

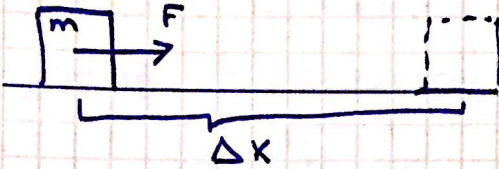
4. BÖLÜM: İŞ GÜÇ ENERJİ (Proj. 1) Dr. İlhan Dökme

İŞ (W): Sabit bir $\vec{F}$ kuvvetinin m kütlesi üzerinde yaptığı iş

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}$$

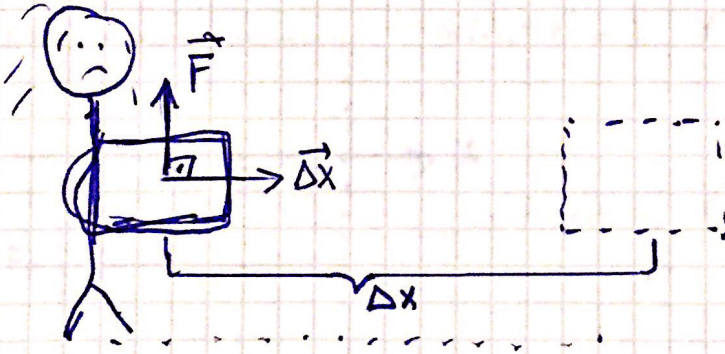
$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \theta$$

ile verilir. θ : $\vec{F}$ ile $\Delta \vec{x}$ arasındaki açıdır. Δx ise $\vec{F}$ kuvvetinin m kütlesine yaptırdığı yerdeğiştirmedir.



İş ile ilgili durumlar:

- 1) $\Delta x = 0 \Rightarrow W = 0$ olur.
- 2) $\theta = 0^\circ \Rightarrow W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0 \Rightarrow W = F \cdot \Delta x$ maximum iş
- 3) $\theta = 180^\circ \Rightarrow W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 180 \Rightarrow W = -F \cdot \Delta x$ (Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş)
- 4) $\theta = 90^\circ \Rightarrow W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 90^\circ \Rightarrow W = 0$ (İş yok)



5) $0 < \theta < 90 \Rightarrow W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \theta$

İşin birimi "Joul" dur.

İş "skaler" bir niceliktir.

Eğer $\vec{F}$ kuvveti sabit değil ise iş'in en genel bağıntısı

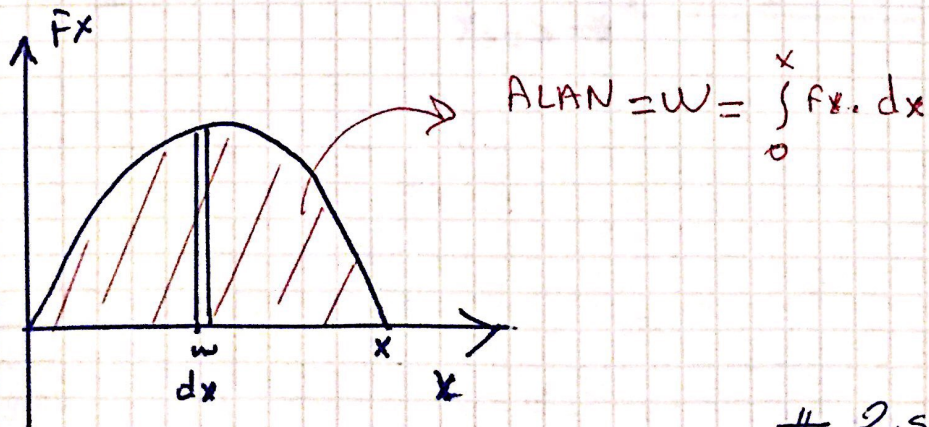
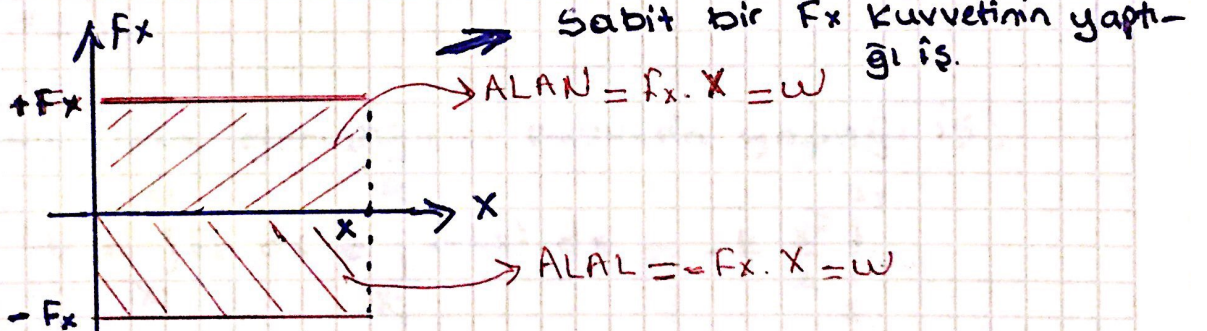
$$W = \int_{x_i}^{x_s} \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad \theta = 0^\circ \Rightarrow W = \int_{x_i}^{x_s} F \cdot dx$$

