

İNM-102

STATİK

Ders – 3

MADDESEL NOKTANIN DENGESİ

Maddesel noktanın dengesinden söz edebilmek için;

- Ya durağan halde olmalı
- Ya da sabit hızla hareket ediyor olmalıdır.

* Newton'un ilk hareket kanunundan toplam net kuvvetin sıfır olması gerekir. $\Sigma \vec{F} = 0$
 $\Sigma \vec{F}$: Cisme etkiyen kuvvetlerin toplamıdır.

** Newton'un ikinci hareket kanunundan, $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

Maddesel noktanın durağan veya sabit hızda hareket ediyor olmasından dolayı

$$\vec{a} = 0$$

$$m\vec{a} = 0$$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = 0$$

MADDESEL NOKTANIN DENGESİ

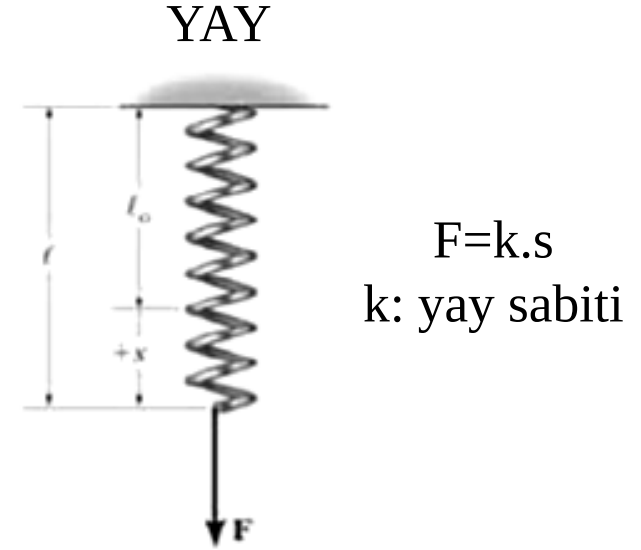
SERBEST CİSİM DİYAGRAMI (SCD)

Denge denklemini doğru uygulayabilmek için, parçacık üzerine etkiyen tüm bilinen ve bilinmeyen kuvvetleri hesaba katmak gerekir.

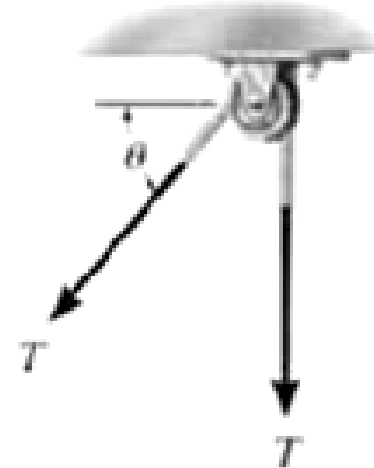
Bunu yapmanın en iyi yolu parçacığın serbest cisim diyagramını çizmektir.

Bu diyagram, parçacığı çevresinden soyutlanmış veya «serbest» olarak gösteren bir şemadır.

Bu şemada parçacık üstüne etkiyen tüm kuvvetleri göstermek gereklidir.



