Bölüm 12

Ki-Kare Testi ve Parametrik Olmayan Testler

Copyright ©2014 Pearson Education

Öğrenme Hedefleri

Bu bölümde aşağıdaki konulara değinilecektir:

- Çapraz tablolar için ki-kare testi ne zaman ve nasıl kullanılır
- İkiden fazla oranlama değerlendirilirken ikili farkların belirlenmesinde Marascuilo süreci nasıl kullanılır
- Parametrik olmayan testler ne zaman ve nasıl kullanılır

Copyright ©2014 Pearson Education

Çapraz Tablolar

Çapraz Tablolar

- Çoklu popülasyon oranlarının kıyaslandığı durumlarda yararlıdır
- İki veya daha fazla karakteristiğe göre örnek gözlemlerini sınıflandırmada kullanılır
- Aynı zamanda çapraz sınıflandırma tablosu olarak da adlandırılır.

Copyright ©2014 Pearson Education

Çapraz Tablo Örneği

Solaklık ve Cinsiyet

Baskın el: Sol veya Sağ

Cinsiyet: Erkek veya Kadın

- Her değişken için 2 kategori mevcut, 2 x 2 tablo olarak biçimlenir

- 300 çocuktan oluşan bir örnek grubunu incelediğimizi düşünelim

Copyright ©2014 Pearson Education

Çapraz Tablo Örneği

(devamı)

Örnek sonuçları bir çapraz tablo üzerinde düzenlenmiştir

Örnek boyutu= n = 300:

120 kadın, 12 tanesi solaktır

180 erkek, 24 tanesi solaktır

Cinsiyet	El Tercihi: Sol	El Tercihi: Sağ	
Kadın	12	108	120
Erkek	24	156	180
	36	264	300

Copyright ©2014 Pearson Education

İki oran arasındaki Fark için χ^2 Testi

H_0: $\pi_1 = \pi_2$ (Solak olan kadınların oranı solak olan erkeklerin oranına eşittir)

H_1: $\pi_1 \neq \pi_2$ (Oranlar eşit değildir– el tercihi cinsiyetten bağımsız değildir)

- Eğer H_0 doğruysa, solak kadınların oranı solak erkeklerin oranına eşit olmalıdır
- Yukarıdaki iki oran, solak kişilerin tüm örnekteki kişilere oranı ile aynı olmalıdır.

Copyright ©2014 Pearson Education

Ki-Kare Test İstatistiği

Ki-kare test istatistiği:

$$\chi^2_{STAT} = \sum_{\text{tüm hücreler}} \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

- burada:

  f_o = belirli bir hücrede gözlemlenen frekans değeri

  f_e = Eğer H_0 doğru ise belirli bir hücrede beklenen frekans değeridir

χ^2_{STAT} 2 x 2 durumu için 1 serbestlik derecesine sahiptir

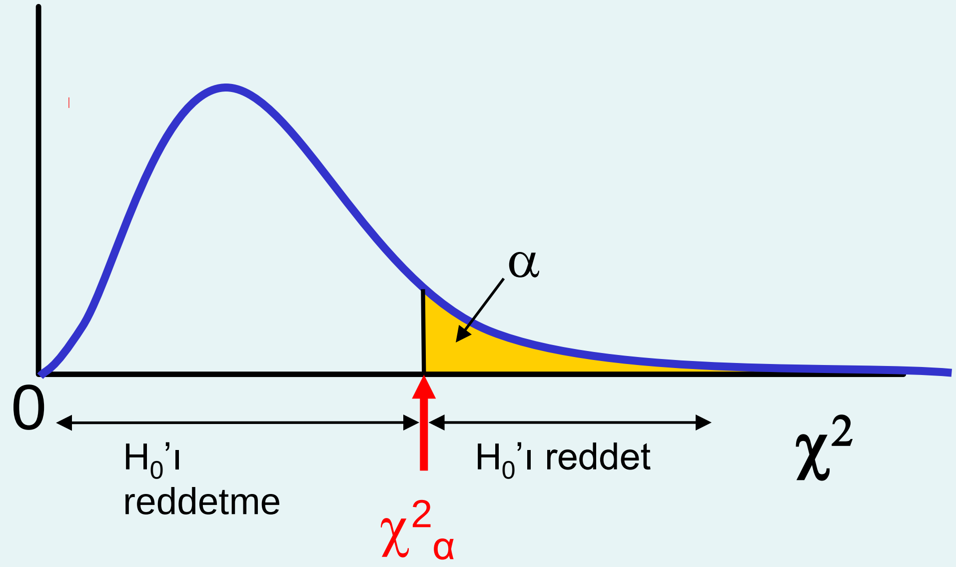
(Varsayım: çapraz tablodaki her hücrenin en az 5 beklenen frekans değerine sahip olduğu düşünülür)

Copyright ©2014 Pearson Education

Karar Kuralı

χ^2_{STAT} test istatistiği bir serbestlik derecesi ile yaklaşık olarak ki-kare dağılımını izlemektedir.