ÖRNEK 1: $F_x = 2x^2 + 4x$ kuvveti m kütleli bir cisim orijinden 10. metreye ilerlemesini sağlıyor. Kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız.

$$W = \int_0^{10} F_x \cdot dx = \int_0^{10} (2x^2 + 4x) dx = \frac{2x^3}{3} + 2x^2 \Big|_0^{10}$$

$$W = \frac{2000}{3} + 200 = \frac{2600}{3} \text{ joule}$$

Kuvvetin yerdeğiştirme doğrultusundaki bileşeninin yaptığı işin konuma göre değişim grafiği:

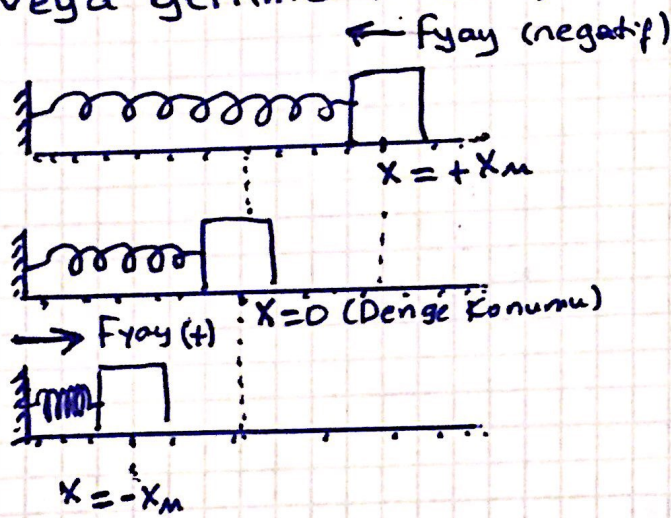


2. sayfa

YAYLARDA YAPILAN İŞ ; Değişken bir kuvvetin yaptığı iştir. Sürtünmesiz yatay düzlemde duran bir sarmal yaya m kütlesi bağlı olsun. Yay denge konumundan gerilir veya sıkıştırılırsa cisim üzerine

$$F_{yay} = -kx \quad (\text{Hook Yasası})$$

ile ifade edilen değişken bir kuvvet etki eder. Burada x , yayın denge konumundan sıkıştırılma veya gerilme miktar, k ise yay sabitidir.