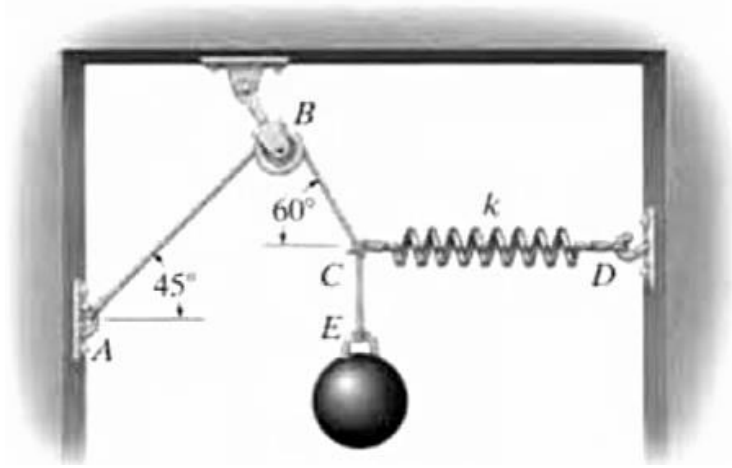
HALAT ve MAKARA



Serbest Cisim Diyagramı Çizmek

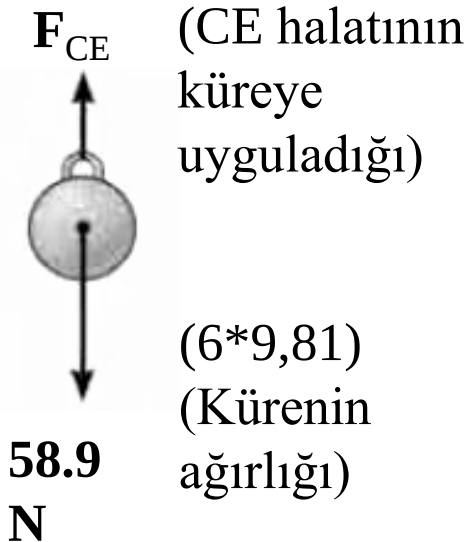
1. Dış hatları temsil eden şekli çiz.
2. Bütün kuvvetleri göster.
 - Etki
 - Tepki kuvvetlerini göster.
3. Kuvvetleri tanımla.
 - Bilinen kuvvetlerin şiddet ve doğrultusunu,
 - Bilinmeyenleri temsili harf ve tahmini yönlerle tanımla.

ÖRNEK

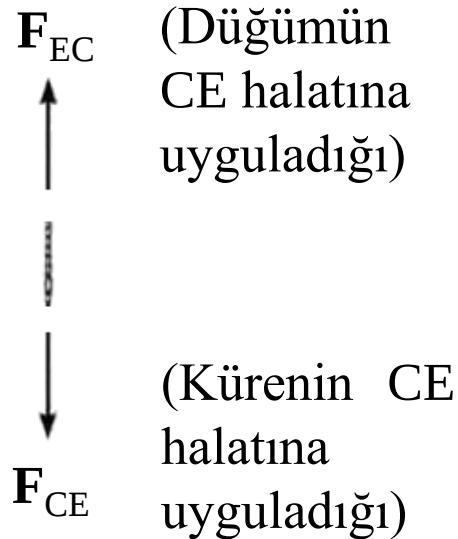


- 6 kg kütleyle sahip küreyi taşıyan sistemdeki,
- Kürenin
 - CE halatının
 - C düğüm noktasının SCD çiziniz.