Karar Kuralı:
Eğer $\chi^2_{STAT} > \chi^2_{\alpha}$ ise, H_0'ı reddet, değilse, H_0'ı reddetme



Copyright ©2014 Pearson Education

Ortalama Oranın Hesaplanması

Ortalama Oran: $$\bar{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} = \frac{X}{n}$$

120 Kadın, 12 tanesi solak

180 Erkek, 24 tanesi solak

Burada:

$$\bar{p} = \frac{12 + 24}{120 + 180} = \frac{36}{300} = 0.12$$

yani, tüm 180 çocuğa dayalı olarak solakların oranı 0.12, yani %12

Copyright ©2014 Pearson Education

Beklenen Frekansların Bulunması

- Solak kadınların beklenen frekansını elde etmek için, solakların ortalama oranıyla ($\bar{p}$) kadınların toplam sayısı çarpılır
- Solak erkeklerin beklenen frekansını elde etmek için, solakların ortalama oranıyla ($\bar{p}$) erkeklerin toplam sayısı çarpılır

---

Eğer iki oranda aynı ise, o zaman

P(Left Handed | Female) = P(Left Handed | Male) = .12

yani, (.12)(120) = 14.4 kadının solak
(.12)(180) = 21.6 erkeğin solak olması beklenir

Copyright ©2014 Pearson Education

Gözlenene Karşı Beklenen Frekanslar

Cinsiyet	El Tercihi		
	Sol	Sağ	
Kadın	Gözlenen = 12 Beklenen = 14.4	Gözlenen = 108 Beklenen = 105.6	120
Erkek	Gözlenen = 24 Beklenen = 21.6	Gözlenen = 156 Beklenen = 158.4	180
	36	264	300

Copyright ©2014 Pearson Education

Ki-kare Test İstatistiği

Cinsiyet	El Tercihi: Sol	El Tercihi: Sağ	
Kadın	Gözlenen = 12 Beklenen = 14.4	Gözlenen = 108 Beklenen = 105.6	120
Erkek	Gözlenen = 24 Beklenen = 21.6	Gözlenen = 156 Beklenen = 158.4	180
	36	264	300

Test İstatistiği:

$$\chi^2_{STAT} = \sum_{\text{tüm hücreler}} \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

$$= \frac{(12-14.4)^2}{14.4} + \frac{(108-105.6)^2}{105.6} + \frac{(24-21.6)^2}{21.6} + \frac{(156-158.4)^2}{158.4} = 0.7576$$

Copyright ©2014 Pearson Education

Karar Kuralı

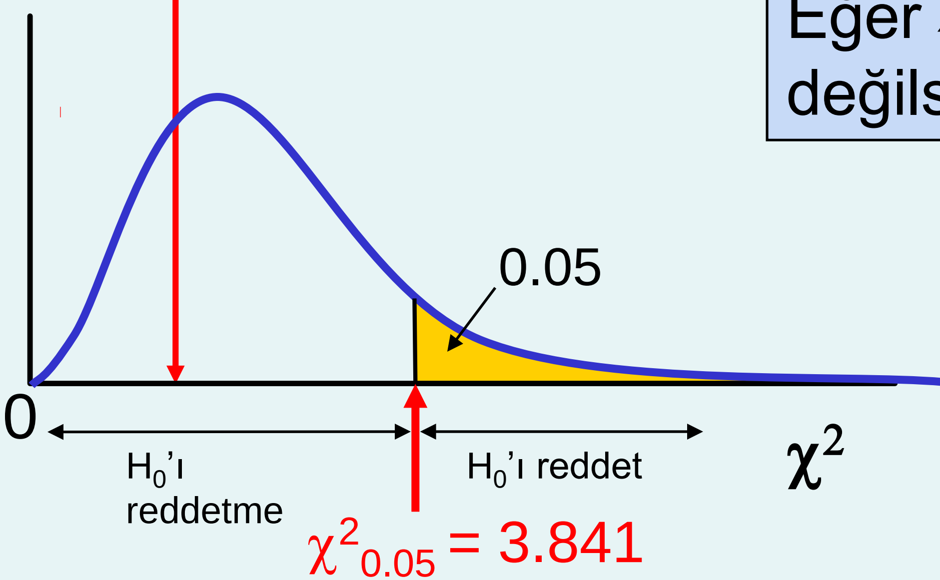
Test istatistiği $\chi^2_{STAT} = \boxed{0.7576}$;

1 serbestlik derecesi ile $\chi^2_{0.05} = 3.841$'dir

Karar Kuralı:

Eğer $\chi^2_{STAT} > 3.841$, H_0'ı reddet

değilse, H_0'ı reddetme



Burada,

$\chi^2_{STAT} = 0.7576 < \chi^2_{0.05} = 3.841$,

Dolayısıyla H_0'ı reddetmeyiz ve $\alpha = 0.05$ düzeyinde iki oranın farklı olduğu hakkında yeterli bir kanıt olmadığı sonucuna varırız

Copyright ©2014 Pearson Education

İkiden Daha Fazla Oranın Arasındaki Farklar İçin χ^2 Testi

- İkiden fazla bağımsız popülasyon durumu için χ^2 testinin genişletilmesi :

H_0: $\pi_1 = \pi_2 = \cdots = \pi_c$

H_1: tüm π_j'ler eşit değildir ($j = 1, 2, \cdots, c$)

Copyright ©2014 Pearson Education

Ki-Kare Test İstatistiği

Ki-kare test istatistiği:

$$\chi^2_{STAT} = \sum_{\text{tüm hücreler}} \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

f_o = 2 x c tablosundaki belirli bir hücrenin gözlenen frekansı
f_e = H_0 doğru olduğunda belirli bir hücredeki beklenen frekans

2 x c durumu için X^2_{STAT} , (2-1)(c-1)= c-1 adet serbestlik derecesi alır
(Varsayım: çapraz tablodaki her hücre en az 1 beklenen frekansa sahiptir)

