üzerinde etkili olup olmadığı araştırılmıştır. Sonuç olarak, çoğaltılan örnekler için matematiksel modelin çalıştırılmasıyla elde edilen amaç fonksiyonu değerlerinin optimal olduğu gözlemlenmiştir.

Sonraki bölümde literatür araştırmasına yer verilmiştir. Bölüm 3.'te problemin çözüm metodunun belirlenebilmesi için yapılan çalışmalar detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Bölüm 4.'te problemin çözümü için belirlenen iki aşamalı metot ile ilgili detaylı bilgiler verilmiştir. Bölüm 5.'te problemin çözümü için ilk olarak oluşturulan fakat problem boyutu büyüdükçe yetersiz kalan matematiksel model anlatılmıştır. Bölüm 6.'da problemin çözümünü takiben elde edilen verilerin analizi yapılmıştır. Bölüm 7.'de ise, çalışmanın tamamı değerlendirilmiş ve ilerleyen çalışmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Hız değıştirme faaliyetli çizelgeleme çalışmaları için geriye doğru bir tarama yapıldığında, ilk çalışmanın 1996 yılında tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgeleme ile başladığı görölmektedir. Bu tarihten, 2021 yılına kadar tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgelemeler üzerine yeni metotlar geliştirilmiştir. 2022 yılında ise akış tipi atölyelerde hız değıştirme faaliyetli çizelgelemeye ilişkin ilk çalışma yayımlanmıştır (Batur Sir ve Çalışkan, 2022).

Literatüre bakıldığında, Whitekar (1996), dal-sınır tabanlı bir çözüm yöntemi önererek tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgeleme için toplam tamamlanma zamanının minimizasyonunu amaç edinen bir çalışma ortaya koymuştur. Bu çalışmanın ardından, tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgelemeler üzerine, farklı araştırmacılar tarafından da çalışmalar yapılmaya başlanmıştır. Lee ve Leon (2001), yine tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgelemeye, polinom zamanlı bir algoritma ile farklı amaç fonksiyonlarını kullanarak çözüm aramışlardır. Mosheio ve Sidney (2003), tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgelerde HDF atamasına ek olarak, öğrenme etkisinin de amaç fonksiyonu değeri üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Mosheio ve Oron (2006), işlerin teslim zamanlı olduğu ve makinenin bakım faaliyetinin yapılmasının gerektiği çizelgelemelere yönelik farklı amaç fonksiyonu değeri için polinom zamanlı algoritmalar geliştirmişlerdir.

Wang ve Wang (2010), Mosheio ve Oron (2006) tarafından yapılan çalışmadan esinlenerek yine işlerin teslim zamanlı olduğu fakat bakım faaliyeti yerine HDF'nin yapıldığı duruma çözüm bulabilmek için polinom zamanlı bir algoritma üzerine çalışmışlardır. Mosheio ve Sidney (2010), duruma farklı bir bakış açısı getirerek bakım faaliyeti sonrası işlem zamanında meydana gelen azalma üzerine çalışmak yerine, bakım faaliyetinin gecikmesi sonucu işlem zamanında meydana gelen artışın farklı amaç fonksiyonu değeri üzerindeki etkisini görebilmek için algoritmalar geliştirmişlerdir.

Bai, Wang ve Huang (2014), işlerin teslim zamanlı olduğu tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgelemeler üzerine oluşturulan algoritmaların geliştirilmesine yönelik çalışmalar yapmışlardır. Li, Li ve Luo (2016), tek makineli hız değıştirme faaliyetli çizelgeleme probleminde, işlerin işlem zamanının kontrol edilebilir olduğu durumlar için

farklı amaç fonksiyonlarına yönelik algoritmalar geliştirmişlerdir. Chung, Gupta ve Oiu (2018), işlerin hazırlık zamanlı olduğu ve makineye atanma sırasına göre işlem zamanının farklılık gösterdiği tek makineli hız değiştirme faaliyetli çizelgelemeler üzerine çalışmışlardır. Batur Sir (2019), tek makineli hız değiştirme faaliyetli çizelgeleme için şebeke yapılı matematiksel bir model önermiştir. Mosheiov ve Oron (2021), toplam gecikmeyi en küçükleyen hız değiştirme faaliyetli çizelgeleme için sözde polinom zamanlı dinamik programlama algoritmasını tanıtmışlardır.

Batur Sir ve Çalışkan (2022), literatürde ilk defa karşımıza çıkan akış tipi atölyelerde hız değiştirme faaliyetli permütasyonel çizelgeleme üzerine çalışmalarını ortaya koymuşlardır. Ele alına problemin bu çalışmadan temel farklı, oluşturulan modelin şebeke yapılı ve işlerin serbest kalma zamanlı olmasıdır.

Hız değişim faaliyetli çalışmaların yanı sıra, akış tipi çizelgeleme problemleri için kurulan modellerin incelenmesi ve işlerin serbest kalma zamanlarının matematiksel modele nasıl dahil edildiklerinin anlaşılabilmesi amacıyla farklı çalışmalar da taranmıştır.

Cheng, Gupta ve Wang (2000), makinelerde hazırlık sürelerinin olduğu akış tipi çizelgeleme problemleri için genel bilgi içerikli bir çalışma ortaya koymuşlardır. Tang ve Liu (2009), işlerin serbest kalma zamanlı olduğu ve harmanlandığı iki makineli akış tipi çizelgeleme problemi üzerinde çalışmışlardır. Karmaşık tamsayılı polinom zamanda çözilemeyen bir model oluşturmuşlardır. Daha sonra polinom zamanda çözüm sağlayabilmek için sezgisel yaklaşımlar ile modeli yeniden çözümlenmişlerdir. Aydilek ve Allahverdi (2010), amaç fonksiyonu işlerin toplam tamamlanma zamanını en küçüklemek olan, iki makineli akış tipi çizelgeleme probleminin çözümü için dal sınır tabanlı bir matematiksel model oluşturmuşlardır. Bu çalışmaların yanı sıra (Pinedo, 2016), çizelgeleme problemleri üzerine yazdığı kitabı ile bu çalışmanın yürütülmesine katkı sağlamıştır.

3. PROBLEMİN ÇÖZÜM METODUNUN BELİRLENMESİ

Problemın çözüm metodunun belirlenebilmesi için yapılan çalışmalar bu bölümde detaylı olarak açıklanmaktadır. Belirlenen metot ile hız değıştirme faaliyetli iki makineli akış tipi atölyelerde, serbest kalma zamanlı n adet işin çizelgelenmesi amaçlanmaktadır. İlgili problemın çözümü için hem işlerin makinelere atanma sırasını belirleyen hem de makinelere HDF konumu ataması yapan matematiksel bir model oluşturulmuştur. Bu model küçük boyutlu problemlerde çözüm vermiş ancak problemın boyutu büyükçe, problemın yapısı karmaşıklıştığı için yetersiz kalmıştır. Bu sebeple, ilgili problemın çözümü için iki aşamalı bir metot önerilmiştir. Önerilen bu metodun ilk aşamasında, işlerin makinelere atanma sırası sezgisel bir yöntem ile belirlenmiş; ikinci aşamasında ise, makinelere HDF atama konumu tayin edilmiştir.

Problemın yapısı gereği $t = 0$ anında, tüm işler makinelere atanmak için hazır durumda değildir. İşlerin serbest kalma zamanı ($release_i$), işlerin başlama zamanını değıştirdiği için amaç fonksiyonu değeri etkilemektedir. İşlerin makinelere HDF'den önce ($k = 1$) atandığı durumda, işlem zamanı bilinmektedir. İşlerin makinelere HDF'den sonra ($k = 2$) atandığı durumda ise işlem zamanı, makineye ve hız değıştirme oranına göre değışiklik gösterecektir. HDF sonrası yapılan işlerin işlem zamanını değıştiren parametre, literatürde hız değıştirme oranı ($oran_j$) olarak tanımlanmaktadır. Makineler j indeksi ile ifade edilmektedir. İlgili problemde $j = 1$ ve $j = 2$ değeri alabilmektedir. HDF'den sonra işlem zamanı, HDF öncesi bilinen işlem zamanı ile hız değıştirme oranı çarpımına eşittir. Hız değıştirme oranına verilmesi gereken değeri ile ilgili herhangi bir kısıtlama bulunmamaktadır. Daha önce yapılan hız değıştirme faaliyetli çizelgeleme örneklerinde $oran_j$ değeri, $0 < oran_j \leq 1$ olduğu durumlarda amaç fonksiyonu değeri olumlu etkilediği gözlemlenmiştir (Batur Sir, 2019).

3.1. En Kısa Yol Tabanlı Şebeke Yapısı

Problemın çözümü için oluşturulan matematiksel modellerin temelini oluşturan şebeke yapısı bu bölümde açıklanmaktadır. Matematiksel modellerin parametreleri, karar değışkenleri ve kısıtları oluşturulan şebeke yapısı üzerinde hareketin sağlanabilmesini sağlamak amacıyla tasarlanmıştır.

HDF atama konumunun belirlenmesi için oluşturulan şebeke yapısı, düğümlerden ve düğümler arası tek yönlü harekete izin veren yollardan oluşmaktadır. Her bir düğüm (i_k), iş $i = 1, \dots, n$ 'ye kadar, makine $j = 1, 2$ 'ye atanan her bir iş için HDF'den önce ($k = 1$) ve sonra ($k = 2$) durumunu ifade etmektedir. Başlangıç ve bitiş düğümleri için ise sırasıyla, $i_k = (n + 1)_1$ ve $i_k = (n + 1)_2$ düğümleri kullanılmaktadır. Başlangıç düğümü toplam iş sayısının bir fazlası ve HDF öncesi durumu ifade ederken, bitiş düğümü toplam iş sayısının bir fazlası ve HDF sonrası durumu ifade etmektedir. Bitiş düğümünün, HDF sonrası durum değeri ($k = 2$) ile kısıtlanması her makine için HDF'nin yapılacağını garanti etmektedir.

Düğüm N düğüm kümesi ile, düğümler arası yollar ise A ark kümesi ile tanımlanmıştır.