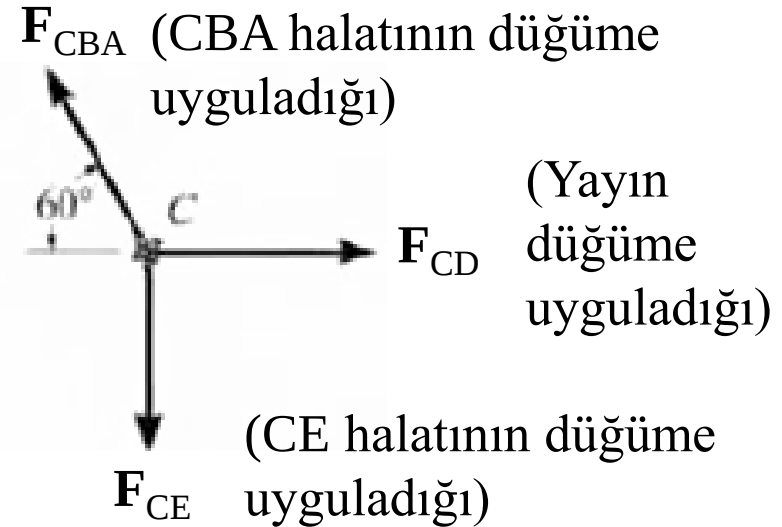
Küre



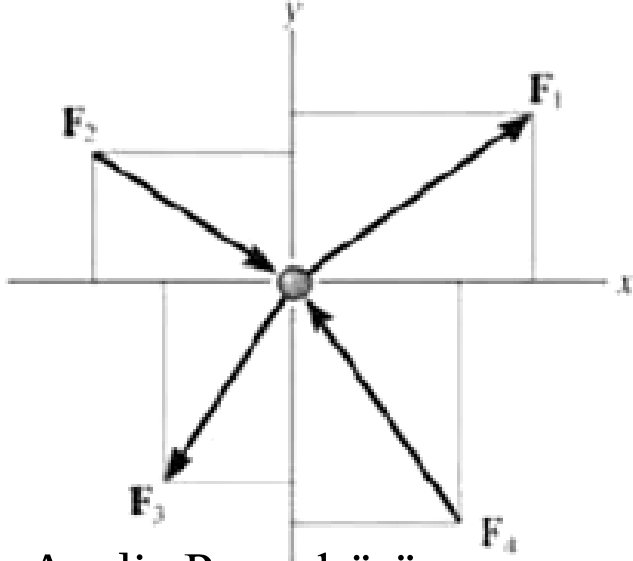
Halat



C Düğümü



DÜZLEMSEL SİSTEMLER



x-y eksenlerine sahip bir düzlemde kuvvetlerin dengesi için

- Kuvvetleri $\vec{i}$ ve $\vec{j}$ bileşenlerine ayırarak denge kurarız.

$$\Sigma \vec{F}_x = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0$$

- Skaler denge denklemi x ve y bileşenlerinin toplamının sıfıra eşit olmasının gerektirir

Analiz Prosedürü

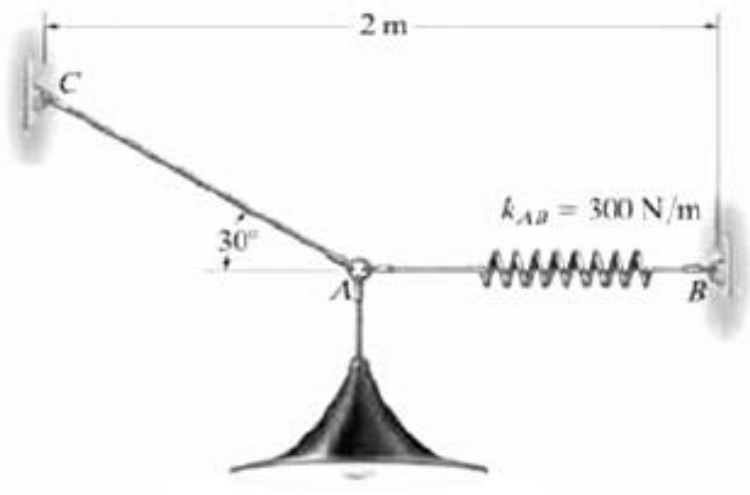
1. SCD oluşturulur.

- x ve y eksenleri oluşturulur. (uygun bir doğrultuda)
- Kuvvetler tarif edilir. (Bilinen veya bilinmeyen)

2. Denge denklemi

- $\vec{i}$ ve $\vec{j}$ bileşenleri ayrılır.
- $\Sigma \vec{F}_x = 0$ ve $\Sigma \vec{F}_y = 0$ denge şartı oluşturulur.
- Cebrik toplam elde edilir.
- Sonuç negatifse, bilinmeyen kuvvete ait seçilen yön ters demektir.

ÖRNEK



8 kg kütleyle sahip lambanın asılı kalması için gerekli AC halat boyunu hesaplayınız.