Yaylarda gerici/kuvvetin yaptığı iş:

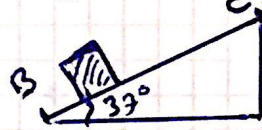
$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x \cdot dx = \int_{x_i}^{x_s} (-kx) \cdot dx = -k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_i}^{x_s}$$

$$W = \frac{1}{2} k (x_i^2 - x_s^2) \Rightarrow x_i = 0 \Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} k x^2}$$

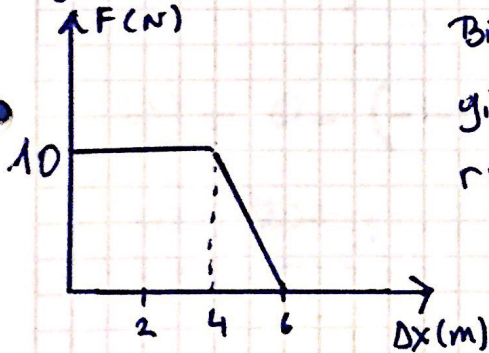
$x_s = x \Rightarrow$

ÖRNEK 2: Yatay düzlemde duran 2 kg.'lık bir cisim yatayla 37° 'lik açı yapan doğrultuda 10 N'lık kuvvetle 5 m. boyunca çekiliyor. Cisimle yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,2 dir. 5 m. boyunca a) uygulanan kuvvetin b) Yereckimi kuvvetinin c) Sürtünme kuvvetinin d) Sürtünme kuvvetine karşı yapılan e) Net kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

ÖRNEK 3: Şekildeki gibi 5 kg.'lık bir cisim 40 N'lık bir kuvvetle B noktasından C noktasına çekiliyor. $|BC| = 4$ m. dir. Cisimle yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,2 'dir. a) uygulanan kuvvetin b) Sürtünme kuvvetinin c) Yereckimi kuvvetinin d) Net kuvvetin e) Sürtünme ve yereckimi kuvvetlerine karşı yapılan işi bulunuz.



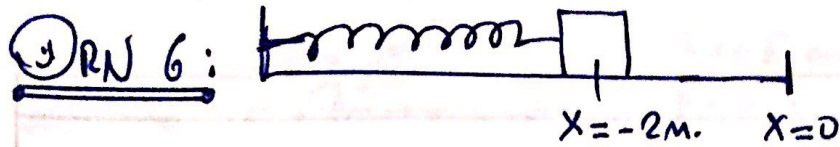
ÖRNEK 4:



Bir hareketinin $F-dx$ grafiği şekilde gibidir. 6 sn boyunca yapılan iş miktarını bulunuz.

ÖRNEK 5: $\vec{F} = (2\hat{i} + 4\hat{j})$ N'lık bir kuvvet bir cismi orijinden +10. metreye kadar hareket ettiriyor. Bu kuvvetin yaptığı işi bulunuz. b) Kuvvet cismi orijinden (2;2) noktasına götürdüğünde kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

4.Sayfa



Sürtünmesiz düzlemde bulunan şekildeki gibi bir blok 100 N/m 'lik bir yayla bağlıdır. Yay şekildeki gibi denge konumundan 2m . uzağa sıkıştırılır.

Blok, a) $X_i = -2\text{m}$ 'den $X_s = 0\text{m}$ 'ye b) $X_i = 2\text{m}$ 'den $X_s = 0\text{m}$ 'ye giderken yaydaki gerici kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

a) $W = \int_{-2}^0 F_{\text{yay}} \cdot dx$ b) $W = \int_2^0 (-F_{\text{yay}}) \cdot dx$

$\downarrow$ $\downarrow$

$F_{\text{yay}} \rightarrow$ $F_{\text{yay}} \leftarrow$

$\downarrow$ $\downarrow$

$W = \int_{-2}^0 (-kx) \cdot dx$ $W = \int_2^0 kx \cdot dx$

$$W = -k \frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^0$$

$$W = 0 - (-100 \cdot \frac{4}{2})$$

$$W = 200 \text{ J}$$

$$W = k \frac{x^2}{2} \Big|_2^0$$

$$W = 100 \cdot \frac{4}{2} - 0$$

$$W = 200 - 0$$

$$W = 200 \text{ J}$$

GÜÇ (POWER): Birim zamanda yapılan iştir.