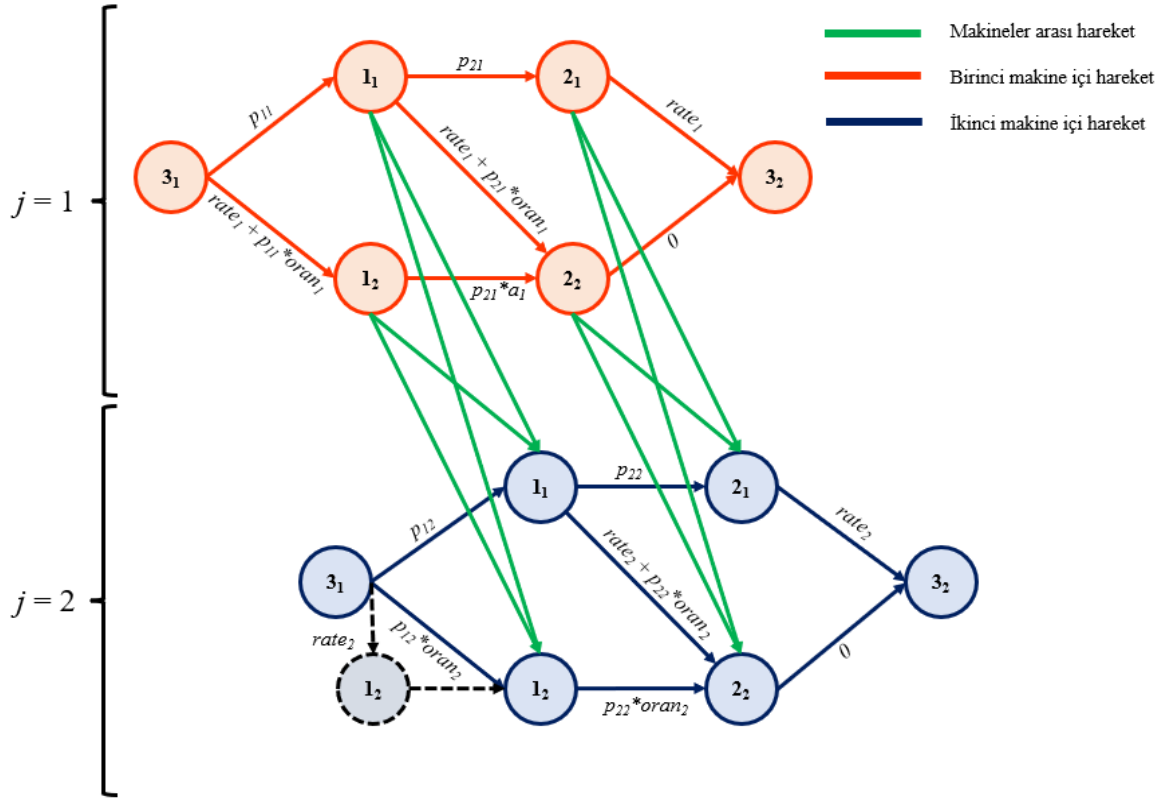
$$N = \{i_k; i = 1, 2, \dots, n, n + 1, k = 1, 2\}$$

$$A = \{i_k t_m; i_k, t_m \in N\}, i_k \text{ düğümünden } t_m \text{ düğümüne tek yönlü hareket mümkün}$$

Şekil 3.1.'de iki makineli ve iki işli bir HDF konumu atama problemi için kurulan örnek şebeke yapısı verilmiştir. Düğümler arası hareketler tek yönlüdür. Düğümler arası hareketin maliyeti; birinci makine için $cost1_{i_k t_m}$ 'ye, ikinci makine için ise $cost2_{i_k t_m}$ 'ye karşılık gelmektedir. Şebeke yapısında düğümler arası hareket, düğümler arası gidişlerde seçilen yolların toplam maliyetinin en küçük olmasını sağlayacak şekilde belirlenmektedir.

Kırmızı düğümler, birinci makine için kurulan şebeke yapısını gösterirken; mavi düğümler, ikinci makine için kurulan şebeke yapısını göstermektedir. İkinci makineyi kapsayan alanda siyah kesikli çizgiler ile gösterilen düğüm ise, ikinci makineye atanan ilk işin HDF'den sonra işlem görmesi durumunda, kısıtların sağlanabilmesi için şebeke yapısına eklenmiştir. İkinci makineye atanan ilk işin HDF'den sonra işlem görmesi durumunda, HDF bu yol üzerinden yaptırılmaktadır. Makineler arası geçiş yolu ise anlaşılabilirliği arttırmak için yeşil çizgiler ile gösterilmiştir. Daha önce de ifade edildiği gibi, 3_1 düğümü her iki makine için de başlama düğümünü ifade ederken, 3_2 düğümü her iki makine için bitiş düğümünü ifade etmektedir. HDF indeksi $k = 1$ 'den 2 'ye geçiş yaptığında düğümler arası geçiş maliyetine, işin işlem zamanına ek olarak, HDF işlem zamanı ($rate_j$) da eklenmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta ise HDF indeksinin $k = 1$ 'den 2 'ye geçtiği durumda, işin işlem zamanında meydana gelen değişimdir. Bu değişim, Şekil 3.1.'de verilen şebeke yapısında da ifade edildiği gibi, işlem zamanının $p_{ij} * oran_j$ olarak güncellenmesine karşılık

gelmektedir. Son olarak, bitiş düğümü 3_2 incelendiğinde: HDF ataması bitiş düğümüne gelmeden önce yapılmış ise bitiş düğümü işlem zamanı 0 birim zamana karşılık gelmektedir. HDF ataması bitiş düğümüne bırakılmış ise bitiş düğümü işlem zamanının, söz konusu makinenin HDF işlem zamanına ($rate_j$) eşit olduğu kabul edilmektedir.



Şekil 3.1. İki makineli iki işli örnek şebeke yapısı gösterimi

Şekil 3.1.'de verilen şebeke yapısına bakıldığında arklar üzerinde *cost* olarak ifade edilen parametre değerleri yer almaktadır. Daha önce ifade edildiği gibi *cost* değeri düğümler arası hareketin maliyetini ifade etmektedir. Şekil 3.1.' de verilen *cost* değerleri birinci makine ($j = 1$) için detaylı bir şekilde incelendiğinde; 3_1 düğümünden 1_1 düğümüne gidiş maliyetinin birinci işin birinci makinede HDF'den önce işlem zamanına, 3_1 düğümünden 1_2 düğümüne gidiş maliyetinin birinci makinenin HDF işlem zamanı ile birinci işin HDF sonrası işlem zamanının toplamına, 1_1 düğümünden 2_1 düğümüne gidiş maliyetinin ikinci işin birinci makinede HDF'den önce işlem zamanına, 1_1 düğümünden 2_2 düğümüne gidiş maliyetinin birinci makinenin HDF işlem zamanı ile ikinci işin HDF sonrası işlem zamanının toplamına, 1_2 düğümünden 2_2 düğümüne gidiş maliyetinin ikinci işin birinci makinede HDF'den sonra işlem zamanına, 2_1 düğümünden 3_2 düğümüne gidiş maliyetinin birinci

makinenin HDF işlem zamanına ve 2_2 düğümünden 3_2 düğümüne gidiş maliyetinin sıfıra eşit olduğu görülmektedir. Düğümler arası hareketin maliyeti ikinci makine için de aynı yöntem ile hesaplanmaktadır.

Makineler arası geçişteki maliyeti ifade eden yeşil arklar incelendiğinde ise,; örneğin, birinci makinede 1_1 düğümünde işlem görmüş iş, ikinci makinede de 1_1 düğümünde işlem görecektir ise düğümler arası hareket maliyeti birinci işin ikinci makinede HDF öncesi işlem zamanına eşittir. Fakat ikinci makinede 1_2 düğümünde işlem görecektir ise düğümler arası maliyet HDF işlem zamanı ile işin HDF sonrası işlem zamanı toplamına eşit olacaktır.

4. İKİ AŞAMALI ÇÖZÜM METODU

Daha önceki bölümlerde ifade edildiği gibi işlerin makinelere atanma sırasını ve makinelerin HDF atama konumları belirleyebilen matematiksel bir model oluşturulmuştur. Ancak problem boyutu büyüdükçe, problemin yapısı karmaşıklaştığı için bu model yetersiz kalmıştır. Problemin çözümü için yetersiz kalan bu modelin parametrelerini, karar değişkenlerini ve kısıtlarını daha iyi anlayabilmek için öncelikle iki aşamalı çözüm metodu aktarılmış sonrasında bütünleşik model verilmiştir. Problemin iki aşamada çözülmeye karar verilmesi, büyük boyutlu problemlerde de sonuç alınmasını sağlamıştır. Çünkü problemin ilk aşamasında sezgisel yöntem kullanılması büyük boyutlu problemlerde iş atama sırasının belirlenebilmesine olanak sağlamıştır.

4.1. İşlerin Makinelere Atanması İçin Önerilen Sezgisel Yöntem

Bu çalışmada ele alınan problemin çözümü için, iki aşamalı bir metot önerildiği daha önceki bölümlerde ifade edilmiştir. Bu bölümde ise, bu metodun ilk aşaması olan, serbest kalma zamanlı işlerin makinelere atanması için önerilen sezgisel yöntem açıklanmıştır. Çizelgeleme problemleri için geliştirilen çözüm yöntemlerini, kesin algoritmalar ve sezgisel algoritmalar olmak üzere iki kategoriye ayırmak mümkündür. Bu algoritmaların temel farkı, en genel ifadeyle, sundukları çözümlerin gerçekliğe yakınlıklarıdır yani kesin algoritmalar optimal çözümler sunarken, sezgisel algoritmalar optimale yakın çözümler sunmaktadır; fakat problem boyutları büyüdükçe kesin algoritmaların etkin çözümler sunmakta yetersiz kaldıkları da bilinmektedir (Dağ, 2018).

İşlerin makinelere atanması için önerilen sezgisel yöntemin adımları aşağıdaki gibidir:

- 1- İşlerin serbest kalma zamanlarını ($release_i$) belirle.
- 2- İşlerin serbest kalma zamanlarını küçükten büyüğe sırala.
- 3- Atanmamış işler arasından, serbest kalma zamanı en küçük olan işi uygun olan makineye ata.
- 4- Atanmamış iş listesini güncelle.
- 5- Tüm işler için 3 ve 4. adımları tekrarla.

$i = 1$ 'den n 'ye kadar tüm işler, yukarıda adımları belirtilen sezgisel yöntemle göre makinelerle atanmıştır. İşlerin makinelerle atanma sırasının sezgisel bir yöntem ile belirleniyor olması büyük boyutlu problemlerde çözüm kolaylığı sağlamıştır.

4.2. Şebeke Yapılı Matematiksel Model

Bir önceki bölümde detaylı bir şekilde açıklanan şebeke yapısı aracılığıyla, hareketin mümkün olduğu düğümler arasında en kısa yolun bulunabilmesi için matematiksel bir model oluşturulmuştur. Her bir i işi ile ilgili olarak, HDF'den önce ($k = 1$) veya sonra ($k = 2$) yapılma durumuna göre işlem zamanında değişiklik olacaktır. Eğer i . iş j . makinede HDF'den önce yapılır ise işlem zamanı (p_{ij}) bilinmektedir. İşin HDF'den sonra yapıldığı durumda ise işlem zamanı, makineye ve hız değiştirme oranına göre değişiklik gösterecektir. HDF'den sonra j . makinede işlem görecektir işin zamanı $p_{ij} * oran_j$ olarak değişmektedir. Makinelere HDF ataması yapılması durumunda, işlerin işlem zamanının olumlu yönde etkilenmesine karşın, düğümler arası geçiş maliyetine HDF işlem zamanı ($rate_j$) eklenmesi söz konusu olacaktır.

Oluşturulan matematiksel modelde kullanılan parametreler, karar değişkenleri ve kısıtlar aşağıdaki gibidir:

Parametreler:

- n : ataması yapılacak olan iş sayısı
- p_{ij} : i . işin j . makinede işlem zamanı
- $cost1_{i_k t_m}$: i_k düğümünden t_m düğümüne gidiş maliyeti
- $cost2_{s_l b_y}$: s_l düğümünden b_y düğümüne gidiş maliyeti
- $cost3_{e_r f_v}$: e_r düğümünden f_v düğümüne gidiş maliyeti
- $rate_j$: j . makinenin HDF işlem zamanı
- $release_i$: i . işin serbest kalma zamanı
- $oran_j$: j . makinenin hız değiştirme oranı
- $bigm1$: birinci makine için tanımlanan büyük bir sayı
- $bigm2$: ikinci makine için tanımlanan büyük bir sayı

- $bigm3: d_{(n+1)_1b_2} = 1$ durumu için tanımlanan büyük bir sayı

Parametre olarak verilen $cost1_{ikt_m}$, $cost2_{s_lby}$ ve $cost3_{erfv}$ değerleri, hareketin mümkün olduğu düğümler için şebeke yapısı oluştururken anlatıldığı gibi hesaplanmıştır. Maliyet hesaplanırken, bir sonraki düğümde yer alan işin işlem zamanı ve $k = 1$ 'den 2'ye olması durumunda HDF işlem zamanı da dikkate alınmalıdır.