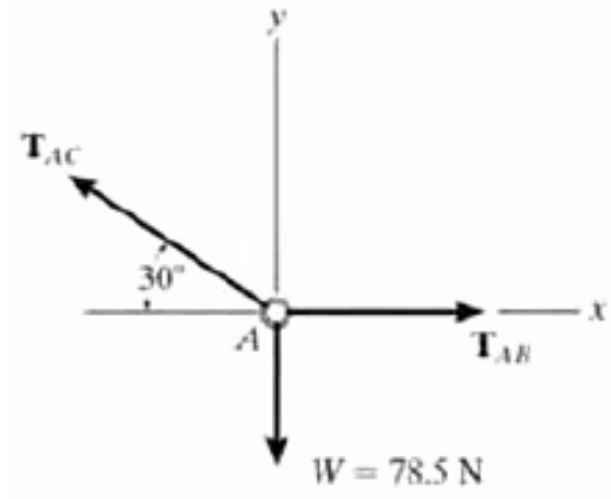
Yayın ilk boyu : $l_{AB} = 0.4 \text{ m}$

Yay rijitliği : $k_{AB} = 300 \text{ N/m}$

Çözüm

A noktasına ait SCD çizelim.

Eğer AB halatı üzerine etkiyen kuvvet bulunursa, yaydaki uzama/kısalma (boy değişimi) hesaplanabilir.

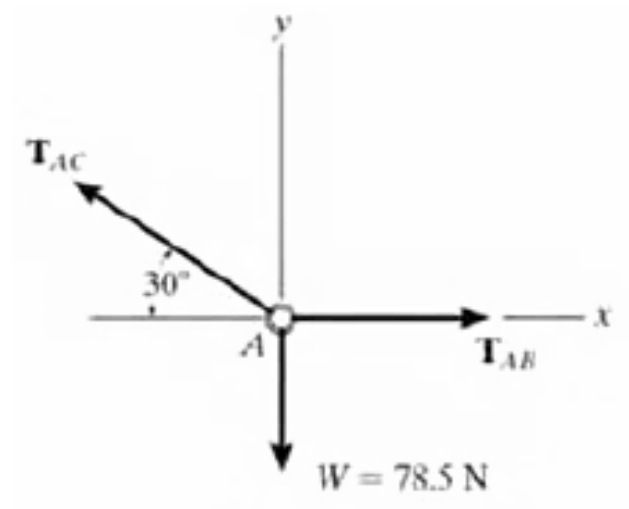


$$\Sigma \vec{F}_x = 0 : T_{AB} - T_{AC} \cos 30 = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 : T_{AC} \sin 30 - \underbrace{8 * 9,81}_{78.5 \text{ N}} = 0$$

$$T_{AC} = 157 \text{ N}$$

$$T_{AB} = 136 \text{ N}$$



$$T_{AB} = 136 \text{ N} = k_{AB} s_{AB} ; (s_{AB}: \text{yaydaki uzama miktarı})$$