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\frac{\text{Joul}}{\text{saniye}} = \text{Watt}$$

ENERJİ

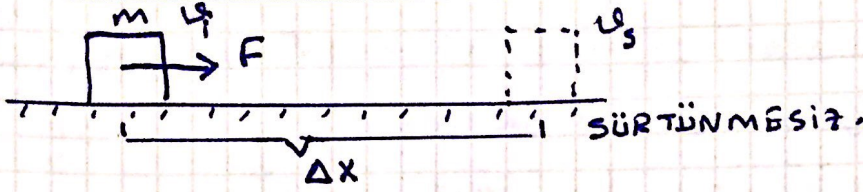
Bir sistemin iş yapabilme kapasitesi olarak tanımlanan enerji soyut bir niceliktir. Doğrudan gözlemlenemez. Depolanabilir veya ağıra çıkabilir. Depolanmış olan enerji "potansiyel ener"dir. Örneğin yay sıkıştırıldığında yayda "esneklik potansiyel enerji" depolanır. Serbest bırakıldığında da depolanan enerji "kuvvet" etkisiyle ağıra çıkar. Kuvvet de doğrudan gözlemlenemez; ancak kuvvetin etkisi hareket gözlemlenerek enerjinin ağıra çıktığı anlaşılır. Enerjinin yani depolanmış enerjinin ağıra çıkma hali makro sistemlerde cisimlerin hız kazanması ile mikro sistemlerde de ses veya ışık ile gözlemlenebilir.

Depolanmış bir enerji bir cisme veya sisteme aktarılıp hareket şeklinde ağıra çıkması durumunda "kinetik enerji" kavramından söz edilir. Bu durumda m kütleli cisim v hızıyla hareket ediyorsa kinetik enerjisi

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \text{ olur.}$$

6. Sayfa

Sabit bir kuvvet için İş - Kinetik Enerji Teoremi:



Sürtünmesiz ortamda şekildeki gibi F kuvvetinin m kütlesi üzerinde yaptığı iş; m kütlesine kinetik enerji olarak aktarılır.

$$W = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

→ iş - kinetik enerji teoremi

$$W = \Delta E_k$$

Değişken bir kuvvet için İş - Kinetik Enerji Teoremi

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x \cdot dx = \int_{x_i}^{x_s} m \cdot a \cdot dx \quad \rightarrow \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$W = \int_{x_i}^{x_s} m \cdot v \cdot \frac{dv}{dx} \cdot dx$$

$$W = \int_{x_i}^{x_s} m v \cdot dv = m \frac{v^2}{2} \Big|_{x_i}^{x_s}$$

$$W = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

→ iş - kinetik enerji teoremi

$$W = \Delta E_k$$

SÜRTÜNMELİ SİSTEMLERDE

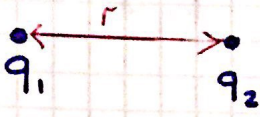
F kuvvetinin yaptığı iş = Kinetik Enerji Değişimi + Sürtünme Kuvveti'nin yaptığı iş

$$F \cdot \Delta x = F_s \cdot \Delta x + \Delta E_k$$

$$F \cdot \Delta x = F_s \cdot \Delta x + \left(\frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \right)$$

Potansiyel Enerji : Depolanmış enerjilerdir. En bilinen potansiyel enerjiler aşağıda verilmiştir:

① Elektrik Potansiyel Enerji : Aralarında r kadar

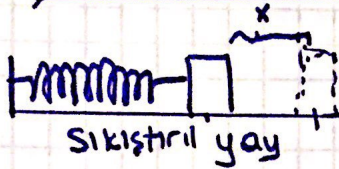


$$E_p = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

uzaklıkta tutulan iki yükten oluşan sistemde depolanmış olan enerjidir.