Copyright ©2014 Pearson Education

Genel Oranın Hesaplanması

Genel oran:

$$\bar{p} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_c}{n_1 + n_2 + \cdots + n_c} = \frac{X}{n}$$

- c kategori için beklenen hücre frekansları 2x2 durumunda olduğu gibi hesaplanır, ve karar kuralı aynıdır:

Karar Kuralı:
Eğer $\chi^2_{STAT} > \chi^2_{\alpha}$, ise reject H_0'ı reddet, değilse H_0'ı reddetme

χ^2_{α} 'nin, c – 1 serbestlik derecesine sahip ve ki-kare dağılımına uymakta olduğu durumda

Copyright ©2014 Pearson Education

Marascuilo Süreci

- Eşit oranların sıfır hipotezi reddedildiğinde kullanılır
- Tüm eşler arasında karşılaştırma yapmaya imkan verir
- Tüm eşler için ($j \neq j'$ için) gözlemlenen farklarla ($p_j - p_j$) başlar, daha sonra hesaplanmış kritik aralık ile mutlak fark karşılaştırılır

Copyright ©2014 Pearson Education

Marascuilo Süreci

(devamı)

- Marascuilo süreci için Kritik Aralık:

$$\text{Kritik Aralır} = \sqrt{\chi^2_\alpha}\sqrt{\frac{p_j(1-p_j)}{n_j} + \frac{p_{j'}(1-p_{j'})}{n_{j'}}}$$

  - (Not: her bir ikili karşılaştırma için kritik aralık farklıdır)

- Belirli bir oran çifti aşağıdaki durumda önemli ölçüde farklıdır

$|p_j - p_{j'}| >$ j ve j′ için kritik aralık

Copyright ©2014 Pearson Education

Marascuilo Süreci Örneği

Bir Üniversite üç dönemlik bir akademik takvim uygulamasına geçmek istemektedir. 100 yönetici 50 çğrenci ve 50 öğretim üyesine anket uygulanmıştır

Görüş	**Yönetici**	**Öğrenci**	**Öğr. Üyesi**
Onay	63	20	37
Karşıt	37	30	13
Toplam	100	50	50

% 1'lik bir önem derecesi uygulanarak, hangi grupların farklı bir düşüncede olduğunu belirleyelim.

Copyright ©2014 Pearson Education

Ki-kare Test Sonuçları

H_0: $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3$

H_1: Tüm π_j ‘ler eşit değildir (j = 1, 2, 3)

Ki-kare Testi: Yöneticiler, Öğrenciler, Öğretim üyeleri

	Ynt.	**Öğrenci**	**Öğr. Üyesi**	**Toplam**
Onay	63	20	37	120
	60	30	30	
Karşıt	37	30	13	80
	40	20	20	
Toplam	100	50	50	200

Beklenen

Gözlenen

$$\chi^2_{STAT} = 12.792 > \chi^2_{0.01} = 9.2103$$

Dolayısıyla H_0’ı reddet

Copyright ©2014 Pearson Education

Marascuilo Süreci: Çözüm

Excel Çıktısı:

karşılaştır

Marascuilo Süreci							
	Örnek	Örnek		Mutlak	Farkın	Kritik	
Grup	Oranı	Boyutu	Karşılaştırma	Fark	Std. Sapması	Aralık	Sonuçlar
1	0,63	100	1 to 2	0,23	0,084445249	0,2563	Ortalamalar farklı değil
2	0,4	50	1 to 3	0,11	0,078606615	0,2386	Ortalamalar farklı değil
3	0,74	50	2 to 3	0,34	0,092994624	0,2822	Ortalamalar farklı

%1 önem seviyesinde, öğrenci ve öğretim üyelerinin düşünceleri arasında bir fark olduğu hakkında kanıt vardır

Copyright ©2014 Pearson Education

χ^2 Bağımsızlık Testi

- İkiden fazla oranın eşitliği için yapılan χ^2 testine benzer şekilde yapılır, fakat konsepti r satırlı ve c sütunlu ihtimal tablolarına genişletir

H_0: İki kategorik değişken bağımsızdır
(yani, aralarında hiçbir ilişki yoktur)
H_1: İki kategorik değişken bağımlıdır
(yani, aralarında bir ilişki sözkonusudur)

Copyright ©2014 Pearson Education

χ^2 Bağımsızlık Testi

(devamı)

Ki-kare test istatistiği:

$$\chi^2_{STAT} = \sum_{\text{tüm hücreler}} \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

f_o = r x c tablosunun belirli bir hücresindeki gözlenen frekans

f_e = H_0 doğru olduğunda belirli bir hücredeki beklenen frekanstır.

χ^2_{STAT} for the r x c case has (r-1)(c-1) degrees of freedom

r x c durumu için X^2_{STAT}, (r-1)(c-1) serbestlik derecesine sahiptir.