$$136 \text{ N} = 300 s_{AB} \rightarrow s_{AB} = 0,453 \text{ m}$$

$$l_{AB}' = l_{AB} + s_{AB} ; (l_{AB}': \text{yayın son boyu})$$

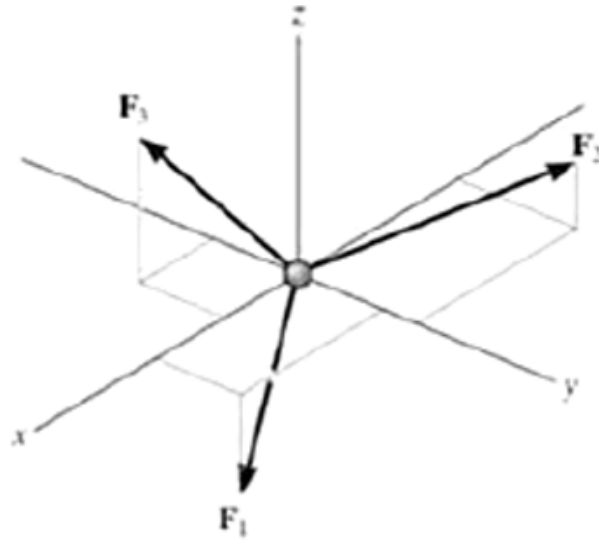
$$= 0,4 + 0,453 = 0,853 \text{ m}$$

$$BC = l_{AB}' + l_{AC} \cos 30$$

$$2 = 0,853 + l_{AC} \cos 30$$

$$l_{AC} = 1,32 \text{ m}$$

ÜÇ BOYUTLU KUVVET SİSTEMLERİ



- Maddesel noktanın dengesi için,

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

- $\vec{i}$, $\vec{j}$ ve $\vec{k}$ bileşenlerine ayırma

$$\Sigma F_x \vec{i} + \Sigma F_y \vec{j} + \Sigma F_z \vec{k} = 0$$

- Üç skaler denge denklem x, y ve z yönlerindeki kuvvetlerin cebrik toplamını ifade eder.

$$\Sigma F_x \vec{i} = 0$$

$$\Sigma F_y \vec{j} = 0$$

$$\Sigma F_z \vec{k} = 0$$

Analiz Prosedürü

1. SCD oluşturulur.

- x, y ve z eksenleri oluşturulur. (uygun bir doğrultuda)
- Kuvvetler tarif edilir. (Bilinen veya bilinmeyen)

2. Denge denklemi

- Skaler denge denklemlerini kullanın ; $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma F_z = 0$
- Eğer 3B geometride denge denklemi kurulması zor ise, her bir kuvveti kartezyen vektör bileşenlerine ayırarak işlem yapın. $\vec{i}$, $\vec{j}$ ve $\vec{k}$ bileşenlerini sıfıra eşitleyin.
- Sonuç negatifse, bilinmeyen kuvvete ait seçilen yön ters demektir.

ÖRNEK

40 kN ağırlığındaki kutuyu taşımak için gerekli kablo kuvvetlerini hesaplayınız.

Çözüm

$$B(-3, -4, 8), C(-3, 4, 8)$$

$$\vec{F}_B = F_B \left(\frac{\vec{r}_B}{r_B} \right) = F_B \left(\frac{-3\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + (8)^2}} \right) = -0,318F_B\vec{i} - 0,424F_B\vec{j} + 0,848F_B\vec{k}$$

$$\vec{F}_C = F_C \left(\frac{\vec{r}_C}{r_C} \right) = -0,318F_C\vec{i} + 0,424F_C\vec{j} + 0,848F_C\vec{k}$$

$$\vec{F}_D = F_D\vec{i}$$

$$\vec{W} = -40\vec{k}$$

$$\Sigma \vec{F} = 0; \quad \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D + \vec{W} = 0$$

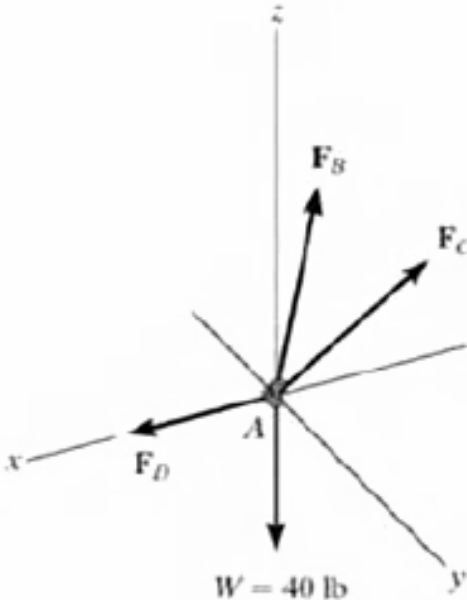
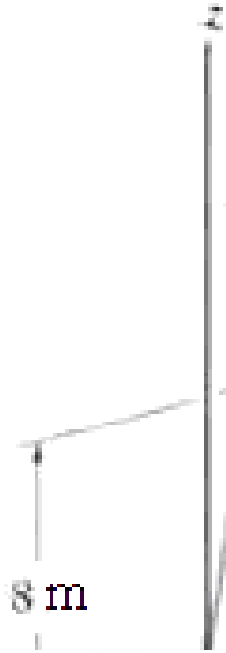
$$\Sigma \vec{F}_x = 0; \quad -0,318F_B - 0,318F_C + F_D = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \quad -0,424F_B + 0,424F_C = 0$$