Sistem serbest bırakıldığında bu enerji ağıra çıkar. Yükler aynı işaretli ise bir birini iter; zıt işaretli ise bir birini çeker. Yani depolanmış enerji Coulomb kuvveti ile ağıra çıkar.

② Esneklik Potansiyel Enerji : Şekildeki gibi x kadar



$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

sıkıştırılmış yay sisteminde depolanmış olan enerjidir. Sistem serbest bırakıldığında bu enerji geriçarpıcı yay kuvveti ile ağıra çıkar. Bu kuvvet ile kütle ileri geri hareket eder.

③ Çekim Potansiyel Enerji : Yerden h kadar yük-

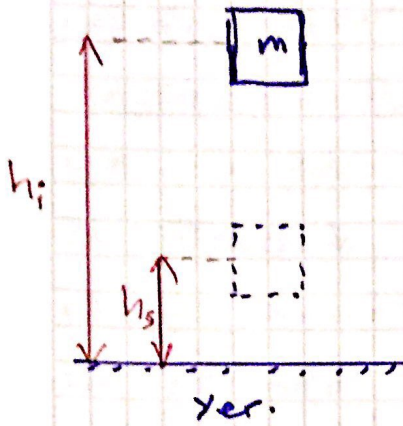


$$E_p = mgh$$

seklikte tutulan m kütlesi ve yerküreden oluşan sistemde depolanmış olan enerjidir. Sistem serbest bırakıldığında bu enerji gravitasyonel çekim kuvveti şeklinde ağıra çıkar ve kütle hareket ederek yere düşer.

8. sayfa

İş - Potansiyel Enerji Değişimi:



Şekildeki m kütleli cisim yere bırakıldığında h_i ve h_s yüksekliklerindeki potansiyel enerjileri arasındaki fark;

$$\Delta E_p = E_{p_{son}} - E_{p_{ilk}}$$

$$\Delta E_p = mgh_s - mgh_i$$

Daima $h_{son} < h_{ilk}$ olduğu için

$$W = - \Delta E_p$$

olur. Ancak bu ifade

"Korunumlu Kuvvet" ler için geçerlidir. Cisimler belli bir h yüksekliğinden serbest bırakıldığında cisme etki eden çekim kuvveti korunumludur. Bu nedenle yörüngenin her noktasında mekanik enerji (kinetik enerji ile potansiyel enerjinin toplamı) aynıdır. Ancak bir kuvvet, mekanik enerjide bir

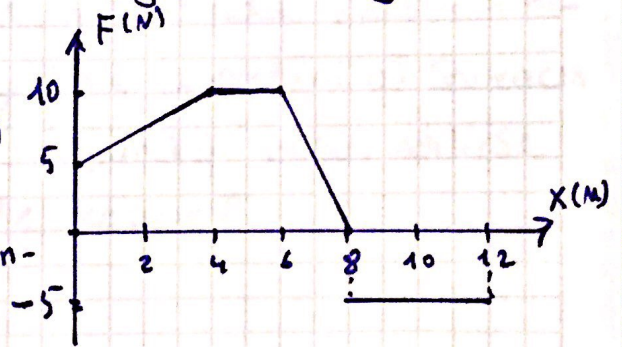
- değişime neden olursa bu kuvvet korunumlu olmaz. Örneğin yatay sürtünmeli düzlemde duran bir cisme kuvvet uygulanıp cisim hareket ettirildiğinde bu kuvvetin yaptığı işin tamamı cisme mekanik enerji olarak aktarılmaz; bir kısmı sürtünmeyle ısıya dönüşür. Bu nedenle cisme uygulanan kuvvet korunumsuzdur. ~~Oysa,~~ h yüksekliğinden bırakılan cisme etkiyen çekim kuvvetinin yaptığı işin tamamı mekanik enerjiye dönüştüğü için çekim kuvveti korunumludur.