(Varsayılan: çapraz tablodaki her hücre en az 1 beklenen frekansına sahiptir)

Copyright ©2014 Pearson Education

Beklenen Hücre Frekansları

- Beklenen Hücre frekansları:

$$f_e = \frac{\text{Satır toplamı} \times \text{Sütun toplamı}}{n}$$

Where:

Satır toplamı= satırdaki tüm frekansların toplamı

sütun toplamı= sütundaki tüm frekansların toplamı

n = genel tüm örnek boyutu

Copyright ©2014 Pearson Education

Karar Kuralı

- Karar kuralı

Eğer $\chi^2_{STAT} > \chi^2_{\alpha}$, ise H_0 ‘ı reddet,

değilse, H_0 ‘ı reddetme

χ^2_{α} burada (r – 1)(c – 1) serbestlik derecesine sahip ki-kare dağılımına sahip bir istatistiktir

Copyright ©2014 Pearson Education

Örnek

- 200 öğrenci tarafından seçilmiş yemek planı aşağıda gösterilmektedir

Akademik seviye	Haftalık yemek sayısı			Toplam
	20/hf	10/hf	hiç	
I. Sınıf	24	32	14	70
II. Sınıf	22	26	12	60
III. Sınıf	10	14	6	30
IV. Sınıf	14	16	10	40
Toplam	70	88	42	200

Copyright ©2014 Pearson Education

Örnek

(devamı)

- Test edilecek hipotez:

H_0: Yemek planı ve akademik seviye bağımsızdır
(yani, birbirleri arasında bir ilişki yoktur)
H_1: Yemek planı ve akademik seviye bağımlıdır
(yani, birbirleri arasında bir ilişki vardır)

Copyright ©2014 Pearson Education

Örnek: Beklenen Hücre Frekansları

(devamı)

Gözlenen:

Akademik Seviye	Haftalık yemek sayısı			Toplam
	20/hf	10/hf	hiç	
I. Sınıf	24	32	14	70
II. Sınıf	22	26	12	60
III. Sınıf	10	14	6	30
IV. Sınıf	14	16	10	40
Toplam	70	88	42	200

H_0 doğru ise beklenen hücre frekansları:

Akademik Seviye	Haftalık yemek sayısı			Toplam
	20/hf	10/hf	hiç	
I. Sınıf	24.5	30.8	14.7	70
II. Sınıf	21.0	26.4	12.6	60
III. Sınıf	10.5	13.2	6.3	30
IV. Sınıf	14.0	17.6	8.4	40
Toplam	70	88	42	200

Bir hücre için örnek:

$$f_e = \frac{\text{Satır toplamı} \times \text{Sütun toplamı}}{n}$$

$$= \frac{30 \times 70}{200} = 10.5$$

Copyright ©2014 Pearson Education

Örnek: Test İstatistiği

(devamı)

- Test istatistiği değeri:

$$\chi^2_{STAT} = \sum_{\text{tüm hücreler}} \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

$$= \frac{(24-24.5)^2}{24.5} + \frac{(32-30.8)^2}{30.8} + \cdots + \frac{(10-8.4)^2}{8.4} = 0.709$$

(4 – 1)(3 – 1) = 6 serbestlik dereceli Ki-kare dağılımından $\chi^2_{0.05}$ = 12.592

Copyright ©2014 Pearson Education

Örnek:
Karar ve Çıkarım

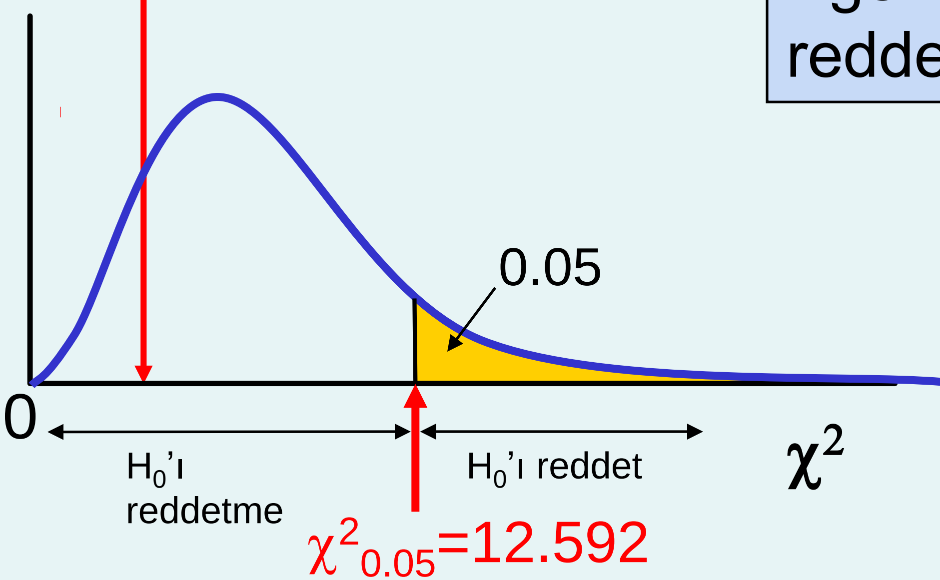
(devamı)

Test istatistiği $\chi^2_{STAT} = \boxed{0.709}$;

6 s.d. sahip $\chi^2_{0.05} = 12.592$

Karar Kuralı:

Eğer $\chi^2_{STAT} > 12.592$, ise H_0'ı reddet değilse, H_0'ı reddetme



Burada,

$\chi^2_{STAT} = 0.709 < \chi^2_{0.05} = 12.592$,

Dolayısıyla H_0'ı reddetme

Sonuç: $\alpha = 0.05$ seviyesinde yemek planı ve akademik seviyelerin ilişkili olduğuna dair bir kanıt bulunamamıştır