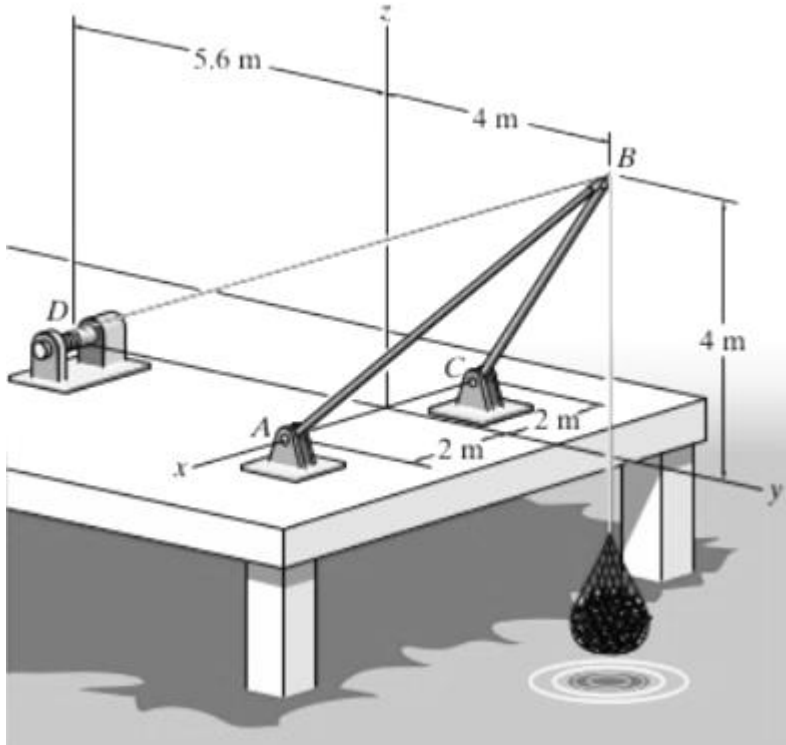
$$\Sigma \vec{F}_z = 0; \quad 0,848F_B + 0,848F_C - 40 = 0$$