9. sayfa

Mekanik Enerjinin Korunumu: mekanik enerji bir cismin kinetik enerjisi ile potansiyel enerjisinin toplamıdır. Bir cismin hareketi sırasında yönün gsesinin her noktasında mekanik enerji aynı ise bu mekanik enerjinin korunduğunu gösterir. Cisme etkiyen kuvvet korunumlu ise bu kuvvetin etkisiyle hareket eden cismin hareketi sırasında mekanik enerji korunur.

PN 7: Sürtünmesiz yatay düzlemde olan 5 kg'lık bir cisme, 30 N'luk sabit dengelenmemiş bir kuvvet yatay doğrultuda 5 sn. süreyle etki ediyor. a) Kuvvetin yaptığı işi b) Cismin kinetik enerjisindeki değişimi bulunuz.

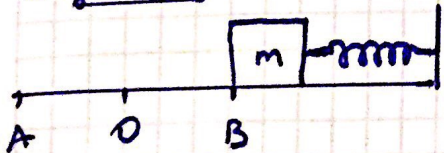
PN 8: Sürtünmesiz yatay düzlemde hızı 4 m/s olan 2 kg.



lık bir cisme ilk hızı doğrultusunda uygulanan kuvvetin yer-

değiştirmeye göre grafiği şekildeki gibidir. a) Yapılan işi b) Cismin kinetik enerji değişimini c) Cismin 12 sn. sonunda hızını bulunuz.

PN 9:



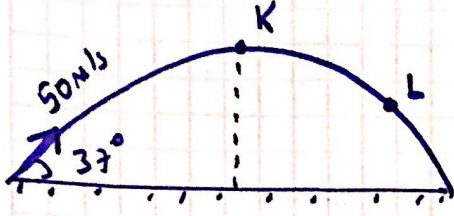
Şekildeki gibi yayın ucuna takılı 4 kg'lık kütle, yatay sürtünmesiz düzlemde denge konumundan 0,2 m. ötede tutmak için yaya

20 N'luk bir kuvvet uyguluyor. a) Yay sabitini b) $x=0,2$ m. durumunda yayda depolanan enerjisi c) Kütlenin A-B arasında yaptığı basit harmonik hareketin periyodunu d) Kütlenin maksimum hızını

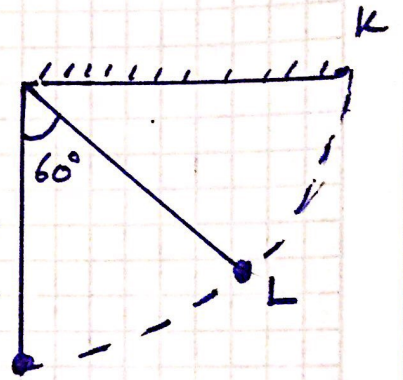
10. Sayfa

e) sistemin toplam enerjisi bulunuz.

- 9) RN 9: Kütlesi 2 kg. olan bir cisim, yerden yatayla 37° lik açı yapacak şekilde 50 m/s hızla şekildeki gibi atılıyor. a) Atıldığı andaki toplam enerjisi b) Çıktığı maksimum yüksekliği c) maksimum yükseklikteki toplam enerjisi d) L noktasındaki hızını bulunuz.



- 10) RN 10: Uzunluğu 2 m. olan bir ipin ucuna 1 kg. 'lık kütle asılarak şekildeki gibi oluşturulan sarkaç K noktasından serbest bırakılıyor. a) L noktasında sarkacın hızını, b) L noktasında



- c) M noktasında sarkacın hızını d) M noktasında ipteki gerilme kuvvetini e) Sarkacın ipi en çok 15 N' luk kuvvete dayandığı kabul edilirse, ip koparmı? Koparsa nerede kopar?