Karar değişkenleri:

Birinci makine için;

- $x_{ikt_m}: \{1, i_k \text{ düğümünden } t_m \text{ düğümüne gidiliyorsa, } i, t = 1, \dots, n+1, k, m = 1, 2; 0, \text{ diğer durum}\}$
- $comp1_{i_k}: i_k \text{ düğümünün tamamlanma zamanı } i = 1, \dots, n+1, k = 1, 2$
- $start1_{i_k}: i_k \text{ düğümünde işe başlama zamanı } i = 1, \dots, n+1, k = 1, 2,$

İkinci makine için;

- $d_{s_lby}: \{1, s_l \text{ düğümünden } b_y \text{ düğümüne gidiliyorsa, } s, b = 1, \dots, n+1, l, y = 1, 2; 0, \text{ diğer durum}\}$
- $g_{erfv}: \{1, e_r \text{ düğümünden } f_v \text{ düğümüne gidiliyorsa, } e, f = 1, \dots, n+1, r, v = 1, 2; 0, \text{ diğer durum}\}$

g_{erfv} karar değişkeninin sisteme dahil olması için $d_{(n+1)_1b_2} = 1$ durumunun gerçekleşmesi gerekmektedir.

- $comp2_{s_l}: s_l \text{ düğümünün tamamlanma zamanı } s = 1, \dots, n+1, l = 1, 2,$
- $comp3_{e_r}: e_r \text{ düğümünün tamamlanma zamanı } e = 1, \dots, n+1, r = 1, 2, d_{(n+1)_1b_2} = 1$
- $start2_{s_l}: s_l \text{ düğümünde işe başlama zamanı } s = 1, \dots, n+1, l = 1, 2,$
- $start3_{e_r}: e_r \text{ düğümünde işe başlama zamanı } e = 1, \dots, n+1, r = 1, 2, d_{(n+1)_1b_2} = 1$
- $C: \text{işlerin toplam tamamlanma zamanı}$

Kısıtlar:

minimizasyon C

Birinci makine için;

$$- \text{comp}1_{(n+1)_1} = 0 \quad (2.1)$$

$$- \text{start}1_{(n+1)_1} = 0 \quad (2.2)$$

$$- \text{start}1_{i_k} \geq \text{release}_i, i \neq n + 1 \quad (2.3)$$

$$- \text{start}1_{t_m} \geq \text{comp}1_{i_k} - \text{bigm}1 * (1 - x_{i_k t_m}), i \neq t \quad (2.4)$$

$$- \text{comp}1_{t_m} \geq \text{start}1_{t_m} + \text{cost}1_{i_k t_m} * x_{i_k t_m} - \text{bigm}1 * (1 - x_{i_k t_m}), i \neq t \quad (2.5)$$

$$- \Sigma_{t_m} x_{i_k t_m} - \Sigma_{t_m} x_{t_m i_k} = 1, i = n + 1, k = 1 \quad (2.6)$$

$$- \Sigma_{t_m} x_{t_m i_k} - \Sigma_{t_m} x_{i_k t_m} = 1, i = n + 1, k = 2 \quad (2.7)$$

$$- \Sigma_{t_m} x_{i_k t_m} - \Sigma_{t_m} x_{t_m i_k} = 0, i \neq n + 1 \quad (2.8)$$

$$- \Sigma_{t_m} x_{i_1 t_m} + \Sigma_{t_m} x_{i_2 t_m} = 1, i \neq n + 1 \quad (2.9)$$

İkinci makine için;

$$- \text{comp}2_{(n+1)_1} = 0 \quad (2.10)$$

$$- \text{start}2_{(n+1)_1} = 0 \quad (2.11)$$

$$- \text{start}2_{s_l} \geq \text{comp}1_{i_k} - \text{bigm}1 * (1 - x_{i_k t_m}), i = s \quad (2.12)$$

$$- \text{start}2_{b_y} \geq \text{comp}2_{s_l} - \text{bigm}2 * (1 - d_{s_l b_y}), s \neq b \quad (2.13)$$

$$- \text{start}2_{s_l} \geq \text{comp}3_{e_r}, l = 2, e = 1, r = 2 \quad (2.14)$$

$$- \text{comp}2_{b_y} \geq \text{start}2_{b_y} + \text{cost}2_{s_l b_y} * d_{s_l b_y} - \text{bigm}2 * (1 - d_{s_l b_y}), s \neq b \quad (2.15)$$

$$- \Sigma_{b_y} x_{s_l b_y} - \Sigma_{b_y} x_{b_y s_l} = 1, s = n + 1, l = 1 \quad (2.16)$$

$$- \Sigma_{b_y} x_{b_y s_l} - \Sigma_{b_y} x_{s_l b_y} = 1, s = n + 1, l = 2 \quad (2.17)$$

$$- \Sigma_{b_y} x_{s_l b_y} - \Sigma_{b_y} x_{b_y s_l} = 0, s \neq n + 1 \quad (2.18)$$

$$- \Sigma_{b_y} x_{s_1 b_y} + \Sigma_{b_y} x_{s_2 b_y} = 1, s \neq n + 1 \quad (2.19)$$

$$- \text{comp}3_{(n+1)_1} = 0 \quad (2.20)$$

$$- \text{start}3_{(n+1)_1} = 0 \quad (2.21)$$

$$- \text{start}3_{e_r} \geq \text{comp}3_{e_r} - \text{bigm}3 * (1 - g_{e_r f_v}), e \neq f \quad (2.22)$$

$$- \text{comp}3_{f_v} \geq \text{start}3_{f_v} + \text{cost}3_{e_r f_v} * g_{e_r f_v} - \text{bigm}3 * (1 - g_{e_r f_v}), e \neq f \quad (2.23)$$

$$- \Sigma_{f_v} g_{e_r f_v} - \Sigma_{f_v} g_{e_r f_v} = 1, e = n + 1, r = 1 \quad (2.24)$$

$$- \Sigma_{f_v} g_{e_r f_v} - \Sigma_{f_v} g_{e_r f_v} = 1, e = 1, r = 2 \quad (2.25)$$

Amaç fonksiyonu değeri için;

$$- C \geq \sum_{i_k} comp1_{i_k} + \sum_{s_l} comp2_{s_l}, i, s \neq n + 1 \quad (2.26)$$

Eş. (2.1), oluşturulan şebeke yapısının birinci makine için başlangıç düğümünü ifade etmektedir. Eş. (2.2), birinci makinenin başlangıç düğümünün başlangıç zamanının sıfır olmasını sağlamaktadır. Eş. (2.3), birinci makine için başlangıç düğümü hariç diğer düğümlerin başlangıç zamanlarını işlerin serbest kalma zamanı ile ilişkilendirmektedir. Eş. (2.4), birinci makine için düğümler arası geçişlerde tamamlanma zamanı ve işe başlama zamanı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Eş. (2.5), birinci makine için düğümlerin tamamlanma zamanlarının, düğümler arası hareketten kaynaklı maliyete ve düğümlerin başlangıç zamanlarına göre hesaplanmasını sağlamaktadır. Eş. (2.6) ve Eş. (2.7), birinci makine için şebeke gösterimini destekleyecek şekilde başlangıç ve bitiş düğümlerindeki hareketi göstermektedir. Eş. (2.8), diğer düğümlerin arasındaki hareket için tanımlanmıştır. Eş. (2.9), birinci makinede her bir iş için $k = 1$ veya $k = 2$ durumlarından birinin üzerinden hareketin sağlanmasını garanti etmektedir.

Eş. (2.10), oluşturulan şebeke yapısının ikinci makine için başlangıç düğümünü ifade etmektedir. Eş. (2.11), ikinci makinenin başlangıç düğümünün başlangıç zamanının sıfır olmasını sağlamaktadır. Eş. (2.12), işlerin birinci makineden ikinci makineye geçişleri sırasında, birinci makinedeki tamamlanma zamanlarının ikinci makinedeki işe başlama zamanlarını doğrudan etkilediğini göstermektedir. Eş. (2.13), ikinci makine için düğümler arası geçişlerde tamamlanma zamanı ve işe başlama zamanı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Eş. (2.14), ikinci makinede HDF işlere başlamadan önce yapılırsa, yani $d_{(n+1)1b2} = 1$ olması durumunda, ikinci makineye ilk atanan iş için işe başlama zamanının, HDF zamanından büyük olmasını sağlar. Eş. (2.15), ikinci makine için düğümlerin tamamlanma zamanlarının, düğümler arası hareketten kaynaklı maliyete ve düğümlerin başlangıç zamanlarına göre hesaplanmasını sağlamaktadır. Eş. (2.16) ve Eş. (2.17), ikinci makine için şebeke gösterimini destekleyecek şekilde başlangıç ve bitiş düğümlerindeki hareketi göstermektedir. Diğer düğümlerin arasındaki hareket için ise Eş. (2.18) tanımlanmıştır. Eş. (2.19), ikinci makinede her bir iş için $k = 1$ veya $k = 2$ durumlarından birinin üzerinden hareketin sağlanmasını garanti etmektedir.

Eş. (2.20)'den Eş. (2.26)' ya kadar olan kısıtlar, $d_{(n+1)_1b_2} = 1$ olması durumunda ikinci makinede HDF işlem zamanının $t = 0$ anında başlamasını ve ikinci makineye atanan ilk işin işe başlama zamanının, hem işin birinci makinedeki tamamlanma zamanından hem de ikinci makinedeki HDF zamanından büyük eşit olmasını sağlamak için modele eklenmiştir. Eş. (2.26) ise toplam tamamlanma zamanını en küçükleme amaç fonksiyonu değerini bulmak için kullanılmaktadır.

5. BÜTÜNLEŞİK MODEL

Oluşturulan matematiksel model ile işlerin makinelere atanma sırası ve makinelerin HDF atama konumları belirlenebilmektedir. Bu model, küçük boyutlu problemlerde, işlerin makinelere atanma sırasını belirlemiş ve bu atamayı takiben makinelerin HDF konumlarını tespit edebilmiştir. Ancak problem boyutu büyüdükçe, problemin yapısı karmaşıklaştığı için yetersiz kalmıştır. Bu matematiksel model oluşturulurken Bölüm 3.1.'de açıklanan şebeke yapısına benzer bir şebeke yapısı temel alınmıştır. Dğümler arası tek yönlü hareket söz konusudur. Dğümler arası hareketin maliyeti ve işlerin dğümlere atanma konumu karar değişkeni olarak modele dahil edilmiştir.