Copyright ©2014 Pearson Education

2 Medyanın farkları için Wilcoxon Sıralı Toplam Testi

- İki bağımsız popülasyonun medyanlarını test eder.
- Popülasyonlar normal dağılıma uymak durumunda değildir
- Dağılımdan bağımsız bir süreç
- Sadece sıralama verileri uygunsa kullanılır
- Herbir örnek boyutunun 10'dan daha büyük olduğu durumda normal dağılım yaklaşımı kullanılmalıdır

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıralı Toplam Testi: Küçük Örnekler

- n_1 , $n_2 \leq 10$ durumuna her ikisi de uyarsa kullanılabilir
- $n_1 + n_2$ birleştirilmiş örnek gözlemlerine sıralamalar atar
  - Eğer eşit olmayan boyutlar varsa, n_1'in küçük boyutlu örneğe karşılık gelmesini sağlayın
  - En küçük değer sırası= 1, En büyük değer sırası= $n_1 + n_2$
  - Eşitlik durumlarında ortalama sıra atayın
- Her örneğin sıralarını toplayın: T_1 ve T_2
- T_1 test istatistiğini elde edin, (küçük örnekten)

Copyright ©2014 Pearson Education

Sıralamaların Kontrolü

- Sıralamaların toplamı aşağıdaki formülü sağlamalıdır
- T_1 ve T_2 toplamlarını doğrulamak için kullanılır

$$\boxed{T_1 + T_2 = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$n = n_1 + n_2$ olarak alınır

Copyright ©2014 Pearson Education

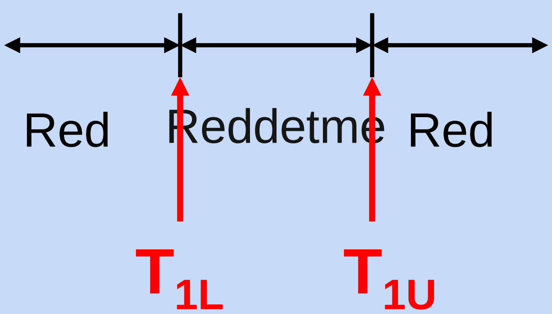
Wilcoxon Sıralı Toplam Testi: Hipotezler ve Karar Kuralı

M_1 = Popülasyon 1'in medyanı; M_2 = Popülasyon 2'nin medyanı

Test istatistiği = T_1 (Küçük örnekten sıralamaların toplamı)

İki Kuyruklu Test

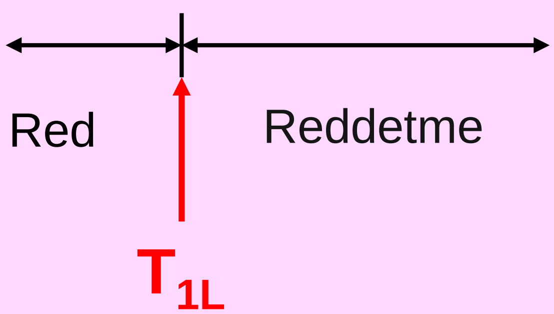
H_0: $M_1 = M_2$
H_1: $M_1 \neq M_2$



Eğer $T_1 \leq T_{1L}$ veya $T_1 \geq T_{1U}$ ise H_0 'ı reddet

Sol Kuyruklu Test

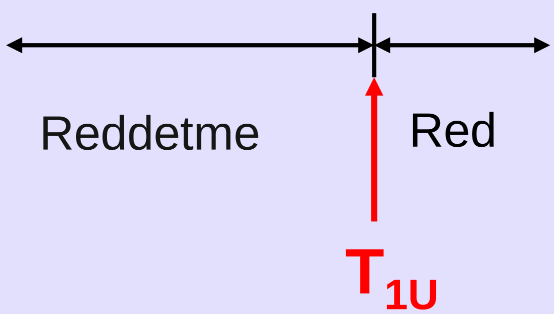
H_0: $M_1 \geq M_2$
H_1: $M_1 < M_2$



Eğer $T_1 \leq T_{1L}$ ise H_0 'ı reddet

Sağ Kuyruklu Test

H_0: $M_1 \leq M_2$
H_1: $M_1 > M_2$



Eğer $T_1 \geq T_{1U}$ ise H_0 'ı reddet

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıralı Toplam Testi: Küçük Numune Örneği

Örnek veriler iki fabrika için kapasite oranları (kapasite%'si) ile ilgili olarak toplanmıştır.

İki fabrikanın medyan işlem oranları eşit midir?

- A fabrikası için, oranlar 71, 82, 77, 94, 88
- B fabrikası, için, oranlar 85, 82, 92, 97'dir.

0.05 önem seviyesinde popülasyon medyanlarının eşit olma durumunu test edin

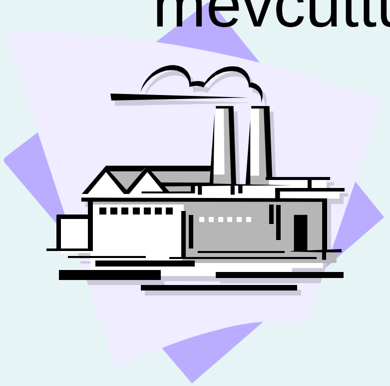
Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıra Toplamı Testi: Küçük Numune Örneği

(devamı)

Sıralı kapasite değerleri:

3. ve 4. bölgelerde eşitlik mevcuttur



Kapasite		Sıralama	
Fabrika A	Fabrika B	Fabrika A	Fabrika B
71		1	
77		2	
82		3.5	
	82		3.5
	85		5
88		6	
	92		7
94		8	
	97		9
Sıra Toplamları:		20.5	24.5

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıra Toplamı Testi: Küçük Numune Örneği

(devamı)

B Fabrikasının örnk boyutu küçüktür, dolayısıyla test istatistiği B fabrikasının sıralamaları toplamıdır:

$$\boxed{T_1 = 24.5}$$

Örnek boyutları:

$n_1 = 4$ (B fabrikası)

$n_2 = 5$ (A fabrikası)

Önem seviyesi $\alpha = .05$'dir.