$$F_B = F_C = 23,6 \text{ kN}$$

$$F_D = 15 \text{ kN}$$



ÖRNEK

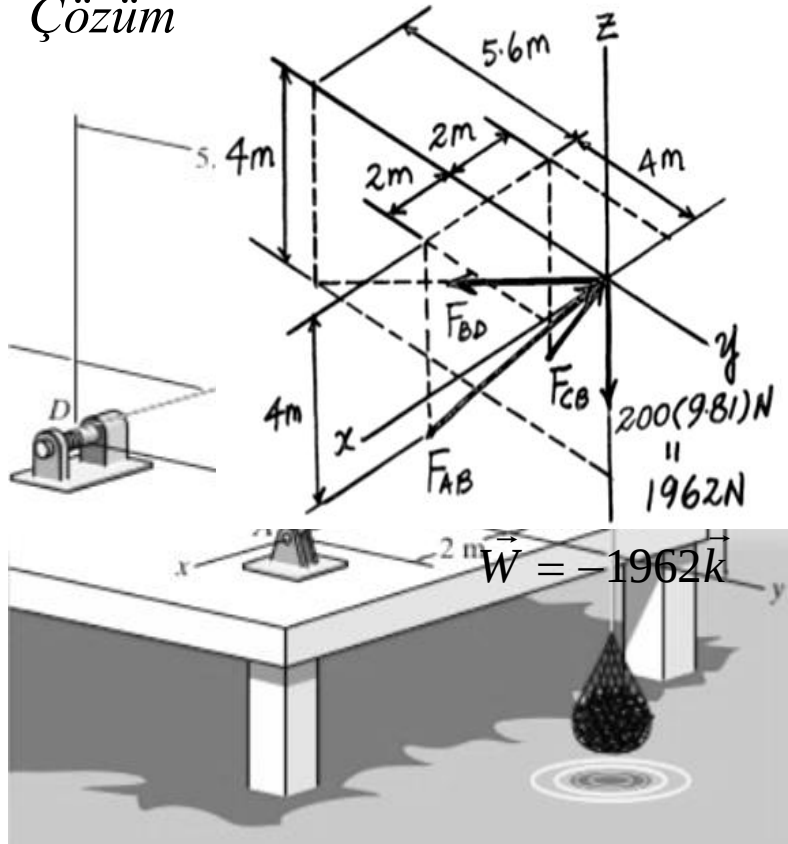


Şekildeki vinç sistemi 200 kg lık yükü iskeleye kaldırmak için kullanılıyor.

Yükü dengede tutacak AB ve CD çubuklarındaki ve BD halatındaki kuvvetleri hesaplayınız.

$$g=9.81 \text{ m/s}^2$$

Çözüm



$$A (2,0,0), B (0,4,4), C (-2,0,0), D (0,-5.6,0)$$

$$\vec{F}_{CB} = F_{CB} \left(\frac{\vec{r}_{CB}}{r_{CB}} \right)$$

$$= F_{CB} \left(\frac{(4\vec{j} + 4\vec{k}) - (-2\vec{i})}{\sqrt{(4)^2 + (4)^2 + (-2)^2}} \right)$$

$$= \frac{2}{6} F_{CB} \vec{i} + \frac{4}{6} F_{CB} \vec{j} + \frac{4}{6} F_{CB} \vec{k} = \frac{1}{3} F_{CB} \vec{i} + \frac{2}{3} F_{CB} \vec{j} + \frac{2}{3} F_{CB} \vec{k}$$

$$\vec{F}_{BD} = F_{BD} \left(\frac{\vec{r}_{BD}}{r_{BD}} \right)$$

$$= F_{BD} \left(\frac{(-5.6\vec{j}) - (4\vec{j} + 4\vec{k})}{\sqrt{(-9.6)^2 + (-4)^2}} \right)$$

$$= -\frac{9.6}{10.4} F_{BD} \vec{j} - \frac{4}{10.4} F_{BD} \vec{k}$$

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB} \left(\frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}} \right)$$

$$= F_{AB} \left(\frac{(4\vec{j} + 4\vec{k}) - (2\vec{i})}{\sqrt{(4)^2 + (4)^2 + (-2)^2}} \right)$$

$$= -\frac{2}{6} F_{AB} \vec{i} + \frac{4}{6} F_{AB} \vec{j} + \frac{4}{6} F_{AB} \vec{k} = -\frac{1}{3} F_{AB} \vec{i} + \frac{2}{3} F_{AB} \vec{j} + \frac{2}{3} F_{AB} \vec{k}$$

$$\Sigma \vec{F} = 0; \quad -\frac{1}{3} F_{AB} \vec{i} + \frac{2}{3} F_{AB} \vec{j} + \frac{2}{3} F_{AB} \vec{k} + \frac{1}{3} F_{CB} \vec{i} + \frac{2}{3} F_{CB} \vec{j} + \frac{2}{3} F_{CB} \vec{k} - \frac{9,6}{10,4} F_{BD} \vec{j} - \frac{4}{10,4} F_{BD} \vec{k} - 1962 \vec{k} = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_x = 0; \quad -\frac{1}{3} F_{AB} + \frac{1}{3} F_{CB} = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \quad \frac{2}{3} F_{AB} + \frac{2}{3} F_{CB} - \frac{9,6}{10,4} F_{BD} = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_z = 0; \quad \frac{2}{3} F_{AB} + \frac{2}{3} F_{CB} - \frac{4}{10,4} F_{BD} - 1962 = 0$$

$$F_{AB} = 2522,6 \text{ N}$$

$$F_{CB} = 2522,6 \text{ N}$$

$$F_{BD} = 3643,7 \text{ N}$$