İlgili matematiksel modelde kullanılan parametreler, karar değişkenleri ve kısıtlar ise aşağıdaki gibidir:

Parametreler:

- n : ataması yapılacak olan iş sayısı
- $sure_{ij}$: i . işin j . makinede bilenen işlem zamanı
- $rate_j$: j . makinenin HDF işlem zamanı
- $release_i$: i . işin serbest kalma zamanı
- $oran_j$: j . makinenin hız değiştirme oranı
- $bigm1$: birinci makine için tanımlanan büyük bir sayı
- $bigm2$: ikinci makine için tanımlanan büyük bir sayı
- $bigm3$: $d_{11_1b2_2} = 1$ durumu için tanımlanan büyük bir sayı
- $cost3_{erfv}$: e_r dğümünden f_v dğümüne gidiş maliyeti

Karar değişkenleri:

- $x_{ijzktjzm}$: $\{1, \text{ } ijz_k \text{ dğümünden } tjz_m \text{ dğümüne gidiliyorsa, } i, t, z = 1, \dots, n + 2, k, m = 1, 2, j = 1, 2; 0, \text{ diğ}er \text{ durum}\}$
- g_{erfv} : $\{1, e_r \text{ dğümünden } f_v \text{ dğümüne gidiliyorsa, } e, f = 1, \dots, n + 2, r, v = 1, 2; 0, \text{ diğ}er \text{ durum}\}$

g_{erfv} karar değişkeninin sisteme dahil olması için $d_{11_1b2_2} = 1$ durumunun gerçekleşmesi gerekmektedir.

- a_{ijz_k} : $\{1, i. \text{ iş } j. \text{ makinede } z. \text{ konuma } k. \text{ HDF durumunda atanırsa, } i, z = 1, \dots, n + 2, k = 1, 2, j = 1, 2; 0, \text{ diğer durum}\}$
- p_{ij_k} : $i. \text{ işin } j. \text{ makinede HDF öncesi veya sonrası durumuna göre işlem zamanı, } i = 2, \dots, n + 1, k = 1, 2, j = 1, 2$
- $cost_{ijz_k t j(z+1)_m}$: ijz_k düğümünden $tj(z+1)_m$ düğümüne gidiş maliyeti, $i, z = 1, \dots, n + 2, k = 1, 2, j = 1, 2$
- $comp_{ijz_k}$: ijz_k düğümünün tamamlanma zamanı, $i, z = 1, \dots, n + 2, k = 1, 2, j = 1, 2$
- $comp3_{er}$: e_r düğümünün tamamlanma zamanı, $e = 1, n + 2, r = 1, 2$
- $start_{ijz_k}$: ijz_k düğümünde işe başlama zamanı, $i, z = 1, \dots, n + 2, k = 1, 2, j = 1, 2$
- $start3_{er}$: e_r düğümünde işe başlama zamanı $e = 1, n + 2, r = 1, 2$
- C : işlerin toplam tamamlanma zamanı

Kısıtlar:

minimizasyon C

$$\sum_{ijz_k} a_{ijz_k} = 1, \forall z \quad (5.1)$$

$$\sum_{jz_k} a_{ijz_k} = 1, \forall i \quad (5.2)$$

$$a_{1j1_1} = 1, j = 1, 2 \quad (5.3)$$

$$a_{(n+2)j(n+2)_2} = 1, j = 1, 2 \quad (5.4)$$

$$p_{ij_k} = \sum sure_{ij} * a_{ijz_k}, \forall i, k = 1, j = 1, 2 \quad (5.5)$$

$$p_{ij_k} = \sum sure_{ij} * a_{ijz_k} * oran_j, \forall i, k = 2, j = 1, 2 \quad (5.6)$$

$$cost_{ijz_k t j(z+1)_m} \geq p_{tj_m} - bigm1 * (1 - x_{ijz_k t j(z+1)_m}), k, m = 1 \quad (5.7)$$

$$cost_{ijz_k t j(z+1)_m} \geq p_{tj_m} + rate_j * a_{ijz_k} - bigm1 * (1 - x_{ijz_k t j(z+1)_m}), k = 1, m = 2 \quad (5.8)$$

$$cost_{ijz_k t j(z+1)_m} \geq rate_j * a_{ijz_k} - bigm1 * (1 - x_{ijz_k t j(z+1)_m}), k = 1, t = n + 2, m = 2 \quad (5.9)$$

$$comp_{11j_1} = 0, j = 1, 2 \quad (5.10)$$

$$start_{11j_1} = 0, j = 1, 2 \quad (5.11)$$

$$x_{ijz_k t j(z+1)_m} \geq (a_{ijz_k} + a_{tj(z+1)_m}) - 1, z \neq n + 2 \quad (5.12)$$

$$- \text{start}_{i1z_k} \geq \text{release}_i, i \neq 1, n+2 \quad (5.13)$$

$$- \text{start}_{tj(z+1)_m} \geq \text{comp}_{ijz_k} - \text{bigm1} * (1 - x_{ijz_k t j(z+1)_m}), i \neq t \quad (5.14)$$

$$- \text{comp}_{ijz_k} \geq \text{start}_{tj(z+1)_m} + \text{cost}_{ijz_k t j(z+1)_m} * x_{ijz_k t j(z+1)_m} - \text{bigm1} * (1 - x_{ijz_k t j(z+1)_m}), i \neq t \quad (5.15)$$

$$- \sum_{tjz_m} x_{ijz_k t j(z+1)_m} - \sum_{tjz_m} x_{tjz_m i j(z+1)_k} = 1, i, k = 1 \quad (5.16)$$

$$- \sum_{tjz_m} x_{tjz_m i(z+1)_k} - \sum_{tjz_m} x_{ijz_k t j(z+1)_m} = 1, i = n+2, k = 2 \quad (5.17)$$

$$- \sum_{tjz_m} x_{ijz_k t j(z+1)_m} - \sum_{tjz_m} x_{tjz_m i j(z+1)_k} = 0, i \neq 1, n+2 \quad (5.18)$$

$$- \sum_{tjz_m} x_{ijz_1 t(z+1)_m} + \sum_{tjz_m} x_{iz_j 2 t j(z+1)_m} = 1, i \neq n+2 \quad (5.19)$$

$$- \text{start}_{i2z_k} \geq \text{comp3}_{e_r}, l, r, z = 2, e = n+2 \quad (5.20)$$

$$- \sum_k a_{i1z_k} = \sum_k a_{i2z_k} \quad (5.21)$$

İkinci makine için ilave kısıtlar;

$$- \text{comp3}_{(n+2)_1} = 0 \quad (5.22)$$

$$- \text{start3}_{(n+2)_1} = 0 \quad (5.23)$$

$$- \text{start3}_{e_r} \geq \text{comp3}_{e_r} - \text{bigm3} * (1 - g_{e_r f_v}), e \neq f \quad (5.24)$$

$$- \text{comp3}_{f_v} \geq \text{start3}_{f_v} + \text{cost3}_{e_r f_v} * g_{e_r f_v} - \text{bigm3} * (1 - g_{e_r f_v}), e \neq f \quad (5.25)$$

$$- \sum_{f_v} g_{e_r f_v} - \sum_{f_v} g_{e_r f_v} = 1, e = 1, r = 1 \quad (5.26)$$

$$- \sum_{f_v} g_{e_r f_v} - \sum_{f_v} g_{e_r f_v} = 1, e = n+2, r = 2 \quad (5.27)$$

Amaç fonksiyonu değeri için;

$$- C \geq \sum_{ijz_k} \text{comp}_{ijz_k}, i \neq n+2 \quad (5.28)$$

Eş. (5.1) ve Eş. (5.2), işlerin makinelere atanmasını ve her konuma bir iş atanmasını sağlamaktadır. Eş. (5.3), makineler için başlangıç düğümü atamasını ve Eş. (5.4) ise bitiş düğümü atamasını gerçekleştirmektedir. Eş. (5.5) ve Eş. (5.6), makineler için HDF öncesi veya sonrası durumuna göre işlem zamanını belirlemektedir. Eş. (5.7), Eş. (5.8) ve Eş. (5.9), makineler için düğümler arası maliyeti hesaplamaktadır. Eş. (5.10) ve Eş. (5.11), makinelerin başlangıç düğümünü belirlemektedir. Eş. (5.12), makinelerdeki düğümler arası hareketin işlerin atama konumları ile paralel olmasını sağlamaktadır. Eş. (5.13) ve Eş. (5.14), makinelere atanan işlerin başlama zamanını belirlemektedir. Eş. (5.15), makinelerde işlenen

işlerin tamamlanma zamanı ve başlama zamanı ilişkisini ifade etmektedir. Eş. (5.16), Eş. (5.17), Eş. (5.18) ve Eş. (5.19), makinelerdeki düğümler arası hareket kısıtlarıdır. Eş. (5.20), ikinci makinede işlenen ilk iş HDF sonrası durumda işlenecek ise işlerin başlama zamanını etkileyen kısıttır. Eş. (5.21), birinci ve ikinci makinede iş atama sıralarının aynı olmasını sağlamaktadır. Eş. (5.22)'den Eş. (5.28)'e kadar olan kısıtlar, $d_{11_1b2_2} = 1$ olması durumunda ikinci makinede HDF işlem zamanının $t = 0$ anında başlamasını ve ikinci makineye atanan ilk işin işe başlama zamanının, hem işin birinci makinedeki tamamlanma zamanından hem de ikinci makinedeki HDF zamanından büyük eşit olmasını sağlamak için modele eklenmiştir. Eş. (5.28) ise toplam tamamlanma zamanını en küçüklemek olan amaç fonksiyonu değerini bulmak için kullanılmaktadır.

6. BULGULAR

Bu bölümde, ilk olarak Bölüm 4.2.' de kapalı formda verilen matematiksel modelin anlaşılabilirliğinin artırılması için küçük boyutlu örnek bir problem belirlenmiş ve çözülmüştür. Daha sonra, çözülen örnek problem üzerinde HDF işlem zamanının, HDF atama konumuna etkisini araştırmak için klasik deney tasarımı çalışması yapılmıştır. Son olarak, önerilen çözüm metodunun farklı problem boyutlarında, belirlenen faktörler ve düzeylerinde çözüm süresi performansına etkisini test edilebilmek için faktöriyel deney tasarımı çalışması yapılmıştır.

6.1. Örnek Problem Çözümü ve Sonuçların Değerlendirilmesi

Örnek problem için, Şekil 3.1.'de verilen şebeke yapısını destekleyecek veriler kullanılmıştır. İki işli ($n = 2$) ve iki makineli ($m = 2$), küçük boyutlu bir problem belirlenmiştir. İşlerin serbest kalma zamanı Çizelge 6.1.'de, makinelerin HDF işlem zamanı Çizelge 6.2.'de, işlerin işlem zamanı Çizelge 6.3.'de ve makinelerin hız değiştirme oranı Çizelge 6.4.'de verilmiştir.

Çizelge 6.1. İşlerin serbest kalma zamanı

	İşler (i)	
	1	2
$release_i$	2	5

Çizelge 6.1.'de işlerin serbest kalma zamanının sırasıyla, 2 ve 5 birim zaman olduğu görülmektedir. İşlerin makinelere atanma sırasını belirlemek amacıyla kullanılmaya karar verilen sezgisel yöntemin örnek probleme uygulanmasıyla, yani $release_1 \leq release_2$ durumu söz konusu olduğu için, işler makinelere ilk olarak $i = 1$ ve sonrasında $i = 2$ olacak şekilde atanmıştır.