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıra Toplama Testi: Küçük Numune Örneği

(devamı)

- Ek Tablo E.6'dan T_1 Alt ve Üst kritik değerleri :

n_2	α		n_1	
	Tek kuyruklu	Çift kuyruklu	4	5
4				
5	.05	.10	12, 28	19, 36
	.025	.05	11, 29	17, 38
	.01	.02	10, 30	16, 39
	.005	.01	--, --	15, 40
6				

$T_{1L} = 11$ ve $T_{1U} = 29$

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıra Toplama Testi: Küçük Örnek Çözüm

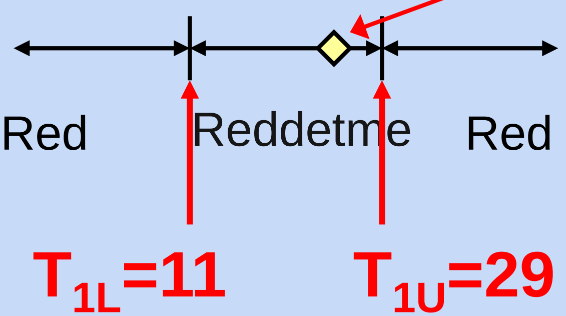
(devamı)

- $\alpha = .05$
- $n_1 = 4$, $n_2 = 5$

İki kuyruklu Test

$H_0: M_1 = M_2$

$H_1: M_1 \neq M_2$



Eğer $T_1 \leq T_{1L}=11$ veya $T_1 \geq T_{1U}=29$ ise H_0'ı reddet

Test İstatistiği (Küçük örneklerden sıralamaların toplamı):

$T_1 = 24.5$

Karar: α = 0.05 önem derecesine göre Reddetme

Çıkarım:
Medyanların eşit olmadığı şeklinde bir yorum yapmak için yeterli kanıt yoktur.

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıralı Toplam Testi (Geniş Örnek)

- Geniş örnekler için, test istatistiği μ_{T_1} ortalama ve σ_{T_1} standart sapması ile yaklaşık olarak normal dağılıma uymaktadır :

$$\boxed{\mu_{T_1} = \frac{n_1(n+1)}{2}}$$

$$\boxed{\sigma_{T_1} = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}}}$$

- Eğer ya n_1 veya $n_2 > 10$ ise normal yaklaşım kullanılmalıdır
- İki örnek boyutundan küçüğüne n_1 'i ata
- Küçük örnekler için normal yaklaşım kullanılmamalıdır

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıralı Toplam Testi (Geniş Örnek)

(devamı)

- Z test istatistiği şu şekildedir;

$$Z_{STAT} = \frac{T_1 - \mu_{T_1}}{\sigma_{T_1}} = \frac{T_1 - \frac{n_1(n+1)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}}}$$

- Z_{STAT} yaklaşık olarak standart normal dağılıma uymaktadır

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıralı Toplam Testi: Normal Yaklaşım Örneği

Bir önceki örneğin düzenlemesini kullanalım:

Örnek büyüklükleri:

$n_1 = 4$ (B Fabrikası)

$n_2 = 5$ (A Fabrikası)

Önem derecesi $\alpha = .05$ idi.

Test istatistiği $\boxed{T_1 = 24.5}$ idi.

Copyright ©2014 Pearson Education

Wilcoxon Sıralı Toplam Testi: Normal Yaklaşım Örneği

(devamı)

$$\mu_{T_1} = \frac{n_1(n+1)}{2} = \frac{4(9+1)}{2} = 20$$

$$\sigma_{T_1} = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}} = \sqrt{\frac{4(5)(9+1)}{12}} = 4.082$$

- Test istatistiği

$$Z_{STAT} = \frac{T_1 - \mu_{T_1}}{\sigma_{T_1}} = \frac{24.5-20}{4.0882} = 1.10$$

- Z_{STAT} = 1.10 değeri kritik Z değeri olan 1.96'dan (α = .05 için) büyük değildir, bundan dolayı H_0'ı reddetmeyiz– medyanların eşit olmadığına dair yeterli kanıt yoktur.

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Sıralama Testi

- 2'den fazla popülasyonun medyanlarının eşitliğini test eder.
- Tek yönlü Varyans Analizi (ANOVA) için normallik varsayımı ihlal edilirse kullanılır
- Varsayımlar:
  - Örnekler rassal ve bağımsızdır
  - Değişkenler sürekli dağılıma uymaktadır
  - Veriler sıralanabilir yapıda olmalıdır
  - Popülasyonlar aynı değişkenliğe sahip olmalıdır
  - Popülasyonlar aynı şekil yapısına sahip olmalıdır

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Test Süreci

- Her bir değer için sıralamalar elde edilir
  - Eşitlik durumunda, her bir eşit değerli ortalama sıralamayı alır.
- Her c grubundaki veriler için sıralamalar toplanır
  - H test istatistiği hesaplanır

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Test Süreci

(devamı)

- Kruskal-Wallis H-test istatistiği:

  (c – 1 serbestlik derecesi ile)

$$H = \left[\frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{c} \frac{T_j^2}{n_j} \right] - 3(n+1)$$

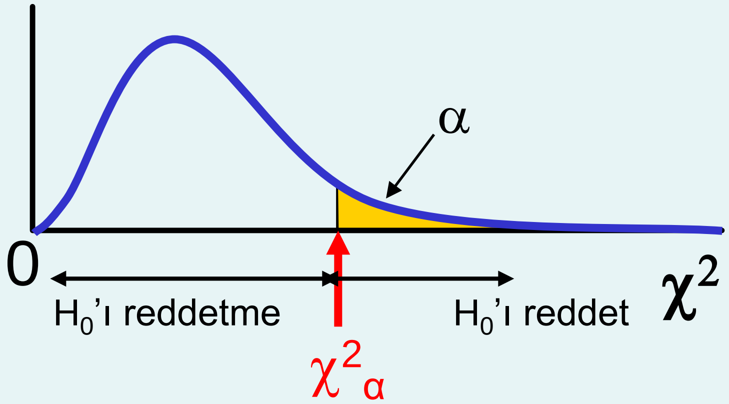
n = tüm gruplardaki örnek boyutlarının toplamı
c = grup sayısı
T_j = j'nci gruptaki sıralamaların toplamı
n_j = j'nci gruptaki değerlerin sayısı (j = 1, 2, … , c)

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Test Süreci

(devamı)

- Hesaplanan H değeri, ki-kare dağılımından c – 1 serbestlik derecesine sahip bir kritik χ^2 değeri ile karşılaştırılarak testin tamamlanması sağlanır



- Karar Kuralı
  - Test istatistiği $H > \chi^2_\alpha$ ise H_0 'ı reddet
  - Diğer durumlarda H_0 'ı reddetme

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Örnek

- Farklı bölümlerin farklı sınıf büyükleri mi vardır?

Sınıf büyüklüğü (Matematik, M)	Sınıf büyüklüğü (İngilizce, İ)	Sınıf büyüklüğü (Biyoloji, B)
23	**55**	**30**
45	**60**	**40**
54	**72**	**18**
78	**45**	**34**
66	**70**	**44**

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Örnek

(devamı)

- Farklı bölümlerin farklı sınıf büyükleri mi vardır?

Sınıf büyüklüğü (Matematik, M)	Sıralama	Sınıf büyüklüğü (İngilizce, İ)	Sıralama	Sınıf büyüklüğü (Biyoloji, B)	Sıralama
23	**2**	**55**	**10**	**30**	**3**
41	**6**	**60**	**11**	**40**	**5**
54	**9**	**72**	**14**	**18**	**1**
78	**15**	**45**	**8**	**34**	**4**
66	**12**	**70**	**13**	**44**	**7**
	Σ = 44		**Σ = 56**		**Σ = 20**

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Örnek

(devamı)

H_0 : $Medyan_M$ = $Medyan_İ$ = $Medyan_B$

H_1 : Tüm popülasyon medyanları eşit değildir

- H istatistiği;

$$H = \left[\frac{12}{n(n+1)}\sum_{j=1}^{c}\frac{T_j^2}{n_j}\right] - 3(n+1)$$

$$= \left[\frac{12}{15(15+1)}\left(\frac{44^2}{5}+\frac{56^2}{5}+\frac{20^2}{5}\right)\right] - 3(15+1) = 6.72$$

Copyright ©2014 Pearson Education

Kruskal-Wallis Örnek

(devamı)

- H = 6.72 ile ki-kare dağılımından 3-1 = 2 serbestlik derecesine ve α = 0.05 sahip kritik değeri karşılaştıralım:

$$\chi^2_{0.05} = 5.991$$

H = 6.72 **>** $\chi^2_{0.05} = 5.991$ olduğundan,

H_0'ı reddederiz

Popülasyon medyanlarının tümünün eşit olduğunu reddetmek için yeterli kanıt mevcuttur

Copyright ©2014 Pearson Education

Bu Bölüm İçin On-line Konular

- Bağlantılı Örnekler için McNemar Testi
- Varyans veya Standart Sapma için Ki-kare testleri

Copyright ©2014 Pearson Education

Bölüm Özeti

Bu bölümde şu konular işlenmiştir;

- İki oran arasındaki fark için χ^2 testinin uygulanması
- İkiden fazla oran arasındaki farklar için χ^2 testinin uygulanması
- Bir χ^2 testinin reddedilmesinden sonra tüm oran çiftlerinin kıyaslanması için Marascuilo sürecinin uygulanması
- Bağımsızlık durumu için χ^2 testinin uygulanması
- İki popülasyonun medyanları için Wilcoxon sıralı toplam testinin uygulanması
- Çoklu popülasyon medyanları için Kruskal-Wallis H-testinin uygulanması

Copyright ©2014 Pearson Education

Online Konu

Bağlantılı Örnekler için McNemar Testi

Copyright ©2014 Pearson Education

Öğrenme Hedefleri

Bu konuda şu durumlar incelenecektir:

- McNemar test nasıl ve ne zaman kullanılır

Copyright ©2014 Pearson Education

McNemar Testi (Bağlantılı Örnekler)

- Bağlantılı iki örneğin oranları arasında bir fark olup olmadığını belirlemek için kullanılır
- Normal dağılımı izleyen bir test istatistiği kullanır

Copyright ©2014 Pearson Education

McNemar Testi (Bağlantılı Örnekler)