Çizelge 6.2. Makinelerin HDF işlem zamanı

	Makineler (j)	
	1	2
$rate_j$	15	10

Çizelge 6.2.'de, makinelerin HDF işlem zamanının sırasıyla, 15 ve 10 birim zaman olduğu görülmektedir. HDF yapılması durumunda, işlerin işlem zamanının azalmasına karşın, HDF işlem zamanı parametresinin sisteme dahil olup amaç fonksiyonu değerini olumsuz yönde etkileyeceği de unutulmamalıdır.

Çizelge 6.3. İşlerin işlem zamanı

	Makineler (j)	
İşler (i)	1	2
1	10	30
2	20	10

Çizelge 6.3.'e göre işlerin işlem zamanı aşağıdaki gibidir:

$$p_{11} = 10$$

$$p_{21} = 20$$

$$p_{12} = 30$$

$$p_{22} = 10$$

Birinci işin birinci makinede işlem zamanı 10 birim zamana, birinci işin ikinci makinede işlem zamanı 30 birim zamana, ikinci işin birinci makinede işlem zamanı 20 birim zamana ve ikinci işin ikinci makinede işlem zamanı 10 birim zamana karşılık gelmektedir.

Çizelge 6.4. Makinelerin hız değiştirme oranı

	Makineler (j)	
	1	2
$oran_j$	0,9	0,8

Çizelge 6.4.'de makinelerin hız değiştirme oranının sırasıyla, 0,9 ve 0,8 olduğu görülmektedir. Hız değiştirme oranı makinede HDF yapılma durumundan ($k = 2$) sonra devreye girmektedir. Hız değiştirme oranının işlerin işlem zamanına etkisi, makinelere bağlı olarak, $p_{ij} * oran_j$ ile ifade edilmektedir.

Bu durumda, HDF sonrasında işlerin işlem zamanı aşağıdaki gibidir:

$$p_{11} * oran_1 = 10 * 0,9 = 9$$

$$p_{21} * oran_1 = 20 * 0,9 = 18$$

$$p_{12} * oran_2 = 30 * 0,8 = 24$$

$$p_{22} * oran_2 = 10 * 0,8 = 8$$

HDF sonrası, birinci işin birinci makinede işlem zamanı 9 birim zamana, ikinci işin birinci makinedeki işlem zamanı 18 birim zamana, birinci işin ikinci makinedeki işlem zamanı 24 birim zamana ve ikinci işin ikinci makinedeki işlem zamanı 8 birim zamana karşılık gelmektedir. Örnek problem için verilen tüm parametre değerleri, oluşturulan en kısa yol tabanlı şebeke yapılı matematiksel model aracılığıyla, GAMS programında çözüldüğünde optimal sonuç elde edilmiştir.

Birinci makinede düğümler arası hareket, $x_{i_k t_m}$ karar değişkeni ile ifade edilmektedir. Bu değişkenin $x_{i_k t_m} = 1$ değerini alması, düğümler arası hareketin olduğu anlamına gelmektedir. Bu durumda örnek problem için birinci makinede düğümler arası hareket aşağıdaki gibidir:

$$x_{3_1 1_1} = 1$$

$$x_{1_1 2_1} = 1$$

$$x_{2_1 3_2} = 1$$

İkinci makinede düğümler arası hareket, $d_{s_l b_y}$ karar değişkeni ile ifade edilmektedir. Bu değişkenin $d_{s_l b_y} = 1$ değerini alması, düğümler arası hareketin olduğu anlamına gelmektedir. Bu durumda örnek problem için ikinci makinede düğümler arası hareket ise aşağıdaki gibidir:

$$d_{3_1 1_2} = 1$$

$$d_{1_2 2_2} = 1$$

$$d_{2_2 3_2} = 1$$

Düğümler arası hareket incelendiğinde, birinci makine için HDF konum atamasının son düğüme bırakıldığı; ikinci makine için ise HDF konum atamasının ilk düğüm olarak belirlendiği görülmektedir. Her iki makine için düğümler arası hareketin biliniyor olması,

işlerin makinelerdeki işe başlama zamanının ve tamamlanma zamanının da hesaplanabilir olduğu anlamına gelmektedir. Birinci makine için düğümler arası hareket göz önünde bulundurulduğunda çizilecek olan GANTT şemasında, $start1_{1_1} = 2$ ve $start1_{2_1} = 12$ zaman birimi olarak yer alacaktır. İkinci makine için düğümler arası hareket göz önünde bulundurulduğunda çizilecek olan GANTT şemasında, $start2_{1_2} = 12$ ve $start2_{2_2} = 36$ zaman birimi olarak yer alacaktır.

İşlerin tamamlanma zamanı ($comp1_{i_k}$ ve $comp2_{s_l}$), işe başlama zamanı ($start1_{i_k}$ ve $start2_{s_l}$) ve HDF durumuna göre hesaplanmış olan işlem zamanının toplamına eşit olmalıdır. Kontrol sağlandığında, her iki makine için de işlerin tamamlanma zamanının bu eşitliği sağladığı görülecektir. İşlerin her iki makinede de tamamlanma zamanları aşağıdaki gibidir:

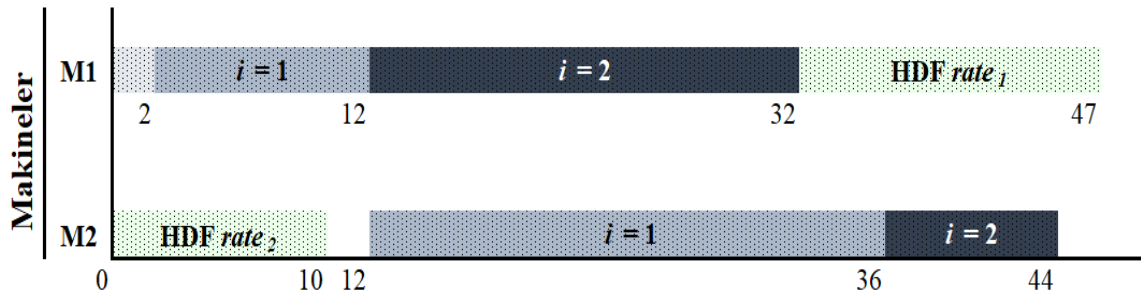
$$comp1_{1_1} = 2 + 10 = 12$$

$$comp1_{2_1} = 12 + 20 = 32$$

$$comp2_{1_1} = 12 + 24 = 36$$

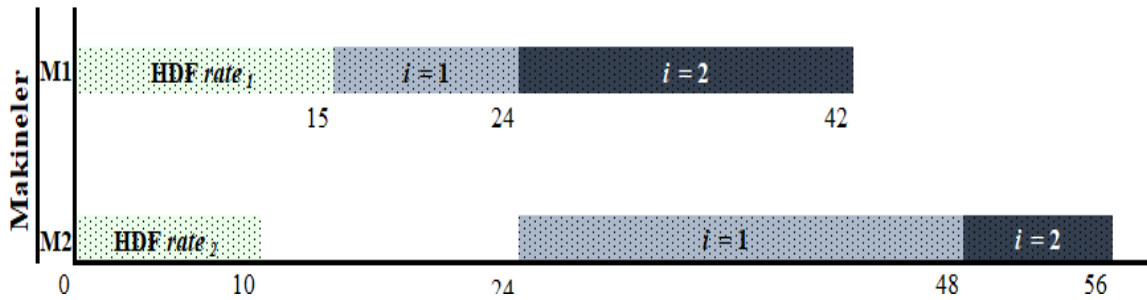
$$comp2_{2_1} = 36 + 8 = 44$$

Amaç fonksiyonu değerinin hesaplanabilmesi için verilen kısıt daha önceki bölümlerde, $\Sigma C \geq \Sigma_{i_k} comp1_{i_k} + \Sigma_{s_l} comp2_{s_l}, i, s \neq n + 1$ olarak ifade edilmiştir. Bu kısıt göz önünde bulundurularak amaç fonksiyonu değeri hesaplandığında, $C \geq comp1_{1_1} + comp1_{2_1} + comp2_{1_1} + comp2_{2_1}$, 124 zaman birimi olarak bulunmuştur. Problemin çözülmesiyle elde edilen, $start1_{i_k}, start2_{s_l}, comp1_{i_k}, comp2_{s_l}$ karar değişkeni değerlerinin, Şekil 6.1.'de verilen GANTT şeması üzerine yerleştirilmesiyle çözümün anlaşılabilirliği artmaktadır. GANTT şeması incelendiğinde birinci işin birinci makinede tamamlanma zamanının 12 zaman birimi, ikinci işin birinci makinede tamamlanma zamanının 32 zaman birimi, birinci işin ikinci makinede tamamlanma zamanının 36 zaman birimi ve ikinci işin ikinci makinede tamamlanma zamanının 44 zaman birimi olduğu görülmektedir.



Şekil 6.1. Örnek problem için GANTT şeması

Şekil 6.1.'de verilen GANTT şeması incelendiğinde, HDF atama konumlarının her iki makinede birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Oluşturulan model her iki makine için HDF atamasının aynı konumda olmasını zorunlu tutmamaktadır. Bu durum en iyi çözümün arandığını göstermektedir. Bu örnekte, her iki makinede de HDF başlangıç anında yapılmış olsaydı toplam tamamlanma zamanı 170 zaman birimine eşit olurdu. Şekil 6.2.'de GANTT şeması üzerinde gösterilmiştir. Bu da bir önceki çözüme göre amaç fonksiyonu değerinin kötüleşmesi anlamına gelmektedir.



Şekil 6.2. HDF atama konumlarının aynı olduğu durum

6.2. HDF İşlem Zamanının HDF Atama Konumuna Etkisi

HDF işlem zamanının HDF atama konumuna etkisinin araştırılabilmesi için, HDF işlem zamanı ($rate_j$) hariç, Bölüm 3.1.'de verilen parametre değerleri değiştirilmeden kullanılmıştır. Yeni örnek problem için, $rate_1 = 40$ ve $rate_2 = 30$ zaman birimi olarak belirlenmiştir, yani HDF işlem zamanı bir önceki örneğe kıyasla her iki makine için de arttırılmıştır. HDF işlem zamanı parametre değerinin değiştirilerek, diğer değerlerin tamamının sabit tutulmasıyla, HDF işlem zamanının HDF atama konumuna etkisi incelenmiştir. Bu metot, klasik deney tasarımı olarak da adlandırılmaktadır. Yeni örnek

problem için, karar değişkenlerinin belirlenen kısıtlar altında aldığı değerler aşağıdaki gibidir:

$$x_{3_1 1_1} = 1$$

$$x_{1_1 2_1} = 1$$

$$x_{2_1 3_2} = 1$$

$$d_{3_1 1_1} = 1$$

$$d_{1_1 2_1} = 1$$

$$d_{2_1 3_2} = 1$$

Karar değişkeni $x_{i_k t_m}$ değerleri, birinci makinede tüm işler tamamlandıktan sonra HDF atamasının yapıldığını göstermektedir. Karar değişkeni $d_{s_l b_y}$ değerleri ise, ikinci makinede de tüm işler tamamlandıktan sonra HDF atamasının yapıldığını göstermektedir. Her iki makine için yukarıda verilen düğümler arası hareket göz önünde bulundurulduğunda, çizilecek olan GANTT şemasında, $start1_{1_1} = 2$, $start1_{2_1} = 12$, $start2_{1_1} = 12$, $start2_{2_1} = 42$ olarak yer alacaktır. Amaç fonksiyonu değeri hesaplandığında, $C \geq comp1_{1_1} + comp1_{2_1} + comp2_{1_1} + comp2_{2_1}$, 138 zaman birimi olarak bulunmuştur. Bu durumda, birinci ve ikinci makine için işlerin tamamlanma zamanı aşağıdaki gibidir:

$$comp1_{1_1} = 2 + 10 = 12$$

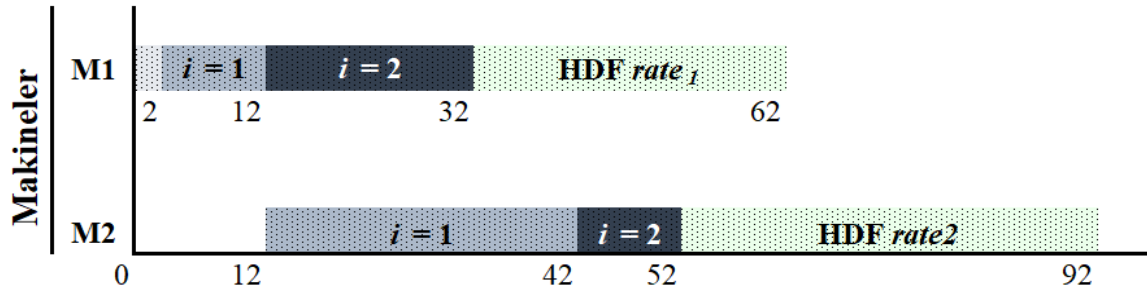
$$comp1_{2_1} = 12 + 20 = 32$$

$$comp2_{1_1} = 12 + 30 = 42$$

$$comp2_{2_1} = 42 + 10 = 52$$

HDF işlem zamanı değiştirilmiş olan örnek problemin çözülmesiyle elde edilen, $start1_{i_k}$, $start2_{s_l}$, $comp1_{i_k}$, $comp2_{s_l}$ karar değişkeni değerlerinin, Şekil 6.2.'de verilen GANTT şeması üzerine yerleştirilmesiyle çözümün anlaşılabilirliği artmaktadır.

GANTT şeması incelendiğinde birinci işin birinci makinede tamamlanma zamanının 12 zaman birimi, ikinci işin birinci makinede tamamlanma zamanının 32 zaman birimi, birinci işin ikinci makinede tamamlanma zamanının 42 zaman birimi ve ikinci işin ikinci makinede tamamlanma zamanının 52 zaman birimi olduğu görülmektedir.



Şekil 6.3. Güncellenmiş örnek problem için GANTT şeması

Sonuç olarak, HDF işlem zamanının arttırılması sonucu, HDF yapılması durumunda hız değiştirme oranına bağlı olarak elde edilecek kazancın, HDF işlem zamanı maliyetine katlanmaya değer olmadığına karar verilmiştir. Bu sebeple, HDF ataması her iki makinede de son düğümlere bırakılmıştır.

6.3. İş Sayısı, İşlem Zamanı ve Hız Değiştirme Oranının Çözüm Süresi Performansına Etkisi

İş sayısı, işlem zamanı ve hız değiştirme oranı olarak belirlenen faktörlerin çözüm süresi performansına etkisini incelemek için, yaygın olarak kullanılan 2^3 faktöriyel deney tasarımının kullanılmasına karar verilmiştir. Faktöriyel deney tasarımı, klasik deney tasarımında olduğu gibi her seferinde bir faktörün etkisini incelemek yerine, birden fazla faktörün etkileşiminin sonuca etkisini incelemek için tercih edilen bir deney yöntemidir.

2^3 faktöriyel deney tasarımında, iki düzey sayısını; üç ise faktör sayısını ifade etmektedir. Bu problemde, söz konusu faktörler: iş sayısı (A) , işlem zamanı (B) ve hız değiştirme oranı (C) olarak belirlenmiştir. Düzeyler ise, düşük (1) ve yüksek (2) olarak ifade edilmiştir. Düşük ve yüksek olarak ifade edilen düzeylerde parametrelerin alabileceği değerler, yapılan denemeler ile belirlenmiş ve Çizelge 6.5.'te verilmiştir.

Çizelge 6.5. Düzeylerin parametre değerleri

FAKTÖRLER	DÜZEYLER	
	1	2
A (İş Sayısı)	2 - 50	50 - 100
B (Hız Değiştirme Oranı)	0,5 - 0,9	0,1 - 0,5
C (İşlem Zamanı)	10- 150	150 - 300

2^3 faktöriyel deney tasarımında kullanılmak üzere, faktörlerin her iki düzeyi için, birbirinden farklı sekiz deneme kombinasyonu Çizelge 6.6.'da verilmiştir.

Çizelge 6.6. Deneme kombinasyonları

FAKTÖRLER - DÜZEYLER			DENEME KOMBİNASYONU
A	B	C	
Düşük	Düşük	Düşük	(1)
Yüksek	Düşük	Düşük	<i>a</i>
Düşük	Yüksek	Düşük	<i>b</i>
Yüksek	Yüksek	Düşük	<i>ab</i>
Düşük	Düşük	Yüksek	<i>c</i>
Yüksek	Düşük	Yüksek	<i>ac</i>
Düşük	Yüksek	Yüksek	<i>bc</i>
Yüksek	Yüksek	Yüksek	<i>abc</i>

Tüm faktörlerin düşük düzeyde olduğu deneme kombinasyonu (1); A faktörünün yüksek, B ve C faktörlerinin düşük düzeyde olduğu deneme kombinasyonu *a*; B faktörünün yüksek, A ve C faktörlerinin düşük düzeyde olduğu deneme kombinasyonu *b*; C faktörünün düşük, A ve B faktörlerinin yüksek düzeyde olduğu deneme kombinasyonu *ab*; C faktörünün yüksek, A ve B faktörlerinin düşük düzeyde olduğu deneme kombinasyonu *c*; B faktörünün düşük, A ve C faktörlerinin yüksek düzeyde olduğu deneme kombinasyonu *ac*; A faktörünün düşük, B ve C faktörlerinin yüksek düzeyde olduğu deneme kombinasyonu *bc*; tüm faktörlerin yüksek düzeyde olduğu deneme kombinasyonu ise *abc* olarak adlandırılmaktadır. Her deneme kombinasyonu için örnek sayısı $n = 10$ olarak belirlenmiştir. Bu durumda, toplam örnek sayısı $N = 8 * 10 = 80$ olarak hesaplanmaktadır.

Her deneme kombinasyonuna karşılık gelen örneklerin çözüm süresi değerlerinin toplamı ise Çizelge 6.7.'de verilmiştir. Her düzeyde yer alan, $n = 10$ deneyin çözüm süresi değerleri ise tablo olarak EK-1'de verilmiştir.

Çizelge 6.7. Deneme kombinasyonlarının değerler toplamı

DENEME KOMBİNASYONLARI	DEĞERLER TOPLAMI ($n = 10$) (saniye)
(1)	1,046
<i>a</i>	9,609
<i>b</i>	0,905
<i>ab</i>	9,688
<i>c</i>	1,266
<i>ac</i>	11,33
<i>bc</i>	1,579
<i>abc</i>	12,032

Çizelge 6.7.'de verilen değerler, 2^3 faktöriyel deney tasarımında kullanılan Analysis of Variance (ANOVA) tablosunda yer alan değerlerin hesaplanabilmesi için gerekmektedir. 2^3 faktöriyel deney tasarımında kullanılan ANOVA tablosu Resim 6.1.'de görülmektedir.

Kaynak	df	SS	MS	F
A	1	SS_A	MS_A	F_A
B	1	SS_B	MS_B	F_B
AB	1	SS_{AB}	MS_{AB}	F_{AB}
C	1	SS_C	MS_C	F_C
AC	1	SS_{AC}	MS_{AC}	F_{AC}
BC	1	SS_{BC}	MS_{BC}	F_{BC}
ABC	1	SS_{ABC}	MS_{ABC}	F_{ABC}
Hata	$2^3(n - 1)$	SS_{Hata}	MS_{Hata}	
Genel	$N - 1$	SS_{Toplam}		

Resim 6.1. 2^3 faktöriyel deney tasarımı ANOVA tablosu (Şenoğlu ve Acıtaş, 2018)

df , serbestlik derecesini; SS , ilgili deneme kombinasyonunun kareler toplamını; MS , kareler toplamı değerinin ortalamasını, F ise test istatistiği değerini ifade etmektedir. SS kareler toplamının, her bir deneme kombinasyonu için hesaplanma eşitliği Resim 6.2.'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
SS_A &= \frac{1}{2^3 n} [abc + ac + ab + a - bc - c - b - (1)]^2 \\
SS_B &= \frac{1}{2^3 n} [abc + bc + ab + b - ac - a - c - (1)]^2 \\
SS_{AB} &= \frac{1}{2^3 n} [abc + ab + c + (1) - bc - ac - a - b]^2 \\
SS_C &= \frac{1}{2^3 n} [abc + bc + ac + c - a - b - ab - (1)]^2 \\
SS_{AC} &= \frac{1}{2^3 n} [abc + ac + b + (1) - bc - ab - a - c]^2 \\
SS_{BC} &= \frac{1}{2^3 n} [abc + bc + a + (1) - ac - ab - b - c]^2 \\
SS_{ABC} &= \frac{1}{2^3 n} [abc + a + b + c - bc - ac - ab - (1)]^2
\end{aligned}$$

Resim 6.2. SS kareler toplamı değerleri hesaplanma eşitlikleri (Şenoğlu ve Acıtaş, 2018)

SS_{Toplam} değeri, $SS_{Toplam} = \sum y_{ijkl}^2 - (((1) + a + b + ab + c + ac + bc + abc)^2 / (1 / 2^3 * n))$ eşitliği ile hesaplanmaktadır. SS_{Toplam} eşitliğinde verilen y_{ijkl} , A. faktörün i . düzeyinde, B. faktörün j . düzeyinde, C. faktörün ise k . düzeyindeki l . gözlem değerini ifade etmektedir (Şenoğlu ve Acıtaş, 2018). SS_{Toplam} değeri, $SS_{Toplam} = SS_{Hata} + SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_C + SS_{AC} + SS_{BC} + SS_{ABC}$ olarak da ifade edilmektedir. Bu durumda, SS_{Hata} değeri, $SS_{Hata} = SS_{Toplam} - SS_A - SS_B - SS_{AB} - SS_C - SS_{AC} - SS_{BC} - SS_{ABC}$ ifadesine karşılık gelmektedir. ANOVA tablosunda yer alan kareler toplamı değerleri Çizelge 6.8.'de verilmiştir.