(devamı)

- 2 X 2 boyutunda bir çapraz tablo düşünelim:

	Durum 2		
Durum 1	Evet	Hayır	Toplam
Evet	A	B	A+B
Hayır	C	D	C+D
Toplam	A+C	B+D	n

Copyright ©2014 Pearson Education

McNemar Testi (Bağlantılı Örnekler)

(devamı)

- İlgilenilen örnek oranları

$$p_1 = \frac{A+B}{n} = \text{durum 1'e evet cevabı verenlerin oranı}$$

$$p_2 = \frac{A+C}{n} = \text{durum 2'ye evet cevabı verenlerin oranı}$$

- $H_0: \pi_1 = \pi_2$

  (iki popülasyonun oranları eşittir)

  $H_1: \pi_1 \neq \pi_2$

  (iki popülasyonun oranları eşit değildir) ,

  hipotezlerini test edelim

Copyright ©2014 Pearson Education

McNemar Testi (Bağlantılı Örnekler)

(devamı)

- McNemar testi için test istatistiği :

$$Z_{STAT} = \frac{B - C}{\sqrt{B + C}}$$

Z_{STAT} test istatistiği yaklaşık olarak normal dağılıma uymaktadır

Copyright ©2014 Pearson Education

McNemar Testi
Örnek

- 300 ev sahibinin araştırıldığını, ve evlerini yeniden finanse etmekle ilgilenip ilgilenmediği bir anketle sorulmaktadır. İş ortamı oluşturmak için bir finans şirketi kredi koşullarını iyileştirmekte ve borç kapatma maliyetlerini düşürdüğünü söylemektedir. Aynı ev sahiplerine tekrar anket uygulanmıştır. Kredi koşullarındaki değişikliğin ipotek şirketi için iş yaratmada etkili olup olmadığını belirlemeye çalışalım. Veriler aşağıdaki şekilde özetlenmektedir:

Copyright ©2014 Pearson Education

McNemar Testi Örnek

Değişiklikten önceki anket cevapları	Değişiklikten sonraki anket cevapları		
	Evet	Hayır	Toplam
Evet	118	2	120
Hayır	22	158	180
Toplam	140	160	300

Hipotezleri test edelim(0.05 önem seviyesinde):

H_0: $\pi_1 \geq \pi_2$: Kredi koşullarındaki değişim etkisizdir

H_1: $\pi_1 < \pi_2$: Kredi koşullarındaki değişim iş hacmini artırmıştır

Copyright ©2014 Pearson Education

McNemar Testi
Örnek

Değişiklikten önceki anket cevapları	Değişiklikten sonraki anket cevapları		
	Evet	Hayır	Toplam
Evet	118	2	120
Hayır	22	158	180
Toplam	140	160	300

Kritik Değer (0.05 önem seviyesinde) $Z_{0.05}$ = -1.645

Test istatistiği:

$$Z_{STAT} = \frac{B - C}{\sqrt{B + C}} = \frac{2 - 22}{\sqrt{2 + 22}} = -4.08$$

Z_{STAT} = -4.08 < -1.645 olduğundan, H_0 reddedilir ve kredi koşullarındaki değişimin finans şirketinin iş hacmini belirgin olarak artıracağı yorumu yapılabilir.

Copyright ©2014 Pearson Education

Konu Özeti

Bu bölümde

- McNemar testinin Nasıl ve ne zaman kullanılacağı incelenmiştir

Copyright ©2014 Pearson Education

Online Konu

Varyans veya Standart Sapma
için Ki-kare Testi

Copyright ©2014 Pearson Education

Öğrenme Hedefleri

Bu konuda aşağıdaki bilgiler verilecektir:

- Bir varyans veya standart sapmanın testi için Ki-kare testinin nasıl kullanılacağı

Copyright ©2014 Pearson Education

Bir Varyans veya Standart Sapma için Ki-kare Testi

- Bir χ^2 test istatistiği popülasyon varyansı veya standart sapmasının belirlenmiş bir değere eşit olup olmadığnı test etmek için kullanılır :

H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$

H_a: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$

$$\chi^2_{STAT} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

n = örnek boyutu

S^2 = örnek varyansı

σ^2 = hipotezde varsayılan popülasyon varyansı

χ^2_{STAT} serbestlik derecesi = n – 1 olan bir ki-kare dağılımına uymaktadır

Eğer $\chi^2_{STAT} > \chi^2_{\alpha/2}$ veya eğer $\chi^2_{STAT} < \chi^2_{1-\alpha/2}$ ise H_0 reddedilir

Copyright ©2014 Pearson Education

Bir Varyans İçin Ki-Kare Testi: Örnek

25 boyutunda rassal bir örnek topladığımızı ve bu örneğin $s = 7$ örnek standart sapmasına sahip olduğunu varsayalım. Buna göre aşağıdaki hipotez testini yapalım:

H_0: $\sigma^2 = 81$

H_a: $\sigma^2 \neq 81$

$$\chi^2_{STAT} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{24*49}{81} = 14.185$$

$\chi^2_{0.975} = 12.401$ < 14.185 < $\chi^2_{0.025} = 39.364$ olduğundan H_0 hipotezini reddemeyiz

Copyright ©2014 Pearson Education

Konu Özeti

Bu konu içerisinde

- Bir varyans veya standart sapmanın testi için Ki-kare testinin nasıl kullanılacağı işlenmiştir

Copyright ©2014 Pearson Education