Çizelge 6.8. SS kareler toplamı değerleri

SS	
SS_A	1,154
SS_B	0,010
SS_{AB}	1,173
SS_C	0,020
SS_{AC}	1,605
SS_{BC}	0,031
SS_{ABC}	1,810
SS_{Hata}	22,706
SS_{Toplam}	28,509

ANOVA tablosunda yer alan MS ve F değerleri hesaplanma eşitlikleri ise, Resim 6.3.'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 F_A &= \frac{SS_A / 1}{SS_{Hata} / 2^3(n-1)} = \frac{MS_A}{MS_{Hata}} & F_B &= \frac{SS_B / 1}{SS_{Hata} / 2^3(n-1)} = \frac{MS_B}{MS_{Hata}} \\
 F_{AB} &= \frac{SS_{AB} / 1}{SS_{Hata} / 2^3(n-1)} = \frac{MS_{AB}}{MS_{Hata}} & F_C &= \frac{SS_C / 1}{SS_{Hata} / 2^3(n-1)} = \frac{MS_C}{MS_{Hata}} \\
 F_{AC} &= \frac{SS_{AC} / 1}{SS_{Hata} / 2^3(n-1)} = \frac{MS_{AC}}{MS_{Hata}} & F_{BC} &= \frac{SS_{BC} / 1}{SS_{Hata} / 2^3(n-1)} = \frac{MS_{BC}}{MS_{Hata}} \\
 F_{ABC} &= \frac{SS_{ABC} / 1}{SS_{Hata} / 2^3(n-1)} = \frac{MS_{ABC}}{MS_{Hata}}
 \end{aligned}$$

Resim 6.3. MS ve F değerleri hesaplanma eşitlikleri (Şenoğlu ve Acıtaş, 2018)

Verilen tüm eşitlikler kullanılarak, ANOVA tablosundaki değerlerin tamamı hesaplanmıştır. ANOVA tablosuna ait değerler, Çizelge 6.9'da verilmiştir.

Çizelge 6.9. 2^3 faktöriyel deney tasarımı ANOVA tablosu değerleri

KAYNAK	df	SS	MS	F
A	1	1,154	1,154	3,660
B	1	0,010	0,010	0,032
AB	1	1,173	1,173	3,720
C	1	0,020	0,020	0,064
AC	1	1,605	1,605	5,088
BC	1	0,031	0,031	0,099
ABC	1	1,810	1,810	5,738
Hata	72	22,706	0,315	
Genel	79	28,509		

F test istatistiği değerinin hesaplanmasının ardından, deneme kombinasyonlarının çözüm süresi performansına etkisi olup olmadığını incelemek için hipotezler kurulmuştur. Anlam düzeyi (α) sıklıkla tercih edilen 0,05 olarak belirlenmiştir. F_A , F_B , F_{AB} , F_C , F_{AC} , F_{BC} ve F_{ABC} test istatistiklerinin değeri, $\alpha = 0,05$ anlam düzeyinde, 1 ve 72 serbestlik dereceli F tablo değerinden daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir. F tablosu, EK-2'de verilmiştir. Belirtilen

serbestlik dereceleri ve anlam düzeyinde, F tablo değeri 3,974'e karşılık gelmektedir. Her bir deneme kombinasyonu için kurulan hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H01: \forall \tau_i = 0, i = 1, 2$ (A ana etkisi anlamlı değildir.)

$H02: \forall \gamma_j = 0, j = 1, 2$ (B ana etkisi anlamlı değildir.)

$H03: \forall \tau\gamma_{ij} = 0, i = 1, 2; j = 1, 2$ (AB etkileşim etkisi anlamlı değildir.)

$H04: \forall \delta_k = 0, k = 1, 2$ (C ana etkisi anlamlı değildir.)

$H05: \forall \tau \delta_{ik} = 0, i = 1, 2; k = 1, 2$ (AC etkileşim etkisi anlamlı değildir.)

$H06: \forall \gamma \delta_{jk} = 0, j = 1, 2; k = 1, 2$ (BC etkileşim etkisi anlamlı değildir.)

$H07: \forall \tau\gamma \delta_{ijk} = 0, i = 1, 2; j = 1, 2; k = 1, 2$ (ABC etkileşim etkisi anlamlı değildir.)

Çizelge 3.9.'da verilen test istatistiği değeri $> F$ tablo değerinden (3,974) olan hipotezlerin reddedilmesi gerekmektedir. AC ve ABC etkileşimleri için, $F_{AC} > F$ ve $F_{ABC} > F$ olduğu görülmektedir. Bu durumda, $H05$ ve $H07$ hipotezleri reddedilmiştir, yani AC ve ABC etkileşimlerinin çözüm süresi performansı üzerinde etkisi olduğu kanıtlanmıştır.

Sonuç olarak, $F_{AC} > F$, A (iş sayısı) - C (işlem zamanı) faktörlerinin her ikisinin de yüksek düzeyde olduğu deneme kombinasyonun (AC), çözüm süresi üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu kanıtlamıştır. $F_{ABC} > F$ ise, A (iş sayısı) - B (hız değiştirme oranı) - C (işlem zamanı) faktörlerinin üçünün de yüksek düzeyde olduğu deneme kombinasyonunun (ABC), çözüm süresi üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu kanıtlamıştır. Her iki etkileşim (AC ve ABC) için de yüksek düzeyde olmaları durumunda çözüm süresinin artma eğilimi gösterdiği gözlemlenmiştir.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çizelgeleme problemlerinde, işlerin işlem zamanının sabit bir parametre değeri olarak kabul edilme durumu söz konusudur. Ancak bu varsayım, çizelgeleme problemlerinin çözülmesiyle elde edilen sonucu doğruluktan uzaklaştırmaktadır; çünkü makinelerin çalışma performansı zamanla azalmaktadır. Makinelerin çalışma performansını arttırmaya yönelik yapılan faaliyetler ise, literatürde hız değiştirme faaliyeti (HDF) olarak adlandırılmaktadır.

İşlem zamanı değerleri, HDF sonrası azalma eğilimi göstermektedir. İşlem zamanının azalmasına karşın, HDF işlem zamanı olarak adlandırılan bir maliyete de katlanmak gerekmektedir. Bu sebeple, HDF sonrası elde edilecek faydayı en yüksek seviyede tutmak için, HDF atama konumlarının doğru seçilmiş olması önem taşımaktadır. Bununla birlikte, HDF atama konumlarının belirlenmesinde, işlerin makinelere atanma sırasının da önemli bir etken olduğu açıktır.

Bu çalışmada; işlerin serbest kalma zamanlı ve makinelerin hız değiştirme faaliyetli olduğu, iki makineli akış tipi atölyelerde çizelgeleme problemi üzerinde durulmuştur. İlgili problemin çözümü için işlerin makinelere atanma sırasını belirleyen, aynı zamanda makinelerin HDF konumunu da tayin eden karmaşık tamsayılı programlama modeli oluşturulmuştur. Bu model küçük boyutlu problemlerde çözüm vermiş ancak problem boyutu büyüdükçe çözüm için yetersiz kaldığı gözlemlenmiştir. Başka bir ifadeyle problem non-deterministic polynomial sınıfına geçmiştir. Polinom zamanda çözüm alınamamıştır. Bu sebeple, problemin çözümü için, iki aşamalı bir metod önerilmiştir. Önerilen metodun ilk aşamasında, sezgisel bir yöntem ile işlerin makinelere atanma sırası elde edilmiş; ikinci aşamada ise, makinelerin HDF atama konumunun belirlenmesi için en kısa yol tabanlı şebeke yapılı, karmaşık tam sayılı programlama modeli oluşturulmuştur. Bu model polinom zamanda çözümler sunmuştur.

Ele alınan problemin daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla, öncelikle örnek bir problem belirlenmiş ve problemin çözülmesiyle elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir. HDF işlem zamanının, HDF atama konumu üzerindeki etkisi araştırılmış ve tüm parametre değerleri aynıyken HDF işlem zamanında yapılan değişikliğin, HDF atama konumunu etkilediği gösterilmiştir. Daha sonra, iş sayısı, işlem zamanı ve hız değiştirme oranı olarak belirlenen faktörlerin, düşük ve yüksek düzeylerinde örnek problemler çoğaltılmış ve bu faktörlerin

özüm süresi performansına etkisini test edebilmek amacıyla 2^3 faktöriyel deney tasarımı yapılmıştır. İş sayısı, işlem zamanı (AC) ve iş sayısı, hız değıştirme oranı, işlem zamanı (ABC) etkileşimlerinin, çözüm süresi performansı üzerinde anlamlı etkileri olduğu kanıtlanmıştır.

Bu tez çalışmasında, işlerin makinelere atanma sırası, bir sezgisel yöntem kullanılarak belirlenmiştir. İlerleyen çalışmalarda, kullanılan sezgisel yöntemin, yerel arama algoritmalarıyla geliştirilmesiyle işlerin makinelere atanma sırasının daha doğru bir şekilde belirlenebilmesi mümkündür. Çalışmada önerilen iki aşamalı çözüm metodunun, $m > 2$ olan hız değıştirme faaliyetli akış tipi çizelgeleme problemleri için de yol gösterici olacağı düşünülmektedir. Aynı zamanda paralel makinelerde de hız değıştirme faaliyetli çizelgeleme problemleri incelenmek istendiğinde, bu çalışma faydalı bir başlangıç kaynağı olarak kullanılacaktır.

KAYNAKLAR

- Aydilek, H., Allahverdi, A. (2010). Two-machine flowshop scheduling problem with bounded processing times to minimize total completion time. *Computers & Mathematics with Applications*, 59(2), 684-693.
- Bai, J., Li, Z. R., Wang, J. J., Huang, X. (2014). Single machine common flow allowance scheduling with deteriorating jobs and a rate-modifying activity. *Applied Mathematical Modelling*, 38, 5431-5438.
- Batur Sir, G. D. (2019). Hız değiştirme faaliyetli tek makine çizelgeleme problemi için en kısa yol tabanlı bir çözüm yöntemi. *Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 8(2), 842-849.
- Batur Sir, G. D., Çalışkan, E. (2022). A mathematical model for permutational flowshop scheduling problem with rate modifying activities. *International Conference on Management Science and Engineering Management*, 1, 658-665.
- Cheng, T. C. E, Gupta, J. N. D., Wang, G. (2000). A review of flowshop scheduling research with setup times, *Production and Operations Management*, 9, 262-282.
- Chung, T., Gupta, J. N. D., Qiu, M. (2018). Single machine scheduling problem with batch setups involving positional deterioration effects and multiple rate-modifying activities. *Engineering Optimization*, 51, 1-18.
- Dağ, S., (2012). *Akış tipi çizelgeleme problemlerinin sezgisel yöntemlerle optimizasyonu*. Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Lee, C. Y., Leon V. J. (2021). Machine scheduling with a rate modifying activity. *European Journal of Operations Research*, 128, 119-128.
- Lenstra, J. K., Rinnoy Kan, A. H. G., Brucker, P. (1977). Complexity of machine scheduling problems. *Annals of Discrete Mathematics*, 1, 343-362.
- Li, J., Li, X., Luo, W. (2016). Single-machine scheduling with discretely controllable job processing times subject to a deteriorating rate-modifying activity. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 35(3), 194-206.
- Mosheiov G., Oron D. (2006). Due-date assignment and maintenance activity scheduling problem. *Mathematics & Computer Modelling*, 44, 1053-1057.
- Mosheiv, G., Oron, D. (2021). A note on scheduling a rate modifying activity to minimize total late work. *Computers & Industrial Engineering*, 154, 107-138.
- Mosheiov, G., Sidney J. B. (2003). New results on sequencing with rate modification. *Information Systems and Operational Research*, 41(2), 155-163.
- Mosheiov G., Sidney J. B. (2010). Scheduling a deteriorating maintenance activity on a single machine. *Journal of the Operational Research Society*, 61, 882-887.

- Şenoğlu, B., Acıtaş G. (2018). *Faktöriyel tasarımlar, deney tasarımı*. Ders notu, Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü, Ankara.
- Pinedo, M. L. (2016). *Scheduling: theory, algorithm, and systems*, Springer (Fifth Edition). New York: Springer, 1-14.
- Tang, L., Liu, P. (2009). Minimizing makespan in a two-machine flowshop scheduling with batching and release time. *Mathematical and Computer Modelling*, 49, 1071-1077.
- Wang X. Y., Wang M. Z. (2010). Single machine common flow allowance scheduling with a rate modifying activity. *Computers & Industrial Engineering*, 59(4), 898-902.
- Whitaker, L. O. (1996). *Integrated production and maintenance activities*. M.S. Thesis, Department of Industrial Engineering, Texas A&M University, College Station.
- Yu, S. (2015). An optimal single-machine scheduling with linear deterioration rate and rate-modifying activities. *Journal of Combinatorial Optimization*, 30, 242-252.

EKLER

EK-1. Deneme kombinasyonu örneklerinin çözüm süresi değerleri

Çizelge 1.1. Deneme kombinasyonlarının çözüm süreleri

ÖRNEK SIRASI	DENEME KOMBİNASYONU	A	B	C	ÇÖZÜM SÜRESİ (saniye)
$n = 1$	a1b1c1	2	0,9 ve 0,8	10 - 150	0,015
$n = 2$	a1b1c1	33	0,6 ve 0,7	10 - 150	0,14
$n = 3$	a1b1c1	30	0,9 ve 0,8	10 - 150	0,125
$n = 4$	a1b1c1	8	0,65 ve 0,8	10 - 150	0,016
$n = 5$	a1b1c1	36	0,85 ve 0,6	10 - 150	0,187
$n = 6$	a1b1c1	17	0,8 ve 0,75	10 - 150	0,047
$n = 7$	a1b1c1	48	0,7 ve 0,8	10 - 150	0,344
$n = 8$	a1b1c1	20	0,6 ve 0,8	10 - 150	0,062
$n = 9$	a1b1c1	12	0,8 ve 0,75	10 - 150	0,032
$n = 10$	a1b1c1	26	0,8 ve 0,7	10 - 150	0,078
$n = 1$	a1b1c2	17	0,8 ve 0,75	150 - 300	0,063
$n = 2$	a1b1c2	12	0,7 ve 0,85	150 - 300	0,031
$n = 3$	a1b1c2	39	0,75 ve 0,85	150 - 300	0,203
$n = 4$	a1b1c2	48	0,7 ve 0,8	150 - 300	0,36
$n = 5$	a1b1c2	20	0,6 ve 0,8	150 - 300	0,063
$n = 6$	a1b1c2	26	0,7 ve 0,9	150 - 300	0,11
$n = 7$	a1b1c2	30	0,9 ve 0,8	150 - 300	0,14
$n = 8$	a1b1c2	6	0,6 ve 0,8	150 - 300	0,031
$n = 9$	a1b1c2	42	0,7 ve 0,6	150 - 300	0,25
$n = 10$	a1b1c2	2	0,8 ve 0,85	150 - 300	0,015
$n = 1$	a1b2c1	8	0,25 ve 0,3	10 - 150	0,016
$n = 2$	a1b2c1	6	0,4 ve 0,5	10 - 150	0,015
$n = 3$	a1b2c1	36	0,2 ve 0,3	10 - 150	0,203
$n = 4$	a1b2c1	2	0,3 ve 0,4	10 - 150	0,015
$n = 5$	a1b2c1	48	0,2 ve 0,3	10 - 150	0,359
$n = 6$	a1b2c1	20	0,2 ve 0,4	10 - 150	0,063
$n = 7$	a1b2c1	17	0,3 ve 0,1	10 - 150	0,063
$n = 8$	a1b2c1	30	0,4 ve 0,5	10 - 150	0,14
$n = 9$	a1b2c1	12	0,2 ve 0,4	10 - 150	0,015
$n = 10$	a1b2c1	8	0,5 ve 0,3	10 - 150	0,016
$n = 1$	a1b2c2	28	0,15 ve 0,3	150 - 300	0,125
$n = 2$	a1b2c2	20	0,35 ve 0,45	150 - 300	0,062
$n = 3$	a1b2c2	23	0,4 ve 0,5	150 - 300	0,078
$n = 4$	a1b2c2	26	0,2 ve 0,35	150 - 300	0,094
$n = 5$	a1b2c2	42	0,35 ve 0,4	150 - 300	0,265
$n = 6$	a1b2c2	45	0,3 ve 0,25	150 - 300	0,297
$n = 7$	a1b2c2	12	0,2 ve 0,4	150 - 300	0,047
$n = 8$	a1b2c2	39	0,15 ve 0,3	150 - 300	0,235
$n = 9$	a1b2c2	48	0,35 ve 0,2	150 - 300	0,36

EK-1. (devam) Deneme kombinasyonu örneklerinin çözüm süresi değerleri

Çizelge 1.1. (devam) Deneme kombinasyonlarının çözüm süreleri

$n = 10$	a1b2c2	6	0,5 ve 0,45	150 - 300	0,016
$n = 1$	a2b1c1	60	0,65 ve 0,8	10 - 150	0,625
$n = 2$	a2b1c1	74	0,7 ve 0,6	10 - 150	0,937
$n = 3$	a2b1c1	67	0,8 ve 0,7	10 - 150	0,782
$n = 4$	a2b1c1	52	0,8 ve 0,7	10 - 150	0,422
$n = 5$	a2b1c1	78	0,9 ve 0,85	10 - 150	1,062
$n = 6$	a2b1c1	63	0,8 ve 0,9	10 - 150	0,609
$n = 7$	a2b1c1	80	0,7 ve 0,85	10 - 150	1,125
$n = 8$	a2b1c1	95	0,9 ve 0,8	10 - 150	1,578
$n = 9$	a2b1c1	56	0,8 ve 0,7	10 - 150	0,469
$n = 10$	a2b1c1	100	0,6 ve 0,7	10 - 150	2
$n = 1$	a2b1c2	80	0,75 ve 0,8	150 - 300	1,078
$n = 2$	a2b1c2	70	0,7 ve 0,9	150 - 300	0,89
$n = 3$	a2b1c2	52	0,8 ve 0,7	150 - 300	0,407
$n = 4$	a2b1c2	90	0,75 ve 0,9	150 - 300	1,453
$n = 5$	a2b1c2	78	0,9 ve 0,85	150 - 300	1,125
$n = 6$	a2b1c2	56	0,8 ve 0,7	150 - 300	0,532
$n = 7$	a2b1c2	67	0,8 ve 0,7	150 - 300	0,688
$n = 8$	a2b1c2	95	0,9 ve 0,8	150 - 300	1,688
$n = 9$	a2b1c2	97	0,9 ve 0,8	150 - 300	1,594
$n = 10$	a2b1c2	100	0,6 ve 0,7	150 - 300	1,875
$n = 1$	a2b2c1	63	0,4 ve 0,5	10 - 150	0,625
$n = 2$	a2b2c1	67	0,2 ve 0,3	10 - 150	0,844
$n = 3$	a2b2c1	74	0,45 ve 0,25	10 - 150	0,922
$n = 4$	a2b2c1	78	0,25 ve 0,4	10 - 150	1,078
$n = 5$	a2b2c1	52	0,35 ve 0,4	10 - 150	0,486
$n = 6$	a2b2c1	60	0,3 ve 0,4	10 - 150	0,562
$n = 7$	a2b2c1	80	0,25 ve 0,3	10 - 150	1,125
$n = 8$	a2b2c1	95	0,3 ve 0,4	10 - 150	1,593
$n = 9$	a2b2c1	56	0,3 ve 0,5	10 - 150	0,484
$n = 10$	a2b2c1	100	0,2 ve 0,3	10 - 150	1,969
$n = 1$	a2b2c2	90	0,1 ve 0,25	150 - 300	1,469
$n = 2$	a2b2c2	52	0,4 ve 0,45	150 - 300	0,422
$n = 3$	a2b2c2	56	0,25 ve 0,15	150 - 300	0,453
$n = 4$	a2b2c2	85	0,35 ve 0,5	150 - 300	1,313
$n = 5$	a2b2c2	78	0,15 ve 0,3	150 - 300	1,078
$n = 6$	a2b2c2	80	0,25 ve 0,3	150 - 300	1,047
$n = 7$	a2b2c2	67	0,4 ve 0,5	150 - 300	0,718
$n = 8$	a2b2c2	95	0,1 ve 0,25	150 - 300	1,625
$n = 9$	a2b2c2	97	0,45 ve 0,35	150 - 300	1,86
$n = 10$	a2b2c2	100	0,4 ve 0,3	150 - 300	2,047

EK-2. F tablosu

Çizelge 2.1. Test istatistiği tablosu

v_1 (Pay serbestlik derecesi)																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	18	20	25	30	40	60	100	200
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.95	247.32	248.01	249.26	250.10	251.14	252.20	253.04	254.68
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.44	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.49	19.49
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.67	8.66	8.63	8.62	8.59	8.57	8.55	8.54
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.82	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.65
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.58	4.56	4.52	4.50	4.46	4.43	4.41	4.39
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.90	3.87	3.83	3.81	3.77	3.74	3.71	3.69
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.47	3.44	3.40	3.38	3.34	3.30	3.27	3.25
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.17	3.15	3.11	3.08	3.04	3.01	2.97	2.95
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.96	2.94	2.89	2.86	2.83	2.79	2.76	2.73
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.80	2.77	2.73	2.70	2.66	2.62	2.59	2.56
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.67	2.65	2.60	2.57	2.53	2.49	2.46	2.43
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.57	2.54	2.50	2.47	2.43	2.38	2.35	2.32
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.48	2.46	2.41	2.38	2.34	2.30	2.26	2.23
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.41	2.39	2.34	2.31	2.27	2.22	2.19	2.16
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.35	2.33	2.28	2.25	2.20	2.16	2.12	2.10
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.30	2.28	2.23	2.19	2.15	2.11	2.07	2.04
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.26	2.23	2.18	2.15	2.10	2.06	2.02	1.99
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.22	2.19	2.14	2.11	2.06	2.02	1.98	1.95
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.18	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.15	2.12	2.07	2.04	1.99	1.95	1.91	1.88
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.88	1.84
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.10	2.07	2.02	1.98	1.94	1.89	1.85	1.82
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.08	2.05	2.00	1.96	1.91	1.86	1.82	1.79
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.05	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.80	1.77
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.04	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.78	1.75
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	2.02	1.99	1.94	1.90	1.85	1.80	1.76	1.73
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	2.00	1.97	1.92	1.88	1.84	1.79	1.74	1.71
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.99	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.73	1.69
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.97	1.94	1.89	1.85	1.81	1.75	1.71	1.67
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.96	1.93	1.88	1.84	1.79	1.74	1.70	1.66
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.87	1.84	1.78	1.74	1.69	1.64	1.59	1.55
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.87	1.81	1.78	1.73	1.69	1.63	1.58	1.52	1.48
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.78	1.75	1.69	1.65	1.59	1.53	1.48	1.44
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.89	1.81	1.75	1.72	1.66	1.62	1.57	1.50	1.45	1.40
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.88	1.79	1.73	1.70	1.64	1.60	1.54	1.48	1.43	1.38
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.86	1.78	1.72	1.69	1.63	1.59	1.53	1.46	1.41	1.36
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.85	1.77	1.71	1.68	1.62	1.57	1.52	1.45	1.39	1.34
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.80	1.72	1.66	1.62	1.56	1.52	1.46	1.39	1.32	1.26
v_2 (Payda serbestlik derecesi)																				



Gazili olmak ayrıcalıktır